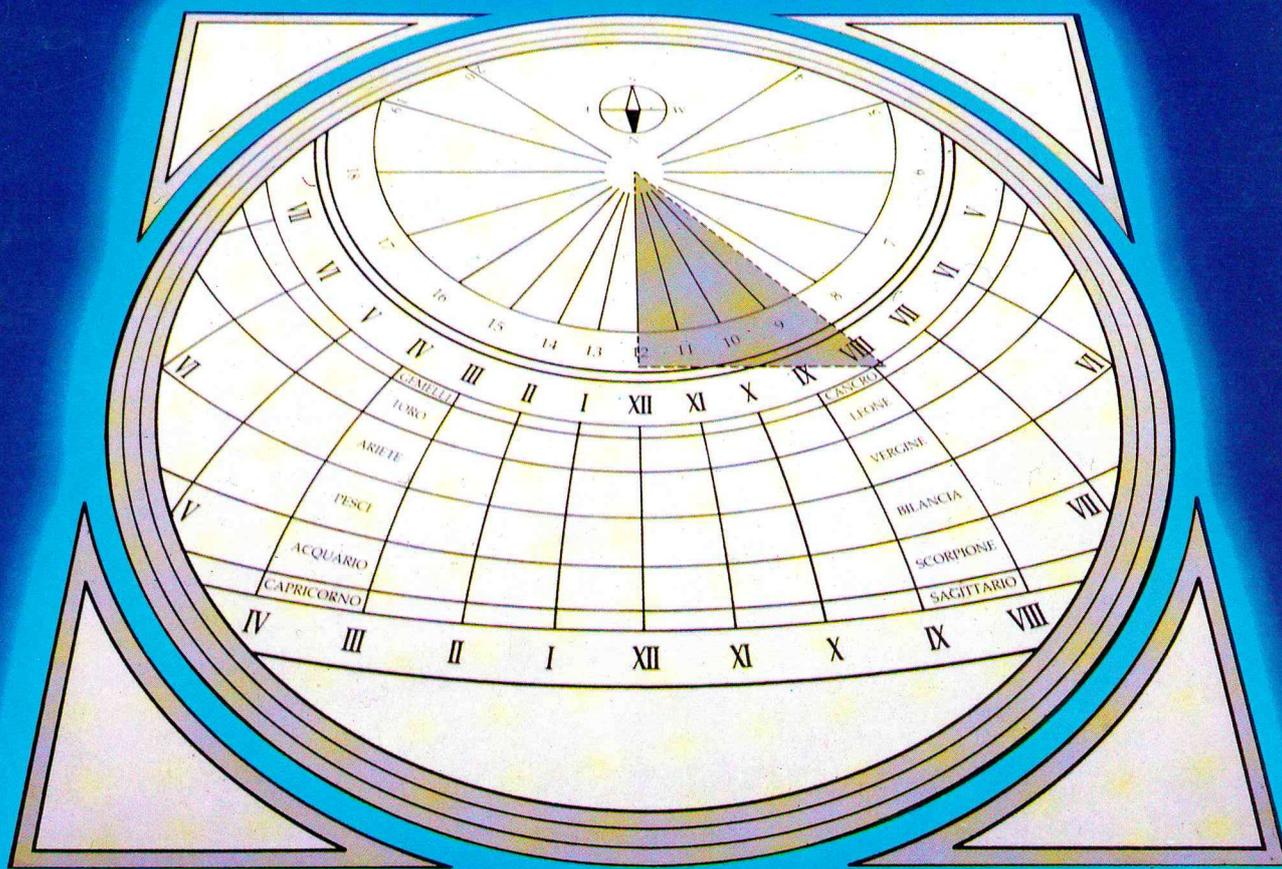


GIROLAMO FANTONI

# OROLOGI SOLARI

TRATTATO COMPLETO DI GNOMONICA



Copyright © 1988 Technimedia srl, Roma (Italia)  
World copyright reserved

Prima edizione novembre 1988

Technimedia srl, Via C. Perrier, 9 - 00157 Róma

Tutti i diritti riservati

I diritti di traduzione, di riproduzione, di memorizzazione  
elettronica e di adattamento totale o parziale con qualsiasi mezzo,  
elettronico, meccanico, fotostatico, microfilm o qualsiasi altro  
sono riservati per tutti i paesi

Grafica ed impaginazione: Diana Santosuosso  
Composizione e fotolito: Velox srl, Roma  
Stampato nel mese di novembre 1988 presso  
Grafica CdP srl, Roma.  
Printed in Italy

GIROLAMO FANTONI

# OROLOGI SOLARI

Storia - Teoria - Pratica - Costruzione - Esempi

---

technimedia

---

---

# INDICE GENERALE

## PREMESSA

### CAP. I - NOTE INTRODUTTIVE

1) Dedicata al Sole .....	14
2) Principi basilici degli orologi solari .....	14
3) Quale tipo di ora .....	15
4) Quale tipo di quadro .....	15
5) Metodologia per la costruzione degli orologi solari .....	16

### CAP. II - CENNI SOMMARI DI GEOGRAFIA E COSMOGRAFIA

6) Generalità .....	18
7) La Terra, le coordinate geografiche e le coordinate locali .....	18
8) I movimenti della Terra .....	21
9) La sfera celeste e i moti apparenti degli astri .....	22

## LIBRO PRIMO OROLOGI SOLARI DIREZIONALI

### CAP. III - GENERALITÀ

10) Concetto dell'orologio direzionale .....	32
--	----

### CAP. IV - INDIVIDUAZIONE DEL QUADRO

11) Inclinazione e declinazione .....	34
---------------------------------------	----

### CAP. V - DATI, INCOGNITE, FORMULE RISOLUTIVE

12) I dati del problema .....	42
13) Le incognite del problema .....	42
14) Le formule risolutive .....	44

### CAP. VI - INTERPRETAZIONE DELLE FORMULE

15) Formula dell'elevazione dello stilo .....	48
16) Formula dell'angolo sustilare .....	49
17) Formula dell'ora sustilare .....	50
18) Formula delle linee orarie .....	51
19) Formula della meridiana .....	55
20) 1° riassunto delle formule e regole: gli elementi di base .....	55
21) Esempio basilico: calcolo e disegno di un orologio solare (1ª fase) .....	57

### CAP. VII - IL TRIANGOLO STILARE E GLI ELEMENTI CONNESSI

22) Il triangolo stilare e la retta equinoziale .....	60
23) L'orizzonte .....	62
24) Esempio basilico: calcolo e disegno di un orologio solare (2ª fase) .....	63

CAP. VIII - LE LUNGHEZZE D'OMBRA	
25) Teoria e formule delle lunghezze d'ombra .....	66
26) Esempio di calcolo e disegno di una linea diurna .....	69
27) 2° riassunto delle formule e regole: il triangolo stilare e le lunghezze d'ombra .....	70
CAP. IX - LE CONICHE DIURNE	
28) Generalità .....	74
29) L'iperbole .....	77
30) La parabola .....	81
31) L'ellisse .....	83
32) Esempio riassuntivo di disegno delle coniche diurne .....	86
33) 3° riassunto delle formule e regole: le coniche diurne .....	88
34) Lo zodiaco e il calendario sull'orologio solare .....	90
35) Esempio basilico: calcolo e disegno di un orologio solare (3ª fase) .....	95
36) Esempio riassuntivo: calcolo e disegno di un orologio solare completo .....	98
37) Le coniche della durata del giorno .....	102
CAP. X - L'ILLUMINAZIONE	
38) Generalità .....	104
39) Presenza del Sole sull'orizzonte .....	104
40) Presenza del Sole sul quadro .....	106
41) Confronto tra le presenze sull'orizzonte e sul quadro .....	109
42) Evoluzione dell'illuminazione nel corso dell'anno .....	112
43) 4° riassunto delle formule e regole: l'illuminazione .....	113
44) Esempi di calcolo dell'illuminazione .....	114
45) Diagramma della durata dell'arco semidiurno .....	116
CAP. XI - LA SCORNICIATURA E GLI ORNAMENTI	
46) Nozioni generali .....	120
47) Esempio: calcolo e disegno di un orologio solare con diverse soluzioni di scorniciatura .....	120
CAP. XII - LE CORREZIONI ALL'ORA SOLARE	
48) Generalità .....	126
49) Il tempo medio e l'equazione del tempo .....	126
50) La correzione-fuso .....	130
51) Inserimento delle correzioni mediante rotazione del quadro .....	133
52) Commento sulle correzioni .....	133
53) Esempio: calcolo e disegno di un orologio solare in ore medie del fuso .....	134
CAP. XIII - TRASPARENZA, RIFLESSIONE, SIMMETRIA, SPECULARITÀ	
54) Generalità .....	140
55) La trasparenza nei quadranti solari .....	140
56) La riflessione nei quadranti solari .....	141
57) Quadranti solari simmetrici .....	144
58) Quadranti solari speculari .....	145
CAP. XIV - GLI OROLOGI SOLARI PIÙ COMUNI: OROLOGI ORIZZONTALI, VERTICALI, EQUINOZIALI, POLARI	
59) Generalità .....	154
60) L'orologio solare orizzontale .....	154
61) L'orologio solare verticale declinante e non declinante; formule alternative .....	163
62) L'orologio solare polare .....	178

63) L'orologio solare equinoziale .....	188
<b>CAP. XV - MISURA DELLA DECLINAZIONE GNOMONICA E DELLA INCLINAZIONE - ORIENTAMENTO DEGLI OROLOGI SOLARI</b>	
64) Generalità .....	202
65) Misura della declinazione gnomonica di una superficie piana fissa. Metodi vari .....	202
66) Metodo del confronto con l'azimut del Sole .....	203
67) Esempi di determinazione della declinazione gnomonica .....	210
68) Misura della inclinazione .....	213
69) Orientamento di un orologio solare costruito con valori prefissati di declinazione e inclinazione ...	214
70) Ricerca di declinazione e inclinazione delle facce di un poliedro .....	215
<b>CAP. XVI - LA MOBILITÀ DEGLI OROLOGI SOLARI - OROLOGI UNIVERSALI</b>	
71) Generalità .....	218
72) Come sistemare un orologio solare in luogo diverso da quello per cui è calcolato .....	218
73) Come far segnare all'orologio solare l'ora di meridiani diversi da quello locale .....	222
74) Il giardino con le ore del mondo .....	224
<b>CAP. XVII - DIVAGAZIONI SULLO STILO E SULLE PIÙ COMUNI APPLICAZIONI DEL PASSATO</b>	
75) Bacchetta perpendicolare al quadro .....	228
76) Elemento strutturale di qualsiasi forma .....	229
77) Bacchetta parallela all'asse terrestre .....	229
78) Filo teso .....	231
79) Foro gnomonico .....	232
80) Piastrina riflettente .....	237
<b>CAP. XVIII - GLI OROLOGI SOLARI PER I SISTEMI ORARI ITALICO, BABILONESE, TEMPORARIO</b>	
81) Premessa .....	246
82) Un po' di storia .....	246
83) Costruzione degli orologi solari per i sistemi italico e babilonese .....	249
84) Costruzione degli orologi solari per il sistema orario temporario .....	276
<b>CAP. XIX - SOLUZIONE GENERALE GEOMETRICA PER LA COSTRUZIONE DEGLI OROLOGI SOLARI</b>	
85) Introduzione .....	296
86) Il caso generale: orientamento qualsiasi del quadro .....	297
87) I casi particolari: quadranti orizzontali e verticali .....	305
<b>CAP. XX - DIVAGAZIONI GEOMETRICHE SULLE LINEE ORARIE</b>	
88) Generalità .....	310
89) Relazioni tra gli intercetti delle linee orarie .....	310
90) Prima costruzione geometrica alternativa delle linee orarie .....	311
91) Seconda costruzione geometrica alternativa delle linee orarie .....	312
92) Terza costruzione geometrica alternativa delle linee orarie .....	312
93) Tracciamento delle linee orarie per mezzo di scale predisposte .....	313
94) Tracciamento delle linee orarie poco inclinate sull'equinoziale .....	316
95) Tracciamento rapido delle linee orarie delle mezze ore e dei quarti d'ora .....	318
<b>CAP. XXI - SOLUZIONI SEMPLIFICATE PER LA COSTRUZIONE DI OROLOGI SOLARI SUL MURO DI CASA</b>	
96) Introduzione .....	320

97) Nozioni rapide sull'ora solare .....	320
98) Costruzione dell'orologio con procedura rapida semplificata .....	320
99) Costruzione dell'orologio con procedura empirica .....	326

CAP. XXII - GLI OROLOGI SOLARI SU SUPERFICI NON PIANE

100) Generalità e cenni storici .....	328
101) Sfera, cilindro e cono .....	329
102) Il quadrante equinoziale come strumento costruttivo .....	331
103) Il "triangolo dei segni", strumento costruttivo .....	333
104) Lo "sciatero", strumento costruttivo combinato .....	334

**LIBRO SECONDO**  
**OROLOGI SOLARI D'ALTEZZA**

CAP. XXIII - NOTE INTRODUTTIVE

105) Generalità .....	342
106) Il passaggio dall'altezza del Sole all'ora civile .....	344

CAP. XXIV - OROLOGI SOLARI D'ALTEZZA A TRAGUARDO CON PENDOLO FISSO  
(CLINOMETRI)

107) Concetto basilico .....	346
108) La linea di mira .....	349
109) La scala delle date .....	351
110) Il pendolino .....	355
111) Clinometro con graduazione uniforme delle date .....	356
112) Clinometro con graduazione uniforme delle declinazioni .....	357
113) Clinometro con disposizione non uniforme delle scale diurne .....	362
114) Clinometro per il sistema delle ore diseguali .....	366
115) Uso sul piano orizzontale dei clinometri quadrantali .....	369
116) Esempio di calcolo e disegno di un orologio d'altezza a traguardo .....	370

CAP. XXV - OROLOGIO SOLARE D'ALTEZZA DETTO "CAPPUCCINO"

117) Generalità .....	374
118) Schema costruttivo degli elementi di base .....	374
119) Le linee orarie .....	377
120) I cerchi diurni .....	381
121) La linea limite del sorgere e tramonto .....	382
122) La scala delle altezze .....	382
123) Impiego dell'orologio cappuccino .....	383
124) Riassunto delle formule .....	383
125) Esempio di calcolo e disegno di un orologio solare cappuccino .....	383
126) Commento sulla teoria dell'orologio cappuccino .....	385

CAP. XXVI - OROLOGIO SOLARE D'ALTEZZA DETTO "REGIOMONTANUS"

127) Generalità .....	390
128) Prima fase: come rendere la scala delle date del cappuccino parallela alla linea di base .....	390
129) Seconda fase: come rendere il cappuccino valido per tutte le latitudini .....	394
130) I margini del regiomontanus .....	396
131) Pendolino, traguardo e scala delle altezze .....	397
132) Costruzione geometrica .....	398

133) Riassunto delle formule .....	398
134) Esempio di calcolo e disegno di un orologio solare regiomontanus .....	399
135) L'orologio regiomontanus inverso e rovesciato .....	399
<b>CAP. XXVII - OROLOGIO SOLARE D'ALTEZZA DETTO "NAVICELLA VENEZIANA"</b>	
136) Descrizione e commento .....	408
<b>CAP. XXVIII - COMMENTO SUGLI OROLOGI SOLARI D'ALTEZZA RETTILINEI</b>	
137) Origine e successione cronologica degli orologi rettilinei .....	412
<b>CAP. XXIX - OROLOGI SOLARI D'ALTEZZA A STILO</b>	
138) Generalità .....	416
139) Concetto basilico dell'orologio d'altezza a "ombra versa" .....	416
140) Raggruppamento delle scale giornaliere sul quadro .....	419
141) Le linee orarie .....	420
142) L'orologio solare d'altezza detto "del pastore" .....	422
143) L'orologio del pastore per le ore italiche .....	428
144) Conclusione sull'orologio del pastore .....	430
145) Gli anelli solari .....	430

## LIBRO TERZO

### OROLOGI SOLARI AZIMUTALI

<b>CAP. XXX - NOTE INTRODUTTIVE</b>	
<b>CAP. XXXI - OROLOGI AZIMUTALI GENERICI</b>	
146) L'azimut del Sole e la sua trasformazione in ora .....	444
147) Schema concettuale dell'orologio azimutale generico .....	445
148) Costruzione .....	446
149) Esempio .....	449
<b>CAP. XXXII - OROLOGI AZIMUTALI PROIETTIVI</b>	
150) Concetto generale .....	450
<b>CAP. XXXIII - L'OROLOGIO AZIMUTALE DETTO "ASTROLABIO ORIZZONTALE"</b>	
151) Note introduttive .....	452
152) Cenni sulla proiezione stereografica .....	452
153) La proiezione stereografica della sfera celeste agli effetti dell'orologio azimutale .....	453
154) Costruzione e uso dell'astrolabio orizzontale .....	454
<b>CAP. XXXIV - L'OROLOGIO AZIMUTALE DETTO "ANALEMMATICO"</b>	
155) Note introduttive .....	458
156) Concetto generale dell'orologio analemmatico .....	459
157) La proiezione ortografica della sfera celeste agli effetti dell'orologio azimutale .....	459
158) Le formule per la costruzione dell'orologio analemmatico .....	463
159) La costruzione per via geometrica .....	468
160) L'orientamento .....	471
161) Note conclusive .....	471

CAP. XXXV - L'OROLOGIO AZIMUTALE DETTO "DI LAMBERT"	
162) Costruzione e uso .....	474
163) Dimostrazione .....	476
164) Esempio .....	479
CAP. XXXVI - METODI ALTERNATIVI PER L'ORIENTAMENTO DEGLI OROLOGI ORIZZONTALI	
165) Generalità .....	480
166) L'orologio azimutale "magnetico" .....	480
167) Accoppiamento di strumenti di tipo diverso .....	481

## LIBRO QUARTO OROLOGI CELESTI NOTTURNI

CAP. XXXVII - NOTE INTRODUTTIVE	
168) Generalità .....	488
CAP. XXXVIII - OROLOGI NOTTURNI STELLARI	
169) Generalità .....	490
170) Concetto basico del notturnale .....	491
171) Le stelle da scegliere .....	494
172) Varianti del notturnale e loro costruzione .....	495
173) Il notturnale per le ore italiane .....	499
CAP. XXXIX - OROLOGI LUNARI	
174) Generalità .....	500
175) I moti, le fasi e l'età della Luna .....	500
176) Passaggio dall'ora lunare all'ora solare per mezzo di tabelle .....	501
177) Orologi lunari propriamente detti .....	503

## BIBLIOGRAFIA ESSENZIALE APPENDICI

### A) TAVOLE ASTRONOMICHE

I Declinazione del Sole .....	514
II Equazione del tempo .....	516
III Corrispondenza dello zodiaco con declinazioni e date .....	518
IV Corrispondenza delle declinazioni con zodiaco e date .....	519
V Corrispondenza delle date con declinazioni e zodiaco .....	520

### B) FORMULARIO ESSENZIALE DI TRIGONOMETRIA

VI Goniometria .....	522
VII Trigonometria piana .....	523
VIII Trigonometria sferica .....	524

### C) SIMBOLI PIÙ FREQUENTEMENTE USATI

---

---

# Prefazione

*Nell'evoluzione dell'umanità poche cose appartengono così totalmente e definitivamente al passato come l'orologio solare. La sua storia si perde nei secoli o nei millenni trascorsi; essa inizia certamente con le esperienze immediate dell'alternanza del giorno e della notte e dell'osservazione della variazione di lunghezza e direzione delle ombre; da queste esperienze primordiali nacque chissà dove e quando il primo strumento per la misura del tempo; è facile immaginare che esso sia stato una bacchetta o un palo piantato in terra o qualcosa di simile. Da questo embrione di orologio la gnomonica si è sviluppata attraverso i secoli assumendo lentamente la configurazione di una scienza vasta e profonda, collegata a tutte le altre materie che hanno formato la cultura scientifica dell'uomo, prime fra tutte l'astronomia e la geometria. La letteratura che questa scienza ha lasciato nelle biblioteche è di una incredibile vastità, anche perché in passato non vi è stato uomo di scienza, dai grandissimi come Leonardo e Galileo sino agli umili abati dei conventi, che non si sia occupato a fondo di gnomonica.*

*L'orologio solare poi perse di colpo la sua importanza nel contesto della vita sociale dell'uomo alla fine del XIX secolo, in parte per l'alto livello tecnologico raggiunto dall'orologeria meccanica, ma soprattutto per l'invenzione del telegrafo, con e senza filo, che rese possibile il controllo a distanza dell'ora fornita dall'orologio meccanico.*

*La gnomonica o sciografia, cioè la scienza che fino a quel momento si occupava dell'orologio solare, cadde improvvisamente nell'oblio più completo e si rifugiò nelle biblioteche, dove tuttora rimane sepolta nella polvere.*

*Dopo quasi un secolo di buio e di silenzio, si sta ora manifestando un sorprendente vivace risveglio di interesse per l'orologio solare, i cui motivi sono misteriosi. Personalmente io penso che la causa si debba ricercare in una giustificata reazione alla frenesia della vita moderna; si comincia istintivamente a sentire il bisogno di considerare il tempo in modo più riposante di quanto ci siamo ridotti a fare: le sonde spaziali viaggiano con misuratori del tempo che scartano di un secondo ogni 30 milioni di anni, l'atleta vince o perde una gara per un centesimo di secondo, l'uomo della strada vive tenendo davanti agli occhi una lancetta di secondi che gira veloce e gli scandisce crudelmente, freneticamente, il tempo che passa; la misura del tempo è ormai divenuta un fatto irreversibile di nevrosi collettiva.*

*Ecco forse perché di tanto in tanto qualcuno sente il bisogno di riposare per un momento, cercando di considerare la misura del tempo al modo antico, superato, ma fuori dalla frenesia del centesimo di secondo, al modo cioè degli orologi solari.*

*La nuova attenzione per la dimenticata sciografia rappresenta forse l'istintiva nostalgia delle epoche in cui i giorni si scandivano in quarti d'ora, il lavoro si svolgeva dal sorgere al tramonto, il passare del tempo si giudicava dal lento allungarsi delle ombre o addirittura l'appuntamento si dava per "quando la tua ombra sarà lunga dieci volte il tuo piede" (Aristofane).*

*Ovviamente questo rinato interesse per la gnomonica si rivolge soprattutto verso i musei, le biblioteche, le collezioni; ma, in aggiunta, una vasta curiosità si va facendo strada anche verso*

*le tecniche con cui gli antichi immaginavano, progettavano e costruivano quegli strumenti che davano loro la misura del tempo per mezzo delle ombre. Questa curiosità non sempre trova sbocchi soddisfacenti poiché, mentre con abbondanza le biblioteche e, con molta parsimonia, le librerie offrono testi che descrivono senza dettagli i vari tipi di orologi solari o che raccolgono foto e disegni di ciò che ancora rimane sulle mura di vecchie case e nelle vetrine dei musei, poco o nulla si trova per capire bene come si leggono questi strumenti, come funzionano, come si interpretano, cosa possono darci, come li costruivano gli antichi, e, soprattutto, come possiamo fare noi per ricostruirceli. Questo è lo scopo del libro: analizzare tutti i tipi di orologi e dare, a chi si sofferma un momento a guardare indietro negli anni, i mezzi per capire bene gli strumenti solari dei nostri antenati, e per tentare di rientrare per un attimo in una più riposante filosofia del tempo.*

*A prima vista queste pagine potranno sembrare troppo tecniche e astruse; peraltro, siccome abbiamo cercato di adoperare tutti i mezzi di cui si sono serviti i nostri avi lontani e vicini, dalla trigonometria sferica all'empirismo più elementare, crediamo che tutti potranno trovare la via per arrivare alle conoscenze che si desidera avere.*

*In ogni caso ci auguriamo che ognuno trovi qui quell'attimo di distensione e di serenità che si può avere quando si torna col pensiero all'epoca in cui il tempo si misurava osservando l'ombra che lentamente si accorcia e poi lentamente si allunga. Questo è appunto ciò che il libro vuole essere; oltre che un riposante omaggio all'ingegno dei nostri padri, un invito a distogliere l'attenzione dalla frenesia del centesimo di secondo.*

*Oltretutto, se la fantasia di coloro che ci hanno preceduto nei secoli nel costruire gli strumenti delle ombre è stata enorme, quella di noi contemporanei non è da meno, e potremo ben divertirci nel ripercorrere i sentieri o i viali tracciati dai nostri avi, cercando di riprodurre o re-inventare le loro invenzioni.*

*Circa l'impostazione della materia, osserviamo che i principali trattati di gnomonica (francesi, inglesi, americani, tedeschi), tentano all'inizio del testo di ricostruire la storia dell'orologio solare, cominciando chi dalla preistoria, chi dai Caldei, chi dagli Egiziani e finendo alla sua scomparsa per mano di Morse e di Marconi. Noi preferiamo invece presentare subito il fatto tecnico (cos'è e come si costruisce l'orologio solare) citando poi gli episodi storici meritevoli di menzione in quei punti della trattazione che suggeriscono un richiamo all'evoluzione della gnomonica.*

*Prima di iniziare vorrei ancora sfatare un ingiusto luogo comune, secondo cui l'orologio solare sarebbe meno preciso degli attuali orologi meccanici, che scartano addirittura di pochi secondi all'anno. Nulla di più falso; l'orologio solare non scarta mai di nulla nel corso di molti anni; solo la sua approssimazione è meno microscopica, più umana, più comprensibile. Ciò è tanto vero che anche i modernissimi orologi atomici vengono rifasati a fine anno con i misuratori solari degli osservatori astronomici.*



# Premessa

## CAP. I - NOTE INTRODUTTIVE

### 1) *Dedica al Sole*

Cos'è il tempo? Da sempre il filosofo ha tentato di risponderci all'inutile domanda "Cos'è il tempo?" e probabilmente non vi è ancora riuscito né mai vi riuscirà.

Ciononostante da sempre l'uomo si è sforzato di misurare in qualche modo, pur non arrivando a comprenderla, la misteriosa grandezza "tempo", perché solo così può tentare di dare senso e ordine alle vicende umane.

In questa struggente primordiale ricerca della misura del tempo l'istinto ha indotto l'uomo a collegare il mistero del tempo con il succedersi di eventi ripetitivi; e da millenni gli eventi ripetitivi di cui si è servito a questo scopo sono stati quelli prodotti dal pulsare dell'universo, che in quest'atomo opaco di pulviscolo che è la Terra si manifesta nel modo più evidente con il periodico ossessionante passaggio in cielo del Sole:

"... notte, giorno, notte, giorno, notte, giorno, not ..."; da millenni l'apparizione delle ombre, le loro alternanze, la loro sparizione hanno dato un senso al trascorrere del tempo; da millenni la misura del tempo si è identificata sostanzialmente con l'osservazione delle ombre generate e governate dal Sole.

Oggi l'uomo della nostra generazione ha mandato in pensione il vecchio glorioso marcatempo Sole con la scusa di scarsa precisione (1); nell'arrogante ricerca di eventi ripetitivi per la misura di un incomprensibile tempo, egli ha scoperto che la radiazione elettromagnetica dell'atomo di cesio è più precisa della pulsazione del cosmo e dell'apparente rotazione del Sole, e senza tanti complimenti ha licenziato il suo infallibile fedele marcatempo di tanti millenni, lasciandogli solo un limitato onorifico incarico di consulenza (2).

Sic transit gloria mundi! Ma poiché nessuno ha fatto al povero Sole che usciva di scena lasciando il servizio attivo nemmeno il discorsetto di circostanza o l'elogio funebre, in suo onore e a testimonianza di stima e gratitudine ho voluto riordinare in queste pagine alcune idee sugli orologi solari, cioè su quegli strumenti che per tanti secoli hanno dato significato al Sole come misuratore del tempo.

### 2) *Principi basici degli orologi solari*

Il concetto di fondo della misura del tempo per mezzo delle ombre, cioè il principio informatore della gnomonica, consiste nel seguire la variazione dell'ombra di un oggetto qualsiasi nel corso della giornata; raccolta l'ombra su una superficie qualsiasi, dalla sua posizione si risale all'ora, intendendo per "ora" un prefissato elemento che dia l'indicazione della misura del tempo.

La variabilità nella posizione, forma e dimensione dell'ombra è connessa all'evoluzione di quelle coordinate del Sole che sono variabili nel corso della giornata: *angolo orario*, *altezza*, *azimut*; pertanto la misura o la conoscenza di una di queste tre coordinate può consentire la determinazione dell'ora, qualora si sappia o si stabilisca una relazione biunivoca tra la coordinata variabile del Sole e l'ora.

(1) L'operazione si è sviluppata tra il 1967 e il 1972.

(2) Rifasamento a fine anno del tempo atomico sul tempo solare.

Su questo concetto di fondo, quando viene utilizzato con l'impiego dell'*angolo orario*, si è sviluppata la più vasta categoria di orologi solari, che per semplicità chiameremo "*direzionali*" (anche se la dizione è impropria); sono stati questi i più comuni e diffusi orologi solari nella storia della sciografia e di essi ci occuperemo con particolare dettaglio nel LIBRO PRIMO.

Sullo stesso concetto di fondo sono stati sviluppati anche strumenti nei quali dall'ombra di un apposito oggetto si risale all'ora passando attraverso una delle due coordinate locali del Sole, l'*altezza* e l'*azimut*, che, essendo entrambe variabili con l'ora, sono anch'esse idonee a servire come mezzo di passaggio tra "posizione dell'ombra" e "ora". Esistono quindi due altre categorie di orologi solari; una categoria, ampia e interessante, di orologi detti "*d'altezza*", e una categoria decisamente più limitata di orologi detti "*azimutali*"; di essi tratteremo successivamente nei libri SECONDO e TERZO del nostro studio.

Infine in un succinto LIBRO QUARTO esaminiamo quegli strumenti che per la misura del tempo utilizzano gli astri notturni, Luna e stelle.

### 3) *Quale tipo di ora*

In tema di misura del tempo il lettore della nostra generazione pensa d'istinto all'"*ora solare-media-del-fuso*", cioè a quel tipo di ora che leggiamo sui nostri orologi meccanici da polso e che deriva dal sistema orario detto "civile" o "astronomico" (giorno diviso in 24 parti eguali, chiamate "ore", con inizio alla mezzanotte).

Questo tipo di ora è però artificioso, poiché altera l'ora solare con alcune correzioni che sono richieste dalle esigenze della vita moderna; trattando di orologi solari, cioè di un modo antico di misura del tempo, noi di massima preferiamo restare fedeli all'ora solare genuina e quindi in questo studio, generalmente e salvo diversa indicazione, intenderemo come "ora" l'"*ora-vera-locale*" nel sistema orario civile, cioè l'ora definita dalla effettiva posizione del Sole reale, riferita al meridiano locale con lo 0 alla mezzanotte.

Naturalmente agli effetti della costruzione e della lettura dei vari tipi di orologi solari tratteremo in apposito capitolo anche il caso dell'"*ora moderna*" con le relative correzioni, cioè dell'ora segnata dal nostro attuale orologio meccanico da polso.

Occorre anche tenere presente che in passato altri sistemi orari vennero usati, diversi da quello civile, e che tali sistemi si riflessero ampiamente e in modo incisivo nella tecnologia degli orologi solari dell'epoca e nella cronometria pratica; quindi tratteremo anche di quegli strumenti che impiegano i principali sistemi orari del passato, come il "sistema italico", il "sistema babilonese" e il "sistema temporario delle ore diseguali".

### 4) *Quale tipo di quadro*

Quanto alla superficie su cui vogliamo studiare e disegnare i nostri orologi solari, notiamo che i nostri avi usarono soprattutto superfici piane, e pertanto a queste riserviamo il maggiore spazio del nostro studio, dando solo un cenno sommario sugli strumenti disposti su superfici non piane (sfere, cilindri, coni).

Circa l'orientamento della superficie, anche se gli orologi più comuni del passato furono prevalentemente disposti su quadri verticali, orizzontali o equatoriali, riteniamo preferibile affrontare lo studio nel modo più generale, considerando come sostegno dell'orologio una *superficie piana comunque disposta e orientata* e trattando perciò gli orologi verticali, orizzontali, equatoriali come casi particolari.

Un'altra limitazione la imponiamo sviluppando lo studio solo per la latitudine Nord, in considerazione del fatto che storia e tradizione dell'orologio solare nacquero e si svilupparono nelle civiltà del nostro emisfero. Coloro che lo desiderano, peraltro, non avranno difficoltà ad adattare i risultati dello studio a situazioni di latitudine australe.

### 5) Metodologia per la costruzione di orologi solari

Scopo dello studio che proponiamo al lettore è quello di elaborare la teoria degli orologi solari e di illustrare metodi e modi per la loro pratica costruzione; perciò esaminiamo dapprima quali vie, tra quelle che la scienza mette a disposizione dello studioso, si possono seguire per risolvere il problema nel miglior modo.

La costruzione dell'orologio solare è stata spesso affrontata da autori di tutti i tempi con l'ausilio della *geometria*, descrittiva e proiettiva, per giungere al disegno dello strumento a mezzo di operazioni esclusivamente grafiche o comunque con limitato supporto numerico; tale impostazione appare del tutto logica, poiché come risultato si vuole ottenere un disegno derivante da un processo fisico di proiezione geometrica attuato per mezzo dei raggi solari.

Peraltro, come sempre accade quando la geometria non viene adeguatamente sostenuta dagli algoritmi, la sciografia grafica, semplice e intuitiva, non riesce in pratica a raggiungere quel livello di precisione che appare necessario in lavori di questo genere.

Anche per questo motivo i matematici si sono inseriti in vasta schiera nella storia della sciografia; nel campo dei *metodi numerici* formule di varia natura sono state elaborate in abbondanza nei secoli scorsi (e anche in tempi moderni) per risolvere con calcolo e analisi i problemi della gnomonica. Tutte queste soluzioni, però, a mio parere appaiono complesse e laboriose quando, superata la teoria, si passa alla costruzione pratica dell'orologio; questa via, in altri termini, può dare risultati ben precisi, ma oltre a essere scarsamente intuitiva, difetta sostanzialmente di praticità.

Più interessanti sotto ogni punto di vista appaiono le soluzioni che si servono della *trigonometria sferica*; anzitutto questo tipo di approccio appare del tutto naturale e ben congeniale per affrontare problemi che si manifestano e si sviluppano su una sfera (la sfera celeste); inoltre la precisione che si può conseguire nei risultati non ha nulla da invidiare a quella dei metodi analitici; infine il processo costruttivo pratico rimane ragionevolmente semplice in tutte le circostanze.

Per questi motivi nel nostro studio affrontiamo tutta la problematica della gnomonica direzionale privilegiando il metodo trigonometrico, e chiedendo solo limitato soccorso alla matematica e alla geometria.

Anche in passato la trigonometria è stata ampiamente usata nella gnomonica (naturalmente al livello di conoscenza delle varie epoche), e numerosi metodi trigonometrici sono stati elaborati per dare soluzione al problema della costruzione di tanti tipi di orologi solari. Molti di tali metodi appaiono però parziali o limitati ai casi più semplici o più comuni; le formule trigonometriche che qui proponiamo per gli strumenti direzionali sono state invece elaborate per risolvere in pratica il *problema generale degli orologi solari su superfici piane comunque orientate*, dando ovviamente ampio spazio anche ai casi particolari più semplici e più diffusi.

Per completezza di trattazione, dopo aver esposto la costruzione degli orologi direzionali in via trigonometrica, abbiamo indicato anche una soluzione interamente geometrica, anch'essa estesa al caso generale del quadro comunque disposto e orientato; dopo il caso generale abbiamo ovviamente analizzato anche i più comuni casi particolari.

Infine, a beneficio di coloro che non amano né la trigonometria né la geometria proiettiva, abbiamo segnalato un paio di soluzioni semplificate, compreso un riposante metodo del tutto empirico, per il disegno di elementari orologi solari verticali; e ciò non soltanto per curiosità, ma anche come omaggio al lavoro, all'ingegno, alla fantasia di tutti coloro che nel passato recente e antico per forza di cose dettero ai problemi della sciografia soluzioni totalmente o parzialmente empiriche.

Per quanto riguarda invece gli orologi d'altezza e quelli azimutali, pur conservando alla trigonometria la parte più rilevante della trattazione, ci siamo accorti al consuntivo che istintivamente abbiamo dato maggiore spazio alla geometria elementare; evidentemente l'influenza degli antichi costruttori ha avuto il suo peso, ma non ci pare che i risultati ne abbiano sofferto.

Vogliamo ancora segnalare che in tutto lo studio non abbiamo ricercato la logaritmicità delle formule; l'introduzione in commercio dei minicalcolatori rende ormai del tutto superflua questa esigenza, una volta tenuta in gran conto.

## CAP. II - CENNI SOMMARI DI GEOGRAFIA E COSMOGRAFIA

## 6) Generalità

Per comprendere bene la meccanica di funzionamento dell'orologio solare occorre ricordare, anche solo sommariamente, alcune nozioni elementari sul movimento degli astri, in particolare della Terra e del Sole, finalizzandole agli scopi della gnomonica; riteniamo opportuno che queste nozioni siano premesse in via propedeutica a tutta la trattazione degli orologi solari, peraltro con riserva di riesaminare con maggiori particolari alcuni aspetti di questa materia a mano a mano che se ne presenti la necessità.

## 7) La Terra, le coordinate geografiche e le coordinate locali

La Terra, pianeta del Sole, è un corpo celeste che, agli effetti della gnomonica, può essere considerato perfettamente sferico.

Le posizioni dei vari luoghi sulla superficie della Terra vengono individuate per mezzo di una coppia di coordinate geografiche; il loro sistema di riferimento è ancorato all'asse di rotazione della Terra, che incontra la superficie terrestre nei poli Nord e Sud, rispettivamente  $P_N$  e  $P_S$  nella figura 1; esso è costituito dal circolo massimo  $QQQ'$ , detto "equatore", normale all'asse polare, e dal semicircolo massimo  $P_NGP_S$  passante per una località convenzionale, che attualmente è l'osservatorio astronomico di Greenwich in Gran Bretagna. I semicircoli massimi passanti per i poli, come  $P_NAP_S$ ,

sono chiamati "meridiani"; i circoli minori paralleli all'equatore, come  $BAC$ , sono chiamati "paralleli".

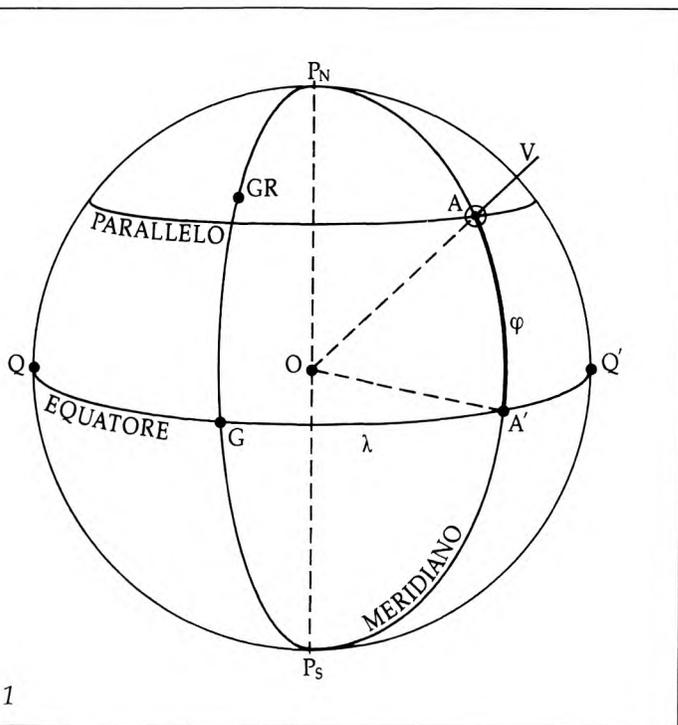
Le due coordinate appoggiate a questo sistema sono la latitudine e la longitudine, che vengono così definite:

– la *latitudine*  $\varphi$  è l'arco  $AA'$  del meridiano che passa per il luogo, misurato in gradi da  $0^\circ$  a  $+90^\circ$  a partire dall'equatore verso il Polo Nord (latitudini positive o Nord) e da  $0^\circ$  a  $-90^\circ$  verso il Polo Sud (latitudini negative o Sud);

– la *longitudine*  $\lambda$  è l'arco  $GA'$  di equatore compreso tra il meridiano di riferimento (Greenwich) e il meridiano del luogo, misurato in gradi da  $0^\circ$  a  $180^\circ$  verso Est (senso antiorario, longitudini positive o Est) o verso Ovest (senso orario, longitudini negative o Ovest).

I sensi di conteggio delle due coordinate si abbreviano normalmente N, S, E, W (3).

(3) W, dall'inglese West, che significa Ovest.



3. 1

Le coordinate geografiche si misurano in gradi, primi, secondi, ecc. (4); quando si impiegano i calcolatori elettronici conviene usare gradi e decimali di grado, tenendo presente che:

- 1 primo = 1/6 decimi di grado;
- 1 secondo = 1/360 decimi di grado.

Ad esempio la posizione geografica del centro di Roma è data dalle coordinate:

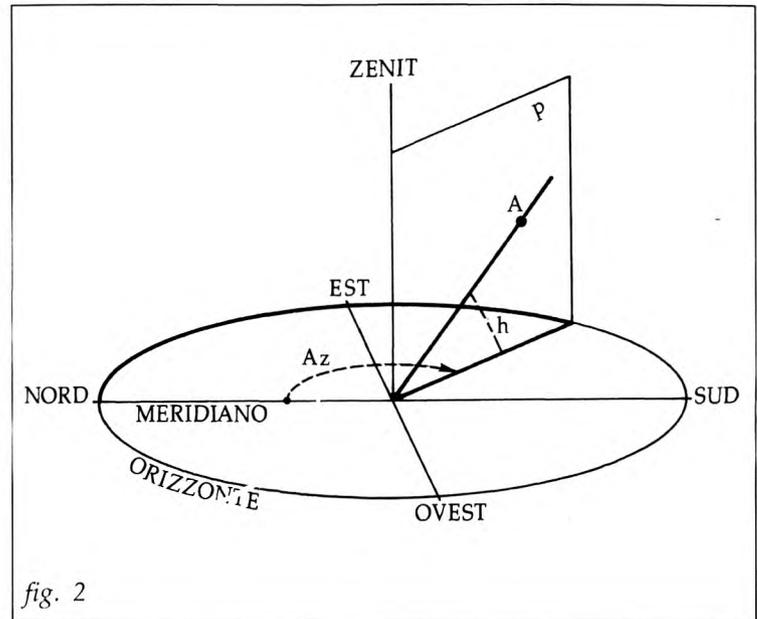
- latitudine:  $\varphi = 41^{\circ}54'$  Nord, ovvero  $41^{\circ}.9N$
- longitudine:  $\lambda = 12^{\circ}30'$  Est, ovvero  $12^{\circ}.5E$ .

Come vedremo meglio nel corso della trattazione, anticipiamo che nella gnomonica la coordinata latitudine ha sempre un'importanza primaria, mentre la longitudine, salvo per qualche particolare aspetto, è sostanzialmente trascurabile.

Il raggio terrestre che passa per una data località, come OV nella figura 1, è specifico per quella località; esso viene chiamato la "verticale" del luogo, e, in via geometrica, la sua direzione nello spazio individua la posizione della località, in alternativa o in concomitanza alle coordinate geografiche.

Osserviamo ancora che le dimensioni della Terra sono minime, addirittura impercettibili, se confrontate con la distanza Terra-Sole; ciò comporta due conseguenze di una certa rilevanza nella trattazione degli orologi solari; anzitutto la Terra può essere considerata puntiforme, concentrata cioè nel suo centro (in linguaggio tecnico si direbbe che la parallasse terrestre viene trascurata); in secondo luogo si assume che i raggi solari che giungono alla Terra siano tutti paralleli fra loro.

Il sistema di coordinate geografiche è rigorosamente obiettivo e non tiene conto di come ciascuno di noi "vede" il mondo che lo circonda. Invece l'osservatore che si trovi in un determinato luogo della Terra ha bisogno di riferire a se stesso tutto ciò che vede intorno a sé. Nasce in conseguenza un secondo sistema di coordinate, detto "locale", che è soggettivo e ancorato questa volta all'uomo che osserva; il centro di questo sistema è ora la posizione dell'osservatore (fig. 2), la cui "verticale" si proietta verso l'alto in una direzione Z chiamata "zenit"; la direzione diametralmente opposta, verso gli antipodi, è detta "nadir"; il piano tangente alla superficie terrestre nel punto in cui si trova l'osservatore è detto "orizzonte"; data la dimensione della Terra, possiamo considerare che il piano-orizzonte coincida con la superficie terrestre nei dintorni dell'osservatore; su questo piano si trova il meridiano locale, che è orientato nelle direzioni dei poli geografici e individua sull'orizzonte i punti cardinali Nord e Sud.



(4) Agli effetti della gnomonica l'approssimazione ai "primi" è sempre più che sufficiente.

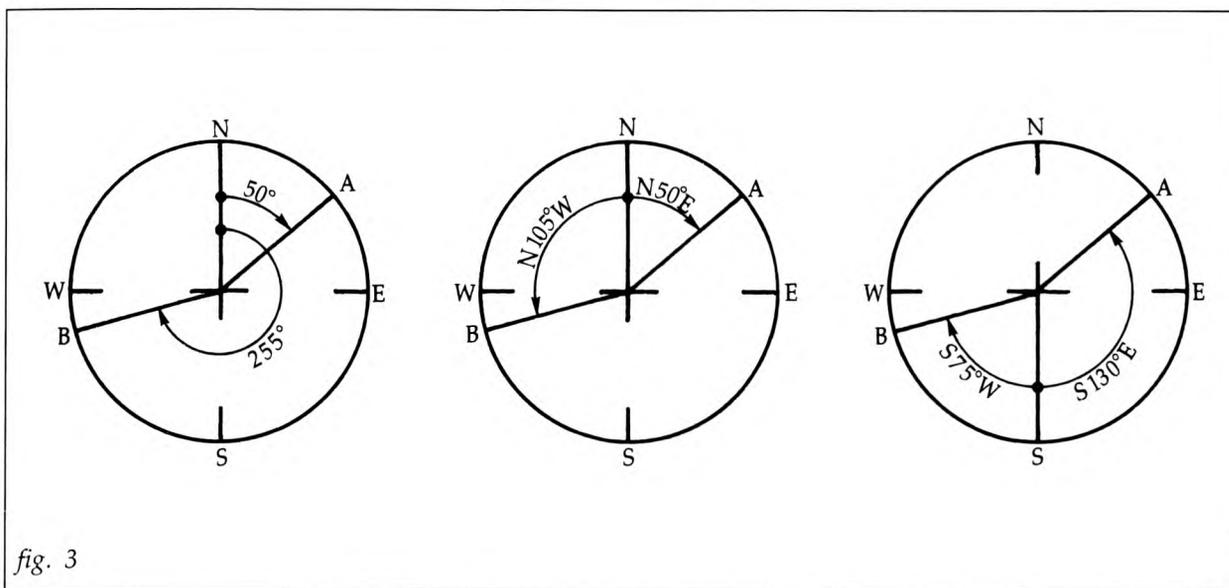
Per indicare la direzione di un oggetto qualsiasi  $A$ , consideriamo (fig. 2) il semipiano  $p$  che origina sulla verticale e contiene  $A$ ; in questo sistema  $p$  viene chiamato "piano verticale" o più semplicemente "il verticale" di  $A$ ; la direzione degli oggetti viene individuata per mezzo di due coordinate, dette azimut e altezza, definite come segue:

– l'"azimut"  $Az$  di un oggetto è l'angolo sull'orizzonte tra la direzione Nord del meridiano locale e la traccia del piano verticale che contiene l'oggetto; si misura in gradi, normalmente a partire da Nord, in senso orario da  $0^\circ$  a  $360^\circ$ ; le direzioni  $90^\circ$  e  $270^\circ$  sono chiamate rispettivamente Est e Ovest;

– l'"altezza"  $h$  di un oggetto è l'angolo sul suo verticale tra l'orizzonte e la direzione dell'oggetto, misurato in gradi da  $0^\circ$  a  $90^\circ$  a partire dall'orizzonte.

Frequentemente l'azimut viene misurato anche da  $0^\circ$  a  $180^\circ$  a partire da Nord verso Est o verso Ovest; nella gnomonica talvolta conviene misurare l'azimut da  $0^\circ$  a  $180^\circ$  a partire da Sud verso Est o verso Ovest.

Questi tipi di azimut, cui diamo il nome più comune di "angolo azimutale" e il simbolo  $Z$ , richiedono che prima del numero si segni la lettera  $N$  o  $S$  per indicare l'inizio della misura e dopo il numero si segni la lettera  $E$  o  $W$  per indicare la direzione del conteggio. Ad esempio



(fig. 3) un azimut di  $50^\circ$  può anche essere indicato  $N50^\circ E$  o  $S130^\circ E$ , un azimut di  $255^\circ$  può essere indicato  $N105^\circ W$  o  $S75^\circ W$ .

A titolo di curiosità ricordiamo che nella nautica la graduazione azimutale dell'orizzonte da  $0^\circ$  a  $360^\circ$  viene chiamata dai marinai, per antica tradizione, la "rosa dei venti".

Si sarà notato che le due coordinate locali  $Az$  e  $h$  definiscono solo la direzione dell'oggetto e non la sua posizione, per definire la quale occorrerebbe ancora la distanza; vedremo però che in cosmografia, come nella gnomonica, interessano solo le direzioni degli astri e quindi la terza coordinata "distanza" non è necessaria e non viene considerata.

### 8) I movimenti della Terra

Il Sole, che governa il tempo e quindi "gestisce" gli orologi solari è una "stella fissa" e, per quel che ci interessa, non si sposta nel cosmo rispetto alle altre stelle.

I movimenti che noi terrestri gli attribuiamo sono moti apparenti derivanti dai movimenti della Terra; perciò, sempre limitando l'esame alle sole esigenze della gnomonica, dobbiamo iniziare descrivendo i moti del pianeta Terra che influenzano l'orologio solare.

La Terra è soggetta a due movimenti, uno di rotazione su se stessa intorno all'asse polare e uno di rotazione intorno al Sole.

Il primo movimento si svolge in senso antiorario (guardando dal Nord), dura 24 ore e determina, come imponente conseguenza, l'alternarsi dei giorni e delle notti, separati dai grandiosi fenomeni del sorgere e del tramonto del Sole.

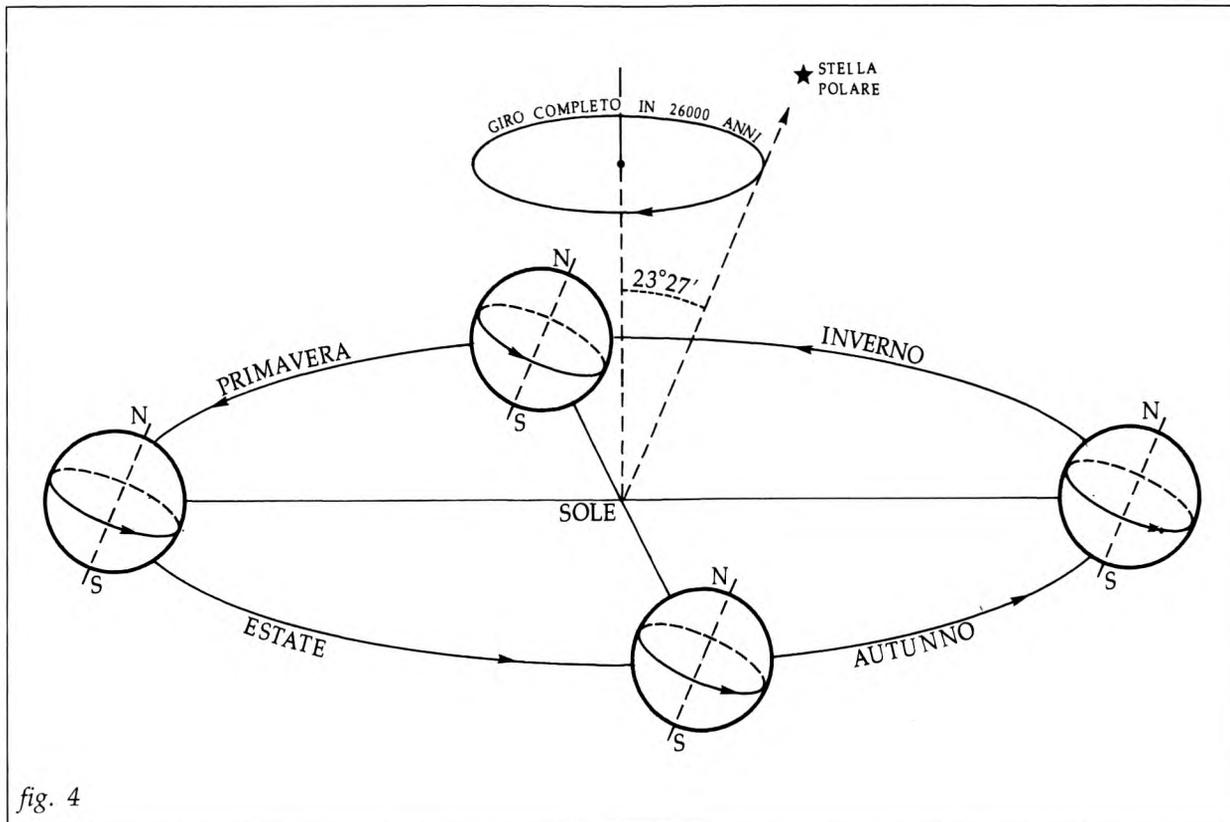


fig. 4

Il secondo movimento, rotazione della Terra intorno al Sole, si svolge in senso antiorario (guardando da Nord) su un'orbita ellittica di cui il Sole occupa uno dei fuochi; la durata di un giro completo, detta "anno tropico", è di giorni 365.2422.

L'asse della rotazione terrestre (fig. 4) è inclinato di  $23^{\circ}27'$  rispetto all'asse dell'orbita ellittica intorno al Sole. Questo assetto dell'asse terrestre ha un notevole significato nella cosmografia e nella gnomonica sotto molteplici aspetti e merita particolare attenzione. In

primo luogo esso determina l'alternanza delle stagioni, poiché i due emisferi della Terra, Nord e Sud, ricevono maggiore o minore insolazione a seconda del tratto di orbita ellittica in cui il pianeta si trova nel suo giro annuale. In secondo luogo l'asse terrestre, nel suo attuale assetto, punta a una specifica stella del firmamento, la cosiddetta Stella Polare, che così materializza la direzione del Polo Nord e può essere utilizzata per orientare correttamente la rosa dei venti sull'orizzonte.

L'inclinazione dell'asse terrestre sull'asse dell'orbita merita ancora due osservazioni, che peraltro non hanno rilevanza per l'orologio solare. La prima osservazione segnala che quell'inclinazione subisce una lenta secolare diminuzione; per dare un'idea di questo fenomeno diciamo che 2000 anni fa, all'inizio dell'era volgare, l'inclinazione dell'asse terrestre si aggirava intorno a  $23^{\circ}43'$ ; oggi, ridotta a  $23^{\circ}27'$ , per i nostri scopi si può tranquillamente arrotondare a  $23^{\circ}.5$  o  $23^{\circ}.4$ . La seconda osservazione ricorda che la direzione dell'asse terrestre subisce una lentissima rotazione conica in senso orario che si completa in 26000 anni (fig. 4); attualmente la direzione dell'asse è tale che il piano dell'equatore terrestre viene a passare per il Sole circa  $13^{\circ}$  prima che la Terra arrivi sulla perpendicolare per il Sole all'asse maggiore dell'orbita. A titolo di curiosità notiamo anche che questo moto conico dell'asse terrestre comporta un suo lentissimo slittamento fra le stelle e quindi un millenario cambiamento di quella stella che in futuro potrà essere chiamata "Stella Polare".

Queste ultime osservazioni sui movimenti dell'asse terrestre sono state riferite solo per completezza di trattazione; infatti essi non hanno alcuna influenza sulla gnomonica (salvo, forse, nello studio di orologi solari molto antichi, ammesso e non concesso che i loro costruttori conoscessero in modo perfetto l'assetto cosmografico del sistema solare).

### 9) La sfera celeste e i moti apparenti degli astri

L'uomo, situato sulla Terra, nell'osservare ciò che lo circonda, non riesce ad attribuire i moti degli astri, e del Sole in particolare, ai movimenti del proprio pianeta; egli normalmente "vede" gli astri che si spostano intorno alla Terra secondo moti che vengono chiamati "apparenti" proprio perché non sono reali, ma così appaiono all'osservatore. Tutto lo studio della cosmografia pratica e della gnomonica viene fatto considerando appunto i moti apparenti degli astri; a questo scopo, dato che a noi interessano solo le direzioni e non le distanze, si immagina che intorno all'osservatore vi sia la superficie di una sfera di raggio arbitrario non precisato, con l'osservatore al centro; su questa sfera si proiettano centrograficamente gli astri e i loro moti apparenti, così come li vede l'osservatore. In sostanza in questo modo si trasferisce il cosmo visibile su quella sfera apparente che

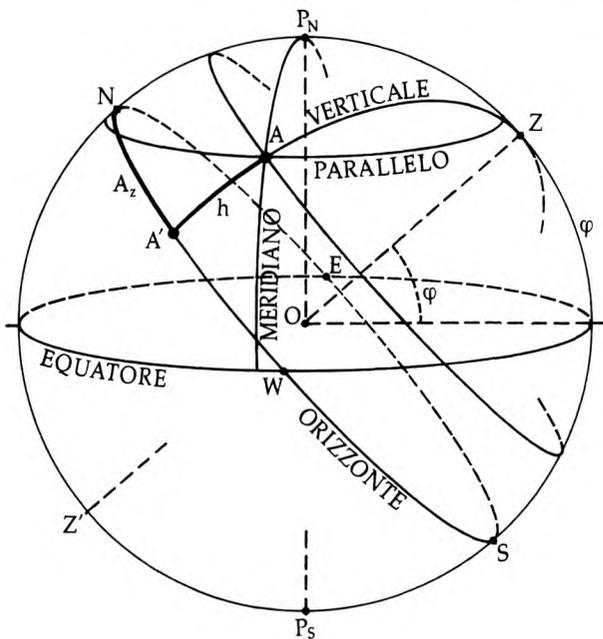


fig. 5

l'uomo comune chiama "volta celeste" e che in cosmografia si usa chiamare "sfera celeste".

Riportiamo ora sulla sfera celeste tutto ciò che di reale abbiamo visto sinora, tenendo presente che le dimensioni della Terra sono così piccole da poter considerare il nostro pianeta concentrato nel punto centrale della sfera celeste (fig. 5).

I poli geografici si proiettano sui poli celesti Nord ( $P_N$ ) e Sud ( $P_S$ ); meridiani, paralleli ed equatore appaiono eguali a quelli terrestri; lo zenit del nostro specifico osservatore in latitudine  $\varphi$  si trova in  $Z$  e la sua direzione (verticale dell'osservatore) risulta inclinata sull'equatore quanto la latitudine  $\varphi$ ;  $Z'$  è il nadir; l'orizzonte si proietta nel circolo massimo perpendicolare a  $ZZ'$ ; i punti cardinali si dispongono come nella figura, con il Nord sul prolungamento dell'arco  $ZP_N$ . Il meridiano che contiene il punto cardinale Sud viene chiamato "meridiano superiore", quello che contiene il punto cardinale Nord viene chiamato "meridiano inferiore".

L'osservatore può "vedere" tutto ciò che si trova al di sopra dell'orizzonte, cioè oggetti e fenomeni che si trovano o si manifestano nell'emisfero che ha per polo lo zenit  $Z$ ; l'altro emisfero, dalla parte del nadir  $Z'$ , è invisibile.

Il "piano verticale" di un astro  $A$  si proietta nell'arco  $ZAA'$ , quindi l'azimut di  $A$  è l'arco  $NESA'$ , ovvero l'arco  $NA'$  da Nord verso Ovest (o i corrispondenti angoli in  $Z$ ) mentre la sua altezza è l'arco  $AA'$  (o l'angolo  $AOA'$ ).

Trasferiamo ora sulla sfera celeste anche i moti apparenti del Sole, derivanti da quelli reali della Terra (fig. 6), e iniziamo con il moto annuale della Terra sull'orbita ellittica; se "fermiamo" la Terra, il moto apparente del Sole che ne deriva si manifesta sulla sfera celeste come un circolo massimo inclinato di  $23^\circ 27'$  sul piano dell'equatore; su di esso il Sole si muove in senso antiorario spostandosi in mezzo alle stelle e completando un giro nei 365.2422 giorni dell'anno tropico. Questo circolo, che viene chiamato "eclittica" (5), incontra l'equatore in due punti universalmente indicati con i simboli  $\gamma$  e  $\gamma'$ ; il punto  $\gamma$ , dove il Sole inizia il suo percorso nell'emisfero Nord, è detto comunemente "punto gamma" o "punto vernale" e, come vedremo, è un elemento particolarmente importante sia in cosmografia che in gnomonica.

Sulla sfera celeste le posizioni oggettive degli astri vengono individuate per mezzo di un sistema di coordinate celesti dette "equatoriali", del tutto simili alle coordinate geografiche. La coordinata sull'equatore è chiamata "ascensione retta" e si conta in gradi da  $0^\circ$  a  $360^\circ$  ovvero in ore da  $0^h$  a  $24^h$  in senso antiorario a partire dal punto gamma; la corrispondenza gradi-ore è

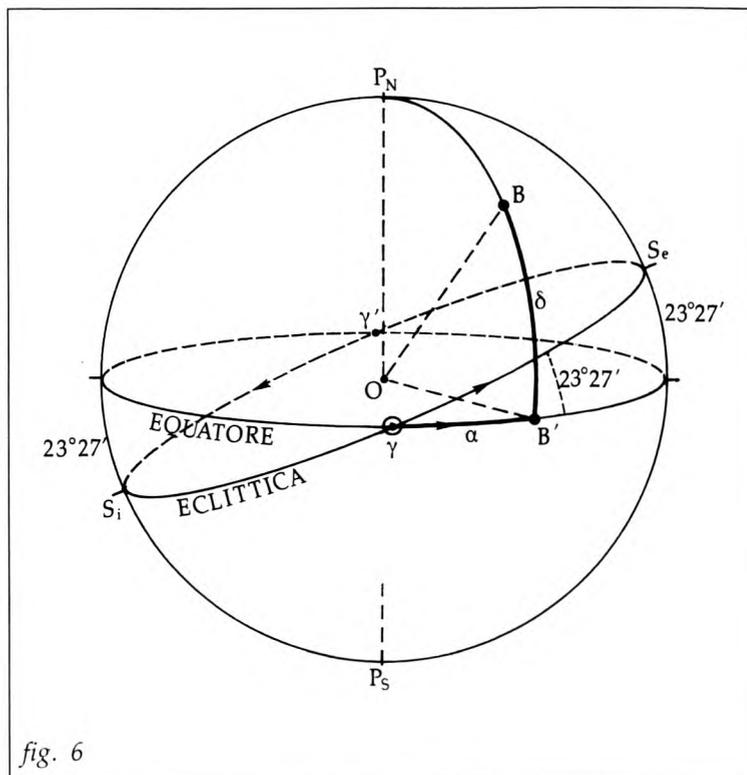


fig. 6

(5) L'etimologia deriva dal fatto che su questo circolo si verificano le eclissi di Sole e di Luna.

ovviamente  $15^\circ = 1^h$ . Questa coordinata, che non ha grande importanza nel campo della gnomonica, normalmente è indicata con il simbolo  $\alpha$ .

La seconda coordinata equatoriale è detta "declinazione" e, soprattutto quando riferita al Sole, rappresenta un elemento fondamentale in tutta la trattazione degli orologi solari; essa si misura sul meridiano celeste dell'astro (chiamato anche "circolo orario") a partire dall'equatore da  $0^\circ$  a  $+90^\circ$  verso Nord e da  $0^\circ$  a  $-90^\circ$  verso Sud; il suo simbolo più comune è  $\delta$ . Le declinazioni positive e negative vengono anche indicate rispettivamente Nord e Sud.

Nel caso dell'astro B (fig. 6) l'ascensione retta è  $\gamma$  B' e la declinazione è B'B.

L'eclittica viene divisa in quattro archi di  $90^\circ$  dai punti  $\gamma$ ,  $S_e$ ,  $\gamma'$ ,  $S_i$ ; questi tratti sono percorsi dal Sole in successione nelle quattro stagioni, primavera, estate, autunno, inverno, a partire dal punto gamma. I quattro punti che separano le stagioni sono chiamati come indicato nel seguente specchietto, in cui sono riportate anche le loro coordinate equatoriali e le date di transito del Sole su di essi:

Punto	Nome	$\alpha$	$\delta$	Data
$\gamma$	Equinozio di primavera	$0^\circ$	$0^\circ$	20/21 Marzo
$S_e$	Solstizio d'estate	$90^\circ$	$+23^\circ.5$	21 Giugno
$\gamma'$	Equinozio d'autunno	$180^\circ$	$0^\circ$	22/23 Settembre
$S_i$	Solstizio d'inverno	$270^\circ$	$-23^\circ.5$	21/22 Dicembre

Gli antichi usavano dividere l'eclittica in dodici tratti di  $30^\circ$  (tre per ciascuna stagione), chiamati con i dodici "segni zodiacali"; ciascun segno, corrispondente ad una specifica costellazione, comprendeva il percorso del Sole in circa un mese, e a sua volta era diviso in 30 "gradi", ciascuno corrispondente a circa un giorno.

Per individuare i vari punti dello zodiaco sull'eclittica potrà essere utile in seguito considerare un'altra coordinata: la "longitudine celeste"; essa si misura sull'eclittica da  $0^\circ$  a  $360^\circ$  in senso antiorario a partire dal punto gamma e generalmente è indicata con il simbolo  $\lambda$  (da non confondere con la longitudine geografica).

La successione dei segni zodiacali e la loro corrispondenza con le date e con le declinazioni del Sole saranno trattate in dettaglio quando si parlerà del calendario. Le tavole III-IV-V dell'appendice A riportano una dettagliata sintesi di queste relazioni.

Circa la variazione della declinazione solare nel corso di un anno, notiamo che essa aumenta da  $-23^\circ.5$  a  $+23^\circ.5$  mentre il Sole "sale" sull'eclittica dal solstizio d'inverno a quello d'estate; quindi ridiscende a  $-23^\circ.5$  passando dal solstizio estivo a quello invernale; nella tavola I dell'appendice A sono riportati i valori medi della declinazione del Sole per tutti i giorni dell'anno.

Mentre il giro apparente del Sole causa la successione delle stagioni, la rotazione della Terra su se stessa trasferisce sulla sfera celeste tutta una serie di fenomeni, tra cui l'alternanza del giorno e della notte; vediamo come tutto ciò si manifesta riprendendo nella figura 7 la sfera celeste, che questa volta disegniamo con lo zenit in alto.

Rammentiamo che l'orizzonte separa la semisfera visibile, quella superiore con polo nello zenit Z, da quella invisibile. Il moto reale della Terra intorno all'asse  $P_N P_S$  determina una rotazione apparente di tutta la sfera celeste e degli astri che in essa figurano in senso orario della durata di 24 ore; perciò un astro A che si trovi in declinazione  $\delta$  descrive sulla volta

celeste il cerchio minore DD', che possiamo chiamare "cerchio di declinazione"; ciò comporta che l'astro viene visto sorgere nel punto S, salire in altezza e aumentare d'azimut sino ad arrivare alla culminazione in D (massima altezza, azimut 180°), quindi, continuando ad aumentare d'azimut, scendere in altezza sino a tramontare in T. L'arco SDT è chiamato, con ovvio significato, "arco diurno", mentre TD'S è l'"arco notturno".

Per seguire questo transito dell'astro al trascorrere del tempo conviene introdurre un'altra coordinata locale di particolare importanza, l'"angolo orario", simbolo t; essa si definisce come l'angolo tra il meridiano inferiore e il meridiano che contiene l'astro, e si misura in ore da 0<sup>h</sup> a 24<sup>h</sup> in senso orario. Nel caso dell'astro A della figura 7, l'angolo orario t è l'angolo A'P<sub>N</sub>Q'.

L'angolo orario può essere misurato anche sull'equatore; nel caso dell'astro A esso è rappresentato dall'arco Q'A'. Inoltre l'angolo orario può essere misurato da 0 a 12 ore a partire dal meridiano superiore P<sub>N</sub>Q verso

Est o verso Ovest; in questi casi la coordinata viene chiamata "angolo al polo" e si indica con P; il P deve sempre essere seguito da E o da W per indicare il senso del conteggio. La relazione tra l'angolo orario t e l'angolo al polo P è:

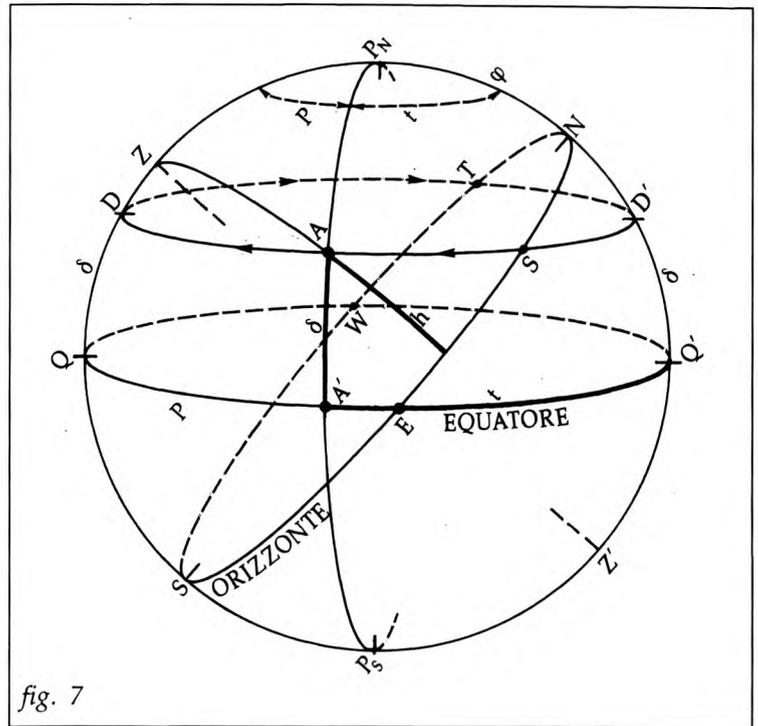
$$t = 12^h - P \text{ Est}; \quad t = 12^h + P \text{ Ovest.}$$

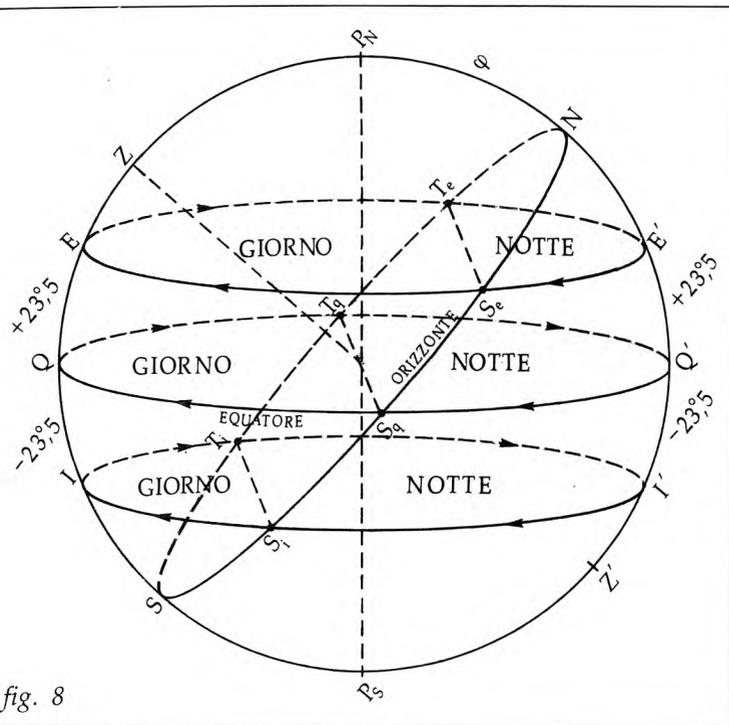
I meridiani celesti, quando riferiti all'angolo orario, sono chiamati "circoli orari"; allo stesso modo i semipiani che originano sull'asse di rotazione P<sub>N</sub>P<sub>S</sub> e che quindi individuano sulla sfera celeste i circoli orari sono chiamati "semipiani orari". Vedremo che la rotazione diurna del semipiano orario o del circolo orario del Sole definisce l'"ora", cioè il personaggio principale di tutta la nostra trattazione.

L'evoluzione delle coordinate locali di un astro (azimut, altezza, angolo orario) nonché di tutti gli elementi collegati (archi diurno e notturno, ore e azimut al sorgere e al tramonto, altezza della culminazione, ecc.) dipendono direttamente dalla latitudine dell'osservatore e dalla declinazione dell'astro. Lasciamo al lettore l'esercizio di analizzare i vari casi che si possono presentare al variare di questi due parametri, e torniamo all'astro che maggiormente ci interessa, il Sole.

Anche il Sole, come tutti gli oggetti celesti, subisce l'apparente rotazione diurna dovuta alla reale rotazione terrestre, ma abbiamo visto che, a differenza delle stelle, la sua declinazione varia oscillando tra +23°.5 e -23°.5 (fig. 8).

Ciò significa che il Sole descrive giornalmente un cerchio di declinazione variabile nel corso dell'anno e compreso tra i due cerchi estremi EE' (solstizio estivo) e II' (solstizio invernale). In conseguenza la presenza del Sole sopra l'orizzonte è variabile, secondo la data,



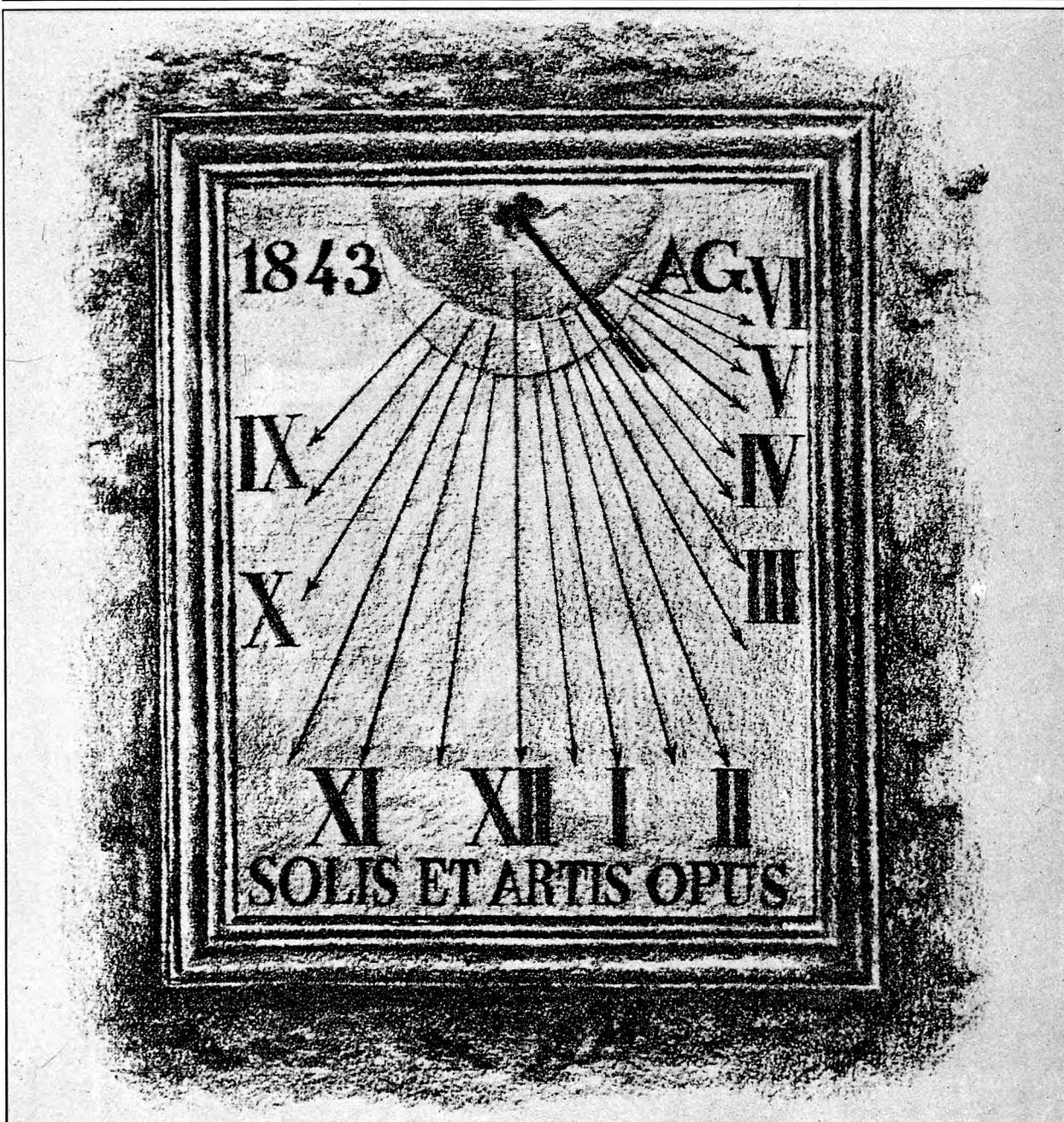


da un massimo al solstizio estivo, quando sorge in  $S_e$  e tramonta in  $T_e$ , fino a un minimo al solstizio invernale quando sorge in  $S_i$  e tramonta in  $T_i$ . Agli equinozi, quando la sua declinazione è  $0^\circ$ , il Sole sorge in  $S_q$  e tramonta in  $T_q$  e il suo percorso risulta diviso dall'orizzonte in due parti eguali; giorno e notte sono entrambi di 12 ore e tale situazione giustifica il nome di "equinozio" assegnato a questa posizione del Sole.

La corona circolare compresa tra i due cerchi estremi della declinazione solare rappresenta la zona della sfera celeste in cui il Sole si può trovare nel corso dell'anno; essa prende il nome di "fascia zodiacale" e racchiude al suo interno l'eclittica con i dodici segni zodiacali; ovviamente anche l'eclittica con tutti i suoi elementi ruota giornalmente intorno all'asse polare, insieme con il Sole e con le stelle.

In questa rapida escursione nella cosmografia sciografica abbiamo intenzionalmente trascurato del tutto i movimenti dei pianeti del sistema solare poiché essi non hanno

alcuna rilevanza nei riguardi dell'orologio solare; invece rimandiamo all'apposito capitolo degli orologi notturni un breve cenno sui moti, piuttosto complessi, della Luna.



1

1, Quadrante verticale, molto semplice, su una casa in Val d'Aosta; l'addensamento delle linee orarie sulla destra segnala che la declinazione del quadro è occidentale.



2, Sfera armillare in ottone.

2





Libro primo  
Orologi solari direzionali

## CAP. III - GENERALITÀ

## 10) Concetto dell'orologio direzionale

Gli orologi solari detti *direzionali* sono quelli che per ricavare l'ora dalla posizione del Sole sulla volta celeste utilizzano la coordinata celeste dell'astro detta *angolo orario*. Abbiamo visto (par. 9 e fig. 7) che per effetto della rotazione terrestre l'"angolo orario" varia, in modo uniforme, di 24 ore nel corso della giornata; esso passa da  $0^h$  a  $12^h$  mentre il Sole si sposta dal meridiano inferiore a quello superiore, e arriva poi a  $24^h$  quando in chiusura di giornata il Sole ritorna al meridiano inferiore. L'"angolo orario" sostanzialmente scandisce il passaggio delle ore allo scorrere del tempo e quindi si manifesta come un elemento particolarmente idoneo a servire da coordinata di transito tra Sole e orologio solare. Vediamo come in pratica questo transito si possa materializzare sfruttando le ombre prodotte dal Sole.

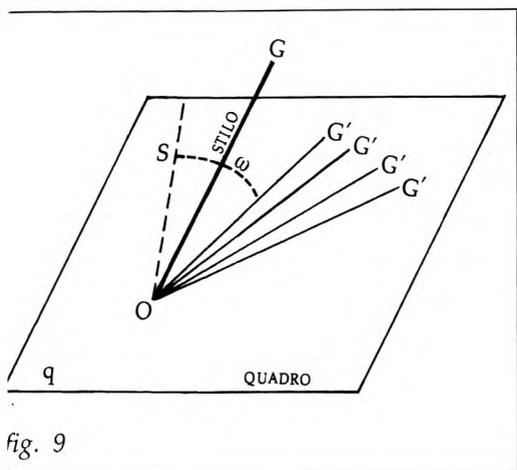


fig. 9

Si supponga di avere una superficie piana  $q$ , che chiameremo "quadro" (fig. 9), comunque orientata rispetto all'orizzonte locale, e di innestarvi in un punto  $O$  in un

modo qualsiasi una bacchetta rettilinea  $OG$ , che chiameremo "stilo".

In un istante qualsiasi il Sole proietterà sul quadro l'ombra di  $OG$  secondo una certa semiretta  $OG'$ . Nel corso della giornata l'ombra  $OG'$  dello stilo si sposterà sul quadro seguendo lo spostarsi del Sole dal sorgere al tramonto, determinando una certa corrispondenza tra i momenti della giornata e la posizione dell'ombra  $OG'$ , sempre semiretta uscente da  $O$ .

Se sul quadro assumiamo una semiretta fissa  $OS$  come linea di riferimento, la posizione della semiretta-ombra  $OG'$ , mobile con l'ora resta individuata dall'angolo  $\omega = SOG'$ , che, in corrispondenza biunivoca con l'ora, può essere assunto in ogni istante di quella giornata come "indicatore dell'ora".

Al passare dei giorni la corrispondenza "ore-ombre" si modifica perché lo spostamento del Sole in declinazione altera i rapporti geometrici Sole-stilo-quadro alla stessa ora.

Se però la bacchetta-stilo viene innestata sul quadro in modo da risultare *parallela all'asse terrestre*, il Sole ruoterà intorno ad essa come se essa fosse il suo asse di rotazione, origine del fascio dei semipiani orari (6), e le variazioni di declinazione del Sole non modificano la corrispondenza biunivoca tra "ore" e "ombre" e quindi la corrispondenza tra "ore" e angoli  $\omega$ .

Notiamo infatti (fig. 10) che le ombre  $t$  dello stilo altro non sono che le tracce sul quadro dei cerchi orari (o semipiani orari) del Sole; se facciamo coincidere l'asse di rotazione dei semipiani orari con lo stilo  $OG$ , ad ogni specifica ora corrisponde una semiretta-intersezione, sempre la stessa alla stessa ora, qualunque sia la declinazione del Sole  $\delta$  e quindi qualunque

(6) Salvo parallasse, che, non superando nella peggiore ipotesi i  $9''$  d'arco, è del tutto trascurabile in questo contesto.

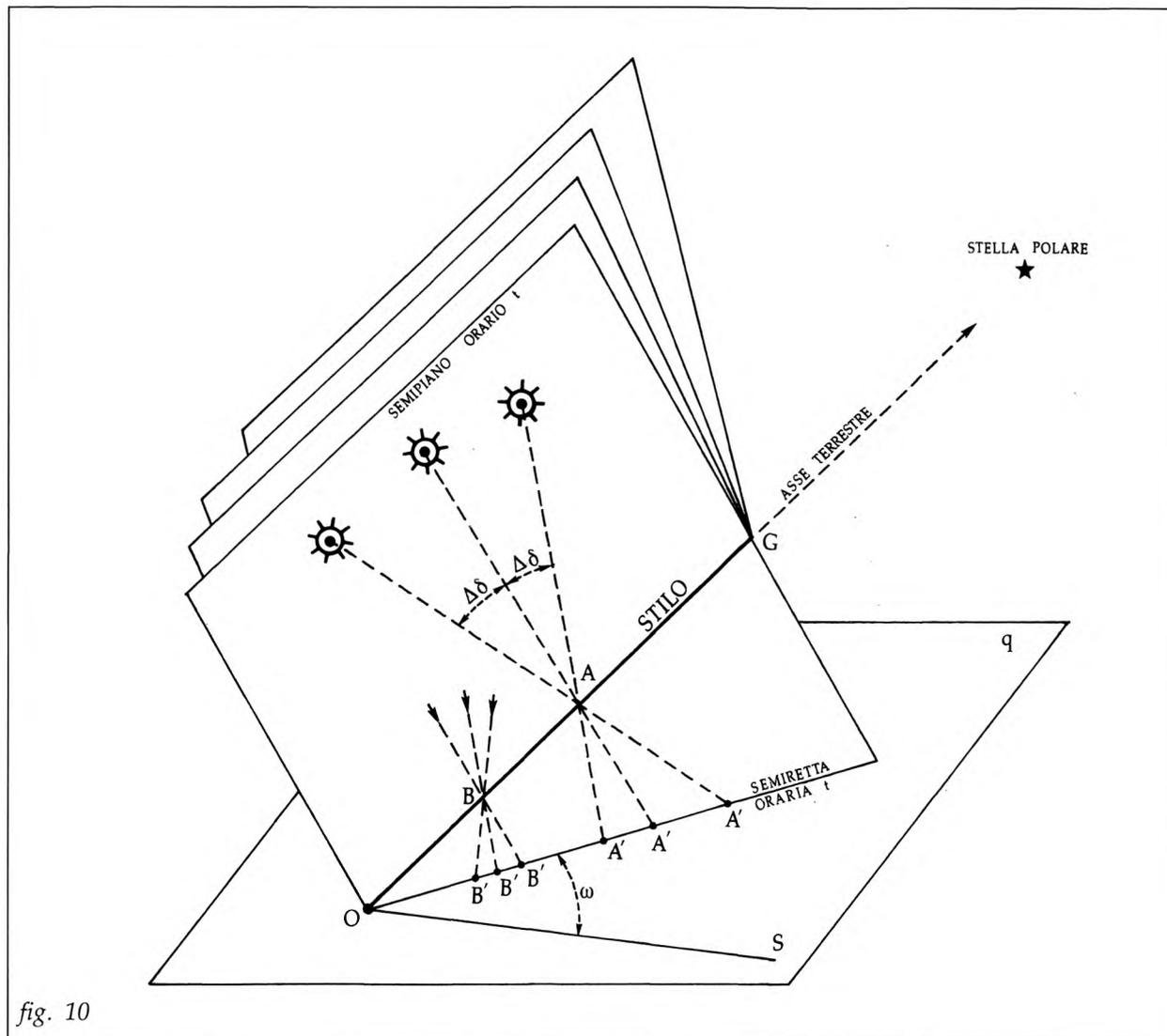


fig. 10

sia il giorno dell'anno. In altri termini, poiché la variazione di  $\delta$  del Sole ( $\Delta\delta$ ) si svolge sul piano orario, le ombre  $A'$  e  $B'$  dei punti  $A$  e  $B$  dello stilo all'ora  $t$ , al variare della  $\delta$  si spostano lungo la semiretta oraria  $t$  senza alterare la corrispondenza biunivoca tra ora e ombra, e cioè senza modificare l'angolo  $\omega$  tra la semiretta oraria  $t$  e la semiretta di riferimento  $OS$ .

Su questo principio si basa quella vasta categoria di orologi solari che abbiamo chiamato genericamente "direzionali" (talvolta chiamati anche, erroneamente, "meridiane"). In questa parte dello studio intendiamo elaborare, nel quadro più generale della gnomonica, un metodo per costruire tali strumenti su superfici comunque orientate. Sul piano concettuale vogliamo in sostanza rintracciare la legge che mette in relazione biunivoca l'ora e la posizione istantanea dell'ombra dello stilo  $o$ , in altri termini (fig. 10), l'ora  $t$  e l'angolo  $\omega$ .

## CAP. IV - INDIVIDUAZIONE DEL QUADRO

11) *Inclinazione e declinazione*

Prendiamo anzitutto in esame il piano, detto "quadro", comunque orientato e su di esso scegliamo (fig. 11) un punto qualsiasi  $O$  come punto di riferimento, che chiamiamo "centro dell'orologio".

Per il centro  $O$  individuiamo due rette fondamentali, tra loro perpendicolari:

- la retta orizzontale  $o$ ;
- la retta di massima pendenza  $v$ .

La orizzontale  $o$  è la traccia sul quadro del piano orizzontale per  $O$ ; la  $v$  è la traccia sul quadro del piano verticale per  $O$  perpendicolare alla  $o$ ; l'orientamento del quadro verrà riferito a queste due rette.

Notiamo ancora che per comodità ci conviene orientare la  $v$  nella direzione in cui essa si solleva dall'orizzonte; inoltre, sempre per comodità, chiameremo la retta di massima pendenza  $v$  la "verticale" del quadro, anche se questa definizione è impropria.

Ci proponiamo ora di individuare la posizione del quadro rispetto all'orizzonte orientato del luogo. Si consideri a tale scopo la sfera rappresentativa delle direzioni, cele-

ste o terrestri che sia, (fig. 12) di un osservatore  $Z$  in latitudine geografica  $\varphi$  (7), che figura al centro della sfera; la superficie piana di un quadro generico per orologio solare può essere definita indifferentemente sia sul piano che passa per il centro  $O$  della sfera, rappresentato dal circolo massimo  $QQ'Q''$ , sia su un piano parallelo al primo tangente alla sfera in  $A$ , polo di  $QQ'Q''$  e indicato con  $qq'$ .

Deriva che gli elementi necessari per la individuazione del quadro sono due, e precisamente le due coordinate che definiscono sulla sfera la posizione del punto  $A$ , polo del quadro o punto di tangenza; chiameremo queste due coordinate:

- inclinazione  $i$  del quadro;
- declinazione gnomonica  $d$  del quadro (8).

Esse si definiscono come segue.

a) – *Inclinazione  $i$* : è l'angolo tra il quadro e la verticale  $O'Z$  del luogo (9) (fig. 13). Se  $v$  è la linea di massima pendenza del quadro, l'inclinazione  $i$  è anche l'angolo tra  $v$  e la verticale

(7) Si rammenta qui che la longitudine è irrilevante agli effetti degli orologi solari (salvo le implicazioni derivanti dai due concetti dei fusi orari e della mobilità degli orologi solari, che si vedranno in seguito).

(8) Quando non vi è equivoco, essa viene chiamata semplicemente "declinazione". Si ricorda che esistono anche altre "declinazioni", come la declinazione astronomica e la declinazione magnetica.

(9) Alcuni autori la indicano invece come l'angolo tra quadro e orizzonte.

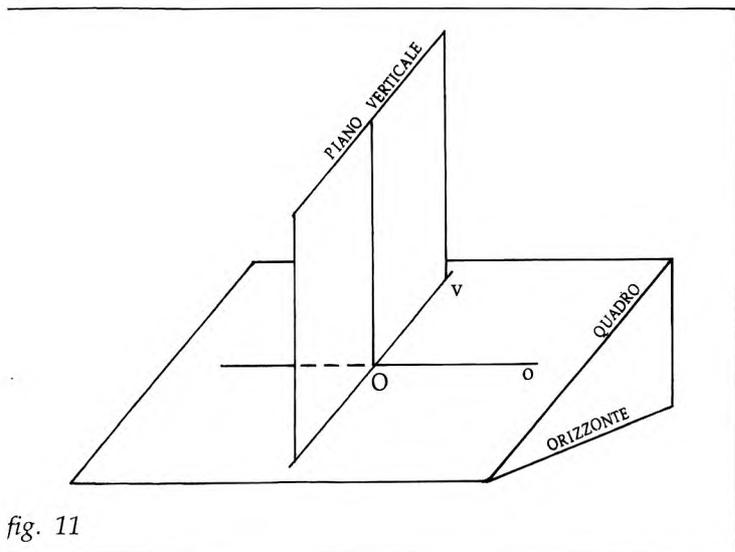


fig. 11

O'Z del luogo. Infine  $i$  è anche il complemento dell'angolo tra orizzonte e quadro.

Per gli scopi di questo studio la  $i$  viene contata da  $+90^\circ$  a  $0^\circ$  a partire dalla posizione orizzontale superiore (cioè quadro rivolto esattamente verso lo zenit) fino alla posizione verticale, e da  $0^\circ$  a  $-90^\circ$  dalla posizione verticale a quella orizzontale inferiore (cioè quadro rivolto esattamente verso il nadir) (fig. 14).

Trasferendo sulla sfera delle direzioni di un osservatore Z il concetto espresso nella figura 14, appare evidente (fig. 15) come va considerata l'evoluzione della  $i$  passando da  $+90^\circ$  (quadro orizzontale superiore) a  $0^\circ$  (quadro verticale) e infine a  $-90^\circ$  (quadro orizzontale inferiore).

b) — *Declinazione gnomonica d*: è l'angolo tra la traccia del quadro sull'orizzonte e la direzione Est-Ovest del luogo. Quindi nella figura 16 la declinazione è l'angolo tra la retta RR' e la retta Est-Ovest.

La  $d$  può anche essere individuata come l'angolo azimutale del verticale della linea di massima pendenza del quadro, come è facile vedere nella figura 16.

Sulla sfera celeste (fig. 17) la  $d$  è più facilmente individuabile come l'angolo tra il verticale Sud ZS e il verticale ZA' del polo A del quadro (o punto di tangenza). Nel caso della figura 17 la declinazione è perciò rappresentata dall'angolo SZA' (come pure dagli archi di orizzonte SA', WR', ER).

Per gli scopi di questo studio la declinazione gnomonica  $d$  viene contata da  $0^\circ$  (quadro rivolto esattamente a Sud) sino a  $180^\circ$ , sia verso Est che verso Ovest (fig. 18), e, quando necessario sarà indicata dE o dW.

Passando sulla sfera delle direzioni dell'osservatore Z, appare evidente (fig. 19) come va considerata l'evoluzione della declinazione  $d$  mentre passa da  $0^\circ$  a  $180^\circ$  verso Est e da  $0^\circ$  a  $180^\circ$  verso Ovest (10).

Per completare l'argomento delle coordinate  $i$  e  $d$  del quadro, si osservi che, se

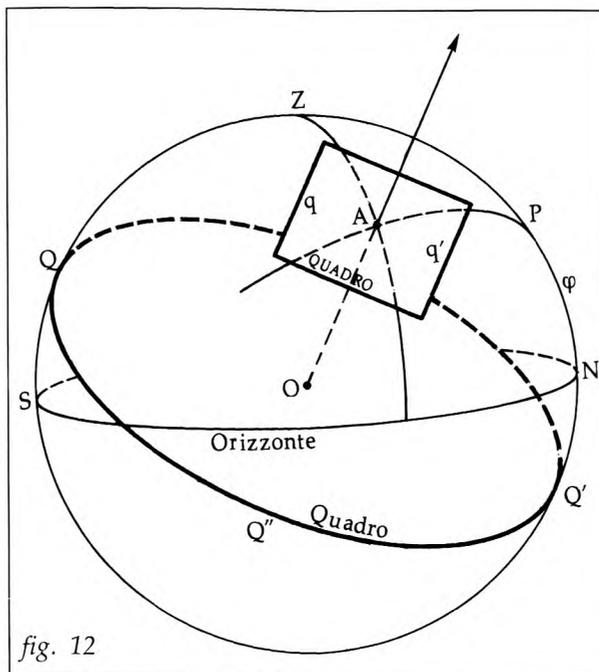


fig. 12

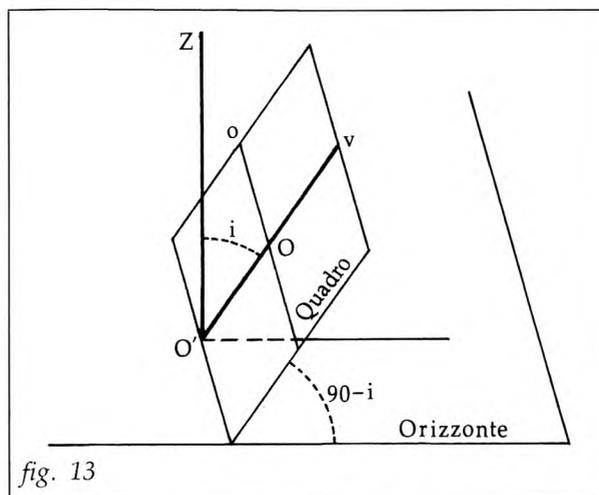


fig. 13

(10) Le declinazioni  $d$  potrebbero anche ricevere il segno + a Est e il segno - a Ovest, ma ciò avrebbe scarsa importanza pratica, come si vedrà in seguito.

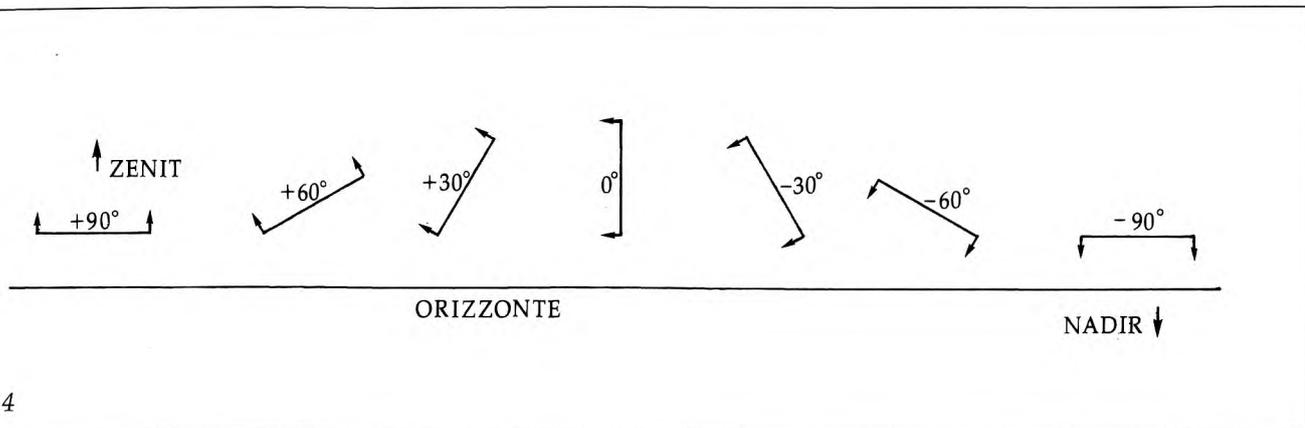


fig. 14

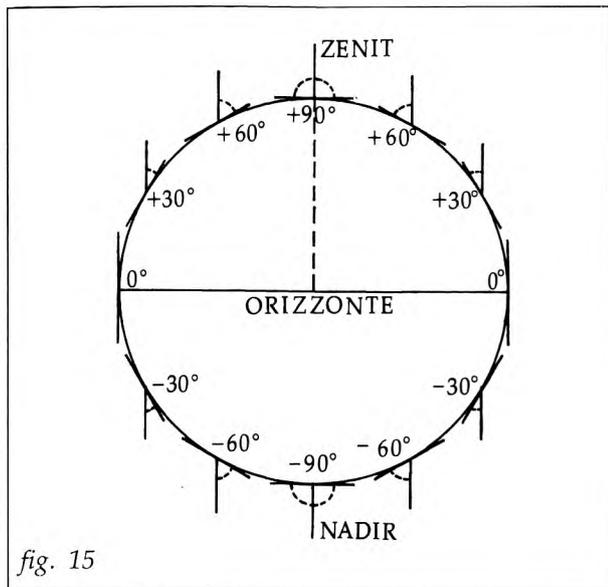


fig. 15

assumiamo per individuare il quadro la posizione sulla sfera del punto A (fig. 12), punto di tangenza del quadro (o polo del circolo massimo che rappresenta il quadro), le convenzioni ora stabilite per le coordinate  $i$  e  $d$  si identificano con quelle stabilite sia per le coordinate geografiche  $\varphi$  e  $\lambda$  (latitudine e longitudine), sia per le coordinate altazimutali  $h$  e  $Z$  (altezza e angolo azimutale) (fig. 20).

Prima di lasciare l'argomento della localizzazione del quadro conviene menzionare le classificazioni che usualmente vengono fatte dei vari tipi di quadro a seconda del loro orientamento. Troviamo così categorie dei tipi seguenti.

— *Rispetto all'orizzonte*: quadri superiori o inferiori, a seconda che siano rivolti verso l'emisfero dello zenit o del nadir (cioè con inclinazione  $i$  positiva o negativa).

— *Rispetto all'equatore*: quadri boreali (settentrionali) o australi (meridionali), a seconda che siano rivolti verso l'emisfero del Polo Nord o del Polo Sud.

— *Rispetto al meridiano*: quadri orientali o occidentali, di ovvio significato (declinazione gnomonica Est o Ovest).

— *Con riguardo alla  $i$* : quadri orizzontali ( $i=90^\circ$ ), verticali ( $i=0^\circ$ ) o genericamente inclinati.

— *Con riguardo alla  $d$* : quadri diretti ( $d=0^\circ$ ), meridiani ( $d=90^\circ$ ), declinanti a Levante ( $d$  Est) o a Ponente ( $d$  Ovest).

— *Con riguardo alla  $\varphi$* : quadri polari quando contengono l'asse terrestre, e quadri equinoziali quando sono paralleli al piano dell'equatore.

Ovviamente le varie categorie possono combinarsi fra loro, ma questo esercizio lo lasciamo al lettore nei singoli casi, a mano a mano che si possono incontrare.

Il caso più generale, che tratteremo inizialmente in questo studio, è quello del *quadro inclinato declinante*, da cui tutti gli altri si possono derivare.

In seguito passeremo ai più comuni casi particolari, la cui trattazione si semplifica notevolmente sia nella teoria che nella pratica; tra questi casi esamineremo in modo dettagliato l'*orologio verticale*, tipico modello da parete (forse il più noto al pubblico tra gli strumenti gnomonici) che tutti avranno visto spesso sui muri delle vecchie case; l'*orologio orizzontale*, usato frequentemente per adornare giardini, parchi, terrazze, e spesso inserito nei modelli portatili; l'*orologio equinoziale*, il più semplice e facile di tutti, quasi sempre piccolo e portatile, che in gran varietà di modelli si può trovare nei musei e nelle collezioni.

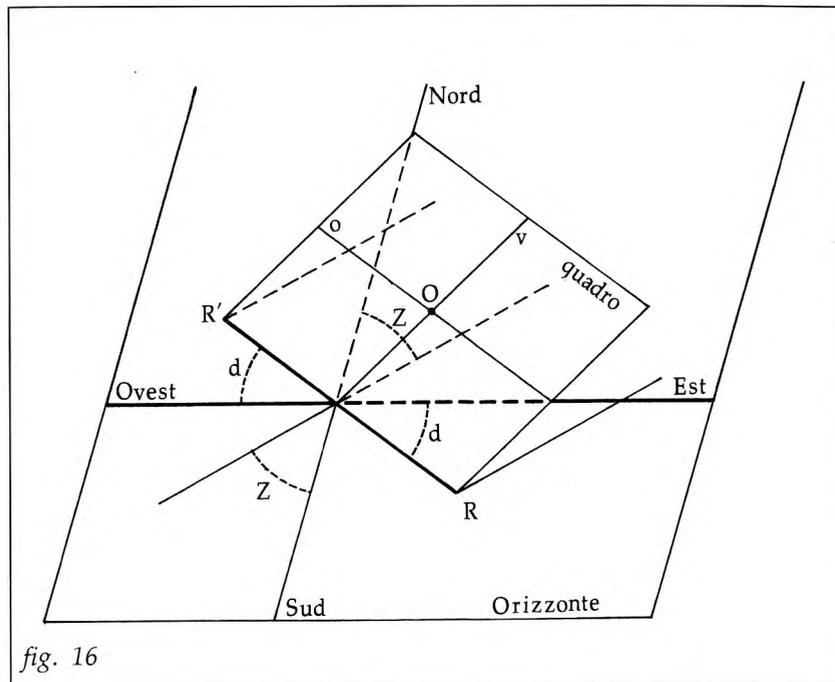


fig. 16

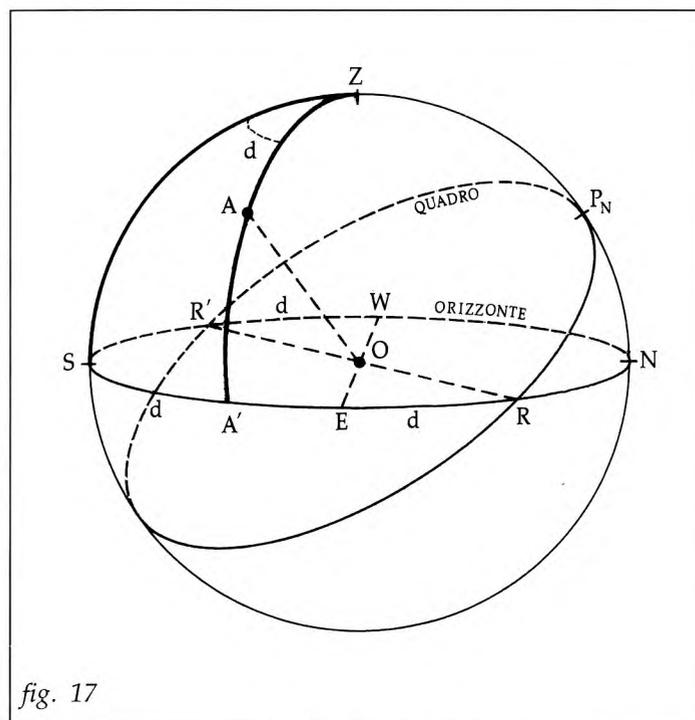


fig. 17

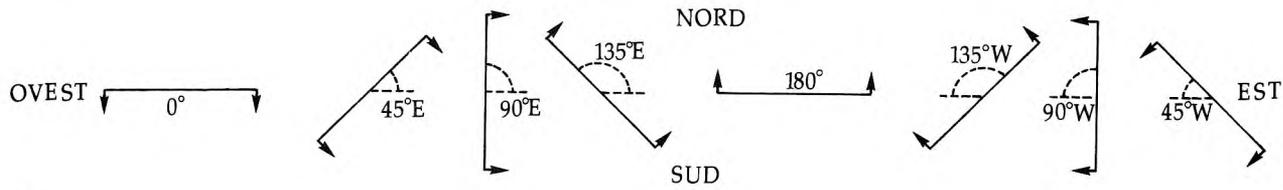


fig. 18

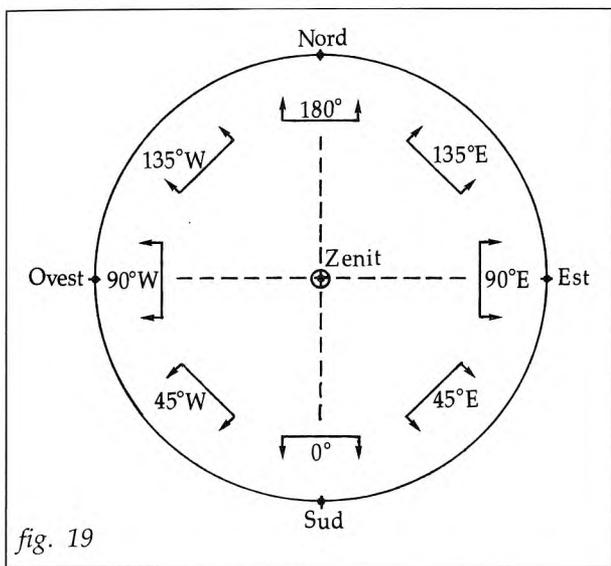


fig. 19

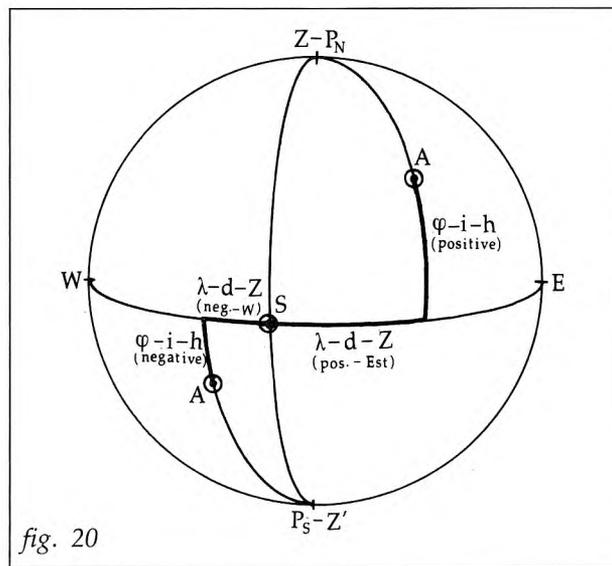
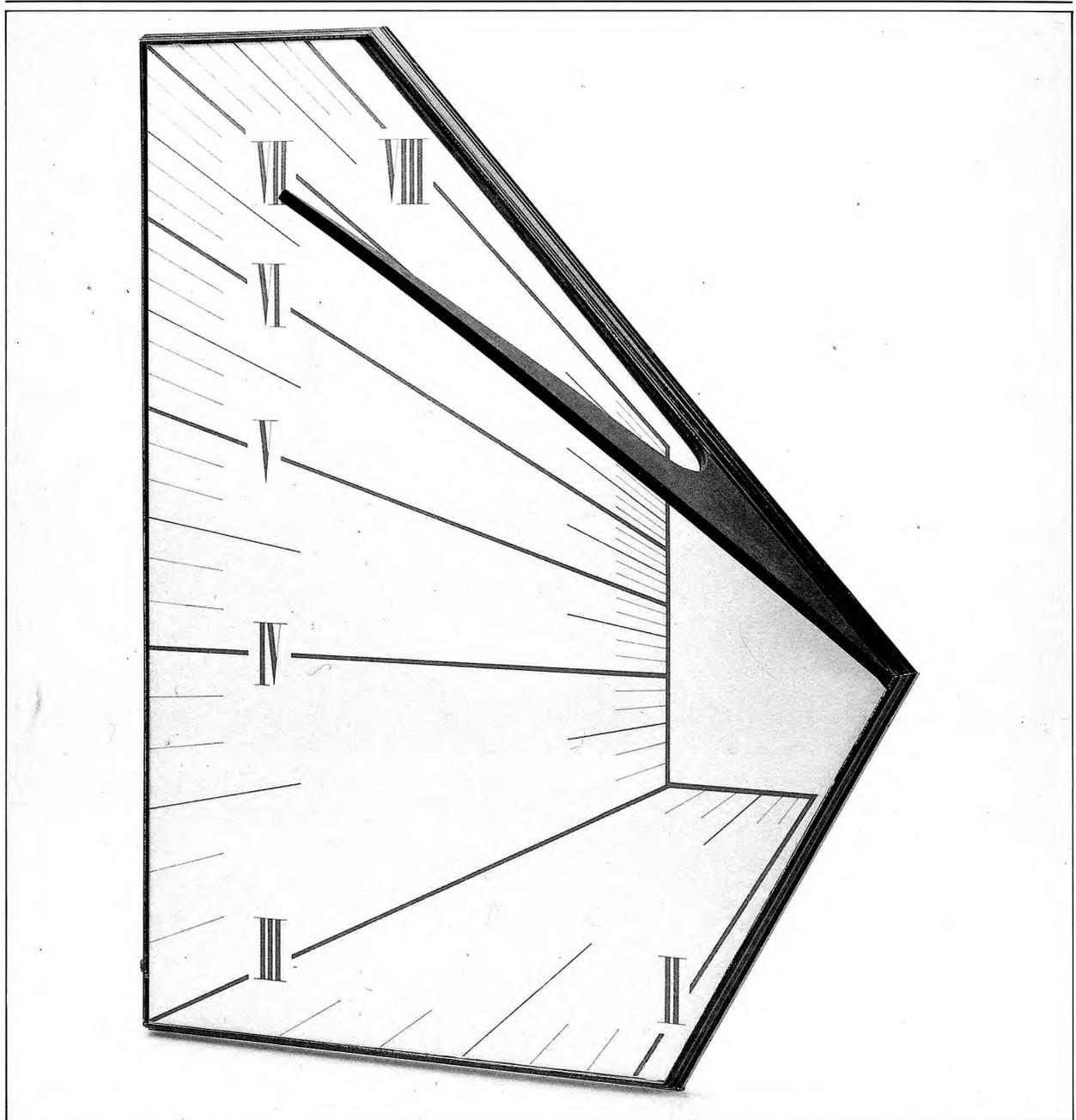


fig. 20



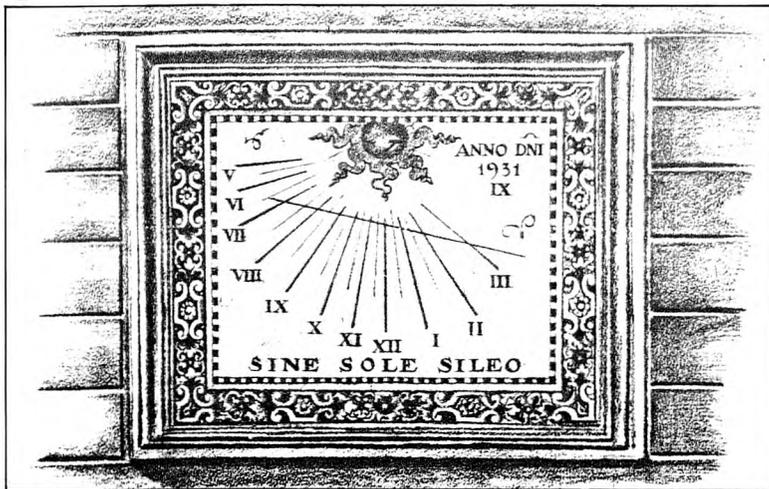
3

*3, Su questo modello di quadro verticale lo stilo rivolto verso l'alto (elevazione positiva) indica che la declinazione gnomonica è maggiore di 90°; infatti il quadrante guarda nel settore Nord-Ovest e quindi funziona solo per un limitato numero di ore pomeridiane.*



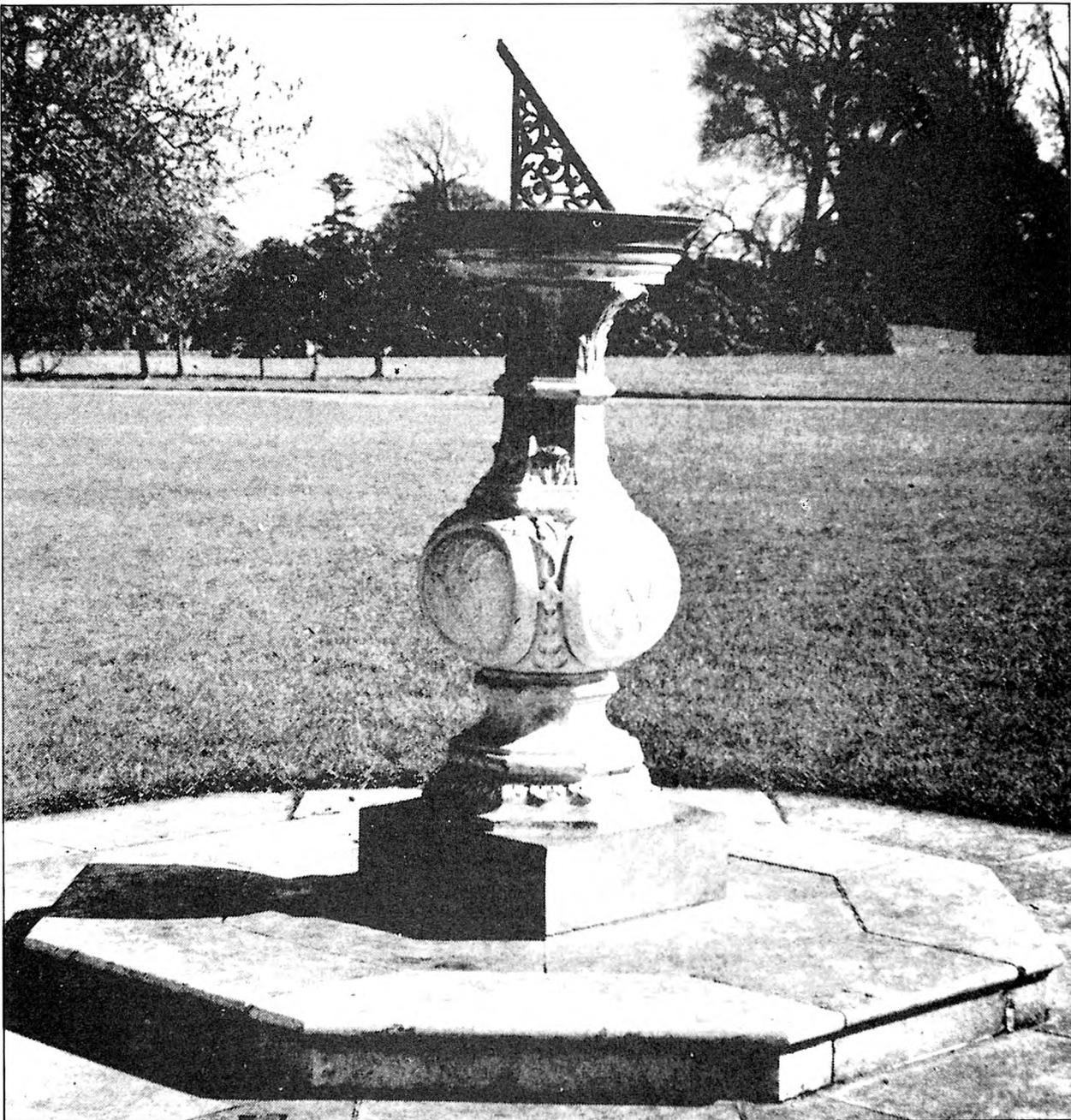
4

4, Orologio solare orizzontale situato nell'Orto Botanico di Brema (Germania).



5

5, Le rette orarie di questo quadrante verticale sono tagliate dalla retta equinoziale, perpendicolare alla sustilare; la sua inclinazione indica che la declinazione del quadro è leggermente orientale.



6

*6, Tipico orologio orizzontale su colonnina, del genere che molto spesso veniva usato per adornare parchi e giardini.*

## CAP. V - DATI, INCOGNITE, FORMULE RISOLUTIVE

## 12) I dati del problema

Riportando nuovamente sulla sfera delle direzioni di un osservatore Z in latitudine nota  $\varphi$  (fig. 21) i due concetti di declinazione gnomonica  $d$  e di inclinazione  $i$ , posto in A il punto che definisce l'orientamento del quadro, inclinato-declinante, si vede facilmente che:

- l'arco AA' è l'inclinazione  $i$  (positiva in questo caso);
- l'arco SA' o l'angolo  $\widehat{SZA'}$  è la declinazione gnomonica  $d$  (Est e maggiore di  $90^\circ$  in questo caso).

Pertanto nel triangolo  $ZAP_N$  (11) abbiamo individuato due lati e l'angolo compreso:

- lato  $ZP_N = 90^\circ - \varphi$ ;
- lato  $ZA = 90^\circ - i$ ;
- angolo  $\widehat{AZP_N} = 180^\circ - d$ ;

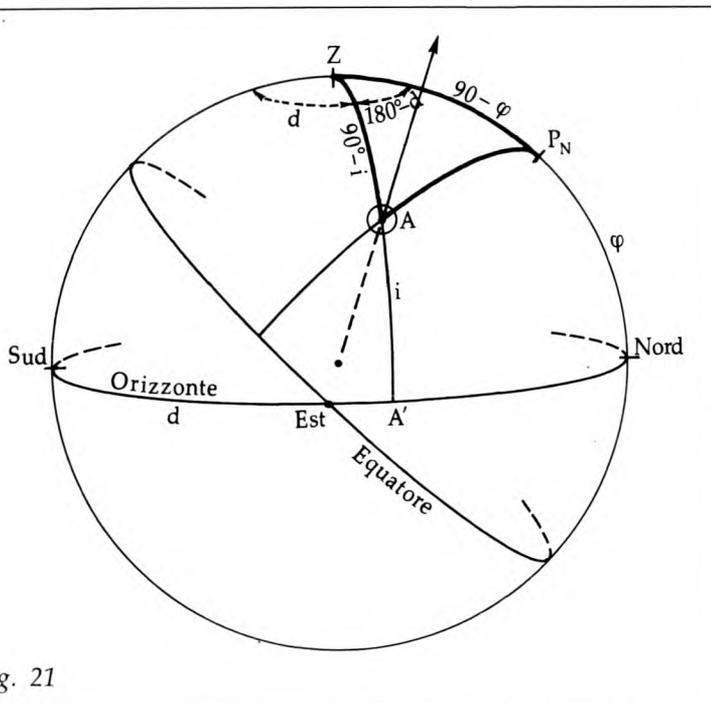
sono questi appunto i tre dati fondamentali – latitudine, inclinazione, declinazione – che definiscono e condizionano forma e natura di ogni orologio solare piano.

## 13) Le incognite del problema

Tornando al nostro quadro  $q$  comunque orientato, e quindi inclinato-declinante, (fig. 22), dove troviamo:

- il centro O dell'orologio,
- la linea orizzontale  $o$ ,
- la verticale  $v$  del quadro (linea di massima pendenza),
- lo stilo OG puntato sulla Stella Polare perché è parallelo all'asse terrestre, appare evidente che per poter ricercare la corrispondenza "ore-ombre" (cioè la corrispondenza tra il fascio dei semipiani orari e le rispettive intersezioni di essi sul quadro) occorre anzitutto individuare l'orientamento dello stilo rispetto al quadro; detta "sustilare" la semiretta  $s$ , proiezione dello stilo sul quadro, lo stilo sarà individuato quando saranno noti:

- l'angolo  $\sigma$  tra la sustilare  $s$  e la verticale  $v$  del quadro, che chiamiamo "angolo sustilare";



g. 21

(11) Chi conosce la Navigazione Astronomica noterà che il triangolo  $ZAP_N$  è lo stesso triangolo che "gioca" nel problema del punto-nave astronomico, qualora si ponga l'astro in A.

– l'angolo  $\varepsilon$  tra lo stilo e il quadro, che chiamiamo "elevazione dello stilo"; sono queste pertanto due delle incognite del problema, quelle necessarie per individuare la posizione dello stilo rispetto al quadro.

Dovremo ora ricercare il fascio delle linee orarie, cioè le intersezioni dei semipiani orari sul quadro, tutte semirette con origine in O sulle quali l'ombra dello stilo marcherà l'ora.

Assumiamo la sustilare  $s$  come semiretta fissa di riferimento delle semirette orarie (fig. 23) e chiamiamo "ora sustilare  $t_\sigma$ " l'ora in cui l'ombra dello stilo passa sulla linea sustilare  $s$ . All'ora generica  $t$ , essendo trascorso dopo l'ora sustilare  $t_\sigma$  l'intervallo  $\Delta t = t - t_\sigma$ , l'ombra si sarà spostata in posizione tale da formare l'angolo  $\omega$  con la sustilare  $s$ ; misurato  $\omega$ , potremo ottenere l'ora  $t$  se conosceremo la relazione che lega l'angolo  $\omega$  e l'intervallo  $\Delta t$ . Inversamente potremo disegnare sul quadro la semiretta oraria  $t$  se, nota  $t_\sigma$ , con la stessa relazione passeremo dall'intervallo  $\Delta t$  all'angolo  $\omega$ .

Ad ore simmetriche rispetto all'ora sustilare  $t_\sigma$  ( $\Delta t$  eguali in valore assoluto) l'ombra marcherà due semirette orarie simmetriche rispetto alla sustilare  $s$  (fig. 24); il fascio delle linee orarie si configura così come un fascio di semirette con origine in O, simmetriche rispetto alla sustilare  $s$ , e potrà essere disegnato completamente quando, disegnata la sustilare a mezzo dell'angolo  $\sigma$ , si conoscerà anche:

- $t_\sigma$ , ora sustilare, che fissa l'ora di riferimento per definire gli intervalli  $\Delta t = t - t_\sigma$ ;
- $\omega$ , angolo delle linee orarie, che fissa la posizione, rispetto alla sustilare, di ciascuna linea oraria  $t$  intervallata dall'ora sustilare di  $\Delta t = t - t_\sigma$ .

Con la  $t_\sigma$  e l' $\omega$  abbiamo così individuato altre due incognite del nostro problema.

La maggioranza degli autori include tra le incognite principali del problema anche la "linea meridiana", cioè la semiretta oraria coperta dall'ombra dello stilo quando l'ora  $t$  è  $12^h$ . Io preferirei trattare questa linea oraria – non necessaria nel mio schema risolutivo – come una linea oraria qualsiasi. Peraltro per rispetto della tradizione e anche per avere un controllo dei calcoli, la inserisco in extremis tra le incognite da ricercare, osservando che essa è individuabile per mezzo dell'angolo  $\mu$  tra la linea verticale  $v$  del quadro e la semiretta oraria meridiana (ora  $12^h$ ).

Trasferiamo le 5 incognite così individuate –  $\varepsilon$ ,  $\sigma$ ,  $t_\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\mu$  – sulla sfera celeste

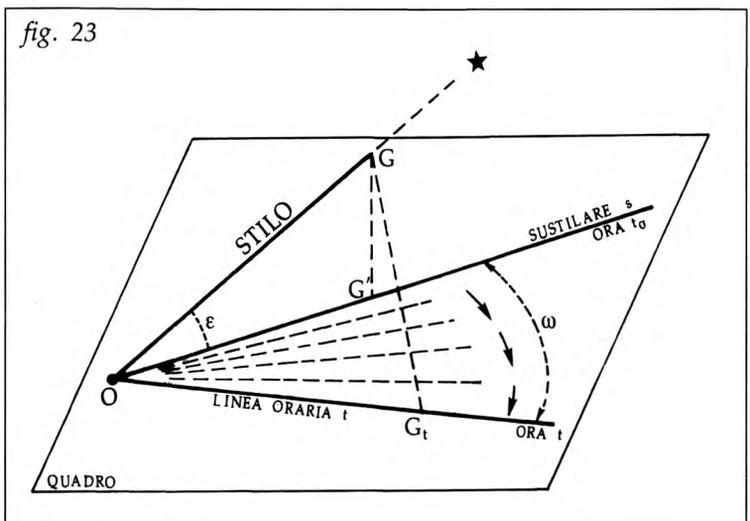
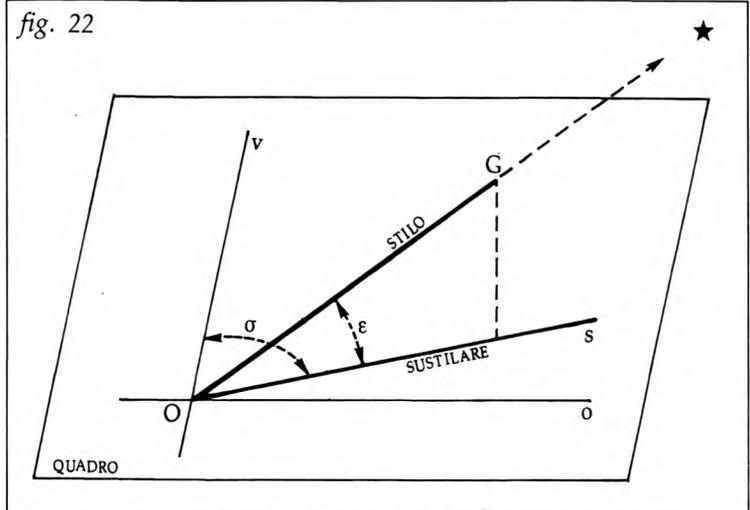
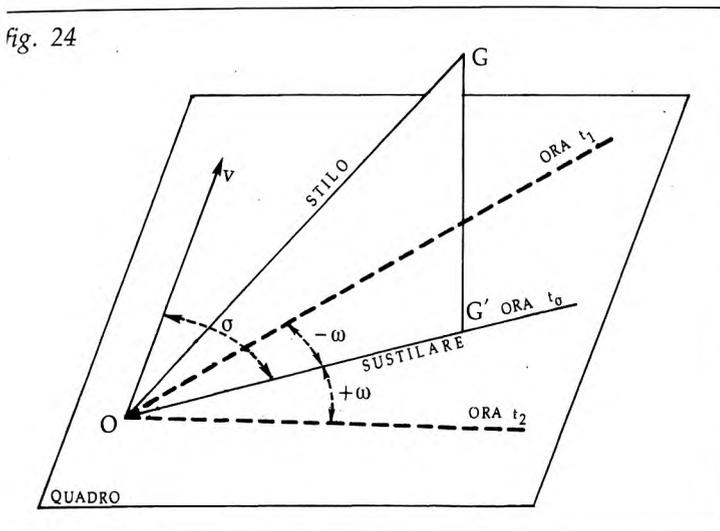


fig. 24



dell'osservatore Z (fig. 25), dove al solito il cerchio massimo  $QSQ'S'$  rappresenta il quadro e il suo polo A è il punto che lo definisce sulla sfera.

Poiché lo stilo è parallelo all'asse terrestre  $OP_N$  esso dovrà essere contenuto nel piano  $P_NSP_S S'A$  e la sua elevazione  $\varepsilon$  sul quadro risulta essere l'angolo  $S\hat{O}P_N$ , pari all'arco  $P_N S$ . Perciò nel triangolo  $ZAP_N$  (dove, ricordiamo, abbiamo tre elementi noti) il lato  $AP_N$  misura  $90^\circ - \varepsilon$  e ci fornisce una delle incognite, l'elevazione dello stilo  $\varepsilon$ .

Sul quadro  $QSQ'S'$  la semiretta  $OV$ , traccia dell'arco  $AZV$ , è la verticale  $v$  del quadro mentre la  $OS$  è la semiretta sustilare  $s$ ; quindi l'angolo  $V\hat{O}S$ , pari all'angolo  $\hat{A}$  del triangolo sferico  $ZAP_N$ , è l'angolo sustilare  $\sigma$ , cioè la seconda delle nostre incognite.

L'angolo  $\hat{P}_N$  del triangolo sferico  $ZAP_N$  è con tutta evidenza l'angolo al polo P del Sole (l'astro è indicato con  $S_1$  nella figura) quando esso proietta l'ombra dello stilo sulla semiretta sustilare  $OS$ ; possiamo perciò chiamare quest'angolo  $\hat{P}_N$  l'angolo al polo P della sustilare, e ricordando che da esso si ricava l'ora sustilare  $t_\sigma$  facendo

$$t_\sigma = 12^h \pm P \frac{W}{E}$$

esso ci fornisce la terza incognita  $t_\sigma$ .

Per individuare gli angoli  $\omega$  delle linee orarie consideriamo, sempre nella figura 25, un cerchio orario qualsiasi  $P_N T$  di angolo orario  $t$ ; sul quadro l'angolo  $\omega$  tra la linea d'ombra corrispondente  $OT$  e la linea d'ombra sustilare  $OS$  è pari all'arco  $ST$  del triangolo  $P_N ST$  rettangolo in  $S$ , in cui il lato  $P_N S$  è l'elevazione  $\varepsilon$  e l'angolo  $\hat{P}_N$  è la differenza di tempo  $\Delta t$  tra  $t$  e  $t_\sigma$ . In tal modo anche la quarta incognita  $\omega$  ha trovato il suo posto sulla sfera celeste.

Infine per sistemare la quinta incognita  $\mu$ , angolo della meridiana, notiamo, sempre in figura 25, che alle  $12^h$  il Sole, indicato con  $S_2$  in figura, proietta l'ombra dello stilo su  $OQ'$ ; l'angolo  $\mu$  cercato è quindi sul quadro l'angolo  $V\hat{O}Q'$  e sulla sfera, a meno di  $180^\circ$ , è il lato  $QV$  del triangolo  $ZVQ$  rettangolo in  $V$ , in cui il lato  $VZ$  è l'inclinazione  $i$  e l'angolo  $\hat{Z}$  è  $180^\circ - d$ .

#### 14) Le formule risolutive

Individuati sulla sfera celeste i tre dati del problema —  $\varphi, d, i$  — e le cinque incognite —  $\varepsilon, \sigma, P_\sigma(t_\sigma), \omega, \mu$  — le formule risolutive che legano dati e incognite si ottengono risolvendo i tre triangoli sferici già individuati nella figura 25:

$$\begin{aligned} AP_N Z, & \text{ generico} \\ P_N ST, & \text{ rettangolo in } S \\ ZVQ, & \text{ rettangolo in } V. \end{aligned}$$

Consideriamo dapprima il triangolo  $AP_N Z$ ; applicando ad esso la formula del coseno (12)

(12) Vds. in appendice B-VIII un formulario essenziale di trigonometria sferica.

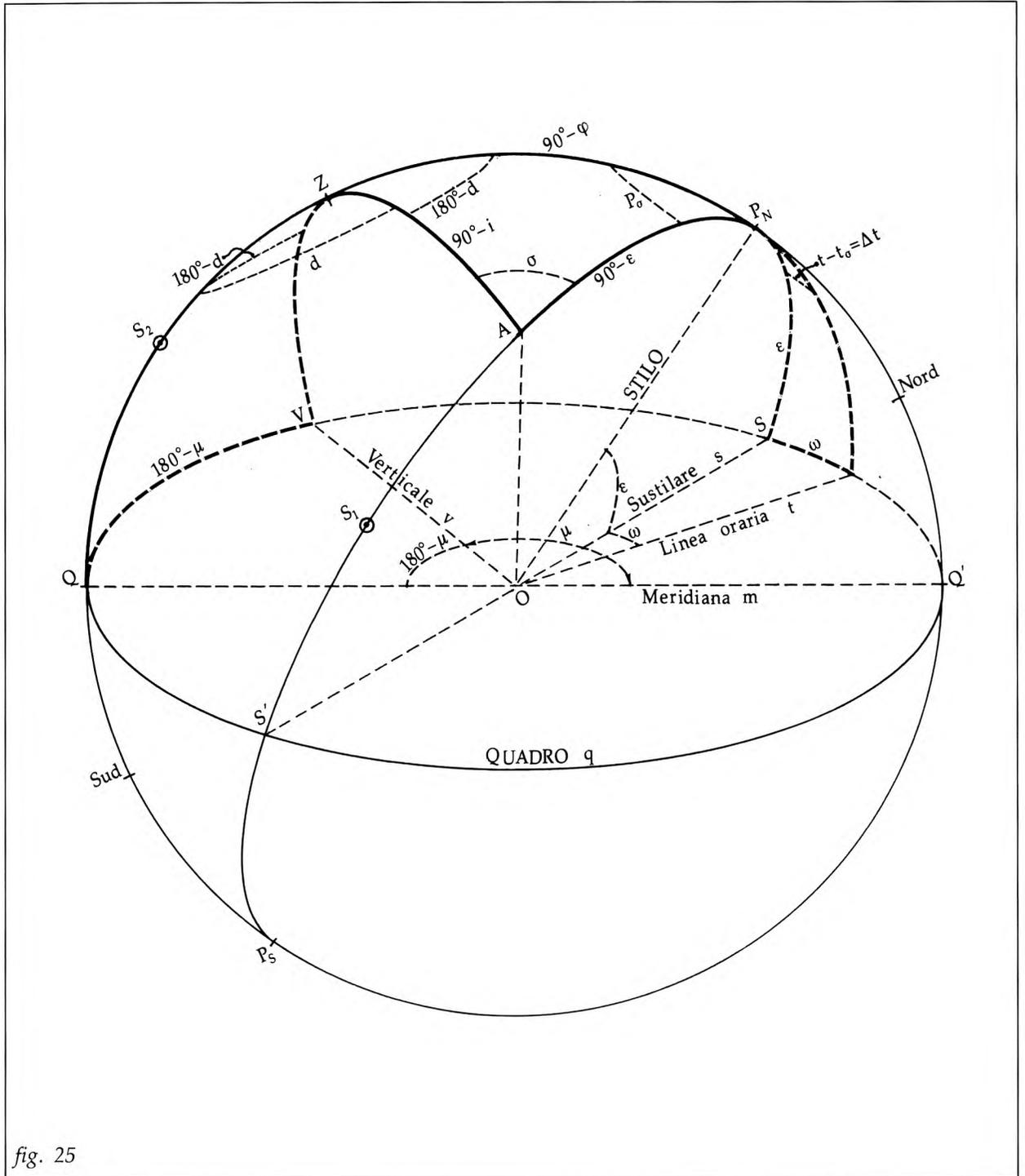


fig. 25

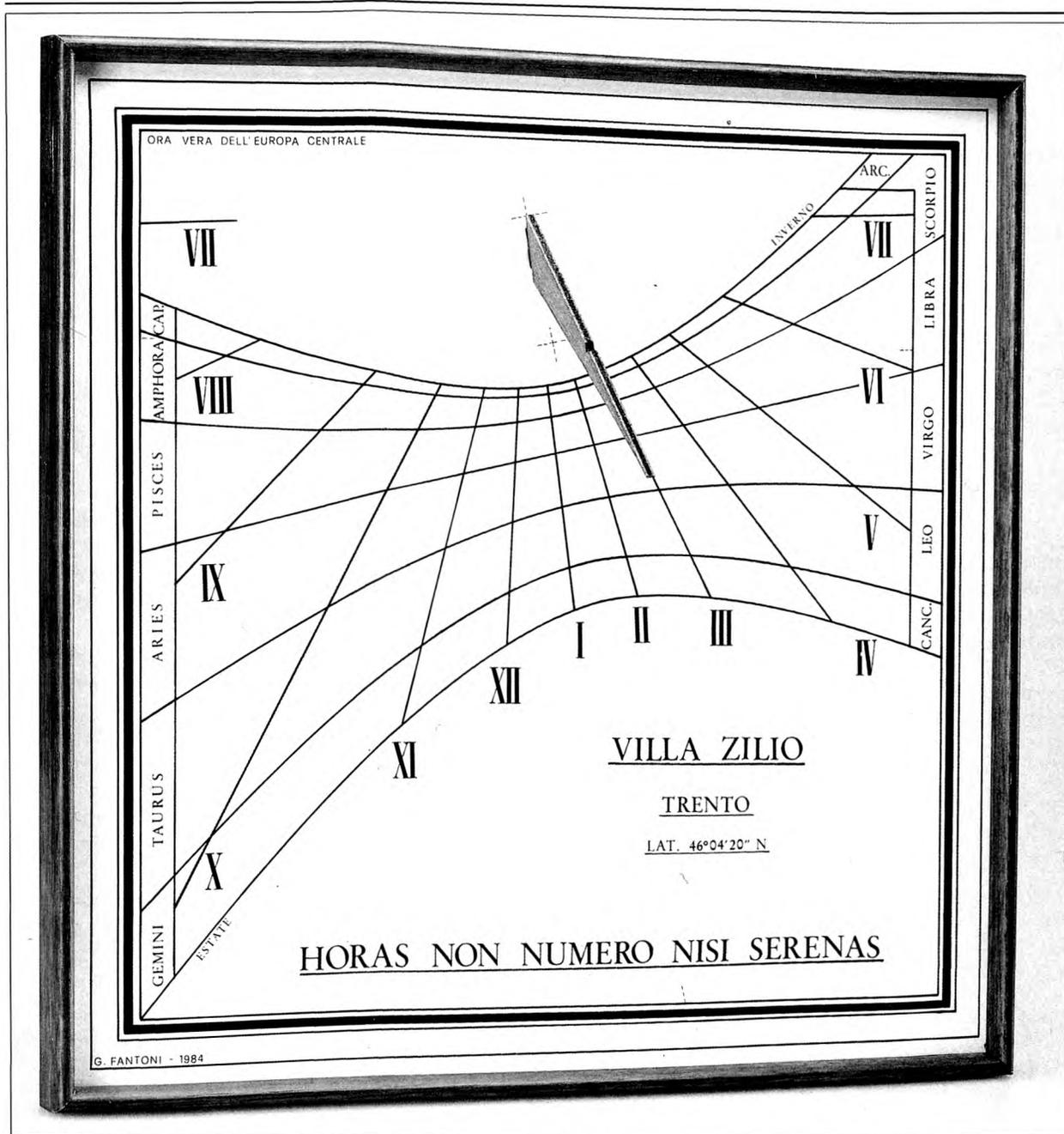
per il lato  $AP_N$  e la formula dei seni (12) per gli angoli  $\hat{A}$  e  $\hat{P}_N$ , si ottengono le formule risolutive per le tre incognite  $\varepsilon$ ,  $\sigma$ ,  $P_\sigma$ :

$$\begin{aligned} \text{sen } \varepsilon &= \text{sen } i \text{ sen } \varphi - \text{cos } i \text{ cos } \varphi \text{ cos } d; \\ \text{sen } \sigma &= \frac{\text{sen } d}{\text{cos } \varepsilon} \text{cos } \varphi; \\ \text{sen } P_\sigma &= \frac{\text{sen } d}{\text{cos } \varepsilon} \text{cos } i; \end{aligned}$$

ricordando che da  $P_\sigma$  si passa al  $t_\sigma$  facendo  $t_\sigma = 12^h \pm P_\sigma \frac{W}{E}$ .

Risolvendo poi i due triangoli rettangoli  $P_NST$  e  $ZVQ$  (12) si ottengono le formule che ci forniscono le altre due incognite  $\omega$  e  $\mu$ :

$$\begin{aligned} \text{tg } \omega &= \text{tg } \Delta t \text{ sen } \varepsilon \quad (\text{in cui } \Delta t = t - t_\sigma); \\ \text{tg } \mu &= \text{tg } d \text{ sen } i. \end{aligned}$$



7

7, In questo modello di quadrante verticale, sul fascio orario si sovrappongono le iperboli diurne zodiacali per ottenere, sia pur in via approssimativa, la funzione calendariale. L'orologio con questo schema è certamente uno dei più diffusi tra quelli murali.

## CAP. VI - INTERPRETAZIONE DELLE FORMULE

Per bene interpretare, e quindi correttamente applicare le formule trovate, occorre analizzarle e tener presente le considerazioni e le regole che ne derivano.

15) Formula dell'elevazione  $\varepsilon$  dello stilo

$$\text{sen } \varepsilon = \text{sen } i \text{ sen } \varphi - \text{cos } i \text{ cos } \varphi \text{ cos } d.$$

Esaminiamo dapprima la variabilità di  $\varepsilon$  sotto l'aspetto qualitativo. Consideriamo sulla sfera delle direzioni di un osservatore Z un quadro orientale che modifichi il suo orientamento scorrendo (fig. 26) con il suo punto di tangenza lungo un cerchio orario generico ( $P_S - 1 - 2 - 3 - 4 - 5 - P_N$ ). Lo stilo, dovendo restare parallelo all'asse terrestre  $P_S P_N$ , varierà la sua inclinazione  $\varepsilon$  rispetto al quadro in modo da essere:

- sollevato verso il Polo Sud nei punti 1 e 2 (emisfero gnomonico Sud);
- parallelo al quadro nel punto 3, sull'equatore;
- sollevato verso il Polo Nord nei punti 4 e 5 (emisfero gnomonico Nord).

Passando ora alla formula, si nota che l'elevazione  $\varepsilon$ , essendo data per seno, può risultare positiva o negativa. Imponendo la condizione  $\varepsilon \geq 0$ , che si verifica per  $\text{cos } d \leq \text{tg } i \text{ tg } \varphi$ , l'analisi della formula mostra che, sia a Est che ad Ovest, così come si era visto geometricamente:

– quando  $\varepsilon$  è positiva, il punto A rappresentativo del quadro si trova nell'emisfero gnomonico Nord e lo stilo è sollevato verso Nord;

– quando  $\varepsilon$  è negativa il punto A si trova nell'emisfero gnomonico Sud e lo stilo è sollevato verso Sud.

Sull'equatore, (dove  $\text{cos } d = \text{tg } i \text{ tg } \varphi$ ) la  $\varepsilon$  è 0 e lo stilo viene parallelo al quadro.

La figura 27 indica le zone in cui si manifestano le varie configurazioni di  $\varepsilon$ .

Esaminando più in dettaglio le figure 26 e 27 si nota anche che:

– quando il quadro è *orizzontale* (e quindi il punto rappresentativo si trova in Z) l' $\varepsilon$  è positiva e pari alla latitudine dell'osservatore;

– quando il quadro è *verticale* e quindi scorre lungo il cerchio orizzonte, l' $\varepsilon$  è negativa e punta al Polo Sud nel semicerchio Est-Sud-Ovest (declinazione minore di  $90^\circ$ ), mentre è positiva e punta al Polo Nord nel semicerchio Est-Nord-Ovest (declinazione maggiore di  $90^\circ$ ).

Queste indicazioni verranno utili quando si esamineranno i casi particolari dei quadranti orizzontali e verticali.

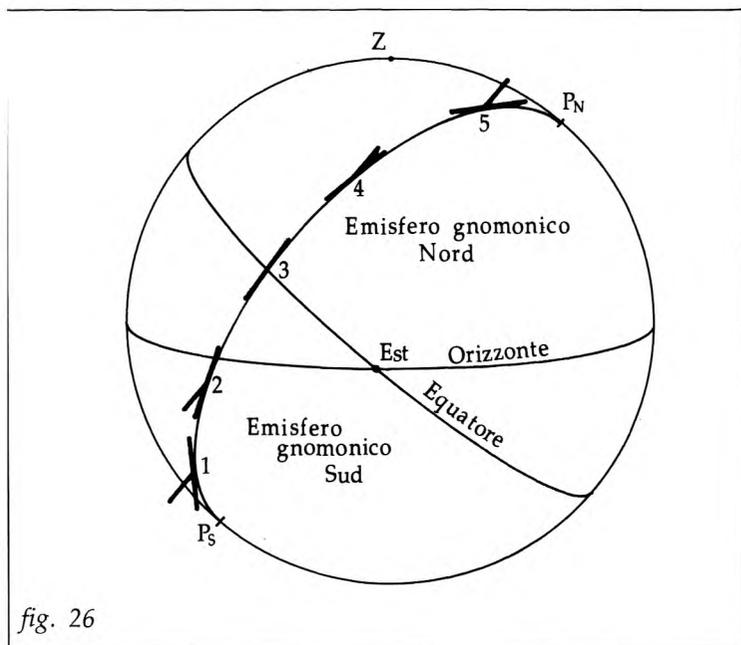


fig. 26

16) Formula dell'angolo sustilare  $\sigma$

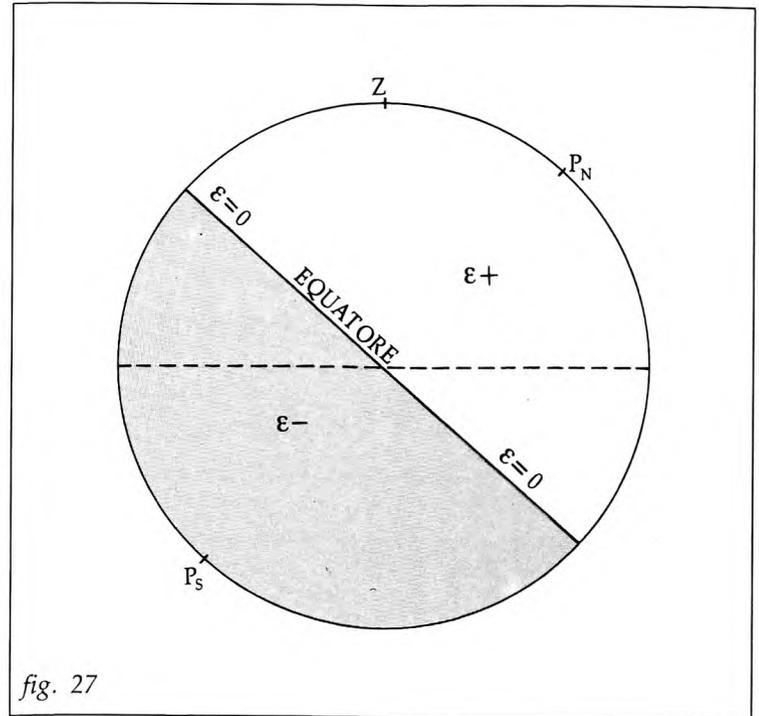
$$\text{sen } \sigma = \frac{\text{sen } d}{\text{cos } \varepsilon} \text{cos } \varphi;$$

L'esame della formula indica che:  
 - il  $\sigma$  viene sempre positivo;  
 - essendo il  $\sigma$  fornito per seno, la formula non evidenzia i valori di  $\sigma$  maggiori di  $90^\circ$ .

Poiché invece vi sono situazioni in cui il  $\sigma$  è  $> 90^\circ$ , per stabilire come si debba elaborare il risultato fornito dalla formula occorre elaborare una regola, che qui riportiamo senza indicare per brevità il processo analitico usato per ricavarla.

Indichiamo con  $K_1$  un elemento ausiliario, il cui valore è dato dalla formuletta:

$$\text{tg } K_1 = - \text{tg } i \text{cos } d$$



e chiamiamo  $\sigma'$  l'angolo sustilare finale. Ottenuto il  $\sigma$  con la formula sopra indicata, il  $\sigma'$  finale si ottiene con la seguente regola in funzione del segno di  $\varepsilon$  e del confronto fra il  $K_1$  e la latitudine  $\varphi$ :

	$\varepsilon$ positiva	$\varepsilon$ negativa
$K_1 < \varphi$	$\sigma' = \sigma$	$\sigma' = 180^\circ + \sigma$
$K_1 > \varphi$	$\sigma' = 180^\circ - \sigma$	$\sigma' = 360^\circ - \sigma$

Bisogna ancora tenere presente che gli angoli  $\sigma'$  vanno presi dalla verticale del quadro in senso orario quando la declinazione  $d$  è Est, in senso antiorario quando la  $d$  è Ovest.

La figura 28 mostra i quattro casi che si possono verificare quando la  $d$  è Est. Le situazioni per  $d$  Ovest sono simmetriche, con i  $\sigma'$  portati in senso antiorario.

A titolo di esempio, con i seguenti dati:

- latitudine  $\varphi = 41^\circ.9$  Nord
- inclinazione  $i = +30^\circ$
- declinazione  $d = 40^\circ$  Ovest
- elevazione  $\varepsilon = -9^\circ.2$

si otterrebbe

- angolo sustilare  $\sigma = 29^{\circ}.0$
- elemento ausiliario  $K_1 = -23^{\circ}.9$  minore di  $\varphi$

e quindi

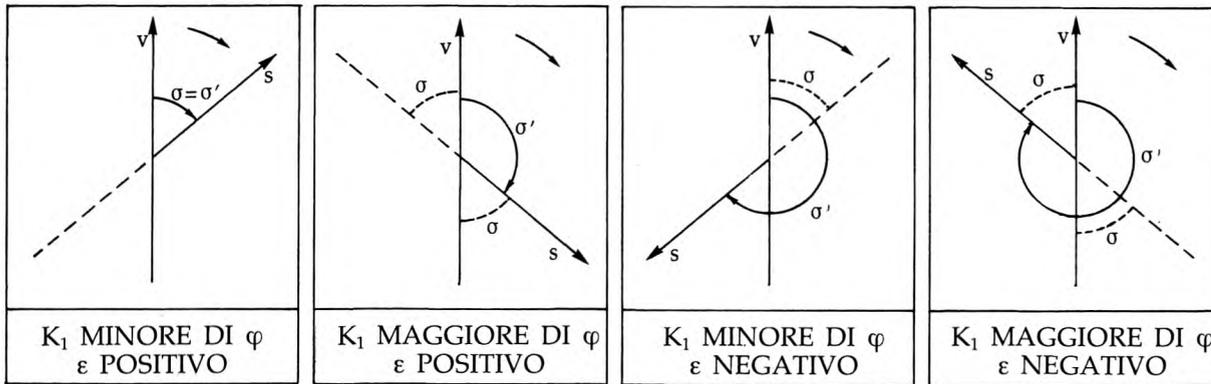
- angolo sustilare finale  $\sigma' = 180^{\circ} + 29^{\circ} = 209^{\circ}$

da misurare in senso antiorario, come indicato nella figura 29.

### 17) Formula dell'ora sustilare $t_{\sigma}$

L'ora sustilare  $t_{\sigma}$  si ottiene attraverso l'angolo al polo  $P_{\sigma}$  la cui formula è:

$$\text{sen } P_{\sigma} = \frac{\text{sen } d}{\cos \varepsilon} \cos \varphi;$$



EMISFERO EST

fig. 28

Analizzando subito la formula si nota che il  $P_{\sigma}$  viene sempre positivo; occorre però tenere presente che ad esso bisogna dare il segno di  $d$ , cioè occorre chiamarlo E o W secondo che la declinazione gnomonica sia E o W.

Inoltre si nota che il  $P_{\sigma}$ , variabile per concetto fra  $0^h$  e  $12^h$  (cioè fra  $0^{\circ}$  e  $180^{\circ}$ ), essendo fornito per seno, viene sempre minore di  $90^{\circ}$  e la formula quindi non toglie l'ambiguità  $\geq 90^{\circ}$ . Anche in questo caso perciò è necessario elaborare una regola per stabilire se  $P_{\sigma}$  è  $< 90^{\circ}$  o  $> 90^{\circ}$ , e cioè, chiamato  $P'_{\sigma}$  l'angolo al polo finale, se si debba prendere  $P_{\sigma} = P'_{\sigma}$  ovvero  $P_{\sigma} = 180^{\circ} - P'_{\sigma}$ .

Anche in questo caso per brevità diamo solo la regola finale senza dimostrarla.

Introduciamo un elemento ausiliario  $K_2$  il cui valore è dato da:

$$\text{tg } K_2 = \frac{-\text{tg } i}{\cos d}$$

quindi si confronta  $K_2$  con la latitudine  $\varphi$  e si segue la seguente regola, valida sia ad Est che ad Ovest, che fornisce l'angolo al polo sustilare finale in funzione di  $K_2$ ,  $\varphi$  e  $d$ :

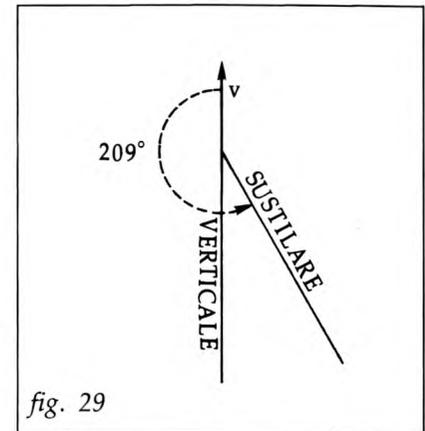
	$d < 90^\circ$	$d > 90^\circ$
$K_2 < \varphi$	$P'_\sigma = P_\sigma$	$P'_\sigma = 180^\circ - P_\sigma$
$K_2 > \varphi$	$P'_\sigma = 180^\circ - P_\sigma$	$P'_\sigma = P_\sigma$

Assegnato quindi al  $P_\sigma$  il segno E o W (eguale a quello di  $d$ ) si passa all'ora sustilare  $t_\sigma$  mediante la nota formuletta:

$$t_\sigma = 180^\circ - P'_\sigma \text{ Est (quadri orientali)}$$

$$t_\sigma = 180^\circ + P'_\sigma \text{ Ovest (quadri occidentali)}$$

Infine il passaggio dal  $t_\sigma$  espresso in gradi al  $t_\sigma$  espresso in ore (ore e decimali di ore) si effettua dividendo il  $t$  per 15.



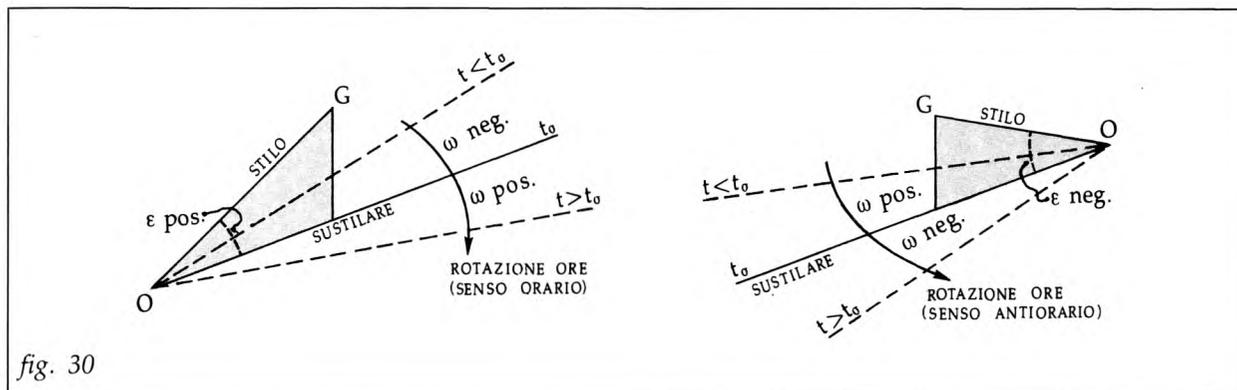
### 18) Formula delle linee orarie

$$\text{tg } \omega = \text{tg } \Delta t \text{ sen } \varepsilon$$

Il miglior modo per interpretare la formula delle linee orarie è quello di notare che la successione delle ore "ruota" intorno al centro dell'orologio in senso orario quando la  $\varepsilon$  è positiva (quadri boreali) e in senso antiorario quando la  $\varepsilon$  è negativa (quadri australi).

Inoltre, poiché la formula dà l'angolo  $\omega$  per tangente, esso può risultare positivo e negativo; si dimostra facilmente che in tutti i casi gli  $\omega$  positivi vanno riportati a partire dalla semiretta sustilare in senso orario, gli  $\omega$  negativi in senso antiorario (fig. 30).

È facile anche vedere che quando  $\Delta t$  è maggiore di  $90^\circ$  gli  $\omega$  vanno riportati a partire dalla "anti-sustilare" anziché dalla sustilare, ovvero ad essi bisogna aggiungere  $\pm 180^\circ$ , sempre rispettando la regola dei segni secondo cui gli  $\omega$  positivi vanno portati in senso orario e quelli negativi in senso antiorario.



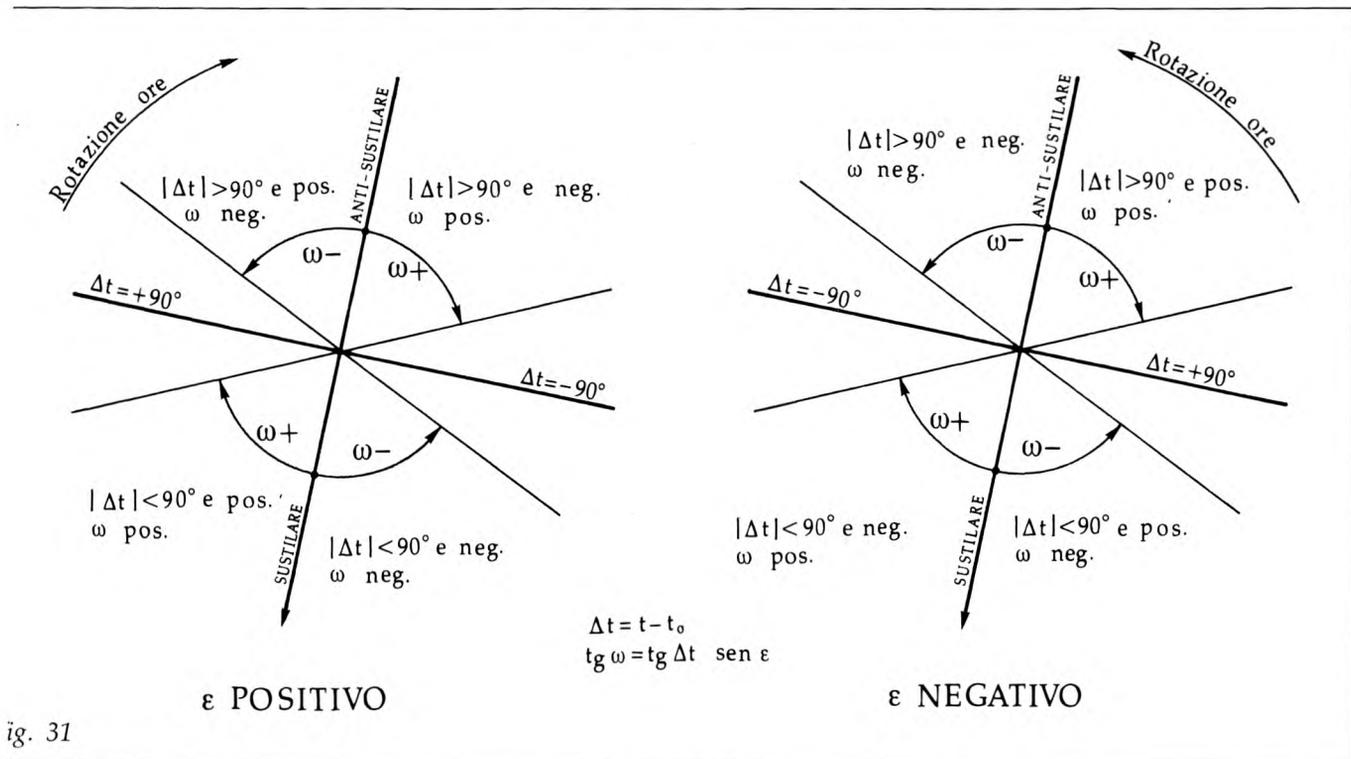
La figura 31 illustra il modo di segnare gli  $\omega$  nei vari casi.

Altri ausili per l'applicazione della formula delle linee orarie nascono dalle seguenti osservazioni:

- le linee orarie che differiscono di  $12^h$  (come  $5^h$  e  $17^h$ ) sono semirette opposte della stessa retta;
- le linee orarie  $t_{or} \pm 6^h$  sono perpendicolari alla sustilare;
- la linea oraria  $6^h - 18^h$  passa necessariamente per il punto d'incontro della linea orizzonte con la linea equinoziale (13).

Infine ancora un ausilio in questo campo può trovarsi nel fatto che una delle linee orarie è necessariamente parallela all'orizzonte. Ciò si verifica per la linea oraria  $t_{or}$  il cui angolo al polo  $P_{or}$  soddisfa all'equazione:

$$\operatorname{tg} P_{or} = \frac{-1}{\operatorname{tg} d \operatorname{sen} \varphi}$$



ig. 31

che si ricava nella figura 32 dal triangolo  $HNP_N$ , rettangolo in  $N$  (12); nella figura,  $OH$  è la linea oraria orizzontale poiché giace contemporaneamente sul quadro e sull'orizzonte. Per

(13) Si vedrà in seguito come definire e individuare queste due linee.

passare poi dal  $P_{or}$  al  $t_{or}$  vale la consueta regola  $t_{or} = 12^h \pm P_{or}$ , secondo che  $d$  sia W o E. Da notare che se  $P_{or}$  viene negativo, è meglio aggiungere  $180^\circ$  prima di proseguire. Infine resta ovvio che se la linea oraria  $t_{or}$  è orizzontale, lo è anche  $t_{or} + 12^h$ , e quindi le due orarie orizzontali sono  $(12^h \pm P_{or})$  e  $(24^h \pm P_{or})$ .

Si segnala ancora che quest'ultimo ausilio non è di facile applicazione; esso può venire utile quando il  $t_{or}$  è multiplo dell'ora intera o della mezz'ora intera; in ogni caso però la conoscenza del  $t_{or}$  può servire per controllare calcoli e disegni, e inoltre può aver significato nei fatti relativi all'illuminazione (Vds. cap. X).

Agli effetti pratici del disegno si osserva che il tracciamento delle linee orarie per mezzo di angoli (gli angoli  $\omega$ ) può risultare di scarsa precisione.

Assai più accurato risulterà il disegno se gli angoli  $\omega$  vengono trasformati in "intercetti" su una linea retta normale o parallela alla sustilare ad una qualsiasi opportuna distanza; ciò equivale in sostanza a trasformare gli angoli  $\omega$  nelle loro rispettive tangenti o cotangenti.

Se chiamiamo  $D$  la distanza prescelta per stabilire l'intercetto  $I$  di ciascuna linea oraria  $\omega$  su retta normale alla sustilare, sarà (fig. 33a):

$$I = D \operatorname{tg} \omega.$$

Per angoli  $\omega$  maggiori di  $45^\circ$  può convenire prendere la distanza  $D'$  sulla perpendicolare

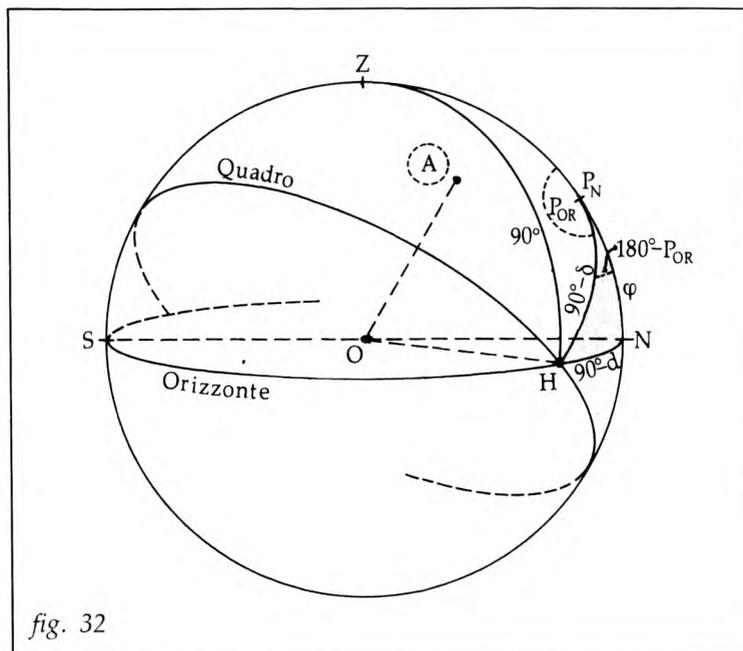


fig. 32

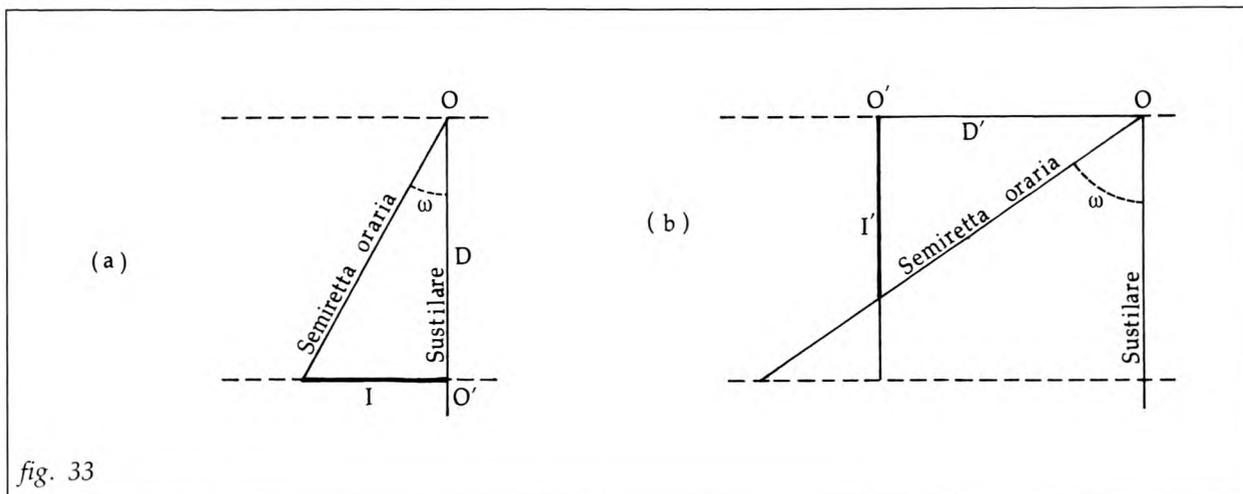


fig. 33

per O alla sustilare e gli intercetti I sulla parallela alla sustilare alla distanza D'; in tal caso l'intercetto I sarà (fig. 33b):

$$I' = D' \cotg \omega.$$

Per questi intercetti una regola dei segni non sarebbe necessaria poiché il modo di tracciarli sembra abbastanza intuitivo. Se peraltro vogliamo adottare per gli I la stessa regola stabilita per gli  $\omega$  (cioè "portare gli I in senso orario quando sono positivi e in senso antiorario quando sono negativi") è facile vedere che le due formulette debbono essere così espresse:

- |  |
|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>- intercetto I con la D verso il basso (fig. 33a): <math>I = D \operatorname{tg} \omega</math></li> <li>- intercetto I' con la D' laterale (fig. 33b): <math>I' = -D \cotg \omega</math></li> </ul> |
|--|

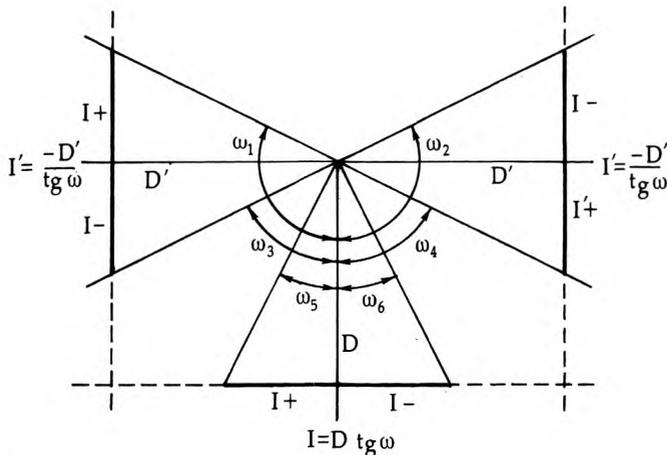


fig. 34

La figura 34 illustra i casi che più comunemente si possono presentare.

Se per disegnare le linee orarie si segue il metodo degli intercetti ora descritto, il calcolo si può semplificare saltando addirittura la determinazione degli angoli  $\omega$ ; infatti le formule degli intercetti si possono scrivere:

$$I = D \operatorname{tg} \omega = D \operatorname{sen} \varepsilon \operatorname{tg} \Delta t \text{ (in basso)}$$

$$I' = -D' \cotg \omega = -\frac{D'}{\operatorname{sen} \varepsilon \operatorname{tg} \Delta t} \text{ (laterale)}$$

e gli intercetti si possono così calcolare direttamente senza passare attraverso gli  $\omega$ ; peraltro questa semplificazione fa perdere un controllo nel disegno delle linee orarie e quindi, pur aven-

dola adottata in alcuni dei nostri esempi, la sconsigliamo.

Il "trucco" degli intercetti in luogo degli angoli  $\omega$  diviene indispensabile quando la zona del fascio orario da utilizzare risulta molto distante dal centro O dell'orologio; ciò si verifica quando la  $\varepsilon$  è molto piccola, tendente allo zero, per cui il quadrante si avvicina al tipo detto "polare" (Vds. par. 62). In tali casi converrà, per il disegno pratico del quadrante, calcolare due serie di intercetti (fig. 35), a due diverse distanze  $D_1$  e  $D_2$  dal centro O, evitando quindi di disegnare sia il centro O sia tutta la parte del fascio orario troppo distante dalla zona di utilizzazione.

Ciascuna linea oraria si disegna congiungendo gli estremi  $S_1$  e  $S_2$  dei due intercetti.

In tali situazioni si noti che anche lo stilo verrà costruito e utilizzato solo in una sua parte che non comprende il centro O.

19) *Formula della meridiana*

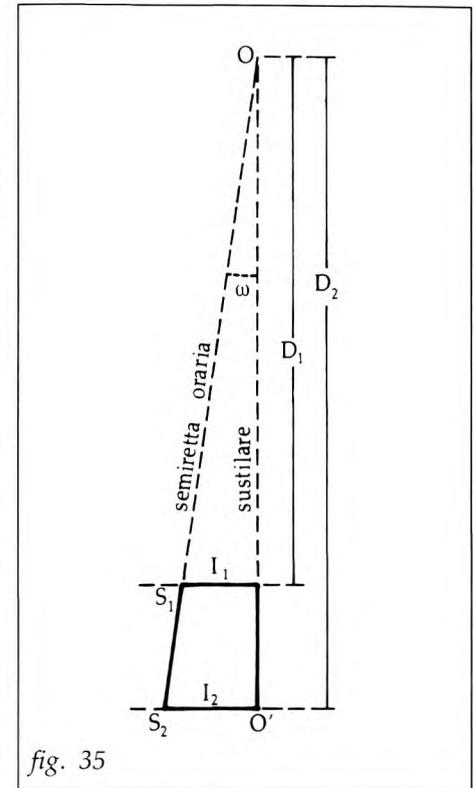
$$\text{tg } \mu = \text{sen } i \text{ tg } d$$

L'interpretazione di questa formula è secondaria, poiché, come già si è detto, noi consideriamo la linea meridiana come una linea oraria qualsiasi. Per completezza di trattazione diamo anche per questo caso una regola con la quale, ottenuto il valore dell'angolo  $\mu$  (che la formula fornisce tra i limiti di  $+90^\circ$  e  $-90^\circ$ ), si passa al valore effettivo finale  $\mu'$  da usare nel disegno. La regola è:

	$d < 90^\circ$	$d > 90^\circ$
$\varepsilon$ positivo	$\mu' = \mu$	$\mu' = \mu + 180^\circ$
$\varepsilon$ negativo	$\mu' = \mu + 180^\circ$	$\mu' = \mu$

tenendo presente che  $\mu$  deve essere preso col segno con cui viene fornito dalla formula. Con tale regola  $\mu'$  sarà sempre positivo e può anche risultare maggiore di  $180^\circ$ . L'angolo così ricavato va riportato a partire dalla verticale del quadro in senso orario quando la declinazione  $d$  è Est, in senso antiorario quando la  $d$  è Ovest.

Infine pur confermando che in questo studio la meridiana viene considerata come una linea oraria qualsiasi, si segnala che può essere opportuno, a titolo di controllo, confrontare i risultati che si possono ottenere calcolando la meridiana con la sua formula specifica e con la formula generale delle linee orarie.



20) **1° RIASSUNTO DELLE FORMULE E REGOLE**  
*Gli elementi di base (principali e secondari)*

ELEMENTI PRINCIPALI ( $\varepsilon, \sigma, t_\sigma, \omega$ ) (14)

ELEMENTO	FORMULA	NOTE E REGOLE
Elevazione dello stilo $\varepsilon$	$\text{sen } \varepsilon = \text{sen } i \text{ sen } \varphi - \text{cos } i \text{ cos } \varphi \text{ cos } d$	1) $\varepsilon$ viene $< 90^\circ$ , positivo o negativo 2) $\varepsilon$ positivo: stilo elevato verso Nord; $\varepsilon$ negativo: stilo elevato verso Sud
Angolo sustilare $\sigma$	$\text{sen } \sigma = \frac{\text{sen } d}{\text{cos } \varepsilon} \text{cos } \varphi$	1) $\sigma$ viene sempre positivo e $< 90^\circ$ 2) Verificare con la regola del $K_1$ se, per avere $\sigma'$ occorre prendere: $\sigma$ o $180^\circ - \sigma$ o $180^\circ + \sigma$ o $360^\circ - \sigma$ 3) Riportare il risultato come semiretta dalla verticale $v$ in senso orario a Est ( $d$ Est), antiorario a Ovest ( $d$ Ovest)

(14) Per il caso particolare che sia  $i = 0$  (quadrante verticale), al par. 61 si riportano delle formule alternative per il calcolo di  $\varepsilon, \sigma, t_\sigma$ .

ELEMENTO	FORMULA	NOTE E REGOLE									
Elemento ausiliario $K_1$	$\text{tg } K_1 = - \text{tg } i \cos d$	1) Serve per stabilire se per avere $\sigma'$ bisogna prendere: $\sigma$ o $180^\circ - \sigma$ o $180^\circ + \sigma$ o $360^\circ - \sigma$ 2) La regola è: <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th></th> <th><math>\varepsilon</math> positiva</th> <th><math>\varepsilon</math> negativa</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>K_1 &lt; \varphi</math></td> <td><math>\sigma' = \sigma</math></td> <td><math>\sigma' = 180^\circ + \sigma</math></td> </tr> <tr> <td><math>K_1 &gt; \varphi</math></td> <td><math>\sigma' = 180^\circ - \sigma</math></td> <td><math>\sigma' = 360^\circ - \sigma</math></td> </tr> </tbody> </table>		$\varepsilon$ positiva	$\varepsilon$ negativa	$K_1 < \varphi$	$\sigma' = \sigma$	$\sigma' = 180^\circ + \sigma$	$K_1 > \varphi$	$\sigma' = 180^\circ - \sigma$	$\sigma' = 360^\circ - \sigma$
	$\varepsilon$ positiva	$\varepsilon$ negativa									
$K_1 < \varphi$	$\sigma' = \sigma$	$\sigma' = 180^\circ + \sigma$									
$K_1 > \varphi$	$\sigma' = 180^\circ - \sigma$	$\sigma' = 360^\circ - \sigma$									
Ora sustilare $t_\sigma$	$\text{sen } P_\sigma = \frac{\text{sen } d}{\cos \varepsilon} \cos i$ $t_\sigma = 180^\circ \pm P \frac{W}{E}$	1) $P_\sigma$ viene sempre positivo e minore di $90^\circ$ 2) Verificare con la regola del $K_2$ se per avere $P_\sigma'$ occorre prendere: $P_\sigma$ o $180^\circ - P_\sigma$ 3) Assegnare a $P_\sigma'$ segno E o W (come la d) 4) Passare al $t_\sigma$ in gradi 5) Passare al $t_\sigma$ in ore, dividendo per 15									
Elemento ausiliario $K_2$	$\text{tg } K_2 = - \frac{\text{tg } i}{\cos d}$	1) Serve per stabilire se, per avere $P_\sigma'$ , bisogna prendere $P_\sigma$ o $180^\circ - P_\sigma$ 2) La regola è: <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th></th> <th><math>d &lt; 90^\circ</math></th> <th><math>d &gt; 90^\circ</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>K_2 &lt; \varphi</math></td> <td><math>P_\sigma' = P_\sigma</math></td> <td><math>P_\sigma' = 180^\circ - P_\sigma</math></td> </tr> <tr> <td><math>K_2 &gt; \varphi</math></td> <td><math>P_\sigma' = 180^\circ - P_\sigma</math></td> <td><math>P_\sigma' = P_\sigma</math></td> </tr> </tbody> </table>		$d < 90^\circ$	$d > 90^\circ$	$K_2 < \varphi$	$P_\sigma' = P_\sigma$	$P_\sigma' = 180^\circ - P_\sigma$	$K_2 > \varphi$	$P_\sigma' = 180^\circ - P_\sigma$	$P_\sigma' = P_\sigma$
	$d < 90^\circ$	$d > 90^\circ$									
$K_2 < \varphi$	$P_\sigma' = P_\sigma$	$P_\sigma' = 180^\circ - P_\sigma$									
$K_2 > \varphi$	$P_\sigma' = 180^\circ - P_\sigma$	$P_\sigma' = P_\sigma$									
Angolo semirette orarie / sustilare $\omega$ (si pone $\Delta t = t - t_\sigma$ )	$\text{tg } \omega = \text{tg } \Delta t \text{ sen } \varepsilon$	1) Le ore crescono in senso orario se $\varepsilon > 0$ , in senso antiorario se $\varepsilon < 0$ 2) Gli $\omega$ si portano dalla sustilare in senso orario se positivi, antiorario se negativi 3) Quando il $ \Delta t $ è $> 90^\circ$ aggiungere $\pm 180^\circ$ al risultato $\omega$ (oppure riportare gli $\omega$ dall'antisustilare) 4) Passare dagli angoli $\omega$ agli intercetti I: in basso, $I = D \text{ tg } \omega$ ; laterale, $I' = - \frac{D'}{\text{tg } \omega}$ essendo D, D' la base dell'intercetto									

ELEMENTI SECONDARI ( $\mu$ ,  $t_{or}$ )

ELEMENTO	FORMULA	NOTE E REGOLE									
Angolo semiretta meridiana / verticale $\mu$	$\text{tg } \mu = \text{sen } i \text{ tg } d$	1) $\mu$ viene compreso tra $-90^\circ$ e $+90^\circ$ 2) Si passa al valore effettivo $\mu'$ con la regola: <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th></th> <th><math>d &lt; 90^\circ</math></th> <th><math>d &gt; 90^\circ</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>\varepsilon</math> positivo</td> <td><math>\mu' = \mu</math></td> <td><math>\mu' = \mu + 180^\circ</math></td> </tr> <tr> <td><math>\varepsilon</math> negativo</td> <td><math>\mu' = \mu + 180^\circ</math></td> <td><math>\mu' = \mu</math></td> </tr> </tbody> </table>		$d < 90^\circ$	$d > 90^\circ$	$\varepsilon$ positivo	$\mu' = \mu$	$\mu' = \mu + 180^\circ$	$\varepsilon$ negativo	$\mu' = \mu + 180^\circ$	$\mu' = \mu$
	$d < 90^\circ$	$d > 90^\circ$									
$\varepsilon$ positivo	$\mu' = \mu$	$\mu' = \mu + 180^\circ$									
$\varepsilon$ negativo	$\mu' = \mu + 180^\circ$	$\mu' = \mu$									

ELEMENTO	FORMULA	NOTE E REGOLE
		3) Riportare il risultato $\mu'$ a partire dalla verticale $v$ , in senso orario a Est (dE), antiorario a Ovest (dW) 4) Confrontare con la meridiana calcolata con la formula delle linee orarie
Ora della linea oraria orizzontale $t_{or}$	$\operatorname{tg} P_{or} = - \frac{1}{\operatorname{tg} d \operatorname{sen} \varphi}$ $t_{or} = \left. \begin{matrix} 12^h \\ 24^h \end{matrix} \right\} \pm P_{or} \frac{W}{E}$	1) Se $P_{or}$ è negativo, aggiungere $180^\circ$ al risultato 2) Assegnare a $P_{or}$ segno E o W come la $d$ 3) Passare al $P_{or}$ in ore (dividere per 15) 4) Passare al $t_{or}$ ; gli addendi 12 e 24 definiscono le due semirette orarie orizzontali che sono opposte e differiscono di 12 ore. Il segno + si usa per $P_{or}$ Ovest, il segno - per $P_{or}$ Est

### 21) Esempio basico - Calcolo e disegno di un orologio solare (1ª fase)

Iniziamo qui a riportare un esempio di calcolo e disegno di un orologio solare che porteremo avanti e completeremo a mano a mano che procederemo nello sviluppo della teoria.

Gli angoli vengono misurati in gradi e decimali di grado, i tempi in ore e decimali di ora, le lunghezze in millimetri e decimali di millimetri; le approssimazioni sono portate sino alla quarta cifra decimale durante i calcoli e arrotondate alla prima decimale nei risultati finali (15); per i calcoli è stato usato un minicalcolatore economico, non programmato (salvo quando esplicitamente indicato).

I dati del nostro esempio basico sono stati così scelti:

- latitudine:  $\varphi = 42^\circ.905N$  (pari a  $42^\circ54'18'' N$ )
- declinazione gnomonica:  $d = 40^\circ.3$  Est
- inclinazione:  $i = +20^\circ.0$

Le linee corrispondenti a ore notturne o durante le quali il Sole non illumina il quadrante non debbono normalmente essere calcolate; le indicazioni per stabilire quali ore possono essere trascurate saranno illustrate nel cap. X "L'illuminazione"; in questo esempio limitiamo il calcolo alle ore tra le 4<sup>h</sup> e le 15<sup>h</sup>.

#### DATI

Latitudine:  $\varphi = 42^\circ54'18''N$   
 $= 42^\circ.905N$

Declinazione:  $d = 40^\circ.3$  Est  
 Inclinazione :  $i = +20^\circ.0$

Località: Roma

(15) Il suggerimento sulle unità di misura e sulle approssimazioni, sia in questa sede sia nel seguito dello studio, deve essere considerato come una indicazione di massima; in pratica bisognerà regolarsi con buon senso, tenendo presente soprattutto le dimensioni dello strumento che si sta producendo.

## CALCOLO ELEMENTI DI BASE

ELEVAZ. STILO	ANG. SUSTILARE	ORA SUSTILARE	MERIDIANA	ORARIA ORIZ.
$\text{sen } \varepsilon =$ $= \text{sen } i \text{ sen } \varphi -$ $-\text{cos } i \text{ cos } \varphi \text{ cos } d$	$\text{sen } \sigma =$ $= \frac{\text{sen } d}{\text{cos } \varepsilon} \text{ cos } \varphi$  $(\text{tg } K_1 =$ $= -\text{tg } i \text{ cos } d)$	$\text{sen } P_\sigma =$ $= \frac{\text{sen } d}{\text{cos } \varepsilon} \text{ cos } i$  $(\text{tg } K_2 = -\frac{\text{tg } i}{\text{cos } d})$	$\text{tg } \mu =$ $= \text{sen } i \text{ tg } d$	$\text{tg } P_{\text{or}} =$ $= \frac{-1}{\text{tg } d \text{ sen } \varphi}$  $t_{\text{or}} =$ $= \left\{ \begin{matrix} 12^{\text{h}} \\ 24^{\text{h}} \end{matrix} - \right\} P_{\text{or}}$
$\varepsilon = -16^\circ.9843$	$\sigma = 29^\circ.6940$ $(K_1 = -15^\circ.5)$  $\sigma' = 209^\circ.6940$ $(\text{senso orario})$	$P_\sigma = 39^\circ.4572 \text{ E}$ $(K_2 = -25^\circ.5)$  $P_\sigma' = 39^\circ.4572 \text{ E}$ $t_{\sigma}^{\circ} = 140^\circ.5428$ $t_{\sigma}^{\text{h}} = 9^{\text{h}}.3695$	$\mu = 16^\circ.1750$ $\mu' = 196^\circ.1750$ $(\text{senso orario})$	$P_{\text{or}} =$ $= -60.0001 \text{ E}$ $= -4^{\text{h}}.0$ $= 8^{\text{h}}.0$  $t_{\text{or}} = \left\{ \begin{matrix} 4^{\text{h}}.0 \\ 16^{\text{h}}.0 \end{matrix} \right.$

## CALCOLO DELLE LINEE ORARIE

$t^{\text{h}}$	$t^{\circ}$	$t_{\sigma}^{\circ}$	$\Delta t = t - t_{\sigma}$	$\omega$ ( $\text{tg } \omega = \text{tg } \Delta t \text{ sen } \varepsilon$ )	Intercetto I mm
4 <sup>h</sup>	60°	$140^\circ.5428$	- 80°.5428	+ 60°.3062	- 45.6 (B)
5	75		+ 51.4		
6	90		+ 28.4		
7	105		+ 16.7		
8	120		+ 8.8		
9	135		+ 2.3 (A)		
10	150		- 3.9		
11	165		- 10.6		
12	180		- 19.2		
13	195		- 32.7		
14	210		- 62.4		
15	225		+ 26.6 (B)		

(A) Intercetto I su D = 80 mm, in basso

$$(I = D \cdot \text{tg } \omega)$$

(B) Intercetto I' su D' = 80 mm, laterale

$$(I' = \frac{-D'}{\text{tg } \omega})$$

## CONTROLLI

a) Oraria orizzontale

$$\begin{array}{r} \sigma' = 209^\circ.6940 \\ + \omega_4 = 60^\circ.3062 \\ \hline 270^\circ.0002 \end{array}$$

corrispondente all'orizzontale

b) Meridiana

$$\begin{array}{r} \sigma' = 209^\circ.6940 \\ + \omega_{12} = -13^\circ.5190 \\ \hline 196^\circ.1750 \end{array}$$

corrispondente all'angolo  $\mu'$

**DISEGNO**

Il disegno risulta come nella figura 36, nella quale sono segnate anche le basi D e D' degli intercetti utilizzati per le linee orarie. Lo stilo è ribaltato di 90° sul quadro per renderlo evidente.

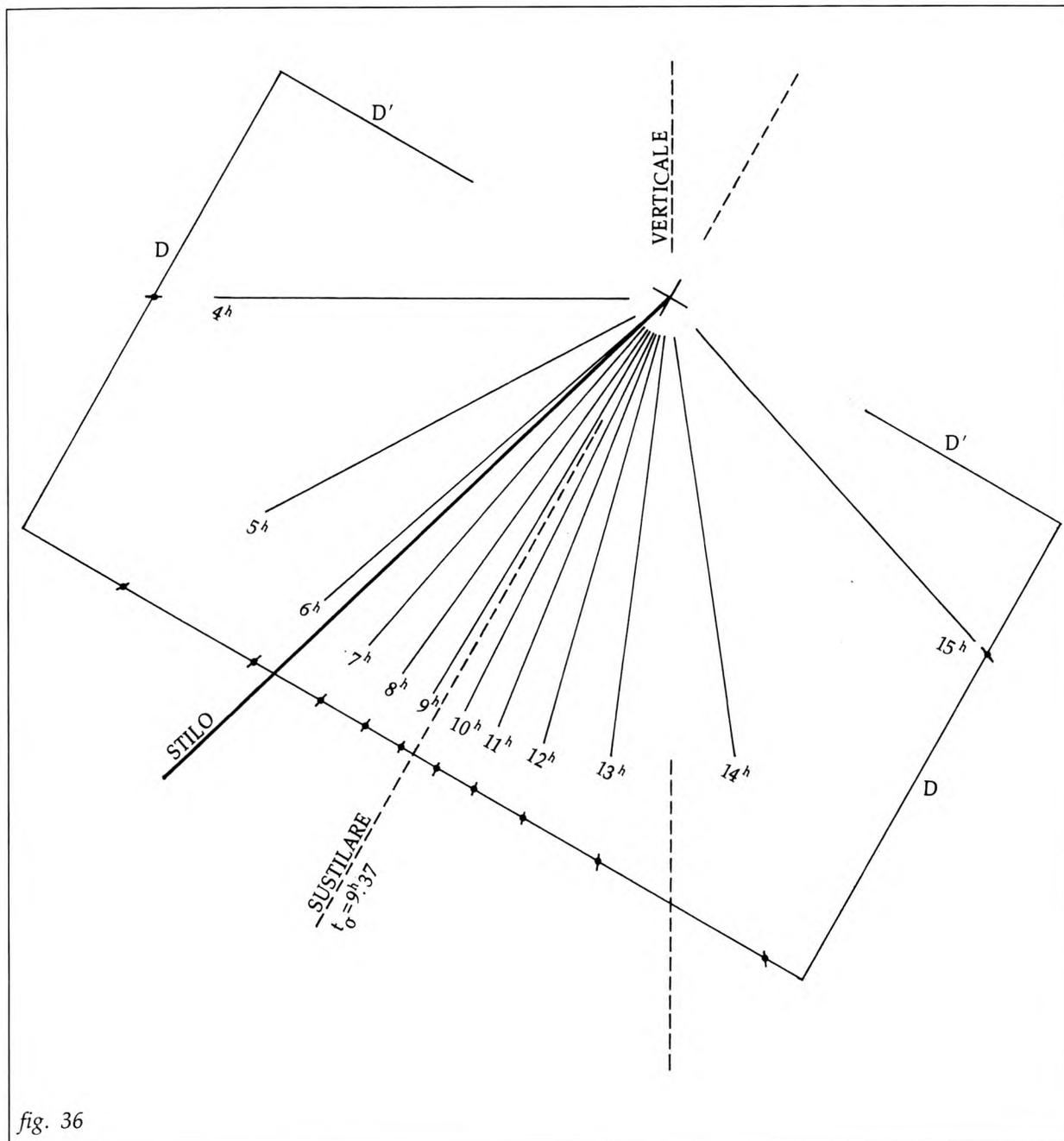


fig. 36

## CAP. VII - IL TRIANGOLO STILARE E GLI ELEMENTI CONNESSI

## 22) Il triangolo stilare e la retta equinoziale

Si è visto che lo stilo è una bacchetta opportunamente inserita nel quadrante al centro O dell'orologio. Peraltro la bacchetta, non potendo essere infinita, avrà all'estremità libera un punto terminale G, che diventerà il protagonista di questo e dei prossimi due capitoli.

Seguiamo sul quadro (fig. 37) le vicende dell'ombra E del punto G, terminale di uno stilo lungo l, nel corso di una giornata e supponiamo inizialmente che si tratti di un giorno equinoziale in cui il Sole descrive l'equatore ( $\delta = 0$ ).

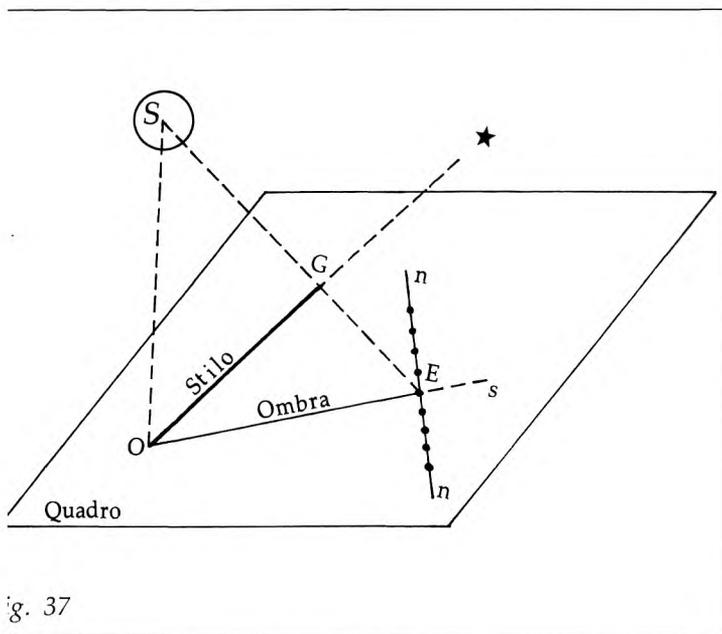


fig. 37

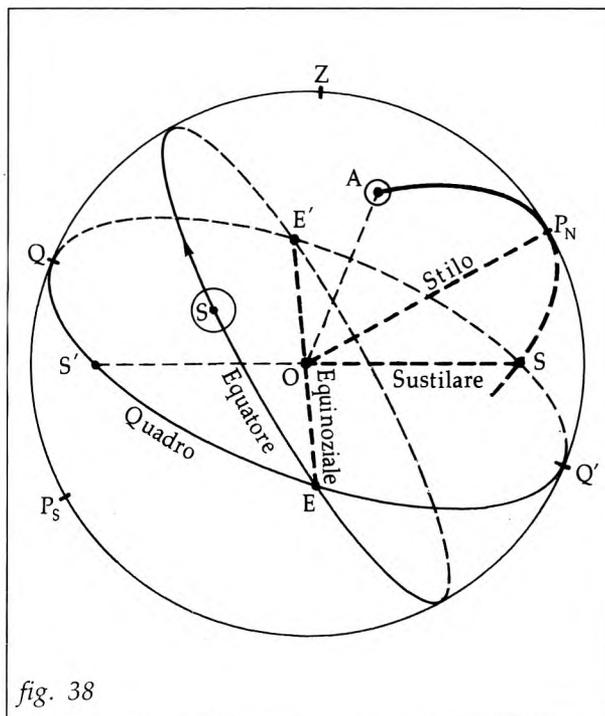


fig. 38

Poiché l'equatore è un circolo massimo il cui piano è perpendicolare allo stilo per G (lo stilo è asse di rotazione), la sua traccia sul quadro è una linea retta nn perpendicolare alla sustilare s; su questa retta nn cammina appunto l'ombra E di G nei giorni equinoziali; chiamiamo la retta nn "linea equinoziale".

Sulla sfera (fig. 38), dove al solito A è il polo del quadro QSQ'S' e P\_N il polo dell'equatore su cui cammina il Sole, il raggio OS è la sustilare e il diametro EE' è la linea equinoziale.

Sul nostro quadro (fig. 39) l'individuazione della linea equinoziale è immediata quando si disponga della sustilare s e dello stilo che abbia elevazione  $\varepsilon$  e lunghezza l; nel punto G si consideri il piano perpendicolare allo stilo OG che incontra la sustilare s nel punto E e il quadro sulla perpendicolare nn alla sustilare: la retta nn così trovata è la linea equinoziale.

Il triangolo OGE, rettangolo in G, che così si è formato, è chiamato "triangolo stilare" dell'orologio solare e in esso si individuano vari elementi di interesse (fig. 40):

- O è il centro dell'orologio;
- G è l'estremità libera dello stilobacchetta ed è detto "punto gnomonico";
- E è la traccia della retta equinoziale;
- G' è il piede della perpendicolare da G sul quadro;
- $\hat{O} = \varepsilon$  è l'elevazione dello stilo sul quadro;
- OG = l è lo stilo;
- OG' = m, che giace sulla sustilare, è detto "sottostilo";
- GG' = g, perpendicolare al quadro, è la distanza del punto gnomonico G dal quadro, ed è detto "ortostilo";
- OE = e, che giace sulla sustilare, è la distanza dal centro O della linea equinoziale.

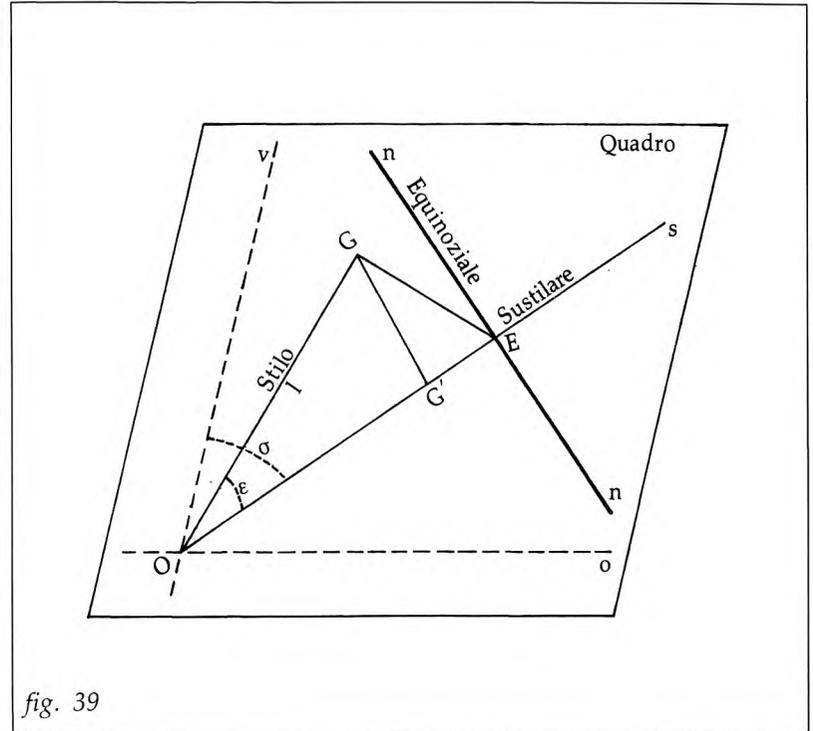


fig. 39

Fissata la lunghezza l dello stilo (ovvero, come talvolta si fa, la lunghezza g dell'ortostilo) che regola grandezza e dimensioni dell'orologio, le relazioni tra i vari elementi del triangolo stilare sono elementari formulette, ricavabili dai triangoli simili OGE, OGG', EGG', come segue:

$g = l \operatorname{sen} \varepsilon$
$m = l \operatorname{cos} \varepsilon$
$n = l \operatorname{sen} \varepsilon \operatorname{tg} \varepsilon$
$e = \frac{l}{\operatorname{cos} \varepsilon} = m + n$
$z = l \operatorname{tg} \varepsilon$

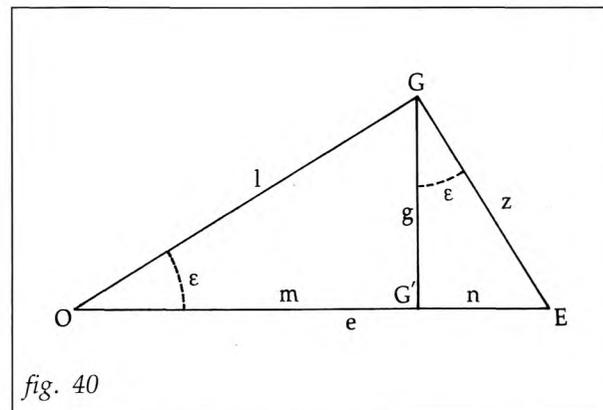


fig. 40

Queste formulette le includiamo nel gruppo di relazioni da rammentare; esse si adattano facilmente al caso in cui sia noto g anziché l.

Si noti che la distanza OE = e è anche l'ombra più corta che si manifesta nei giorni degli equinozi (Vds. par. 25) e perciò viene chiamata "ombra minima equinoziale".

Si noti infine che nel calcolo del triangolo stilare il segno dell'elevazione ε si può trascurare poiché la configurazione del triangolo è sempre evidente anche senza attribuire segni ai suoi elementi.

## 23) L'orizzonte

Un altro elemento del nostro orologio che nasce direttamente dal triangolo stilare è l'"orizzonte". Se consideriamo il piano orizzontale che passa per il punto gnomonico G (fig. 41), esso taglierà il quadro secondo una retta H'H'' che chiamiamo appunto "orizzonte".

Sulla sfera (fig. 42), dove A è il polo del quadro QH'Q'H'' e Z è il polo dell'orizzonte SH'NH'', l'orizzonte del quadro è rappresentato dalla linea H'H''.

È facile dedurre che quando il Sole è sopra l'orizzonte del luogo (fig. 41) le ombre del punto G si proiettano al disotto della linea H'H'' che abbiamo ora individuato, mentre il Sole non può segnare ombre di G al disopra di detta linea perché, quando ciò potrebbe geometricamente accadere, ... è già scomparso sotto l'orizzonte. In altri termini la linea "orizzonte" divide sul quadro la parte più significativa dell'orologio (tutto ciò che nel disegno figura al disotto della linea "orizzonte") da quella che ha meno significato (tutto ciò che nel disegno viene al disopra della linea "orizzonte") (16).

Per mettere a posto la linea orizzonte H'H'' sul disegno del quadrante basta riferirla all'ortostilo GG'; è infatti evidente (figg. 43a e 43b) che la retta orizzonte H'H'', intersezione del piano orizzontale per G con il quadro viene a trovarsi al disopra o al disotto del punto G' secondo che si tratti di quadro superiore o inferiore (inclinazione i positiva o negativa), alla distanza G'H = h fornita dalla formuletta:

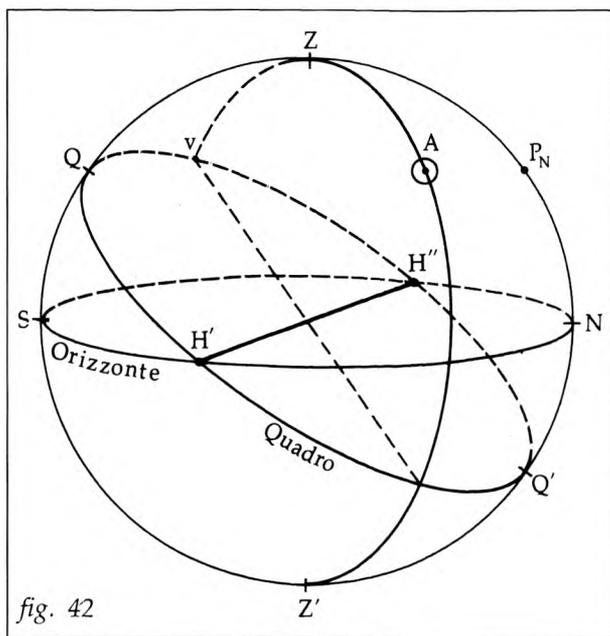
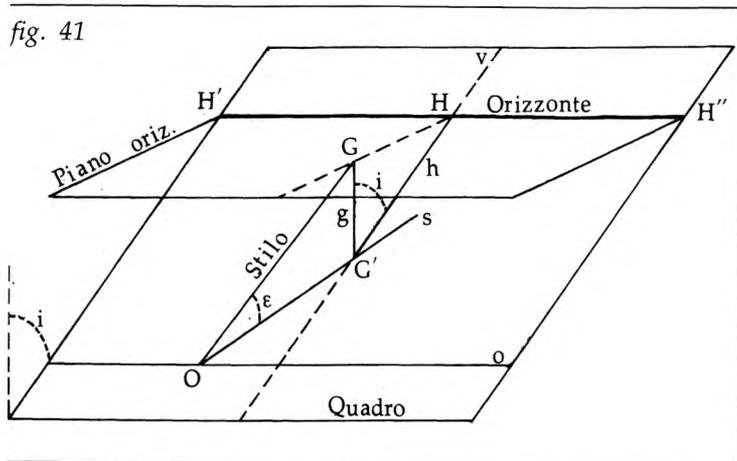
$$h = g \operatorname{tg} i \quad (\text{ovvero } h = l \operatorname{sen} \varepsilon \operatorname{tg} i).$$

Anche questa formuletta entra nel gruppo di quelle da registrare, e ci servirà per dividere sul quadro ciò che è più significativo da ciò che serve meno.

Avendo individuato equinoziale e orizzonte, possiamo ora rammentare che, come annotato in precedenza, per il loro punto d'incontro passa sempre la retta oraria  $6^h - 18^h$ .

(16) Si osservi però che le linee orarie, come ombre di tutto lo stilo, partono sempre dal centro dell'orologio, anche quando O è sopra l'orizzonte, e quindi possono essere significative anche nel tratto sopra l'orizzonte.

fig. 41



24) Esempio basico - *Calcolo e disegno di un orologio solare (2ª fase).*

A questo punto possiamo aggiornare l'esempio di calcolo e disegno che abbiamo iniziato al paragrafo 21 aggiungendo:

- il triangolo stilare
- la linea equinoziale
- l'orizzonte

e controllando la retta oraria delle 6<sup>h</sup> - 18<sup>h</sup>.

Agli effetti di questo esempio ipotizziamo una lunghezza dello stilo  $l = 58 \text{ mm}$ .

**DATI**

- |                    |                               |                                 |
|--------------------|-------------------------------|---------------------------------|
| - Inclinazione     | : $i = +20^\circ.0$           | } dall'esempio del paragrafo 21 |
| - Elevazione stilo | : $\epsilon = -16^\circ.9843$ |                                 |
| - Lunghezza stilo  | : $l = 58 \text{ mm}$         |                                 |

**CALCOLO**

- |               |  |                 |
|---------------|--|-----------------|
| - Ortostilo   | : $g = l \sin \epsilon$                            | = 16.9          |
| - Sottostilo  | : $m = l \cos \epsilon$                            | = 55.5          |
|               | : $n = l \sin \epsilon \operatorname{tg} \epsilon$ | = 5.2           |
| - Equinoziale | : $e = \frac{l}{\cos \epsilon}$                    | = 60.75         |
|               | : $z = l \operatorname{tg} \epsilon$               | = 17.7          |
| - Orizzonte   | : $h = g \operatorname{tg} i$                      | = 6.2 (in alto) |

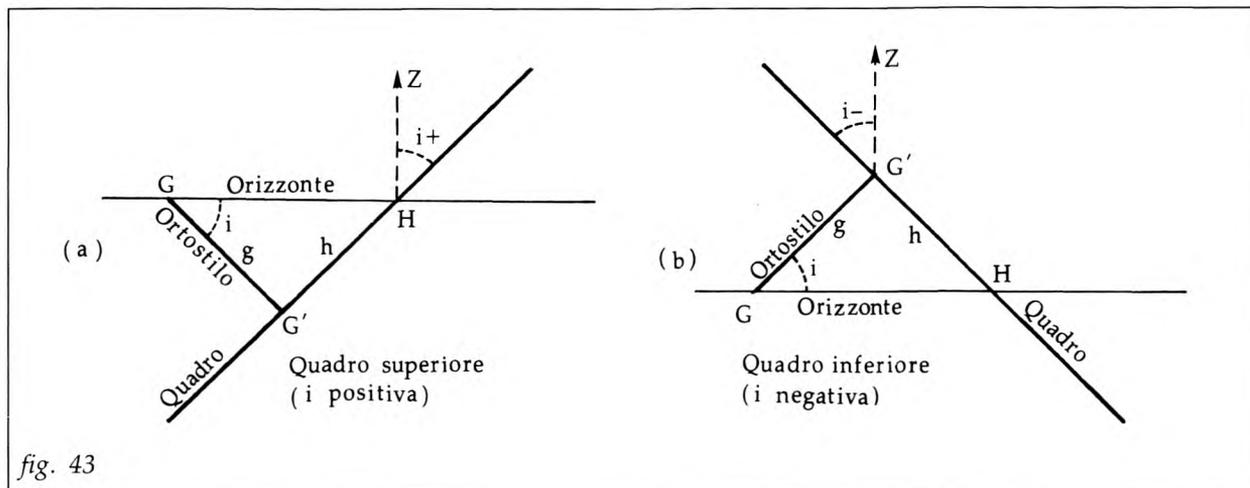
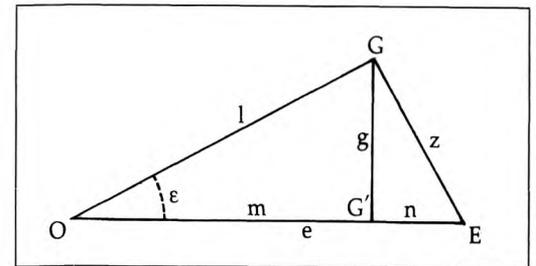


fig. 43

DISEGNO (1<sup>a</sup> E 2<sup>a</sup> FASE); figura 44

Si noti che nel disegno è stato tratteggiato tutto ciò che figura al disopra dell'orizzonte, parte meno significativa; si è già osservato, peraltro, che le ombre dello stilo sulle linee orarie partono sempre dal centro dell'orologio.

L'incontro sulla oraria 6<sup>h</sup> tra equinoziale e orizzonte è confermato.

Il triangolo stilare anche qui è ribaltato di 90° sul quadro per renderlo evidente.

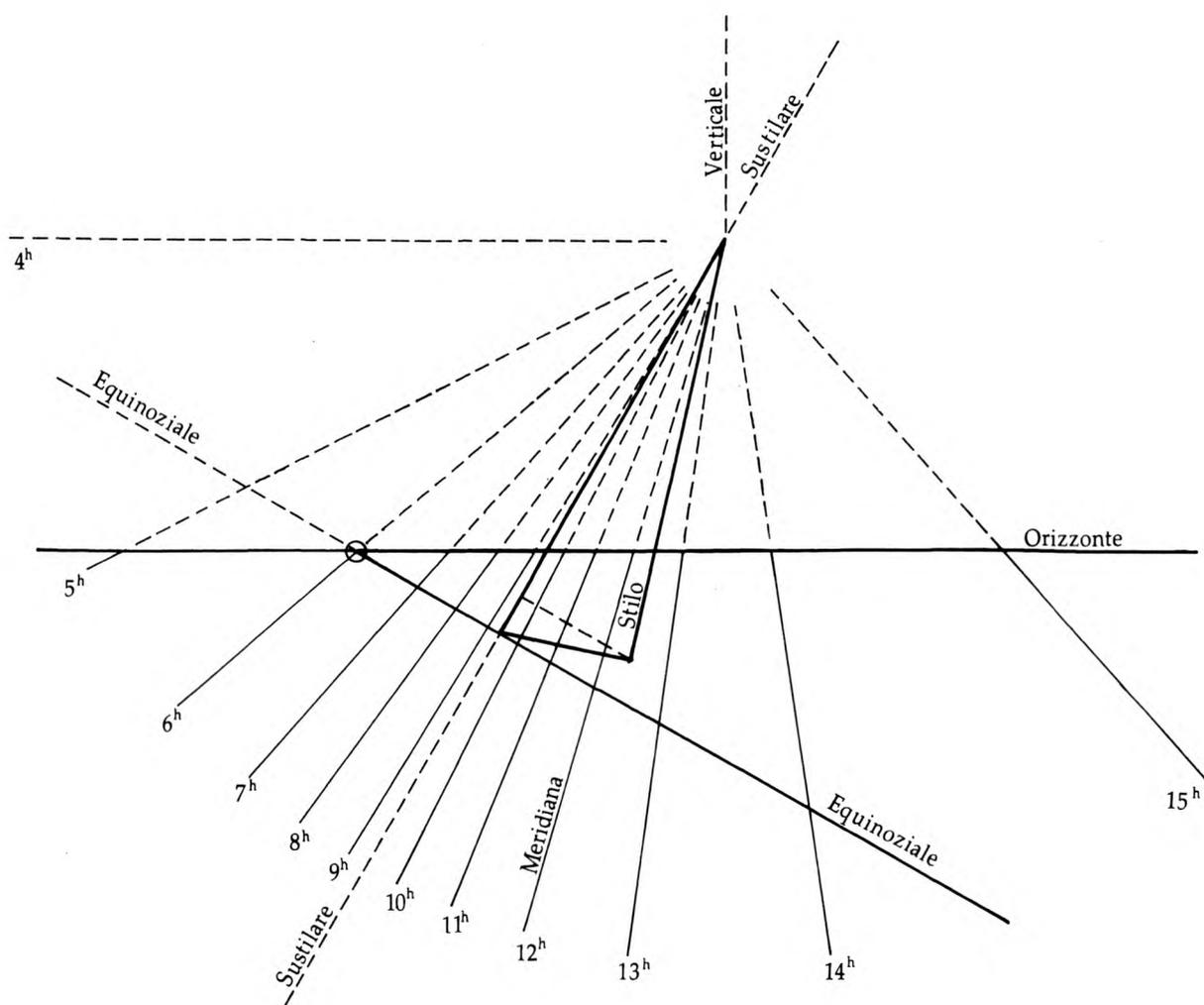
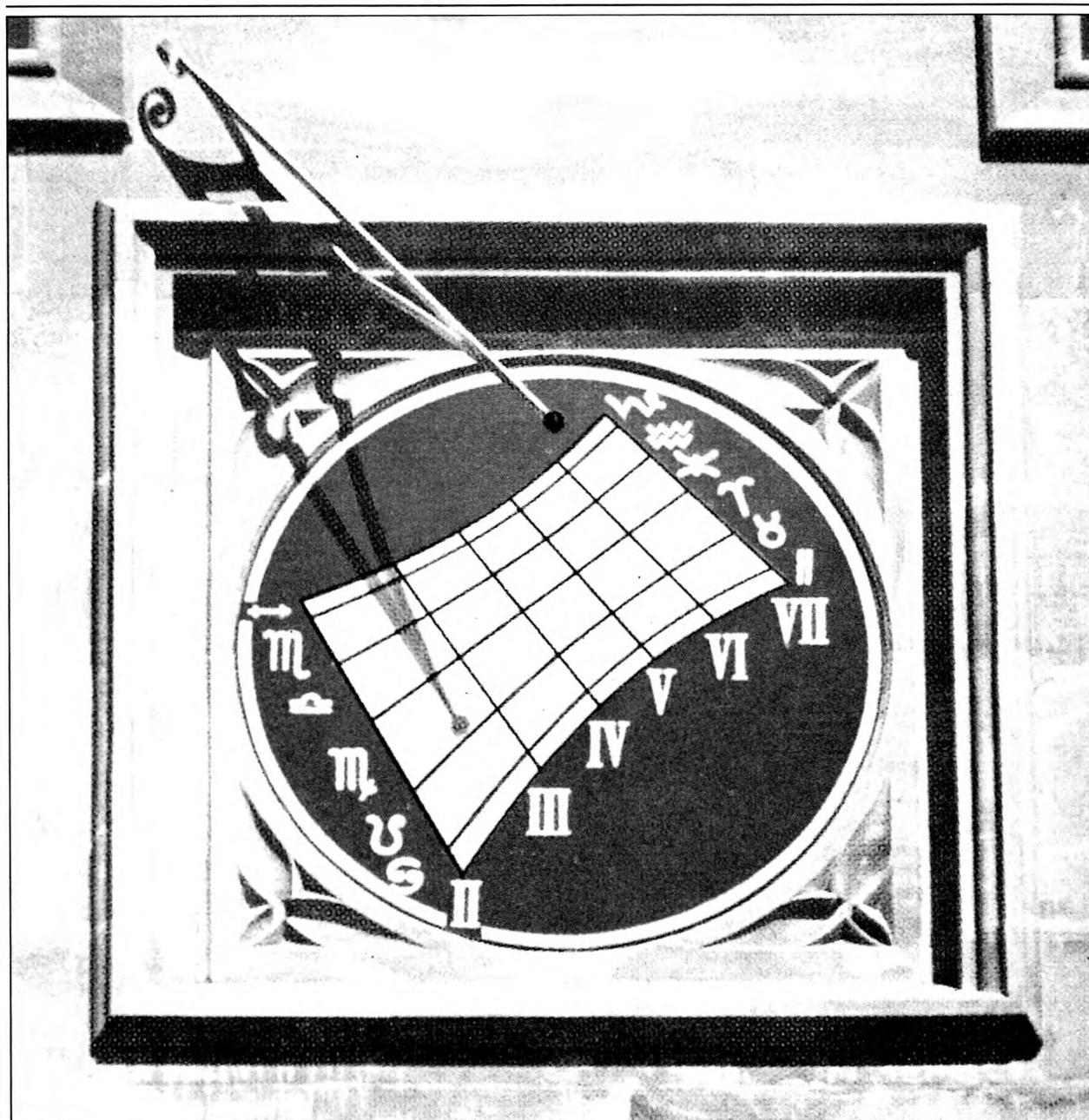


fig. 44



8

8, Orologio verticale quasi polare al Merton College di Oxford (Gran Bretagna); le curve diurne calendariali sono marcate con i simboli dei segni zodiacali; le linee orarie quasi parallele tra loro e l'origine dello stilo, molto distante, segnalano che il quadrante è prossimo all'orientamento Ovest (declinazione di poco inferiore a  $90^{\circ}W$ ).

## CAP. VIII - LE LUNGHEZZE D'OMBRA

## 25) Teoria e formule delle lunghezze d'ombra

Abbiamo sinora riguardato l'ombra della bacchetta-stilo sotto l'aspetto della sua direzione sul quadro al variare dell'ora. Ma vi è un altro aspetto dell'ombra della bacchetta che forse ha colpito prima e di più la fantasia dell'uomo primitivo, alla ricerca della misura del tempo: la *lunghezza dell'ombra*.

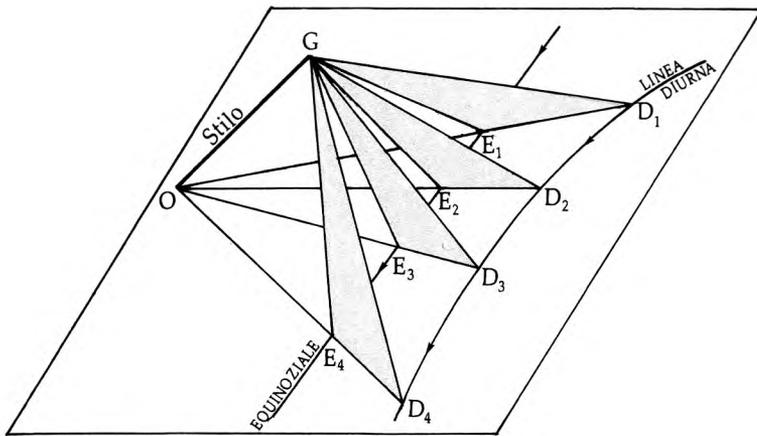
Vogliamo ora esaminare questo aspetto della sciografia, per l'importante contributo che esso dà all'orologio solare.

L'estremità dell'ombra dello stilo (fig. 45), cioè l'ombra del punto gnomonico G, percorre sul quadro, dal sorgere al tramonto, una certa linea, detta "*linea diurna*", variabile di giorno in giorno in funzione della declinazione del Sole, e cioè della data (17) (18). Si è visto in particolare che nei due giorni equinoziali dell'anno questa linea è una retta che abbiamo chiamato "*linea equinoziale*".

In generale, invece, l'individuazione della linea percorsa in un giorno qualsiasi dell'anno dal punto-ombra di G può essere fatta trovando, per il valore della declinazione del Sole

corrispondente alla data, la lunghezza dell'ombra dello stilo nelle varie ore della giornata, e avviando quindi la linea cercata sui vari punti così trovati (19).

Per tale ricerca è necessario conoscere dapprima l'angolo  $\beta$  (fig. 46) tra lo stilo OG e la sua ombra OD' in un istante qualsiasi. Per calcolarlo notiamo anzitutto che l'angolo  $\beta$  è indipendente dalla declinazione del Sole (dalla data); si è già visto infatti che le variazioni di  $\delta$  si svolgono sul piano OGE' (si riveda anche la fig. 10, cap. III), che è il piano orario del Sole, in modo che alla stessa ora t l'ombra di OG cade sempre sulla



g. 45

(17) Per gli scopi di questo studio ipotizziamo che la declinazione  $\delta$  del Sole rimanga costante nel corso della giornata, il che in realtà non si verifica mai; peraltro questa semplificazione non altera i risultati, nei limiti delle approssimazioni alle quali vogliamo lavorare.

(18) La corrispondenza tra "data" e "declinazione del Sole" si trova negli almanacchi astronomici, e in particolare nelle Effemeridi Nautiche edite annualmente dall'Istituto Idrografico della Marina, Genova (bibliografia n. 56). Una corrispondenza media, sufficientemente approssimata, è indicata nelle tavole dell'appendice A.

(19) Per questa costruzione seguiamo, come sempre, una procedura trigonometrica. Una variante esclusivamente geometrica sarà poi riportata nei paragrafi 86 e 87.

stessa semiretta  $OE'$  in qualsiasi giorno dell'anno. Pertanto la ricerca dell'angolo  $\beta$  conviene farla per i giorni equinoziali, quando l'angolo  $\widehat{OGD'}$  della figura 46 è retto e pari a  $\widehat{OGE'}$  ( $OG$  è l'asse di rotazione della Terra,  $EGE'$  è il piano equatoriale).

Ricordando che  $\Delta t$  è la differenza tra l'ora generica  $t$  e l'ora sustilare  $t_o$ , materializzata sull'equatore  $EGE'$  dall'angolo  $\widehat{EGE'}$ , si ha (fig. 47):

$$GE = l \operatorname{tg} \varepsilon$$

$$GE' = \frac{GE}{\cos \Delta t} = \frac{l \operatorname{tg} \varepsilon}{\cos \Delta t}$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{GE'}{OG} = \frac{\operatorname{tg} \varepsilon}{\cos \Delta t}$$

Lo stesso risultato si ottiene ovviamente riportando il triedro  $OGEE'$  sulla sfera, dove, con le solite notazioni (fig. 48) dal triangolo  $EP_N E'$  rettangolo in  $E$ , si ricava appunto:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\operatorname{tg} \varepsilon}{\cos \Delta t}$$

Per l'interpretazione della formula, si noti che  $\beta$  va preso col segno + o - così come esce dalla formula. Inoltre quando  $|\Delta t| > 90^\circ$  deve essere  $|\beta| > 90^\circ$  e il suo segno deve invertirsi; perciò in tale circostanza occorre fare " $\pm \beta \mp 180^\circ$ " prima di procedere.

Ottenuto l'angolo  $\beta$  tra lo stilo e la sua ombra all'ora  $t$ , la lunghezza d'ombra  $B$  si ricava applicando la formula dei seni al triangolo  $OGD'$  in cui (fig. 49 e fig. 50):

$$\begin{aligned} \hat{O} &= \beta \\ \hat{G} &= 90^\circ - \delta \\ \hat{D} &= (90^\circ - \beta) + \delta = 90^\circ - (\beta - \delta) \\ OD' &= B \\ OG &= l \end{aligned}$$

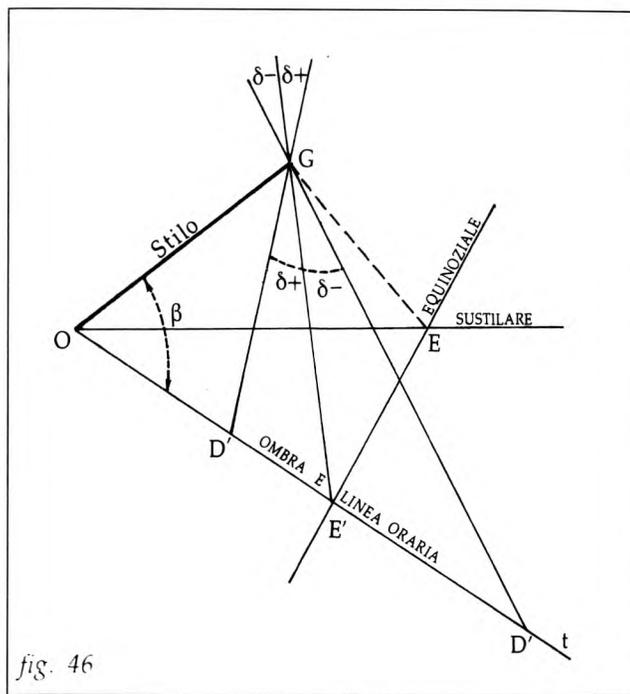


fig. 46

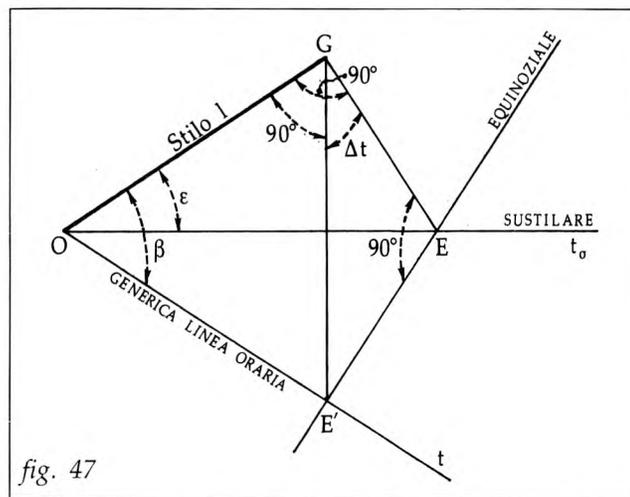


fig. 47

Pertanto la lunghezza d'ombra B risulta:

$$B = \frac{l \cos \delta}{\cos (\beta - \delta)}$$

dove  $\beta$  e  $\delta$  vanno presi con il loro segno (20).

L'insieme di tutti i punti  $D'$  estremi d'ombra costituisce la "linea diurna" per il giorno corrispondente alla declinazione  $\delta$  presa in esame.

Si osservi che in tal modo ciascuna linea diurna può essere intestata alle due date dell'anno corrispondenti a quella  $\delta$ ; così, mentre il fascio delle rette orarie fornisce l'ora, l'insieme delle linee diurne può fornire la data e servire quindi da calendario. Peraltro la precisione di questo impiego è normalmente assai più grossolana di quella dell'ora, come si vedrà in seguito parlando dell'orologio solare come "calendario" (par. 34).

All'ora sustilare  $t_s$  il  $\Delta t$  è 0, quindi  $\beta$  diventa eguale a  $\varepsilon$  e la lunghezza d'ombra B, che in questo caso possiamo chiamare "ombra sustilare"  $B_s$  (21), diviene

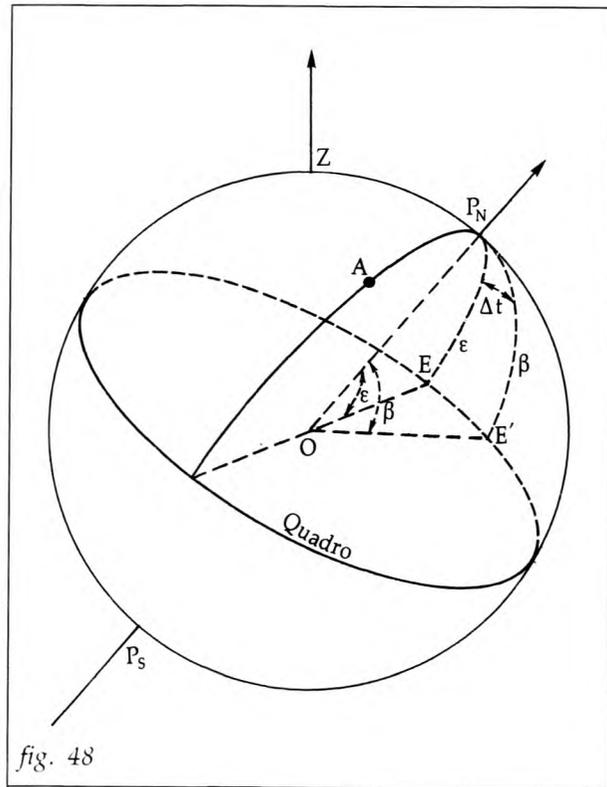


fig. 48

(20) Quando  $|\beta - \delta|$  è maggiore di  $90^\circ$  e quindi B diviene negativo, vuol dire che il Sole è sotto il quadro e quindi non dà ombre.

(21) Comunemente si dice che l'ombra sustilare è anche l'"ombra minima della giornata". Alcuni autori, nell'affermare ciò, riescono anche... a dimostrarlo! In realtà ciò è vero solo se si parla delle ombre dell'"ortostilo", mentre non è sempre vero quando si considerano le ombre dello "stilo inclinato". Infatti si può facilmente dimostrare (dimostrazione omessa) che, per una data declinazione  $\delta$ , l'ombra minima dello stilo inclinato in quel giorno segue la seguente regola:

a) - l'ombra minima coincide con l'ombra sustilare (che si verifica per  $\Delta t = 0$ ) quando:

$\delta$  e  $\varepsilon$  sono di segno contrario,

$\delta$  e  $\varepsilon$  sono dello stesso segno, ed è anche  $|\delta| < |\varepsilon|$ ;

b) - l'ombra minima, quando  $\delta$  e  $\varepsilon$  sono dello stesso segno ed è anche  $|\delta| > |\varepsilon|$ , si verifica alle due ore, simmetriche rispetto all'ora sustilare  $t_s$ , la cui  $\Delta t$  soddisfa alla condizione:

$$\cos \Delta t = \frac{\operatorname{tg} \varepsilon}{\operatorname{tg} \delta} .$$

Si comprende che nella maggioranza dei casi l'ombra minima è quella che si ha all'ora sustilare: ciò, unitamente al fatto che le eventuali differenze tra le lunghezze dell'ombra minima e dell'ombra sustilare sono sempre molto piccole (può arrivare al massimo all'8%), ha accreditato l'inesatta affermazione che l'ombra minima è sempre quella sustilare. A titolo d'esempio, il calcolo riportato al par. 35b fa vedere come alle date in cui la  $\delta$  è  $-23^\circ.5$  e  $-20^\circ$  l'ombra minima non si verifica all'ora sustilare.

$$B_s = \frac{l \cos \delta}{\cos (\varepsilon - \delta)}$$

Quando anche  $\delta = 0$  (Sole all'equatore) abbiamo la formuletta dell'ombra sustilare equinoziale  $B_e$ :

$$B_e = \frac{l}{\cos \varepsilon}$$

che coincide ovviamente con la già trovata formuletta della distanza della linea equinoziale dal centro dell'orologio.

Le quattro formulette delle lunghezze d'ombra che abbiamo ora trovato ( $\beta$ ,  $B$ ,  $B_s$ ,  $B_e$ ) entrano a buon titolo nel gruppo di formule da annotare, poiché esse possono servire per il tracciamento delle linee diurne sul quadrante dei nostri orologi solari.

Notiamo peraltro che un altro sistema, forse più pratico, per il tracciamento delle linee diurne viene illustrato nel successivo capitolo IX; in esso le linee diurne vengono interpretate come "sezioni coniche" anziché come "luoghi delle estremità d'ombra".

Osserviamo ancora che le formule delle ombre vengono meno quando la  $\varepsilon = 0$  (orologi polari). Di ciò si terrà conto in seguito, trattando come casi particolari gli orologi polari.

A titolo di esempio riportiamo calcolo e disegno della linea diurna per la data in cui è  $\delta = + 23^{\circ}.5$  (solstizio estivo, 21 Giugno) sull'orologio disegnato come esempio nei paragrafi 21 e 24.

Infine riportiamo un secondo "Riassunto di formule e regole", che comprende quelle relative al triangolo stilare e quelle relative alle lunghezze d'ombra.

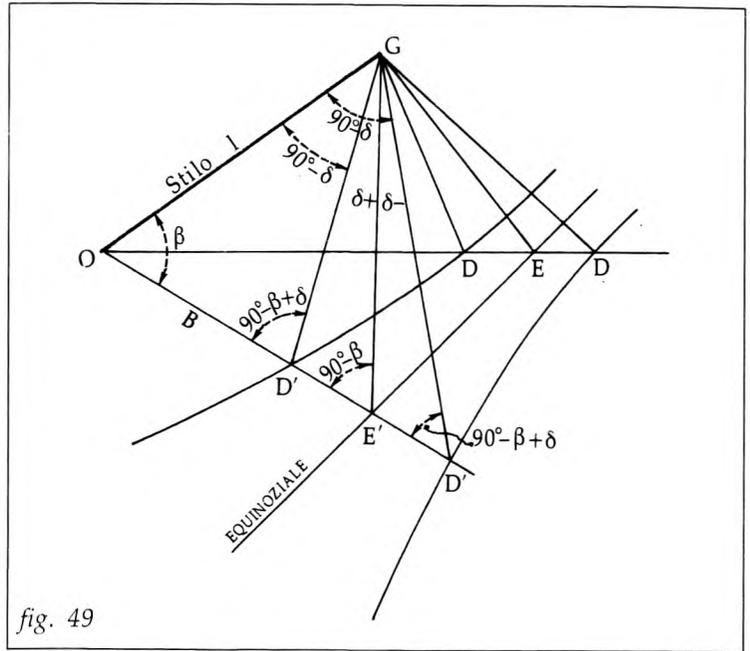


fig. 49

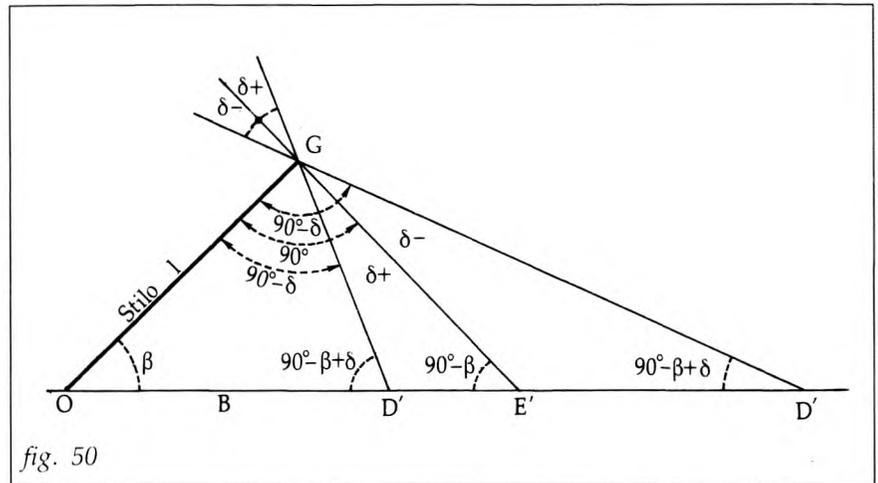


fig. 50

### 26) Esempio di calcolo e disegno di una linea diurna

Data corrispondente alla  $\delta = 23^{\circ}.5$  (21 Giugno).

I dati ( $t_{\sigma}$ ,  $\varepsilon$ ,  $l$  per il calcolo,  $\sigma$  e  $\omega$  per il disegno) sono ripresi dall'esempio di orologio solare riportato ai paragrafi 21 e 24:

$$\varepsilon = -16^{\circ}.9843, \sigma = 209^{\circ}.6940 \text{ senso orario, } t_{\sigma} = 140^{\circ}.5428, l = 58 \text{ mm.}$$

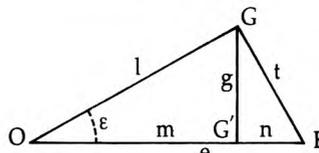
## CALCOLO

t <sup>h</sup>	Δt°	β°	δ°	β - δ	B
	Δt° = t - t <sub>σ</sub>	tg β = $\frac{\text{tg } \epsilon}{\cos \Delta t}$			B = $\frac{l \cos \delta}{\cos (\beta - \delta)}$
4 <sup>h</sup>	-80°.5428	-61°.7214	↑ +23°.5 ↓	85°.2214	638.5
5	-65°.5428	-36°.4174		59°.9174	106.1
6	-50°.5428	-25°.6696		49°.1696	81.4
7	-35°.5428	-20°.5746		44°.0746	74.0
8	-20°.5428	-18°.0649		41°.5649	71.1
9	- 5°.5428	-17°.0595		40°.5595	70.0
10	+ 9°.4572	-17°.2046		40°.7046	70.2
11	+24°.4572	-18°.5486		42°.0486	71.6
12	+39°.4572	-21°.5830		45°.0830	75.3
13	+54°.4572	-27°.7182		51°.2182	84.9
14	+69°.4572	-41°.0365		64°.5365	123.7
15	+84°.4572	-72°.4510		95°.9510	=

DISEGNO: figura 51

27) 2° RIASSUNTO DELLE FORMULE E REGOLE  
 Il triangolo stilare e le lunghezze d'ombra

## A) TRIANGOLO STILARE E ELEMENTI COLLEGATI

ELEMENTO	FORMULA	NOTE E REGOLE
Triangolo stilare	$g = l \sin \epsilon$ $m = l \cos \epsilon$ $n = l \sin \epsilon \text{ tg } \epsilon$ $e = \frac{l}{\cos \epsilon} = m + n$ $z = l \text{ tg } \epsilon$	
Linea equinoziale (distanza e dal centro O sulla sustilare)	$e = \frac{l}{\cos \epsilon} = \frac{2g}{\sin 2\epsilon}$	1) L'equinoziale è perpendicolare alla sustilare 2) e è anche l'ombra minima equinoziale B <sub>e</sub> (Vds. sotto)
Orizzonte (distanza h dell'orizzonte dal piede G' dell'ortostilo)	$h = g \text{ tg } i$	1) h sopra o sotto G', secondo che l'inclinazione i sia positiva o negativa

B) LUNGHEZZE D'OMBRA

ELEMENTO	FORMULA	NOTE E REGOLE
Elemento ausiliario $\beta$ (all'ora t) $\Delta t = t - t_v$	$\operatorname{tg} \beta = \frac{\operatorname{tg} \varepsilon}{\cos \Delta t}$	1) $\beta$ è positivo o negat. secondo come risulta dalla formula 2) Quando $\Delta t$ è $> 90^\circ$ , fare $\mp \beta \pm 180^\circ$ prima di procedere
Lunghezza d'ombra B (all'ora t)	$B = \frac{1 \cos \delta}{\cos (\beta - \delta)}$	1) $\beta$ e $\delta$ vanno presi col loro segno 2) Quando B è negativo, il Sole è sotto il quadro e non dà ombre
Ombra sustilare $B_s$	$B_s = \frac{1 \cos \delta}{\cos (\varepsilon - \delta)}$	1) È anche l'ombra minima quando $\delta$ e $\varepsilon$ sono di segno contrario o, se dello stesso segno, quando $ \delta  <  \varepsilon $
Ombra sustilare equinoziale $B_e$	$B_e = \frac{1}{\cos \varepsilon}$	1) È anche la distanza e dell'equinoziale dal centro (Vds. sopra)

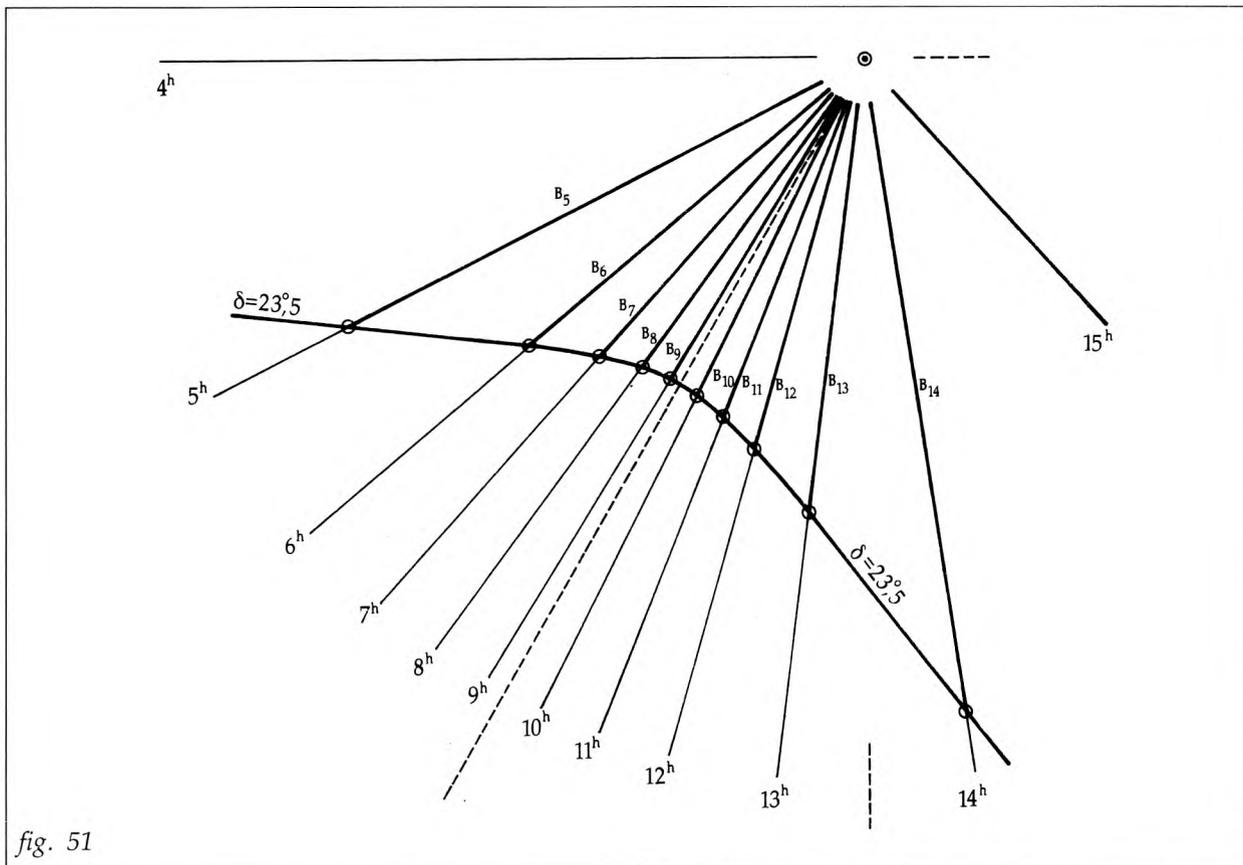
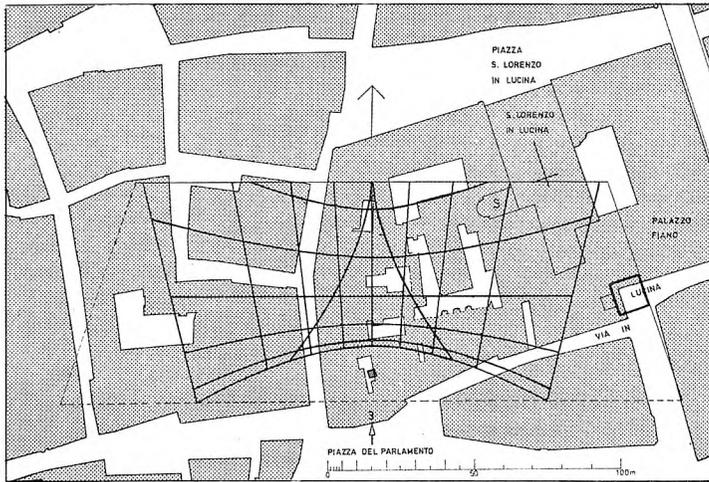


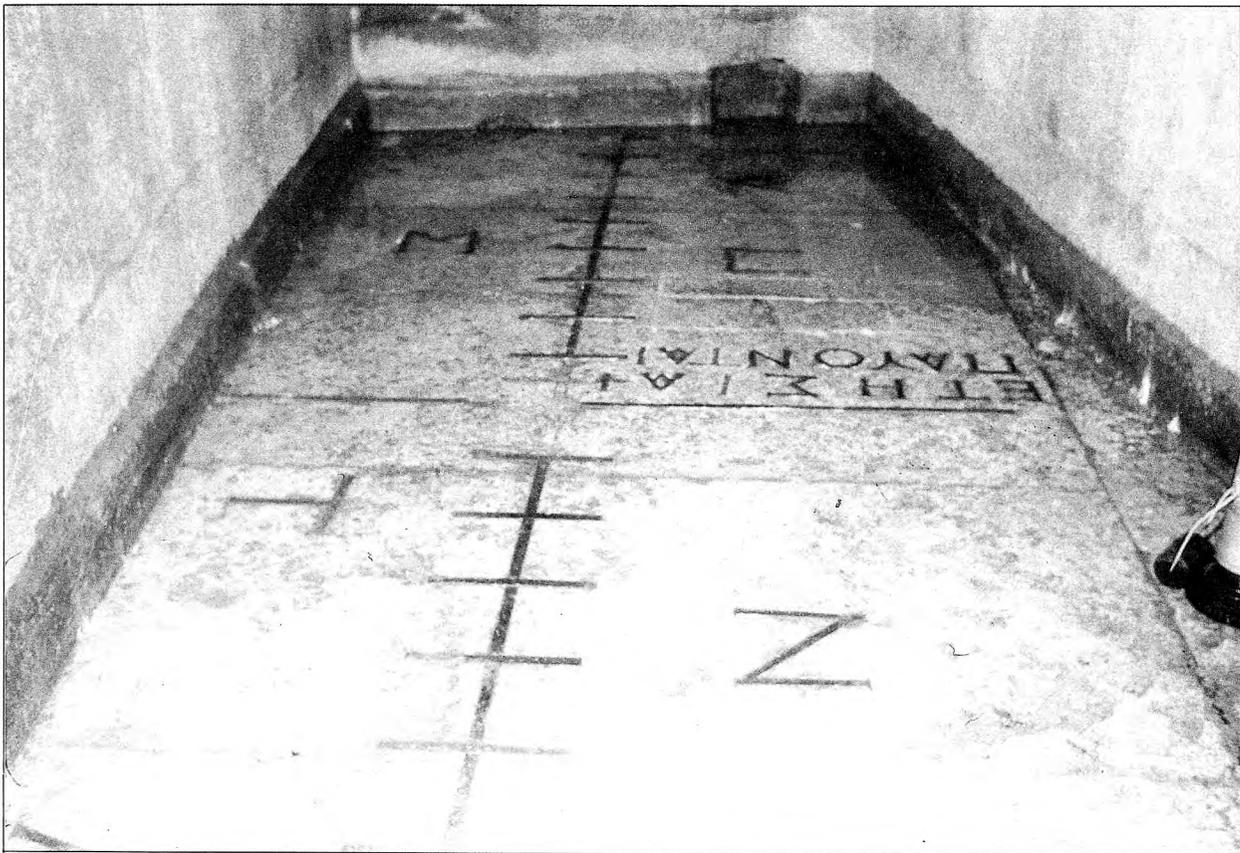
fig. 51



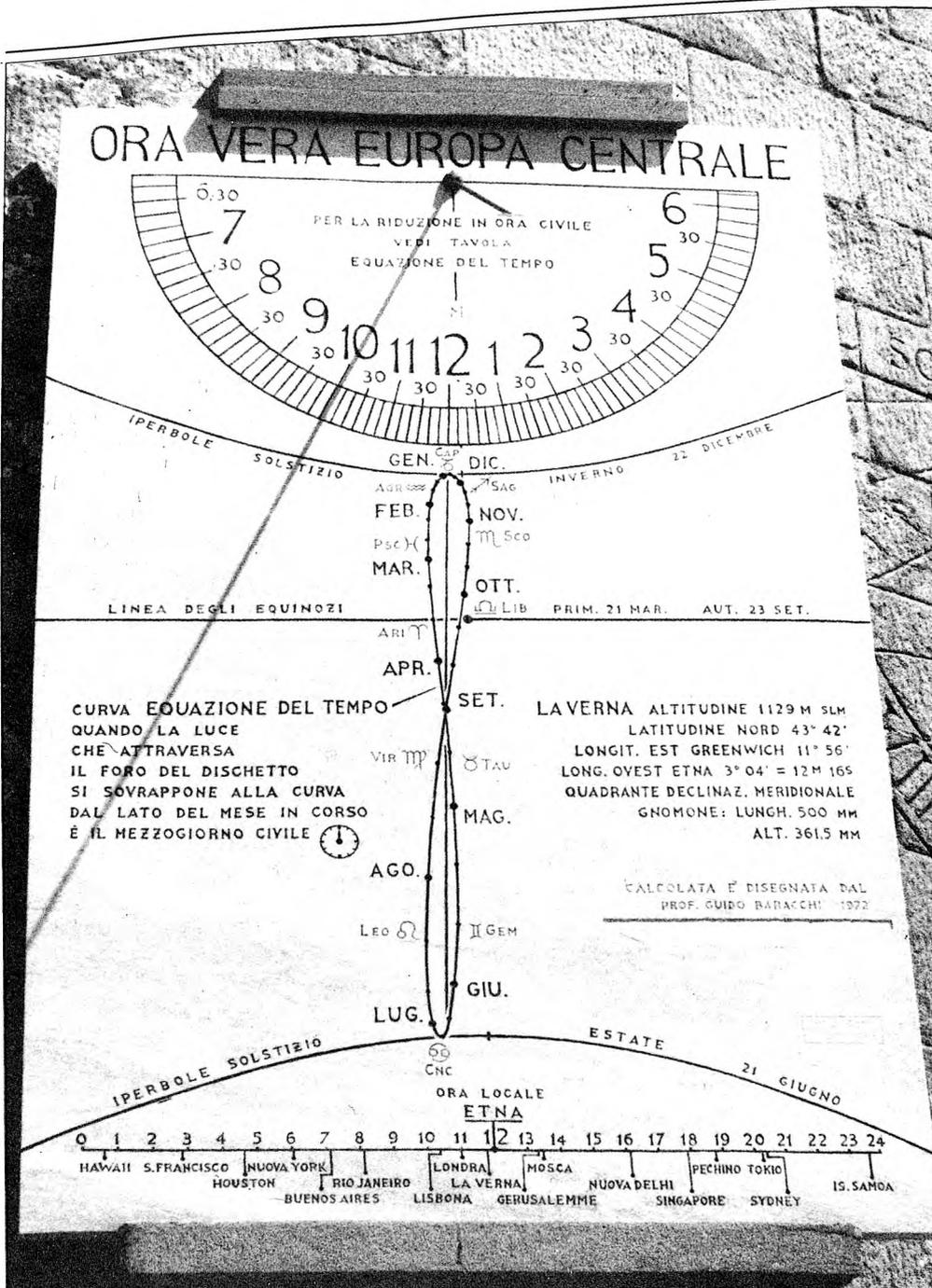
9

9, Pianta dell'orologio solare orizzontale, costruito da Augusto in Campo Marzio, sovrapposta all'attuale planimetria della zona, secondo Buchner.

10, L'orologio di Augusto (9 a.C.), rifatto poi da Domiziano (I secolo d.C.), è stato recentemente riportato in luce in una piccola zona all'incrocio tra la meridiana e i segni zodiacali di Vergine, Ariete, Leone e Toro, indicati con lettere greche. Nella foto si notano l'ultima lettera N di ΛΕΩΝ (il Leone) e la prima lettera T di ΤΑΥΡΟΣ (il Toro).



10



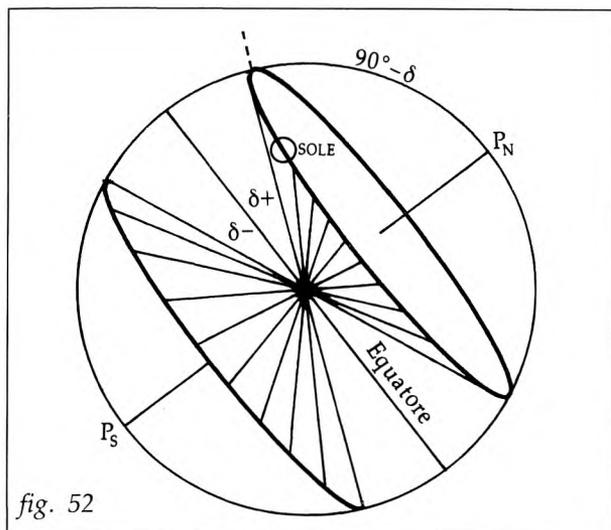
11, Il semplice orologio moderno verticale del santuario di La Verna (Arezzo) è completato con un sottostante "otto" del tempo medio di grandi dimensioni per la correzione dell'ora solare.

## CAP. IX - LE CONICHE DIURNE

## 28) Generalità

Avendo individuato le "linee diurne" (percorsi diurni dell'ombra del punto gnomonico) come luogo dei punti estremi delle ombre dello stilo, vogliamo ora analizzare natura e forma di tali linee.

Notiamo che mentre il Sole descrive un qualsiasi cerchio di declinazione  $\delta$  (fig. 52), l'insieme dei raggi proiettanti che vanno dal Sole al punto gnomonico sono le generatrici del cono circolare retto che ha per asse l'asse terrestre  $P_N P_S$  e per apertura  $90^\circ - |\delta|$ ; le due falde del cono corrispondono a due declinazioni  $\delta$  di egual valore assoluto e di segno opposto.



Discende da ciò che, nel giorno in cui la declinazione del Sole è  $\delta$ , la linea diurna descritta sul quadro dall'ombra del punto gnomonico G (fig. 53) è l'intersezione con il quadro del semicono opposto a quello corrispondente alla  $\delta$  in questione, e quindi è una curva di secondo grado, della famiglia delle coniche.

La natura della conica dipende dalla inter-relazione tra l'inclinazione dell'asse del cono sul quadro (che è l'elevazione  $\varepsilon$  dello stilo sul quadro) e l'apertura del cono (che è il complemento a  $90^\circ$  della declinazione  $|\delta|$  del Sole).

Se consideriamo il caso di  $\varepsilon$  e  $\delta$  positive, la figura 54 mostra chiaramente che la conica è un ramo di iperbole, una parabola, un'ellisse secondo che sia  $\varepsilon \leq 90^\circ - \delta$ .

Se consideriamo l'ipotesi di  $\varepsilon$  positiva e  $\delta$  negativa otteniamo similmente che la conica è un ramo di iperbole, una parabola, un'ellisse secondo che sia  $\varepsilon \leq 90^\circ + \delta$ .

Ripetendo l'esame per  $\varepsilon$  negativa, si trova analogamente che la condizione suddetta di verifica per  $\delta$  positiva quando  $-\varepsilon \leq 90^\circ - \delta$  e per  $\delta$  negativa quando  $-\varepsilon \leq 90^\circ + \delta$ .

Pertanto possiamo riassumere la regola per individuare il tipo di conica segnata giornalmente sul quadro dall'ombra del punto estremo dello stilo nel seguente modo:

"la curva è ramo d'iperbole, parabola, ellisse, secondo che sia:

$$\begin{aligned} \varepsilon &\leq 90^\circ - \delta, \text{ quando } \varepsilon + \delta +; \\ \varepsilon &\leq 90^\circ + \delta, \text{ quando } \varepsilon + \delta -; \quad (22) \\ -\varepsilon &\leq 90^\circ - \delta, \text{ quando } \varepsilon - \delta +; \quad (22) \\ -\varepsilon &\leq 90^\circ + \delta, \text{ quando } \varepsilon - \delta -; \end{aligned}$$

la stessa regola può essere espressa in forma sintetica e valida in tutti i casi:

IPERBOLE PARABOLA ELLISSE	} secondo che sia $ \varepsilon  +  \delta  \lessgtr 90^\circ$
---------------------------------	--

con l'osservazione indicata nella nota (22).

Notiamo ancora due casi particolari:

– quando  $\delta = 0$  il cono degenera in un piano e la curva conica degenera in una retta, che abbiamo già incontrato e chiamato "retta equinoziale";

– quando l'elevazione  $\varepsilon$  è  $\pm 90^\circ$  il quadro risulta perpendicolare all'asse del cono, per cui tutte le linee diurne ellittiche diventano quelle particolari ellissi che sono i cerchi.

Infine osserviamo che quando  $|\varepsilon - \delta| > 90^\circ$  il Sole resta sempre fuori del quadro e quindi non dà coniche diurne (23).

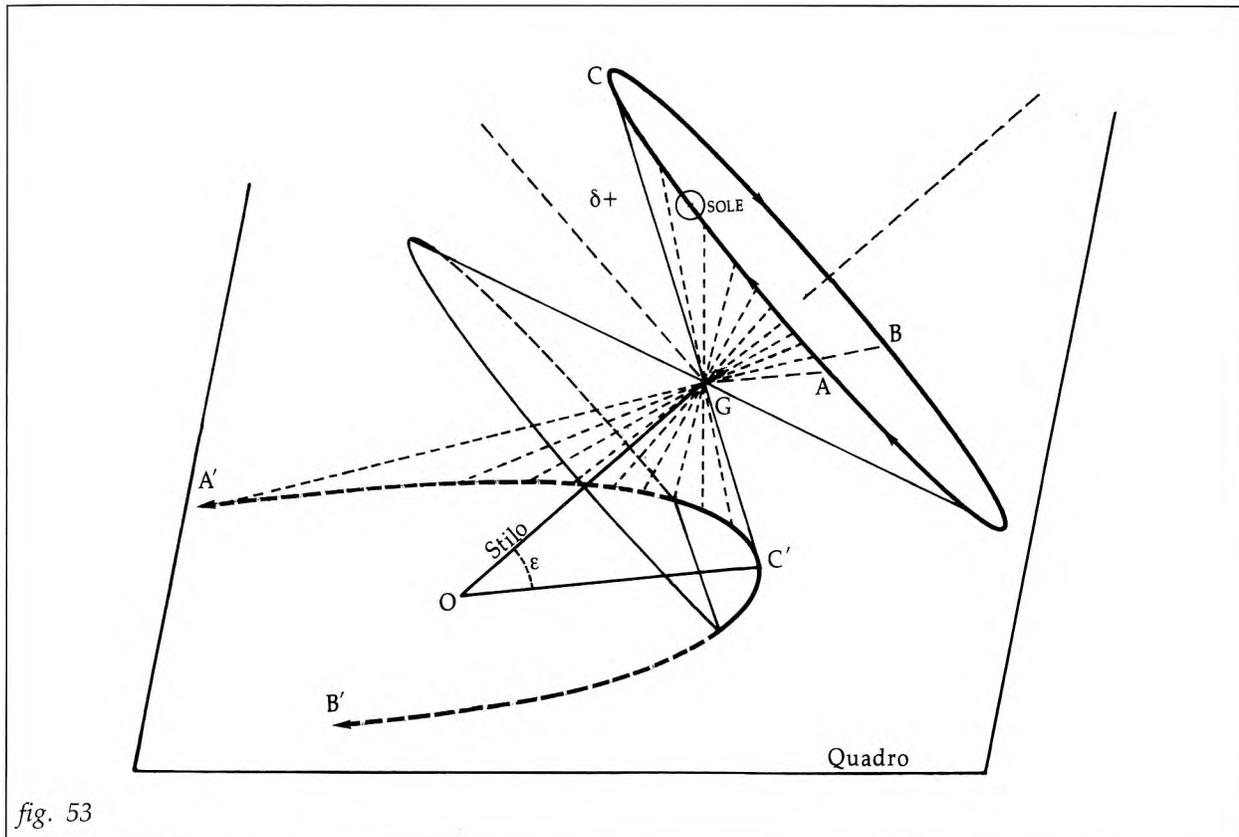


fig. 53

(22) Quando  $\varepsilon$  e  $\delta$  sono di segno contrario, i segni  $= e >$  (parabola e ellisse) si riferiscono a situazioni in cui il Sole resta sempre sotto il quadro; ciò si interpreta dicendo che le coniche corrispondenti si formano, invisibili, sul retro del quadro. Esse divengono ovviamente valide per il quadro opposto, con  $\varepsilon$  eguale ma di segno contrario, cioè per il quadro che in seguito chiameremo "speculare" (Vds. par. 58).

(23) Questa condizione viene illustrata nel par. 40.

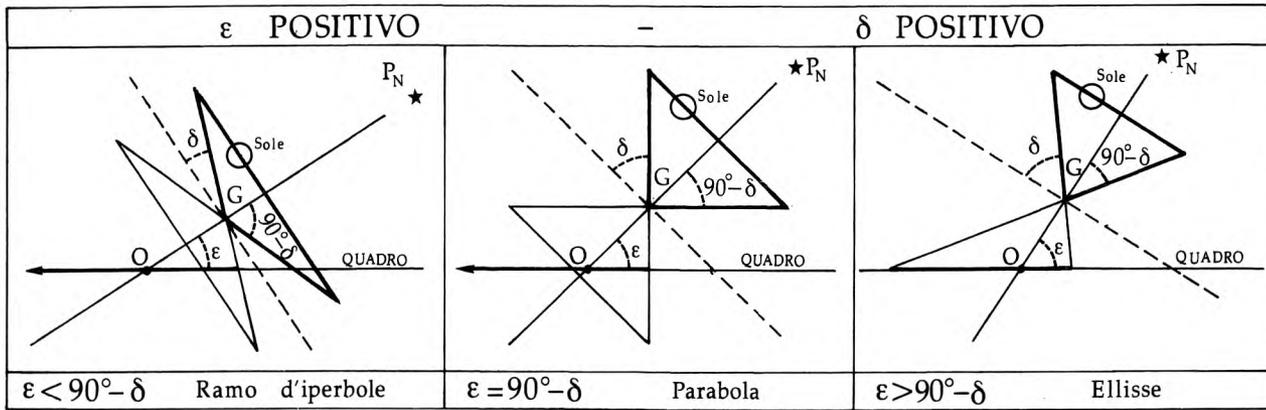
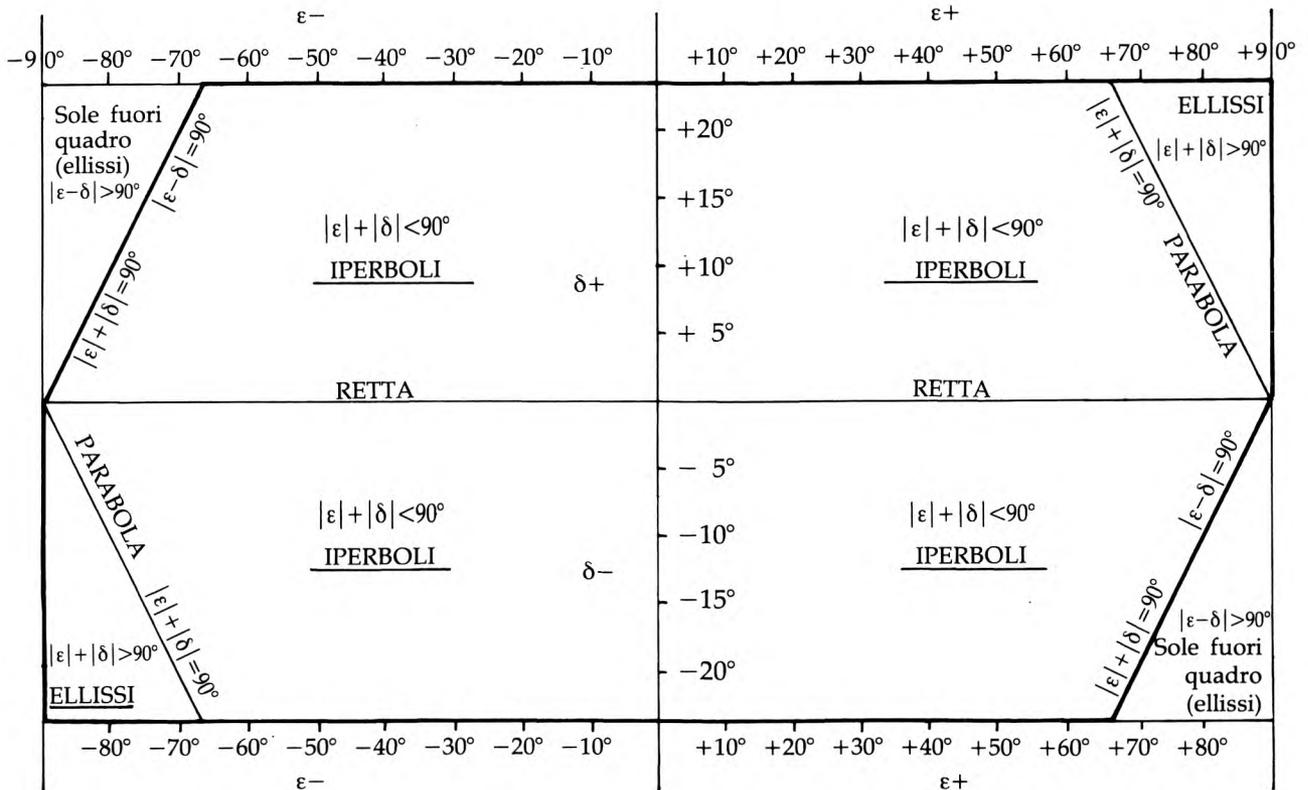


fig. 54

Le conclusioni raggiunte su questo argomento potranno risultare più chiare se le riportiamo in grafico cartesiano  $\epsilon \div \delta$ :



Circa la coesistenza di coniche di diverso tipo sullo stesso quadrante solare, si osserva che la  $\delta$  del Sole può variare tra  $+23^\circ.5$  e  $-23^\circ.5$  e pertanto (come d'altronde è particolarmente evidente nel grafico appena visto):

- se  $0^\circ \leq |\varepsilon| \leq 66^\circ.5$  il quadro presenta solo iperboli, oltre alla retta equinoziale (una parabola si forma per  $\varepsilon = +66^\circ.5$  e  $\delta = +23^\circ.5$  ovvero per  $\varepsilon = -66^\circ.5$  e  $\delta = -23^\circ.5$ );
- se  $66^\circ.5 < |\varepsilon| < 90^\circ$  oltre alla retta equinoziale il quadro presenta sia iperboli che ellissi, separate da una parabola;
- se  $\varepsilon = 90^\circ$  il quadro presenta solo ellissi degenerate in cerchi.

Avendo esaminato la questione della natura delle coniche diurne al variare di  $\varepsilon$  e  $\delta$ , analizziamo le caratteristiche di queste curve onde ricavarne elementi per poter disegnare le linee diurne sul quadrante solare sotto l'aspetto di "sezioni coniche" (24).

### 29) L'iperbole

Si considerano entrambi i rami dell'iperbole, e quindi i corrispondenti valori di  $\pm\delta$  (25). Per definire la curva occorre individuare il centro, gli assi e i parametri  $a$  e  $b$  che figurano nell'equazione della curva

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

Se  $G$  è il punto gnomonico (fig. 55),  $\varepsilon$  l'elevazione dello stilo  $OG$ , gli elementi dell'iperbole relativa alle declinazioni  $\pm\delta$  (tali che sia  $|\varepsilon| + |\delta| < 90^\circ$ ) si individuano come segue.

*Assi di simmetria*

Sono la sustilare e la perpendicolare ad essa per il centro  $C$  dell'iperbole.

*Vertici* (fig. 55)

I vertici  $V_1$  e  $V_2$  sono definiti sulla sustilare dalle ombre sustilari, cioè dalle distanze da  $O$  ottenibili con la formuletta:

$$\left. \begin{array}{l} B_{s1} \\ B_{s2} \end{array} \right\} = \frac{1 \cos \delta_{1,2}}{\cos (\varepsilon - \delta_{1,2})}$$

(24) Il problema della costruzione delle linee diurne è già stato risolto per mezzo delle lunghezze dell'ombra sulle linee orarie, con la formuletta:

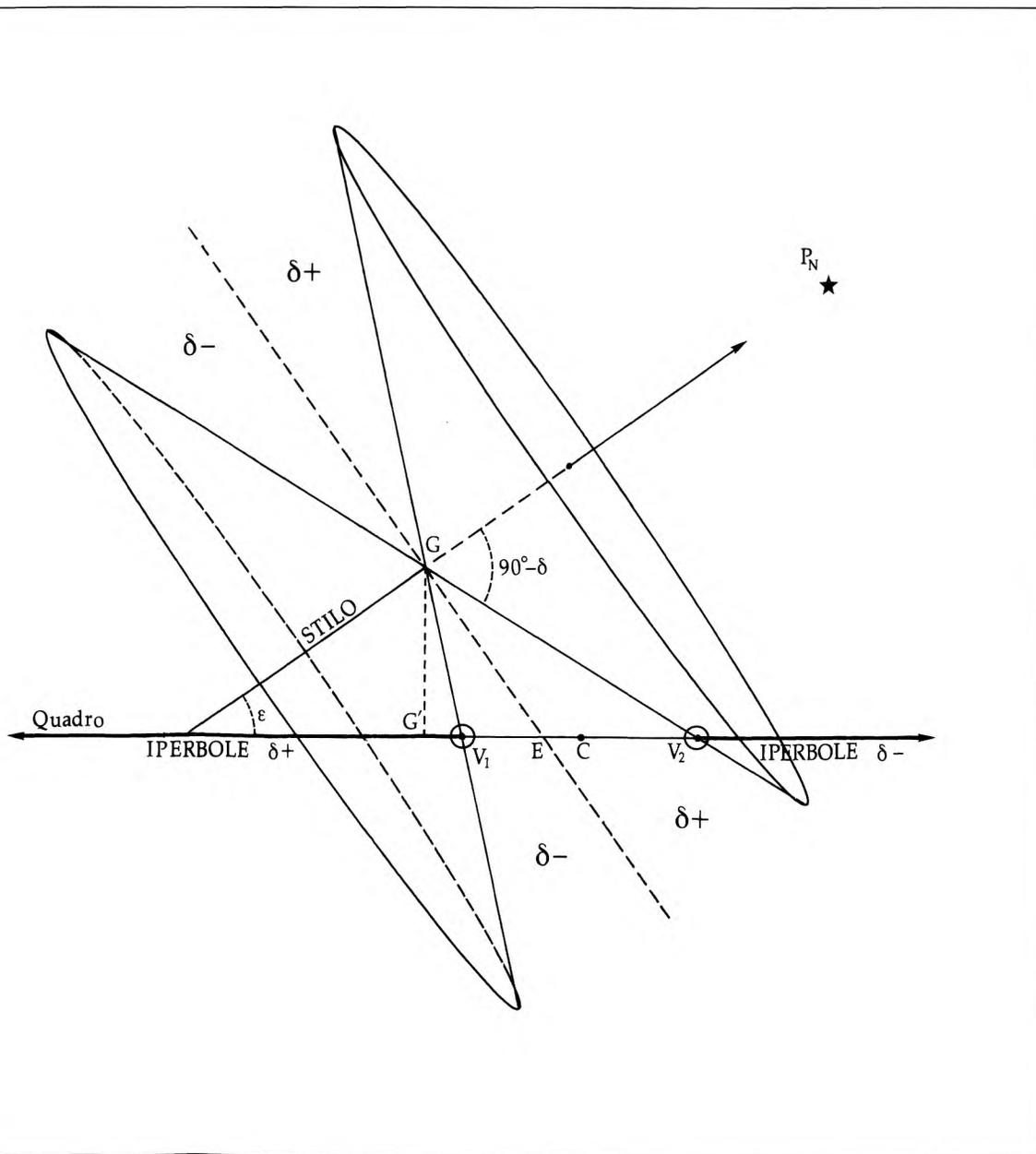
$$B = \frac{1 \cos \delta}{\cos (\beta - \delta)}$$

(cap. VIII). Se riproponiamo qui il discorso in termini di coniche è solo perché riteniamo che la costruzione pratica delle linee diurne sia spesso più agevole e precisa nell'ottica di "curve coniche in coordinate cartesiane" anziché in quella di "luoghi delle estremità d'ombra".

(25) In tal modo l'iperbole completa (due rami) rimane valida sia per  $\delta+$  che per  $\delta-$ , essendo un ramo corrispondente alla  $\delta$  positiva e l'altro alla  $\delta$  negativa.

le due  $\delta$  da inserire nella formula sono quelle eguali e di segno opposto relative a due posizioni simmetriche del Sole sullo zodiaco (ad esempio  $+23^{\circ}.5$  e  $-23^{\circ}.5$ ); i due vertici sono quelli dei due rami dell'iperbole corrispondenti alle due  $\delta$  inserite nella formula.

Si noti che i due vertici cadono sulla sustilare necessariamente dalla stessa parte rispetto ad O, e precisamente dalla parte dove è  $G'$ , cioè dalla parte dello stilo; in particolare il vertice



più vicino a O è quello corrispondente alla  $\delta$  che ha lo stesso segno di  $\epsilon$  ( $\epsilon$  positiva,  $\delta$  Nord;  $\epsilon$  negativa,  $\delta$  Sud).

*Centro* (fig. 55)

Il centro C dell'iperbole si trova sulla sustilare ed è definito dalla sua distanza  $OC = c$  da O, che si ottiene mediando le due ombre sustilari  $B_s$  già trovate:

$$c = \frac{B_{s2} + B_{s1}}{2}$$

Anche  $c$  va preso da O dalla stessa parte di  $G'$ , cioè dalla parte dello stilo.

*Parametro a* (fig. 55)

È la semidistanza tra i vertici e si ottiene con la formuletta:

$$a = \frac{B_{s2} - B_{s1}}{2}$$

semidifferenza delle ombre sustilari per le declinazioni  $\pm\delta$ .

*Asintoti*

Gli asintoti sono i punti all'infinito dell'iperbole; essi sono definiti dalle generatrici del cono parallele al quadro e quindi sulla sfera sono definiti (fig. 56) dai raggi come  $OT'$  che contemporaneamente sono generatrici del semicono opposto a quello di declinazione  $\delta$  e giacciono sul quadro. In altri termini essi sono individuati dai punti  $T'$  dove si incontrano il quadro e il cerchio di declinazione simmetricamente opposto a quello su cui si trova il Sole.

La inclinazione  $\eta$  degli asintoti sulla sustilare OS si ricava dal triangolo  $P_NST''$ , rettangolo in S, in cui:

- $P_N T''$  è  $90^\circ - \delta$
- $P_N S$  è  $\epsilon$  (elevazione stilo)
- $ST''$  è pari all'angolo  $\hat{S}OT'' = 180^\circ - \eta$  e cioè è l'incognita.

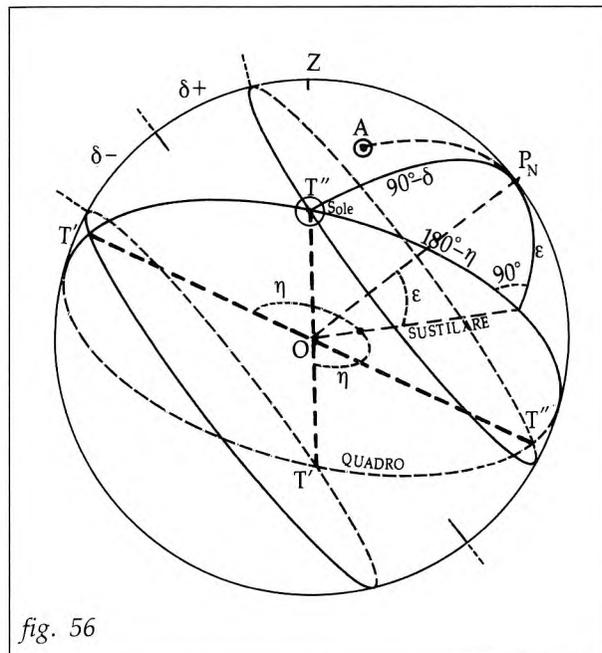


fig. 56

Si ha pertanto:

$$\cos \eta = \frac{\text{sen } \delta}{\cos \varepsilon} \quad (26);$$

poiché i due asintoti della stessa iperbole sono  $\eta$  e  $180^\circ - \eta$ , l'eventuale segno "meno" del 2° membro si può trascurare.

*Parametro b*

Dalla figura 57 si ricava subito

$$b = a \text{ tg } \eta$$

dove  $\eta$  è l'inclinazione degli asintoti sulla sustilare. Sostituendo l'espressione di  $\cos \eta$  già trovata, la stessa formula si può anche esprimere:

$$b = a \sqrt{\left(\frac{\cos \varepsilon}{\text{sen } \delta}\right)^2 - 1}.$$

*Costruzione per punti della conica*

Ottenuti il centro  $C$ , gli assi, e i parametri  $a$  e  $b$ , l'iperbole corrispondente alle due declinazioni  $\pm\delta$  si può costruire per punti risolvendo rispetto a  $x$  la formula dell'iperbole indicata all'inizio del paragrafo, dalla quale si ha:

$$x = \frac{a}{b} \sqrt{b^2 + y^2}.$$

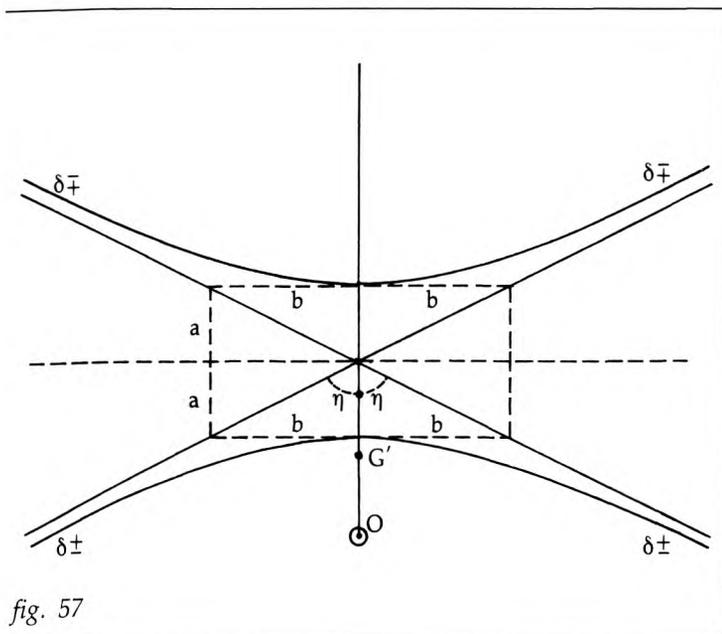


fig. 57

Operando in questo modo, quando si costruiscono diverse iperboli, le  $x$  di ciascuna di esse sono riferite al proprio asse  $y$ , diverso da tutti gli altri.

Per semplificare il disegno può convenire riportare tutte le  $x$  ottenute ad un unico asse, come la retta equinoziale; per far ciò basta correggere le  $x$  ricavate aggiungendo e togliendo a ciascuna di esse la distanza tra il centro dell'iperbole in questione e l'equinoziale (differenza tra i rispettivi  $c$ ) che possiamo indicare con  $\Delta c$ ; le ascisse dei due rami d'iperbole saranno perciò  $x \pm \Delta c$ .

(26) In alternativa, o per controllo, può essere usata anche la formula  $\text{tg } \eta = \text{tg } \alpha' \text{ sen } \varepsilon$  (in cui  $\alpha'$  è l'arco semidiurno sul quadro), come sarà dimostrato in seguito nel cap. X "Illuminazione", par. 40.

**Esempio di calcolo e disegno di una "linea diurna iperbole"**

**DATI:**

$\delta = \pm 8^\circ.0$ ;  $\epsilon = +75^\circ.27$ ;  $l = 6.23 \text{ mm}$

**TIPO DI CONICA:**

$|\epsilon| + |\delta| = 83^\circ.27 < 90^\circ$  : iperbole

**CALCOLO:**

– Vertici  $V_1, V_2$  (distanza da O):

$$\left. \begin{matrix} B_{s1} \\ B_{s2} \end{matrix} \right\} = \frac{l \cos \delta_{1,2}}{\cos (\epsilon - \delta_{1,2})} = \begin{cases} B_{s1} = 15.9667 \\ B_{s2} = 52.6438 \end{cases}$$

– Centro C (distanza da O) :  $c = (B_{s2} + B_{s1})/2$ ;

$c = 34.3$

– Parametro a :  $a = (B_{s2} - B_{s1})/2$ ;

$a = 18.3385$

– Asintoti :  $\cos \eta = \frac{\sin \delta}{\cos \epsilon}$ ;

$\eta = 56^\circ.8142$

– Parametro b :  $b = a \operatorname{tg} \eta$ ;

$b = 28.0393$

– Punti iperboli :  $x = \frac{a}{b} \sqrt{b^2 + y^2}$

y	0	10	20	30	40
x	18.3	19.5	22.5	26.9	31.9

**DISEGNO:** figura 58

**30) La parabola**

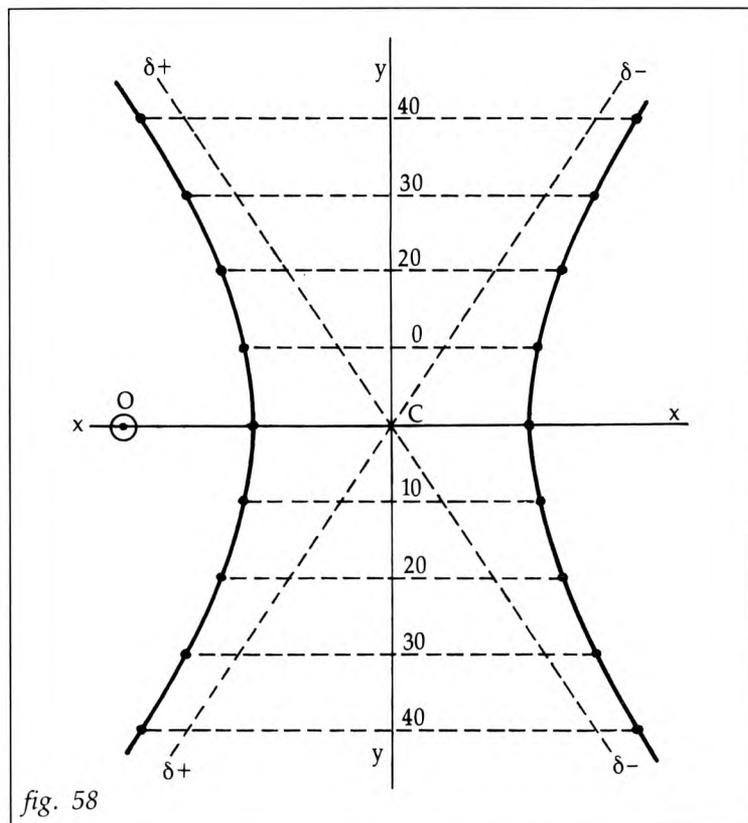
Questa conica ha equazione in coordinate cartesiane:

$$y^2 = 2px;$$

per individuarla è quindi necessario conoscere l'asse, il vertice e il parametro p.

Se OG (fig. 59) è lo stilo lungo l ed elevato  $\epsilon$  sul quadro,  $\delta$  la declinazione del Sole tale che sia  $|\epsilon| + |\delta| = 90^\circ$  con  $\epsilon$  e  $\delta$  dello stesso segno (quindi  $|\epsilon + \delta| = 90^\circ$ ), GG'' la generatrice del cono parallela al quadro, si vede che:

– l'asse della parabola è la sustilare;

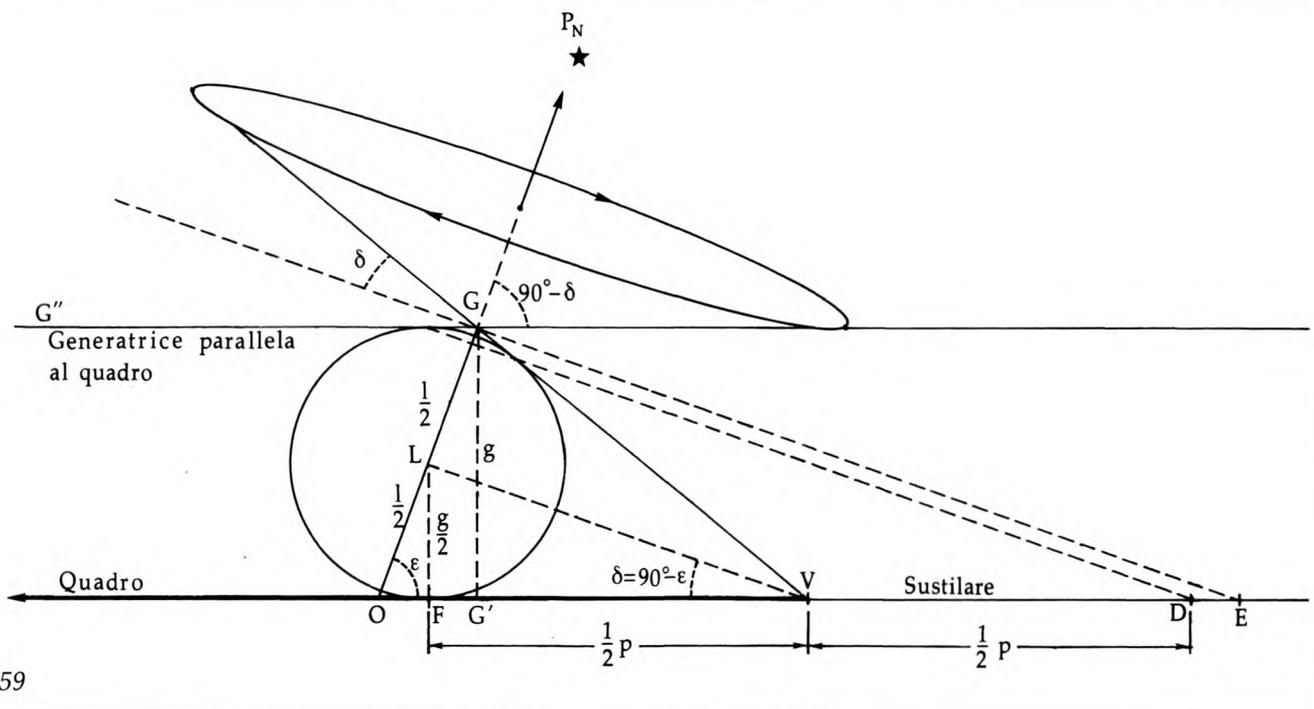


- il vertice V è il punto dove la generatrice opposta a GG'' incontra il quadro;
- la distanza OV è l'ombra sustilare (27), la cui espressione

$$B_s = \frac{l \cos \delta}{\cos(\varepsilon - \delta)}, \text{ essendo } \varepsilon = \pm 90^\circ + \delta, \text{ diviene in questo caso:}$$

$$B_s = \frac{l}{2 \operatorname{sen} |\delta|}, \text{ (28) (ovvero } B_s = \frac{l}{2 \cos \varepsilon} \text{)}$$

come si ricava anche dal triangolo OLV (fig. 59);



- il vertice V si trova rispetto a O dalla stessa parte di G', cioè dalla parte dello stilo, mentre la curva si sviluppa verso O.

Per rintracciare il parametro p, si osservi che, per le note proprietà della parabola, il fuoco si trova in F e la traccia della direttrice in D; pertanto  $FV = VD$  è il semiparametro  $\frac{1}{2} p$  e il valore di p si ottiene dal triangolo FLV:

$$p = g \operatorname{tg} |\varepsilon|; \text{ (ovvero } p = g/\operatorname{tg} \delta \text{)}$$

(27) In questo caso l'ombra sustilare è anche ombra minima.

(28) In questo elaborato l'adozione di alcuni segni di "valore assoluto" (peraltro rigorosamente validi) serve per evitare la necessità di regole dei segni che complicherebbero inutilmente il semplice problemino della parabola.

con questo valore di  $p$ , l'equazione della parabola diviene:

$$y = \pm \sqrt{2g \cdot \operatorname{tg} |\delta|} \cdot \sqrt{x} \quad (\text{ovvero } y = \pm \sqrt{2g/\operatorname{tg} |\delta|} \cdot \sqrt{x}) \quad (29)$$

in cui  $g$ , come si era visto, è  $l \operatorname{sen} |\varepsilon|$ . Con quest'ultima espressione la parabola può essere costruita per punti.

**Esempio di calcolo e disegno di una "linea diurna parabola"**

**DATI:**

$\delta = +14^\circ.73$ ;  $\varepsilon = +75^\circ.27$ ;  $l = 6.23 \text{ mm}$

**TIPO DI CONICA:**

$|\varepsilon| + |\delta| = 90^\circ$ ,  
con  $\varepsilon$  e  $\delta$  dello stesso segno: *parabola*.

**CALCOLO:**

– Ortostilo:

$g = l \operatorname{sen} |\varepsilon|$ ;  $g = 6.0252$

– Vertice V (distanza da 0):

$B_s = \frac{l}{2 \operatorname{sen} |\delta|}$ ;  $B_s = 12.3$

– Punti parabola:

$y = \pm \sqrt{2g \operatorname{tg} |\varepsilon|} \cdot \sqrt{x}$

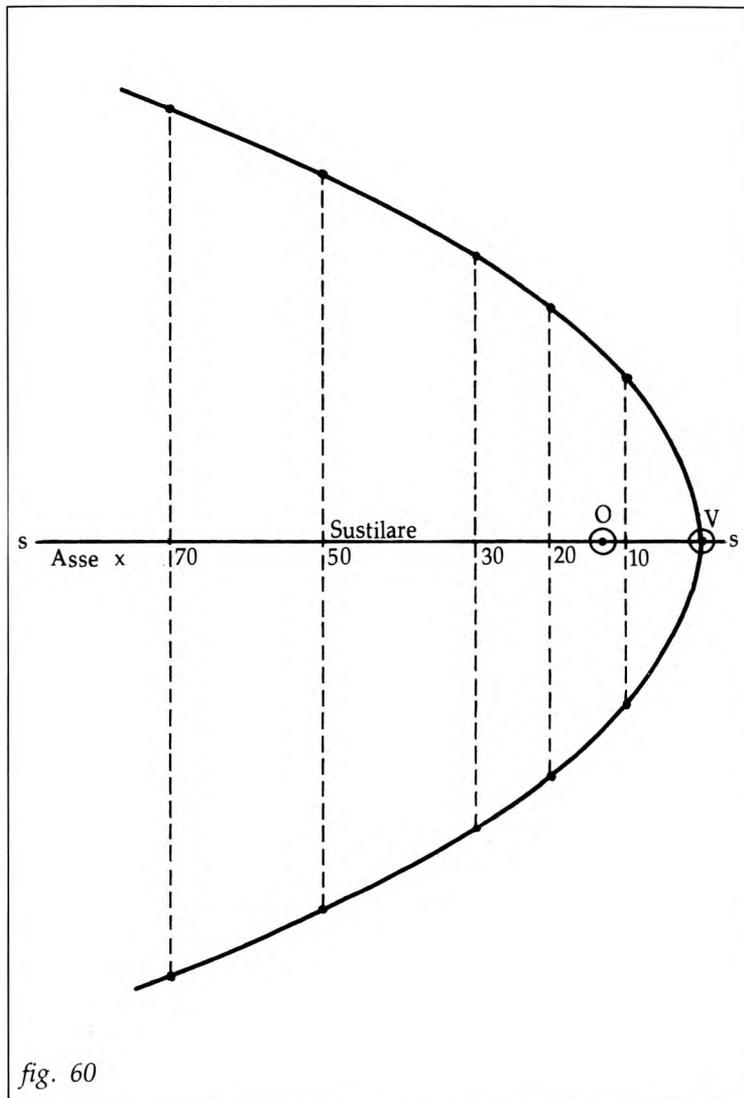
x	0	10	20	30	50	70
y	0	21.4	30.3	37.1	47.9	56.6

**DISEGNO:** figura 60

**31) L'ellisse**

L'equazione dell'ellisse in coordinate cartesiane è:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$



(29) Ricordando il triangolo stilare, si ha anche  $\frac{1}{2} p = \frac{1}{2} n$  (fig. 59) e quindi  $y = \pm \sqrt{2n} \cdot \sqrt{x}$ .

Per individuarla occorre perciò conoscere, come per l'iperbole, gli assi, il centro e i parametri  $a$  e  $b$ .

Sia  $OG$  lo stilo elevato  $\varepsilon$  sul quadro e lungo  $l$  (fig. 61),  $\delta$  la declinazione del Sole tale che sia  $|\varepsilon| + |\delta| > 90^\circ$  con  $\varepsilon$  e  $\delta$  dello stesso segno (quindi  $|\varepsilon + \delta| > 90^\circ$ ).

Gli elementi cercati si trovano come segue.

#### Assi di simmetria

Sono la sustilare e la perpendicolare ad essa per il centro  $C$ .

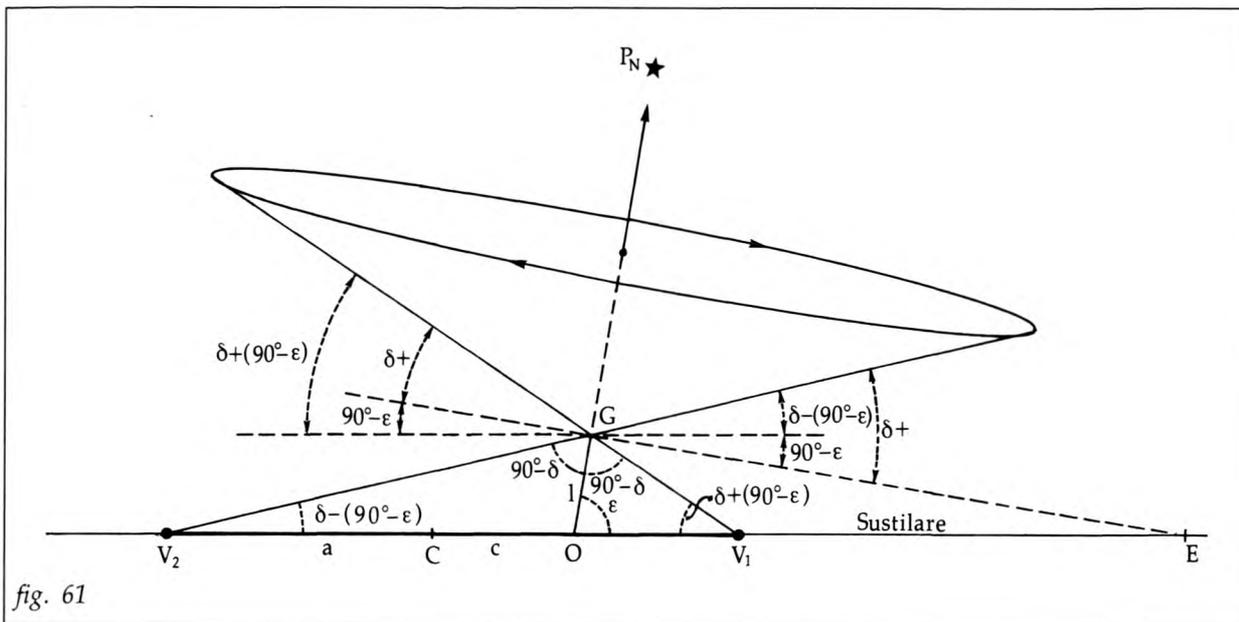
#### Vertici

I due vertici  $V_1$  e  $V_2$  cadono sulla sustilare necessariamente da parti opposte rispetto ad  $O$ . Essi si individuano a mezzo delle distanze  $OV_1$  e  $OV_2$  da  $O$ , che sono rispettivamente l'ombra sustilare minore  $B_s$  (di cui conosciamo già l'espressione) e l'ombra sustilare maggiore  $B_s$ . Esse si possono ricavare dai triangoli  $OGV_1$  e  $OGV_2$ , ottenendo:

$$B_s = \frac{+l \cos \delta}{\cos(\varepsilon - \delta)} \quad B_s = \frac{-l \cos \delta}{\cos(\varepsilon + \delta)} \quad (30).$$

L'ombra minore va portata verso il punto  $G'$  (cioè dalla parte dello stilo), l'ombra maggiore dalla parte opposta.

Si noti che per applicare la formuletta, in questo caso occorre calcolarla due volte, con la stessa  $\delta$ , usando nei due casi le due coppie di segni indicate.



*Centro C*

Si individua per mezzo della sua distanza  $c$  da  $O$ , che si ottiene come semidifferenza delle ombre sustilari maggiore  $B_S$  e minore  $B_s$ :

$$c = \frac{B_S - B_s}{2}$$

Il centro  $C$  va situato sulla sustilare dalla parte opposta di  $G'$  rispetto a  $O$ , cioè dalla parte opposta dello stilo.

*Parametro a*

Il parametro  $a$  misura la distanza dal centro di ciascuno dei vertici  $V_1$  e  $V_2$ , e pertanto è la semisomma delle ombre sustilari maggiore  $B_S$  e minore  $B_s$ :

$$a = \frac{B_S + B_s}{2}$$

*Parametro b*

Omettendo la dimostrazione, il parametro  $b$  si ottiene con la formula:

$$b = a \sqrt{1 - \left(\frac{\cos \varepsilon}{\sin \delta}\right)^2}$$

*Costruzione della curva per punti*

Ottenuti il centro, gli assi e i parametri  $a$  e  $b$ , la curva può essere costruita per punti esplicitando per  $y$  l'equazione dell'ellisse indicata all'inizio del paragrafo:

$$y = \pm \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x^2}$$

ricordando che, con le notazioni adottate, l'asse delle  $x$  è la sustilare.

**Esempio di calcolo e disegno di una "linea diurna ellisse"**

**DATI:**  $\delta = +20^\circ.0$ ;  $\varepsilon = +75^\circ.27$ ;  $l = 6.23$  mm

**TIPO DI CONICA:**

$|\varepsilon| + |\delta| = 95^\circ.27 > 90^\circ$ , con  $\varepsilon$  e  $\delta$  dello stesso segno: *ellisse*.

(30) Essendo necessariamente  $|\varepsilon - \delta| < 90^\circ$ , altrimenti il Sole è fuori quadro, e  $|\varepsilon| + |\delta| > 90^\circ$ , e quindi in questo caso  $|\varepsilon + \delta| > 90^\circ$ , altrimenti la conica non è un'ellisse, i due valori  $B_S$  e  $B_s$  vengono entrambi positivi. Inoltre, dati i rapporti tra  $\varepsilon$  e  $\delta$ , in questo caso  $B_S$  e  $B_s$  sono anche l'ombra massima e l'ombra minima.

**CALCOLO:**

– Vertici  $V_1$  e  $V_2$  (distanza da O):

$$\left. \begin{array}{l} B_s \\ B_s \end{array} \right\} = \mp \frac{l \cos \delta}{\cos (\varepsilon \mp \delta)} \quad \left\{ \begin{array}{l} B_s = 63.7380 \\ B_s = 10.2759 \end{array} \right.$$

– Centro C (distanza da O):

$$c = (B_s - B_s)/2; \quad c = 26.7$$

– Parametro a (semiasse maggiore):

$$a = (B_s + B_s)/2; \quad a = 37.0070$$

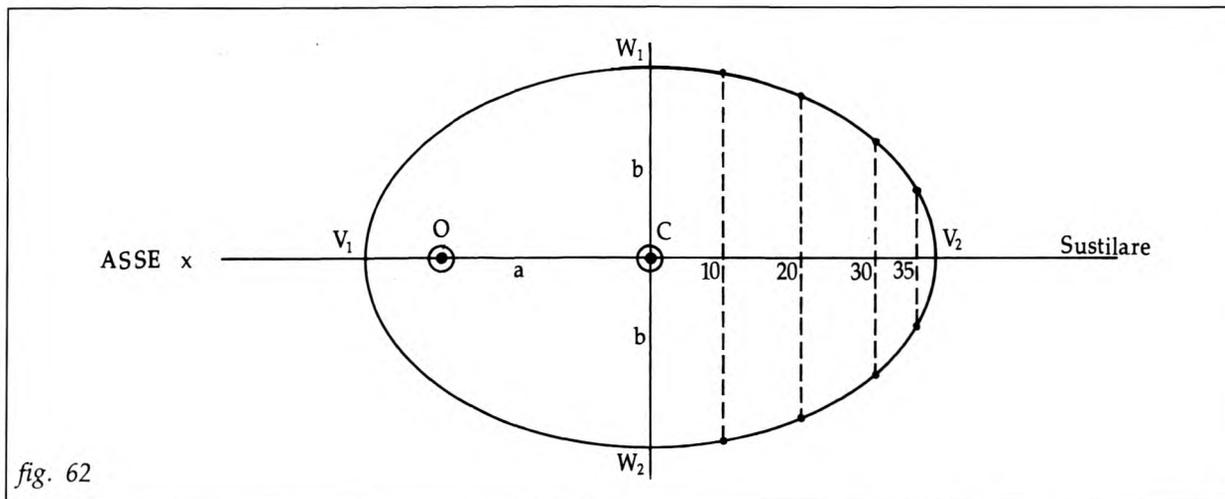
– Parametro b (semiasse minore):

$$b = a \sqrt{1 - \left( \frac{\cos \varepsilon}{\sin \delta} \right)^2}; \quad b = 24.7512$$

– Punti ellisse:

$$y = \pm \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x^2}$$

x	0	10	20	30	35
y	24.8	23.8	20.5	14.5	8.0

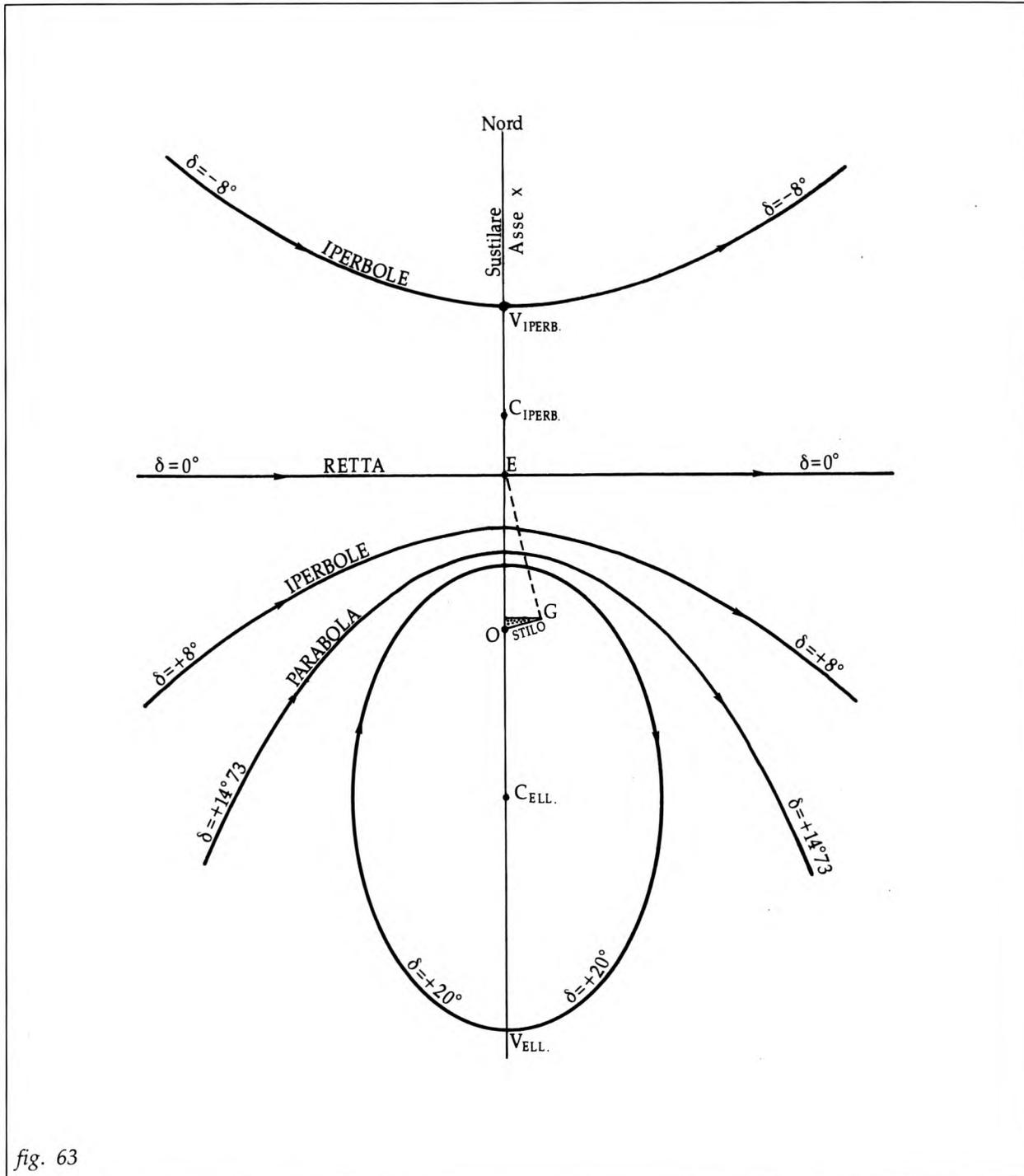


**DISEGNO:** figura 62

### 32) Esempio riassuntivo di disegno di coniche di vario tipo

Nella figura 63 è disegnato un esempio riassuntivo delle coniche che si possono disegnare quali linee diurne. I dati, come negli esempi singoli considerati, sono ancora:

$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon = +75^{\circ}27 \\ l = 6.23 \text{ mm} \end{array} \right\} \delta \left\{ \begin{array}{l} \pm 8^{\circ}.0 \text{ per l'iperbole} \\ +14^{\circ}.73 \text{ per la parabola} \\ +20^{\circ}.0 \text{ per l'ellisse} \end{array} \right.$$



33) 3° RIASSUNTO DELLE FORMULE E REGOLE  
Le coniche diurne

## TIPO DI CONICA

IPERBOLE  
PARABOLA  
ELLISSE } secondo che sia  $|\varepsilon| + |\delta| \cong 90^\circ$  in tutti i casi (31)

## L'IPERBOLE

ELEMENTO	FORMULA	NOTE E REGOLE
Vertici $V_1$ $V_2$ (Distanze da O sulla sustilare = ombre sustilari $B_{s1}$ , $B_{s2}$ )	$\left. \begin{matrix} B_{s1} \\ B_{s2} \end{matrix} \right\} = \frac{l \cos \delta_{1,2}}{\cos (\varepsilon - \delta_{1,2})}$	1) Inserire le due $\delta$ opposte ( $\pm\delta$ ) 2) $V_1$ e $V_2$ vanno entrambi dalla stessa parte dello stilo rispetto a O 3) Il vertice più vicino a O è quello la cui $\delta$ ha lo stesso segno di $\varepsilon$
Centro C (Distanza c da O sulla sustilare)	$c = \frac{B_{s2} + B_{s1}}{2}$	1) c va preso dalla stessa parte dello stilo rispetto ad O
Parametro a	$a = \frac{B_{s2} - B_{s1}}{2}$	
Asintoti (Angoli $\eta$ con la sustilare)	$\cos \eta = \frac{\text{sen } \delta}{\cos \varepsilon}$	1) Formula alternativa: $\text{tg } \eta = \text{tg } \alpha' \text{ sen } \varepsilon$ 2) L'eventuale segno - del 2° membro si può trascurare
Parametro b	$b = a \text{ tg } \eta$	1) Formula alternativa: $b = a \sqrt{\left(\frac{\cos \varepsilon}{\text{sen } \delta}\right)^2 - 1}$
Costruzione per punti	$x = \frac{a}{b} \sqrt{x^2 + b^2}$	1) L'asse x è la sustilare 2) Le x si possono riportare all'equinoziale correggendole con $\pm\Delta c$ (scarto al c dell'equinoziale)

(31) Per la parabola e l'ellisse,  $\varepsilon$  e  $\delta$  debbono essere anche dello stesso segno, altrimenti le curve sono invisibili perché si formano sul rovescio del quadro.

LA PARABOLA

ELEMENTO	FORMULA	NOTE E REGOLE
Vertice V (Distanza da O sulla sustilare = ombra sustilare B <sub>s</sub> )	$B_s = \frac{l}{2 \operatorname{sen}  \delta }$	1) $\delta$ è dello stesso segno di $\epsilon$ 2) V si trova dalla stessa parte di G' rispetto a O 3) Formula alternativa: $B_s = \frac{l}{2 \cos \epsilon}$
Costruzione per punti	$y = \pm \sqrt{2g \operatorname{tg}  \epsilon } \cdot \sqrt{x}$	1) L'ortostilo g è l $\operatorname{sen}  \epsilon $ 2) Formule alternative: $y = \pm \sqrt{2nx}$ $e$ $y = \pm \sqrt{\frac{2g}{\operatorname{tg}  \delta }} \cdot x$ 3) L'asse x è la sustilare 4) La curva si sviluppa da V verso O

L'ELLISSE

ELEMENTO	FORMULA	NOTE E REGOLE
Vertici V <sub>1</sub> V <sub>2</sub> (Distanze da O sulla sustilare = ombre sustilari maggiore e minore B <sub>S</sub> , B <sub>s</sub> )	$B_s \left. \vphantom{B_s} \right\} = \pm \frac{l \cos \delta}{\cos (\epsilon \mp \delta)}$	1) Calcolare con la $\delta$ di segno eguale a $\epsilon$ , due volte usando le due coppie di segni della formula 2) Portare l'ombra minore B <sub>s</sub> verso lo stilo, quella maggiore B <sub>S</sub> dalla parte opposta
Centro C (Distanza c da O sulla sustilare)	$c = \frac{B_S - B_s}{2}$	1) Il centro C va dalla parte opposta dello stilo rispetto a O
Parametro a (semiasse maggiore)	$a = \frac{B_S + B_s}{2}$	
Parametro b (semiasse minore)	$b = a \sqrt{1 - \left(\frac{\cos \epsilon}{\operatorname{sen} \delta}\right)^2}$	
Costruzione per punti	$y = \pm \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x^2}$	1) L'asse x è la sustilare

### 34) Lo zodiaco e il calendario sull'orologio solare

#### a) Lo zodiaco

Completato l'esame delle linee diurne sia sotto l'aspetto di luoghi delle estremità d'ombra sia sotto l'aspetto di sezioni coniche, ci si domanda ora quali linee diurne dovranno essere riportate sui nostri orologi solari. Poiché l'argomento si connette alle declinazioni zodiacali, conviene riportare alla memoria il concetto dello zodiaco e dei segni zodiacali.

Senza entrare troppo nei dettagli, si consideri (fig. 64) l'eclittica, cerchio massimo percorso dal Sole sulla sfera celeste nel corso di un anno, e la si divida in 12 tratti di 30° ciascuno a partire dal punto  $\gamma$ ; in tal modo ogni tratto inizia da un punto di longitudine celeste multipla di 30°. Gli antichi assegnarono a ciascuno di questi tratti di eclittica il nome della costellazione più vicina e gli attribuirono un simbolo grafico. I nomi (o i simboli) furono chiamati "segni" e il complesso dei 12 segni, tre per ogni stagione, fu chiamato "zodiaco". Le denominazioni latine (32) e italiane dei segni a partire dal punto  $\gamma$  sono:

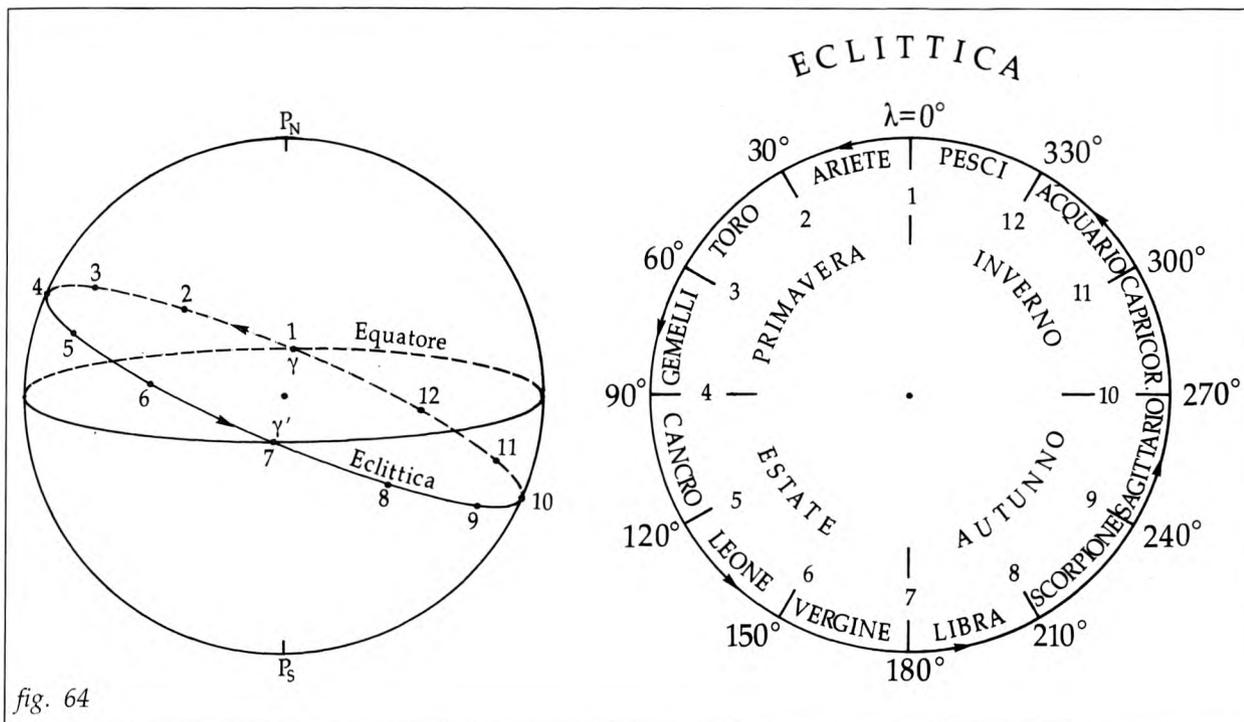


fig. 64

(32) I nomi latini si trovano nei versi del poeta latino Ausonio: "Sunt Aries, Taurus, Gemini, Cancer, Leo, Virgo, Libraque, Scorpis, Arcitenens, Caper, Amphora, Pisces". In epoca più recente i nomi Sagittarius e Aquarius sostituirono rispettivamente quelli classici di Arcitenens e Amphora.

	Stagione	Longitudine celeste iniziale	Nome Latino	Nome italiano	Simbolo grafico
Segni settentrionali	Primavera	0° 30° 60°	Aries Taurus Gemini	Ariete Toro Gemelli	♈ ♉ ♊
	Estate	90° 120° 150°	Cancer Leo Virgo	Cancro Leone Vergine	♋ ♌ ♍
Segni meridionali	Autunno	180° 210° 240°	Libra Scorpius Arcitenens(*)	Bilancia Scorpione Sagittario	♎ ♏ ♐
	Inverno	270° 300° 330°	Capr Amphora(**) Pisces	Capricorno Acquario Pesci	♑ ♒ ♓

(\*) o Sagittarius  
(\*\*) o Aquarius

Ciascun segno di 30° veniva poi diviso in 30 parti di 1°, chiamate “gradi”, a loro volta divisi in 60 minuti, con 60 secondi in ogni minuto. In tal modo la posizione del Sole sull’eclittica, o più genericamente nel cielo, veniva indicata col segno zodiacale e col numero di gradi (eventualmente anche minuti e secondi) nell’interno del segno.

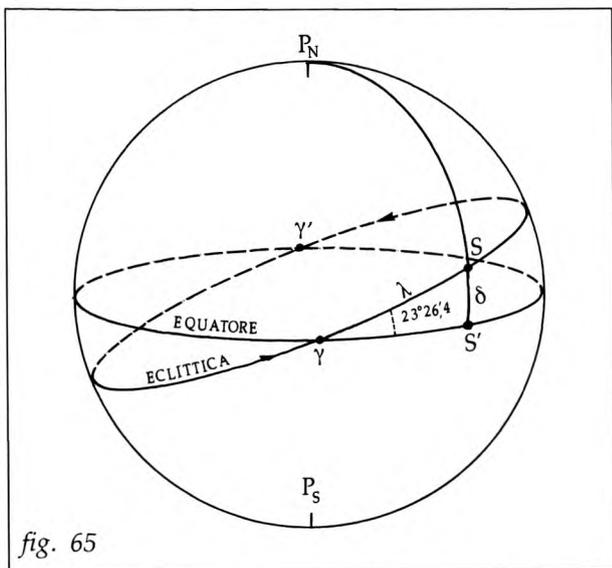


fig. 65

b) *Corrispondenza tra segni zodiacali e declinazione del Sole*

I singoli punti di ciascun segno zodiacale si possono mettere in relazione con la corrispondente declinazione del Sole considerando sulla sfera celeste (fig. 65) il triangolo  $\gamma SS'$ , rettangolo in  $S'$ , dove:

- S è la posizione generica del Sole;
- $\gamma S$  è la longitudine celeste  $\lambda$ ;
- $SS'$  è la declinazione  $\delta$ ;
- $\hat{\gamma}$  è l’inclinazione dell’eclittica sull’equatore, che assumiamo pari a  $23^\circ 26',4$ .

Risolviendo il triangolo (33) si ha:

$$\text{sen } \delta = \text{sen } \lambda \text{ sen } 23^\circ 26',4$$

con la quale formuletta si è ricavata la corrispondenza “segni - declinazioni” indicata, arrotondata al mezzo grado, nella tabellina

(33) Vds. appendice B-VIII, formulario di trigonometria.

seguinte (34); ovviamente i segni zodiacali si corrispondono a due a due sull'eclittica:

SEGNI ZODIACALI	LIMITI DELLA DECLINAZIONE $\delta$	SEGNI ZODIACALI
GEMELLI	+23°.5	CANCRO
TORO	+20°	LEONE
ARIETE	+11°.5	VERGINE
PESCI	0°	BILANCIA
ACQUARIO	-11°.5	SCORPIONE
CAPRICORNO	-20°	SAGITTARIO
	-23°.5	

I punti iniziali dei segni si corrispondono, in conseguenza, in questo modo:

SEGNI ZODIACALI CHE INIZIANO ALLA STESSA $\delta$	DECLINAZIONE $\delta$	POSIZIONE SULL'ECLITTICA
CANCRO	+23°.5	Solstizio estivo
GEMELLI   LEONE	+20°	
TORO   VERGINE	+11°.5	
ARIETE   BILANCIA	0°	Equinozio
PESCI   SCORPIONE	-11°.5	
ACQUARIO   SAGITTARIO	-20°	
CAPRICORNO	-23°.5	Solstizio invernale

Si richiama l'attenzione su queste sette declinazioni arrotondate del Sole (0°,  $\pm 11^\circ.5$ ,  $\pm 20^\circ$ ,  $\pm 23^\circ.5$ ) che useremo spesso nel nostro studio col nome di "declinazioni zodiacali", e delle quali la 0° corrisponde ai due equinozi e le  $\pm 23^\circ.5$  corrispondono ai due solstizi (35).

### c) Corrispondenza tra i segni zodiacali e le date

Meno rigorosa della corrispondenza tra zodiaco e declinazione risulta la corrispondenza tra la suddivisione zodiacale dell'eclittica (posizione del Sole) e la data (successione dei giorni). Basti pensare che i gradi dell'eclittica sono 360 mentre i giorni dell'anno sono circa 365 (esattamente 365.2422...), che questi ultimi ogni tanto "slittano" leggermente sull'eclittica e

(34) Una corrispondenza più amplificata e precisa è riportata nell'appendice A-III.

(35) Sono valori arrotondati al mezzo grado. L'approssimazione alla seconda cifra decimale darebbe i seguenti valori per le sette declinazioni zodiacali: 0°;  $\pm 11^\circ.47$ ;  $\pm 20^\circ.15$ ;  $\pm 23^\circ.44$ .

che nell'attuale calendario le date vengono "recuperate" ogni 4 anni con il giorno bisestile, salvo le complicazioni dell'anno secolare e dell'anno millenario.

Una corrispondenza *media* tra le date e lo zodiaco (e le declinazioni  $\delta$  del Sole) figura nell'appendice A, tavole III e V. Vale la pena di avvertire che si tratta di una corrispondenza odierna, cioè successiva alla riforma gregoriana del calendario (36); invece in molti orologi solari o strumenti esposti nei musei o raccolti nelle collezioni la corrispondenza è spostata di parecchi giorni, a testimoniare che si tratta di strumenti anteriori alla riforma gregoriana (37), o quanto meno anteriori all'applicazione della riforma nel paese di origine.

#### d) La scelta delle linee diurne

Tornando ora al problema della scelta delle linee diurne da riportare sul nostro orologio, dobbiamo solo chiedere lumi ai nostri predecessori, i quali, nei tempi passati, hanno adottato le più diverse soluzioni.

La soluzione più semplice è stata quella di trascurare del tutto le linee diurne, e in realtà esse non sono necessarie per il funzionamento dell'orologio; dovunque si possono vedere quadranti solari senza linee diurne, e se ne possono disegnare di bellissimi con le sole linee orarie, trascurando quelle diurne.

Altre soluzioni semplici sono state quelle di segnare o la sola linea equinoziale (che è sempre utile per "ancorare" il disegno) o le sole linee diurne estreme per  $\delta = \pm 23^\circ.5$ , o tutte e tre le linee suddette.

La soluzione più usata, almeno nell'epoca d'oro degli orologi solari (dal XVI al XIX secolo), è stata quella di segnare come linee diurne *le sette coniche zodiacali*, corrispondenti, come si è visto, alle declinazioni del Sole  $0^\circ$ ,  $\pm 11^\circ.5$ ,  $\pm 20^\circ$ ,  $\pm 23^\circ.5$ ; i motivi di questa scelta sono evidenti, poiché la stessa curva viene usata due volte, nella salita e nella discesa del Sole. Scelte diverse rendono necessario o quanto meno opportuno lo sdoppiamento dell'orologio in due quadranti, uno per la salita e uno per la discesa del Sole, come si vedrà meglio in seguito.

L'adozione delle linee diurne corrispondenti all'entrata del Sole nei dodici segni zodiacali generalmente comporta l'inclusione nei quadranti solari, tra i vari ornamenti e indicazioni, anche dei simboli zodiacali o dei nomi dei segni, ai quali vengono intestate le linee diurne corrispondenti.

#### e) Il calendario

Parlando delle lunghezze d'ombra si era accennato che l'inserimento delle linee diurne negli orologi solari fa sì che essi praticamente servano anche da calendario. Infatti, essendo il percorso diurno dell'estremità d'ombra un elemento caratteristico legato a due specifiche

(36) Nel 1582 il papa Gregorio XIII, in base agli studi di vari scienziati, tra cui Luigi Lilio, Cristoforo Clavio, Egnatio Danti, riformò il precedente calendario giuliano facendo saltare la data dal 5 Ottobre al 15 Ottobre, e imponendo alcune rettifiche al conteggio dei giorni bisestili; lo scopo fu di rifasare l'equinozio primaverile con la data del 21 Marzo, secondo le indicazioni liturgiche e di rifasare quindi le stagioni con le date; inoltre si evitava che nel futuro si potessero verificare analoghi sfasamenti, determinati nel calendario giuliano dal considerare l'anno di 365.25 giorni. Il calendario gregoriano, applicato inizialmente nelle nazioni cattoliche, fu in successive epoche adottato in tutto il mondo civile; l'ultima nazione ad aggiornare il calendario sulla riforma gregoriana fu la Grecia nel 1923.

(37) All'epoca della riforma il solstizio d'inverno cadeva il 13 Dicembre (S. Lucia) giustificando il noto detto popolare "Santa Lucia, il giorno più corto che ci sia".

declinazioni del Sole (una in salita e una in discesa), la posizione dell'estremità dell'ombra nell'ambito del fascio delle linee diurne ci indica, con una irrilevante ambiguità, la posizione del Sole sull'eclittica e cioè *la data* (o la posizione zodiacale, in segno e gradi); in pratica si tratterà di interpolare tra due linee zodiacali adiacenti e tra le corrispondenti date d'ingresso del Sole nei segni (il che però può non essere agevole).

In molti quadranti, specialmente in quelli meno antichi, vengono indicate anche le date corrispondenti alle linee diurne zodiacali, o in alternativa ai segni zodiacali o anche insieme ad essi.

Per semplificare l'uso dell'orologio come calendario si potrebbero inserire nel quadrante linee diurne di tipo tale che le date siano più facilmente interpolabili che non le linee zodiacali; ad esempio si potrebbero segnare le linee diurne al primo del mese o all'inizio delle decadi, ecc. Nell'immaginare una soluzione di questo tipo occorre però tener presente che le date al 1° del mese nelle stagioni con il Sole in salita hanno una declinazione  $\delta$  che corrisponde a date qualsiasi, tra il 10 e il 12, nei mesi in discesa e viceversa; ciò è messo in evidenza nel seguente specchio, ricavato dalla tavola V dell'appendice A:

Mesi in salita	$\delta$	Mesi in discesa	Mesi in discesa	$\delta$	Mesi in salita
1 Gen	-23°.0	11 Dic	1 Lug	+23°.1	11 Giu
1 Feb	-17°.1	10 Nov	1 Ago	+18°.0	11 Mag
1 Mar	- 7°.6	12 Ott	1 Set	+ 8°.3	11 Apr
1 Apr	+ 4°.6	11 Set	1 Ott	- 3°.2	12 Mar
1 Mag	+15°.1	12 Ago	1 Nov	-14°.5	10 Feb
1 Giu	+22°.1	11 Lug	1 Dic	-22°.8	11 Gen

Ciò significa, in sostanza, che se si vuol modernizzare l'orologio in modo che dia anche un decente calendario interpolabile, bisogna sdoppiarlo facendo due diversi quadranti, uno per i mesi in salita e uno per i mesi in discesa (38), oppure accettare che il calendario sia più facile da leggere per sei mesi e meno facile da leggere per gli altri sei mesi. Una soluzione di compromesso può essere, infine, quella di segnare le scale calendariali a margine del quadrante, senza tracciare le corrispondenti linee diurne.

Su questo argomento dobbiamo comunque rilevare che l'impiego dell'orologio solare come calendario è inficiato da una precisione che normalmente è del tutto insufficiente e largamente inferiore a quella, già modesta, che esso offre nel funzionamento come orologio; basti pensare che nello spazio ristretto tra due linee diurne zodiacali si trovano circa 30 giorni. Per questo motivo di massima l'aspetto "calendario" dell'orologio deve essere considerato come un elemento prevalentemente ornamentale dello strumento (e ciò spiega con evidenza la mancanza delle linee diurne in molti degli orologi solari del passato).

Naturalmente anche in questo campo sono le dimensioni dello strumento che fanno legge; ad esempio un calendario solare del tutto valido doveva essere quello segnato sul

(38) Questo criterio è già stato adottato in qualche orologio solare dei nostri giorni. Lo sdoppiamento semestrale del quadrante può essere conveniente o necessario anche per altri motivi, come si vedrà in seguito (orologi equinoziali, lemniscata del tempo medio).

grandioso orologio solare orizzontale (per il sistema orario giudaico o temporario) (39) che Augusto fece erigere intorno al 10 a.C. in Campo Marzio, presso l'Ara Pacis, e che Domiziano fece rifare alcuni anni dopo sullo stesso sito. Questo "horologium solarium", servendosi come stilo dei 29 metri dell'obelisco che ora è in piazza Montecitorio e estendendosi su una superficie di circa 160×75 metri si permetteva di riportare le linee diurne giorno per giorno (40); circa la praticità di questo calendario, basti pensare che sulla sustilare la distanza tra le linee diurne di due giorni adiacenti doveva andare dai 12 cm nella zona della declinazione +20° sino ai 56 cm intorno alla zona della declinazione -11°.

A chiusura di tutta la trattazione delle linee diurne e del calendario, per evitare equivoci converrà richiamare ancora una volta l'attenzione sulla differenza tra il modo con cui nell'orologio direzionale l'ombra marca l'ora sul fascio delle linee orarie e il modo con cui indica la data sul fascio delle coniche diurne.

Bisogna infatti ricordare che l'ora viene segnata da *tutta l'ombra dello stilo*, che copre la linea oraria sin dalla sua origine sul centro dell'orologio; a tale effetto la lunghezza dello stilo non deve avere un valore esatto e quanto più essa è lunga tanto più facile e precisa può essere la misura dell'ora. Invece la *data* sulle linee giornaliere viene fornita dall'*ombra del solo punto estremo dello stilo*, la cui lunghezza deve perciò essere ben precisa quale risulta dal calcolo, e sovente può risultare troppo corta per dare anche una buona lettura dell'ora quando il Sole è alto sul quadro.

Le due esigenze per la lunghezza dello stilo possono essere contrastanti; ma, come si vedrà meglio nel cap. XVII "Divagazioni sullo stilo", un ottimo compromesso consiste nell'allungare lo stilo quanto opportuno per avere una buona lettura dell'ora in tutte le circostanze, lasciando sul "punto gnomonico", risultante dal calcolo, un qualsiasi segnalino la cui ombra marchi la data sulle linee diurne.

### 35) Esempio basico - *Calcolo e disegno di un orologio solare (3ª fase)*

A questo punto possiamo aggiornare l'esempio di orologio solare che stiamo portando avanti dall'inizio, aggiungendovi le linee diurne. Come spesso si faceva in passato, scegliamo le linee diurne corrispondenti alle sette declinazioni zodiacali:

$$0^\circ; \pm 11^\circ.5; \pm 20^\circ; \pm 23^\circ.5.$$

#### DATI:

I dati sono sempre (Vds. par. 21 e 24):

- latitudine:  $\varphi = 42^\circ.905N$
- declinazione:  $d = 40^\circ.3E$
- inclinazione:  $i = +20^\circ.0$
- lunghezza stilo:  $l = 58 \text{ mm}$

(39) Vds. cap. XVIII per dettagli su questo sistema orario.

(40) L'orologio solare di Augusto, segnalato da Plinio, e quello sovrapposto di Domiziano sono stati recentemente rintracciati, e in qualche punto riportati alla luce, dall'archeologo germanico E. Buchner, scavando e sondando nelle cantine delle costruzioni in Campo Marzio e nelle vie adiacenti. Al termine degli scavi sarà interessante vedere quali soluzioni avevano adottato gli astronomi greci di Augusto per sistemare il calendario, nel suo complesso, su questo gigantesco orologio solare. Un disegno schematico dell'orologio di Augusto è riportato nel par. 84.

con i quali si è ottenuto:

- elevazione:  $\varepsilon = -16^\circ.9843$
- ora sustilare:  $t_s = 140^\circ.5428$  (9<sup>h</sup>.37)

### CALCOLO (DELLE LINEE DIURNE) E DISEGNO

Il calcolo viene eseguito due volte, impiegando nel primo caso il metodo che interpreta le linee diurne come curve coniche, nel secondo caso il metodo che le interpreta come luoghi dei punti estremi delle ombre.

#### A) CALCOLO DELLE LINEE DIURNE INTESE COME "CURVE CONICHE"

*Tipo delle coniche*

Essendo sempre  $|\varepsilon| + |\delta| < 90^\circ$ , le coniche diurne sono tutte iperboli.

*Elementi di base*

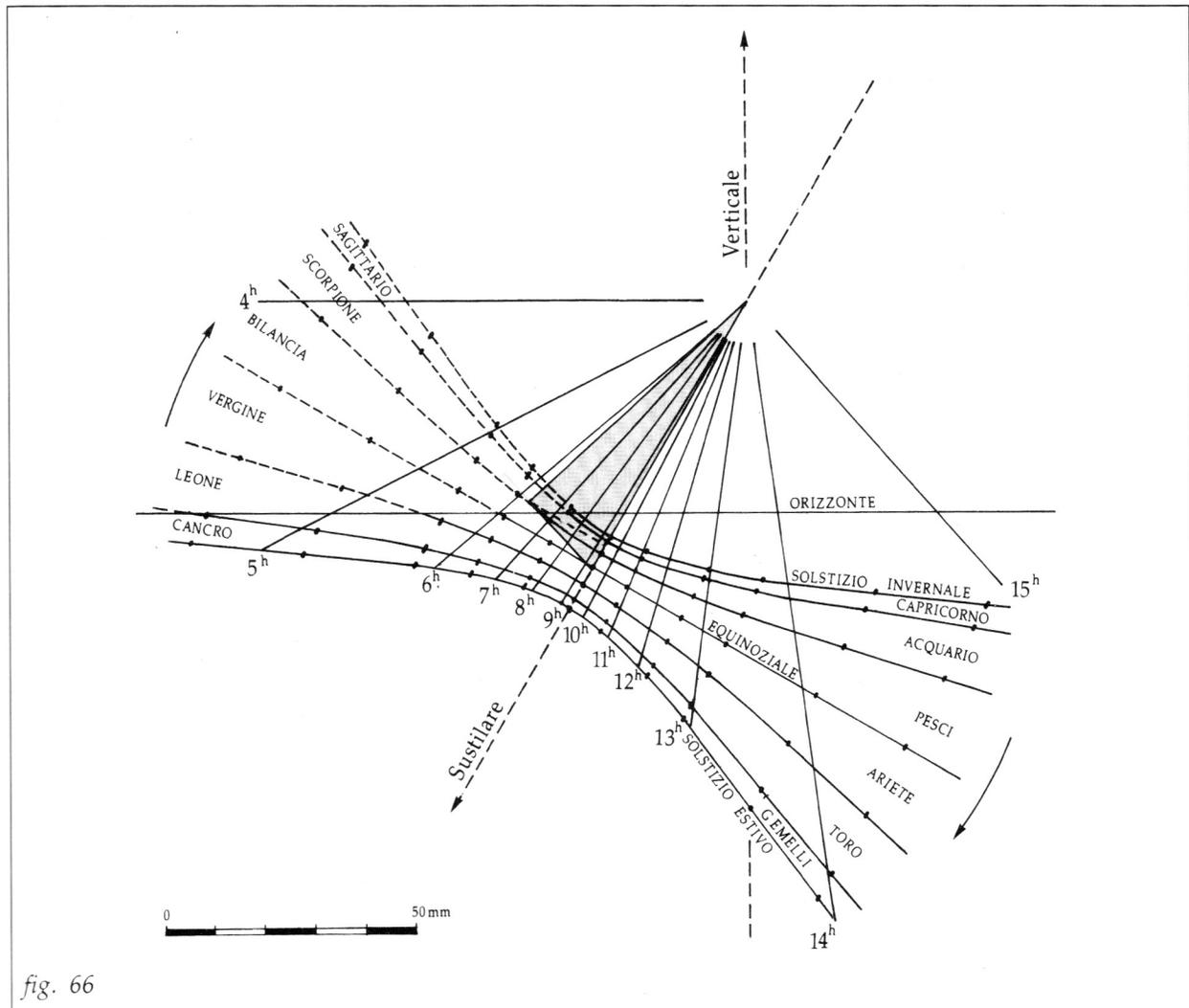
$$B_s = \frac{l \cos \delta}{\cos(\varepsilon - \delta)}; c = (B_{s2} + B_{s1})/2; a = (B_{s2} - B_{s1})/2; \cos \eta = \frac{\sin \delta}{\cos \varepsilon}; b = a \operatorname{tg} \eta$$

$\delta$	$-23^\circ.5$	$-20^\circ$	$-11^\circ.5$	0	$+11^\circ.5$	$+20^\circ$	$+23^\circ.5$
$\varepsilon - \delta$	$+6^\circ.5157$	$+3^\circ.0157$	$-5^\circ.4843$	$-16^\circ.9843$	$-28^\circ.4843$	$-36^\circ.9843$	$-40^\circ.4843$
Ombre sustilari $B_s$	53.5353	54.5778	57.0970	60.6450	64.6633	68.2300	69.9324
Centri $c$	61.7	61.4	60.9	60.6			
$\Delta c$	$\pm 1.1$	$\pm 0.8$	$\pm 0.3$				
Parametro $a$	8.1985	6.8261	3.7831				
Asintoti $\eta$	$65^\circ.3588$	$69^\circ.0460$	$77^\circ.9679$				
Parametro $b$	17.8731	17.8254	17.7492				

*Punti iperboli (calcolo delle x)*

$$x = \frac{a}{b} \sqrt{b^2 + y^2} \pm \Delta c$$

x riferiti all'asse				x riferiti all'equinoziale					
$\delta$	$\pm 23^\circ.5$	$\pm 20^\circ$	$\pm 11^\circ.5$	$-23^\circ.5$	$-20^\circ$	$-11^\circ.5$	$+23^\circ.5$	$+20^\circ$	$+11^\circ.5$
$y$				$\Delta c = -1.1$	$\Delta c = -0.8$	$\Delta c = -0.3$	$\Delta c = +1.1$	$\Delta c = +0.8$	$\Delta c = +0.3$
0	8.2	6.8	3.8	7.1	6.0	3.5	9.3	7.6	4.1
10	9.4	7.8	4.3	8.3	7.0	4.0	10.5	8.6	4.6
20	12.3	10.3	5.7	11.2	9.5	5.4	13.4	11.1	6.0
30	16.0	13.4	7.4	14.9	12.6	7.1	17.1	14.2	7.7
50	24.4	20.3	11.3	23.3	19.5	11.0	25.5	21.1	11.6
70	33.1	27.7	15.4	32.0	26.9	15.1	34.2	28.5	15.7



DISEGNO (FASI 1<sup>a</sup>, 2<sup>a</sup>, 3<sup>a</sup>); figura 66

Le linee diurne sono disegnate come "curve coniche" in coordinate cartesiane, riportando gli  $x$  calcolati in corrispondenza delle varie  $y$ . Si noter  come questa procedura consente di disegnare le curve sino alla voluta distanza dal centro, a differenza della procedura che usa le lunghezze d'ombra, con la quale talvolta si possono incontrare difficolt  nelle intersezioni.

*b) Calcolo delle linee diurne intese come "luoghi delle estremit  d'ombra".*

Per ciascuna linea oraria  $t$  si calcola la distanza dal centro  $O$  alla quale essa viene intercettata dalle linee diurne corrispondenti alle varie declinazioni (la curva per  $\delta = +23^\circ.5$    eguale a quella calcolata al par. 26).

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\operatorname{tg} \varepsilon}{\cos \Delta t}; B = \frac{d \cos \delta}{\cos (\beta - \delta)}$$

t <sup>h</sup>	t <sup>o</sup>	$\Delta t$	Angolo ausiliario	Lunghezza d'ombra B, per $\delta \dots(41)$							
		(t - t <sub>o</sub> )	$\beta$	-23°.5	-20°	-11°.5	0	+11°.5	+20°	+23°.5	
4 <sup>h</sup>	60 <sup>o</sup>	-80°.5428	-61°.7214	67.7	73.0	88.8	122.4	196.9			
5	75	-65.5428	-36.4174	54.6	56.6	62.7	72.1	84.8	98.5	106.1	
6	90	-50.5428	-25.6696	53.2	56.8	58.6	64.4	71.3	78.0	81.4	
7	105	-35.5428	-20.5746	53.3	54.5	57.6	62.0	67.1	71.8	74.0	
8	120	-20.5428	-18.0649	53.4	54.5	57.2	61.0	65.3	69.2	71.1	
9	135	- 5.5428	-17.0595	53.5	54.6	57.1	60.7	64.7	68.3	70.0	
10	150	+ 9.4572	-17.2046	53.5	54.6	57.1	60.7	64.8	68.4	70.2	
11	165	+24.4572	-18.5486	53.4	54.5	57.3	61.2	65.7	69.7	71.6	
12	180	+39.4572	-21.5830	53.2	54.5	57.7	62.4	67.8	72.9	75.3	
13	195	+54.4572	-27.7182	53.3	55.0	59.2	65.5	73.4	81.0	84.9	
14	210	+69.4572	-41.0365	55.8	58.4	65.3	76.9	93.4	112.5	123.7	
15	225	+84.4572	-72.4510	81.0	89.4	117.1	192.4				

**DISEGNO (FASI 1<sup>a</sup>, 2<sup>a</sup>, 3<sup>a</sup>); figura 67**

Le linee diurne sono disegnate come "luoghi delle estremità d'ombra", riportando le lunghezze dell'ombra a partire dal centro dell'orologio sulle rispettive linee orarie.

### 36) Esempio riassuntivo - Calcolo e disegno di un orologio solare completo

Riportiamo ora, per riunire tutte insieme le nozioni sinora esposte, un esempio riassuntivo di calcolo e disegno di un orologio solare completo, che comprenda gli elementi di base, le linee orarie, il triangolo stilare, e le linee diurne.

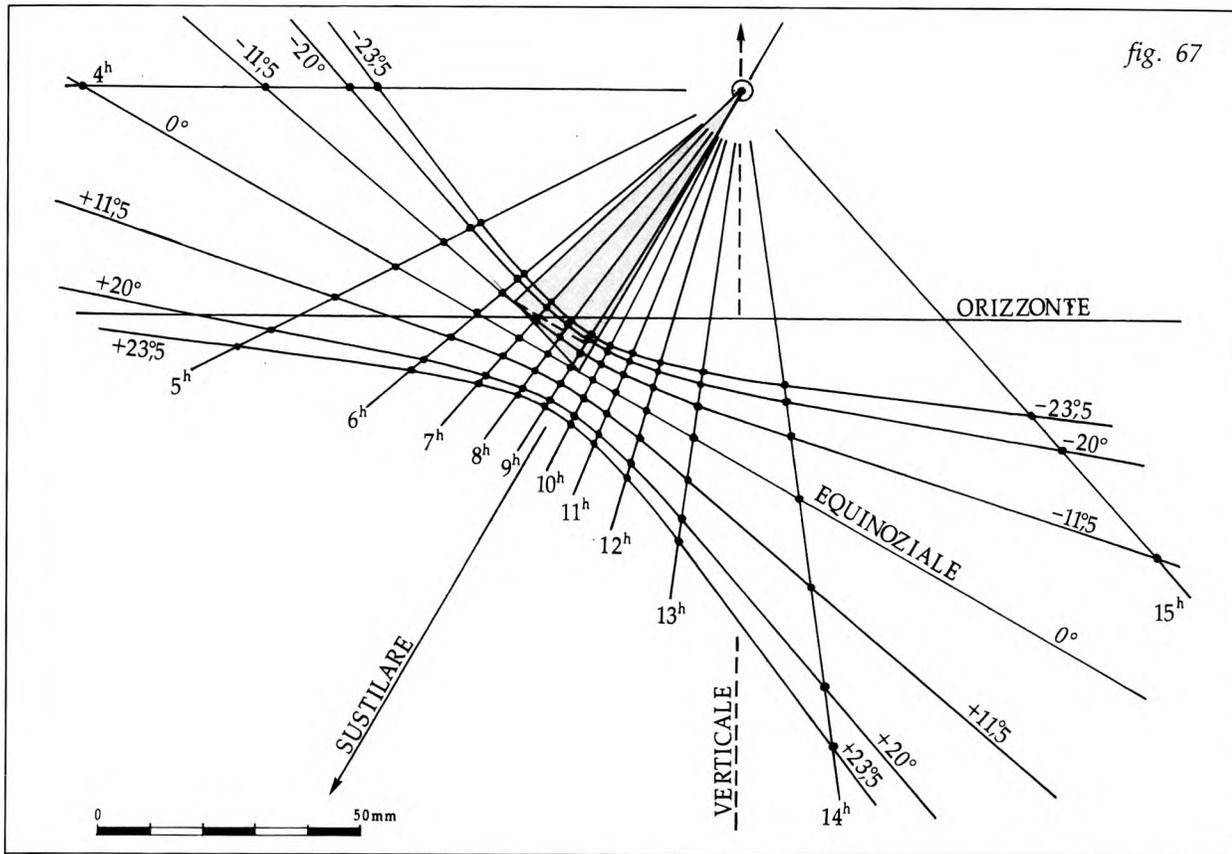
I dati in questo caso sono stati così scelti:

- latitudine:  $\varphi = 48^\circ.2N$
- declinazione:  $d = 52^\circ.7W$
- inclinazione:  $i = +7^\circ.5$
- lunghezza stilo:  $l = 70 \text{ mm}$

Le linee diurne vengono calcolate e tracciate come curve coniche.

In attesa di conoscere come si stabilisce quali linee orarie si debbano considerare, in questo esempio calcoliamo e riportiamo le linee orarie dalle 09<sup>h</sup> alle 20<sup>h</sup>.

(41) I risultati per le  $\delta = -23^\circ.5$  e  $\delta = -20^\circ$  evidenziano che la lunghezza dell'ombra stilare non sempre è l'ombra minima, come si è già rilevato al par. 25. In questi due casi l'applicazione della formuletta ivi indicata segnala che l'ombra minima si ha quando  $\Delta t$  è rispettivamente  $\pm 45^\circ.3766 (= \pm 3^h.03)$  e  $\pm 32^\circ.9480 (= \pm 2^h.20)$ .



**DATI**

Latitudine:  $\varphi = 48^{\circ}.2N$   
 Lunghezza stilo:  $l = 70 \text{ mm}$

Declinazione:  $d = 52^{\circ}.7W$   
 Inclinazione:  $i = +7^{\circ}.5$

**ELEMENTI DI BASE**

ELEV. STILO	ANG. SUSTILARE	ORA SUSTILARE	MERIDIANA	ORARIA ORIZZ.
$\text{sen } \varepsilon = \text{sen } i \text{ sen } \varphi - \text{cos } i \text{ cos } \varphi \text{ cos } d$	$\text{sen } \sigma = \frac{\text{sen } d}{\text{cos } \varepsilon} \text{ cos } \varphi$ $(\text{tg } K_1 = \text{tg } i \text{ cos } d)$	$\text{sen } P_{\sigma} = \frac{\text{sen } d}{\text{cos } \varepsilon} \text{ cos } i$ $(\text{tg } K_2 = \text{tg } i / \text{cos } d)$	$\text{tg } \mu = \text{sen } i \text{ tg } d$	$\text{tg } P_{\text{or}} = \frac{-1}{\text{tg } d \text{ sen } \varphi}$ $t_{\text{or}} = \left\{ \begin{matrix} 12 + \\ 24 + \end{matrix} \right\} P_{\text{or}}$
$\varepsilon = -17.6470$	$\sigma = 33^{\circ}.8066$ $(K_1 = -4^{\circ}.6)$ $\sigma^1 = 213^{\circ}.8066$ (senso antiorario)	$P_{\sigma} = 55^{\circ}.8544$ $(K_2 = -12^{\circ}.3)$ $P'_{\sigma} = 535^{\circ}.8544$ $t^{\circ}_{\sigma} = 235^{\circ}.8544$ $t^h_{\sigma} = 15^h.7236$	$\mu = 9^{\circ}.7227$ $\mu' = 189^{\circ}.7227$ (senso antiorario)	$P_{\text{or}} = -45^{\circ}.6203$ $= 134^{\circ}.3797$ $= 8^h.9586$ $t_{\text{or}} = \left\{ \begin{matrix} 20^h.9586 \\ 8^h.9586 \end{matrix} \right\}$

**TRIANGOLO STILARE E ORIZZONTE ( $l = 70 \text{ mm}$ )**

Ortostilo: $g = l \sin \varepsilon = 21.2$	Sottostilo: $m = l \cos \varepsilon = 66.7$
$z = l \operatorname{tg} \varepsilon = 22.3$	$n = l \sin \varepsilon \operatorname{tg} \varepsilon = 6.8$
Orizzonte: $h = g \operatorname{tg} i = 2.8$ (sopra)	Equinoziale: $e = l/\cos \varepsilon = 73.5$

**LINEE ORARIE**

$t^h$	$t^\circ$	$t_\sigma^\circ$	$\Delta t$ ( $t - t_\sigma$ )	$\omega$ $\operatorname{tg} \omega =$ $= \sin \varepsilon \operatorname{tg} \Delta t$	Intercetti I su $D = 100 \text{ mm}$ (mm)
9 <sup>h</sup>	135°	$\updownarrow$ $235^\circ.8544$	-100°.8544	+122°.3135	+63.3 (B)
10	150		- 85.8544	+ 76.5535	-23.9
11	165		- 70.8544	+ 41.1275	+87.3
12	180		- 55.8544	+ 24.0840	+44.7
13	195		- 40.8544	+ 14.6909	+26.2
14	210		- 25.8544	+ 8.3572	+14.7 (A)
15	225		- 10.8544	+ 3.3267	+ 5.8
16	240		+ 4.1456	- 1.2587	- 2.2
17	255		+ 19.1456	- 6.0080	-10.5
18	270		+ 34.1456	- 11.6182	-20.6
19	285		+ 49.1456	- 19.3172	-35.1
20	300	+ 64.1456	- 32.0294	-62.6	

(A) Intercetto in basso ( $D = 100$ ):  $I = D \operatorname{tg} \omega$ ;

(B) Intercetto laterale ( $D' = 100$ ):  $I = \frac{-D}{\operatorname{tg} \omega}$

Controllo meridiana:

$$\begin{aligned} \sigma' &= 213^\circ.8066 \\ -\omega_{12} &= 24^\circ.0840 \end{aligned}$$

$189^\circ.7226$  pari all'angolo  $\mu$

**CONICHE DIURNE (sono tutte iperboli perché è sempre  $|\varepsilon| + |\delta| < 90^\circ$ )**

Elementi di base

	$\delta$	+23°.5	+20°	+11°.5	0	-11°.5	-20°	-23°.5
Ombre sustilari	$\varepsilon - \delta$	-41.1470	-37.6470	-29.1470	-17°.6470	-6.1470	+2.3530	+5.8530
Centri	$B_s$	85.2486	83.0758	78.5400	73.4567	68.9914	65.8340	64.5306
	$c$	74.9	74.5	73.8	73.5			
	$\Delta c$	$\pm 1.4$	$\pm 1.0$	$\pm 0.3$				
Parametro	$a$	10.3590	8.6209	4.7743				
Asintoti	$\eta$	65°.2639	68°.9668	77°.9238				
Parametro	$b$	22.4848	22.4194	22.3153				

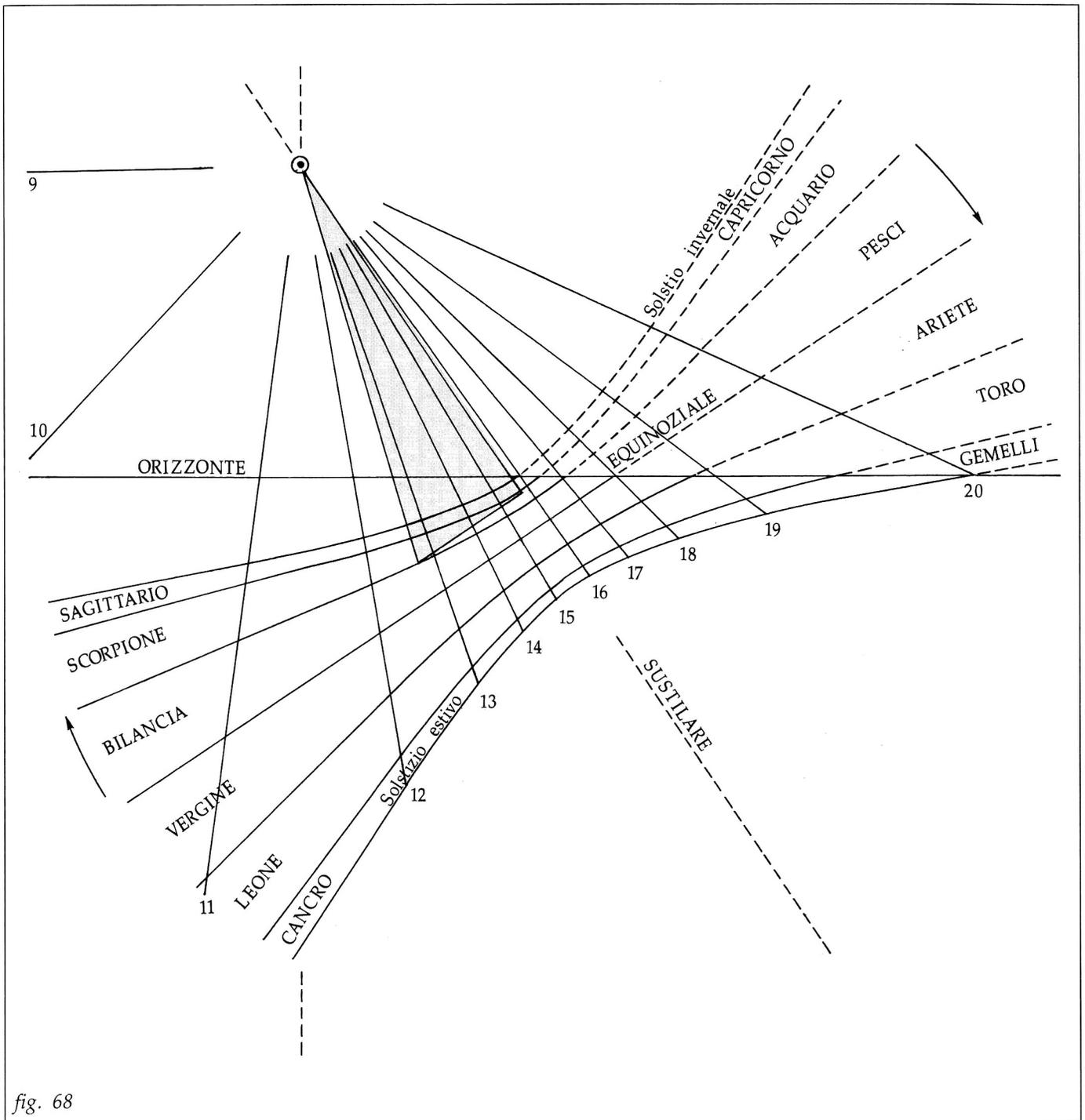


fig. 68

Punti iperboli (calcolo delle x)

$$x = \frac{a}{b} \sqrt{b^2 + y^2} \pm \Delta c$$

x riferiti all'asse				x riferiti all'equinoziale						
y \ δ	±23°.5	±20°	±11°.5	δ	+23°.5	+20°	+11°.5	+11°.5	-20°	-23°.5
				Δc	+1.4	+1.0	+0.3	-0.3	-1.0	-1.4
0	10.4	8.6	4.8		11.8	9.6	5.1	4.5	7.6	9.0
10	11.3	9.4	5.2		12.7	10.4	5.5	4.9	8.4	9.9
20	13.9	11.6	6.4		15.3	12.6	6.7	6.1	10.6	12.5
30	17.3	14.4	8.0		18.7	15.4	8.3	7.7	13.4	15.9
50	25.3	21.1	11.7		26.7	22.1	12.0	11.4	20.1	23.9
70	33.9	28.3	15.7		35.3	29.3	16.0	15.4	27.3	32.5

DISEGNO: figura 68

### 37) Le coniche della "durata del giorno"

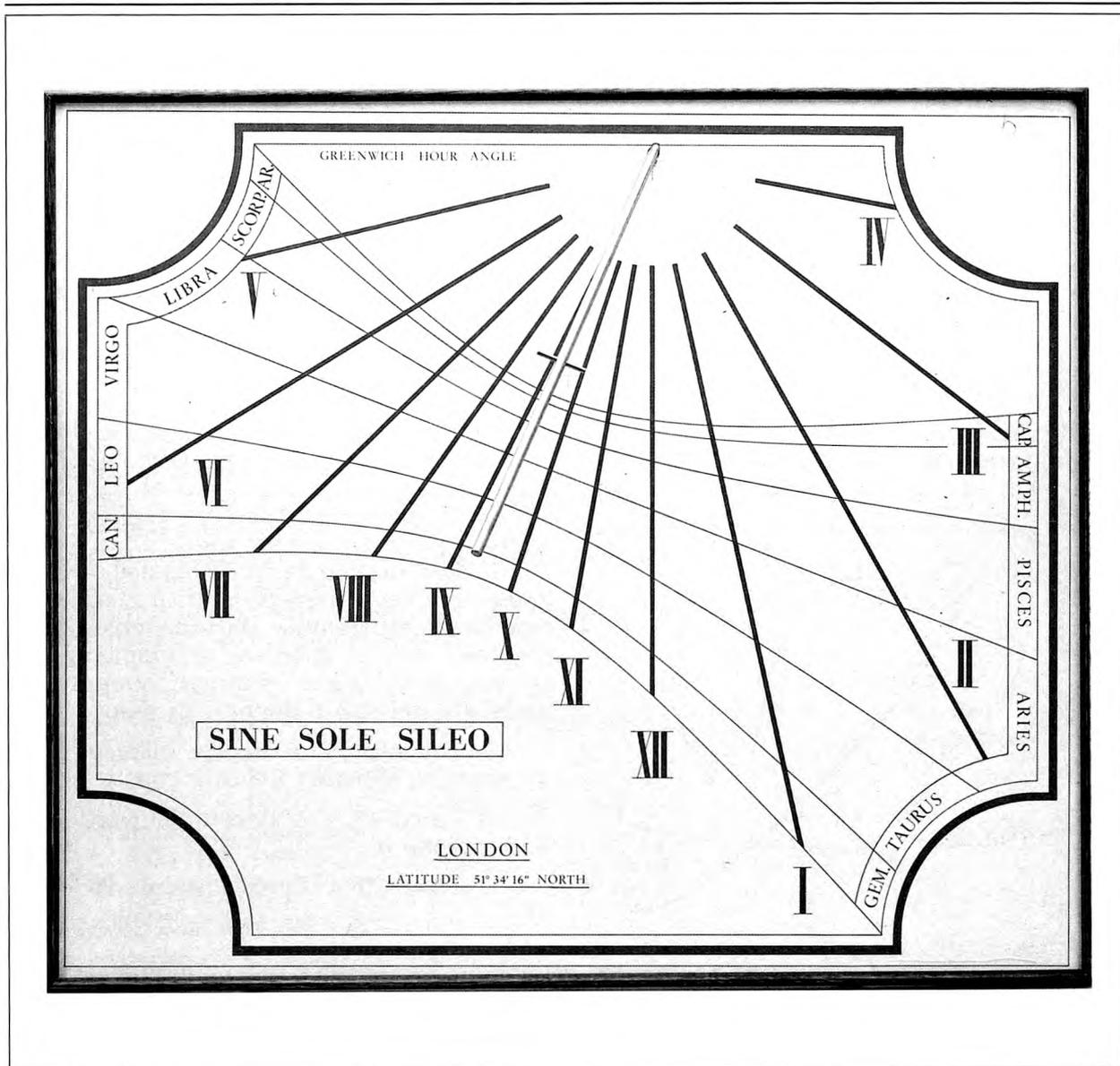
Talvolta in passato i costruttori di quadranti solari indicavano sui loro strumenti anziché le coniche zodiacali (corrispondenti alle declinazioni in cui il sole "entra" nei segni) le coniche corrispondenti a date in cui la durata del giorno, dal sorgere al tramonto, assume valori interi dell'ora.

Lo scopo era quello di mettere in evidenza per mezzo dell'orologio solare la durata della luce nei vari momenti dell'anno, elemento questo di notevole importanza nel passato quando luce e buio significavano lavoro e riposo.

Questa pratica peraltro non è stata mai molto diffusa e la segnaliamo solo per completezza di informazione. In effetti la durata del giorno e della notte si poteva ricavare gnomonicamente anche in altri modi come si vedrà quando tratteremo dei sistemi orari italico e babilonese (cap. XVIII); la misura del tempo in ore di questo tipo, molto diffuse in passato, consentiva di conoscere con immediatezza anche il periodo di luce della data in corso senza bisogno di ricorrere a quadranti costruiti appositamente per questo scopo.

La maggior parte dei quadranti di questo tipo erano piccoli e grossolani quadranti accessori, riportati a corredo di quadranti principali del tipo zodiacale o senza linee diurne.

Le modalità per il tracciamento di queste linee diurne risulteranno evidenti nel corso dell'esposizione del cap. X "Illuminazione", al termine del quale torneremo su questo argomento, dando anche un esempio di disegno delle curve coniche per la durata del giorno.



12

12, Orologio verticale completo per la latitudine di Londra; sulla bacchetta-stilo allungata è inserito un "nodo" (par. 77) per la lettura del calendario sulle iperboli diurne.

## CAP. X - L'ILLUMINAZIONE

## 38) Generalità

Un elemento di importanza negli orologi solari è la "illuminazione", cioè il periodo della giornata durante il quale un quadrante dà indicazioni, e che rimane delimitato tra l'ora in cui il quadrante si "accende" e l'ora in cui si "spegne".

Le condizioni perché il Sole illumini un quadrante piano sono due:

- il Sole deve essere sopra l'orizzonte;
- il Sole deve essere dal lato del piano su cui si trova il quadro e non dal lato opposto (cioè deve essere *sopra il quadro*).

## 39) Presenza del Sole sull'orizzonte

Il periodo di tempo durante il quale il Sole resta al disopra di un dato orizzonte si chiama "arco diurno". Esso si individua a mezzo dell'"arco semidiurno  $\alpha$ ", che ne è la metà, ed è il periodo di tempo che intercorre tra il sorgere del Sole e il suo passaggio al meridiano

superiore, ovvero tra il suo passaggio al meridiano superiore e il tramonto.

La formula che dà l' $\alpha$  è nota dalla cosmografia, ma per completezza di trattazione la ricaviamo egualmente dal triangolo  $ZAP_N$  (fig. 69) che si stabilisce al momento del sorgere del Sole e, simmetricamente, al momento del suo tramonto. In esso:

- l'angolo  $\hat{P}_N$  è eguale all'arco semidiurno, che abbiamo indicato con  $\alpha$ ;
- l'arco  $P_N A$  è il complemento della declinazione  $\delta$ ;
- l'arco  $ZP_N$  è la colatitudine  $90^\circ - \varphi$ ;
- l'arco  $ZA$  è  $90^\circ$ , poiché il Sole è all'orizzonte con altezza  $0^\circ$ .

Risolviendo il triangolo (42) si trova la formula dell'arco semidiurno:

$$\cos \alpha = - \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \delta \quad (43).$$

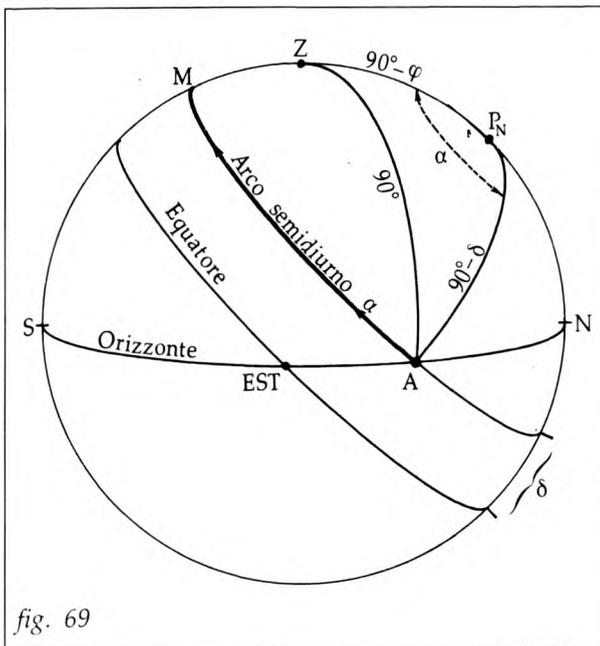


fig. 69

(42) Vds. appendice B-VIII.

(43) In questo contesto, per gli scopi dell'orologio solare, le approssimazioni che si richiedono nella misura degli archi diurni e degli elementi dell'illuminazione in generale sono largamente grossolane; si prescinde quindi da ogni altra considerazione connessa con le ore del sorgere e del tramonto, quali ad esempio quelle relative al lembo del Sole anziché al suo centro, alla rifrazione, ecc.

Ottenuto l'arco semidiurno  $\alpha$ , si ricavano le ore del sorgere  $t_S$  e del tramonto  $t_T$  facendo:

$$t_S = 12^h - \alpha \quad t_T = 12^h + \alpha$$

Per riprendere familiarità con la durata del giorno, quale elemento significativo dell'orologio solare, ricordiamo qui l'evoluzione dell'arco semidiurno  $\alpha$  al variare di  $\delta$  e  $\varphi$ .

Per quanto riguarda la  $\delta$ , in un dato luogo Z (fig. 70) l'arco semidiurno estivo ( $\delta+$ ) è maggiore di  $6^h$ ; il Sole sorge prima delle  $6^h$  e tramonta dopo le  $18^h$ , essendo eguali in uno stesso giorno il  $\Delta t$  di anticipo rispetto alle  $6^h$  e il  $\Delta t$  di ritardo rispetto alle  $18^h$ . Il contrario accade nelle stagioni invernali ( $\delta-$ ). Per  $\delta = 0^\circ$  l'arco semidiurno è  $6^h$  (da cui il termine "equinozio" per indicare la data in cui la declinazione è  $0^\circ$ ).

Inoltre di tanto il sorgere anticipa rispetto alle  $6^h$  alla data estiva  $\delta+$  di tanto il sorgere ritarda dopo le  $6^h$  alla data invernale simmetrica  $\delta-$ , e lo stesso ragionamento vale per il tramonto.

Per quanto riguarda l'influenza della latitudine ricordiamo che l'arco semidiurno  $\alpha$ :

- è sempre  $6^h$  per  $\varphi = 0^\circ$ ;
- al crescere di  $\varphi$  si discosta sempre di più dalle  $6^h$  (in più o in meno a seconda del segno della  $\delta$ );
- arriva ai valori  $12^h$  e  $0^h$  quando  $\varphi + |\delta| = 90^\circ$  (fig. 71) e il Sole tocca l'orizzonte ma non tramonta o non sorge;
- rimane  $12^h$  o  $0^h$  quando  $\varphi$  aumenta ancora in modo che  $\varphi + |\delta| > 90^\circ$ , per cui il Sole resta sempre sopra o sempre sotto l'orizzonte.

Trasferendo questi concetti sul quadrante solare (fig. 72), dove abbiamo segnato la linea dell'orizzonte, osserviamo che il fenomeno "sorgere S" o "tramonto T" viene evidenziato graficamente dal fatto che la "linea diurna" taglia la "linea orizzonte". Perciò per ogni declinazione del Sole (o per ogni data) le ore del sorgere  $t_S$  e del tramonto  $t_T$  sono indicate dalle linee orarie che passano per i punti in cui la corrispondente conica diurna taglia l'orizzonte.

Tutto ciò che rimane al di fuori del periodo  $t_S \div t_T$  agli effetti dell'orologio solare è inutile, poiché non vi è il Sole che possa dare ombre.

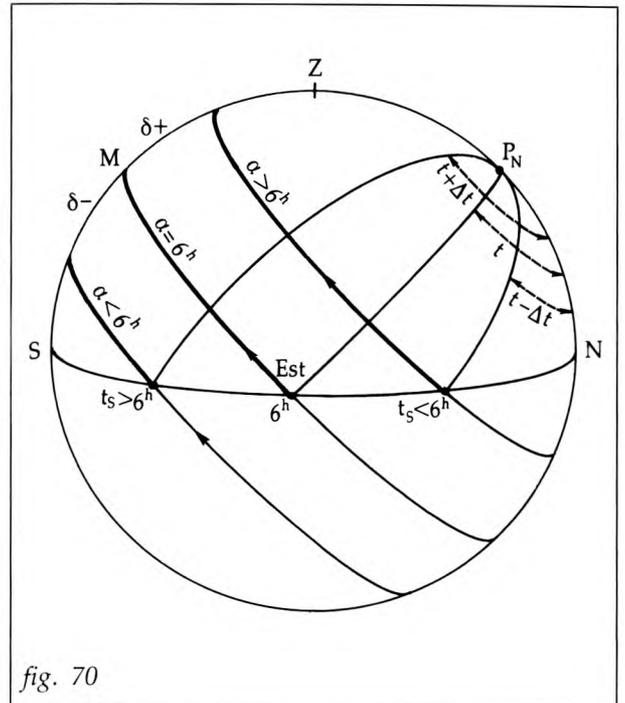


fig. 70

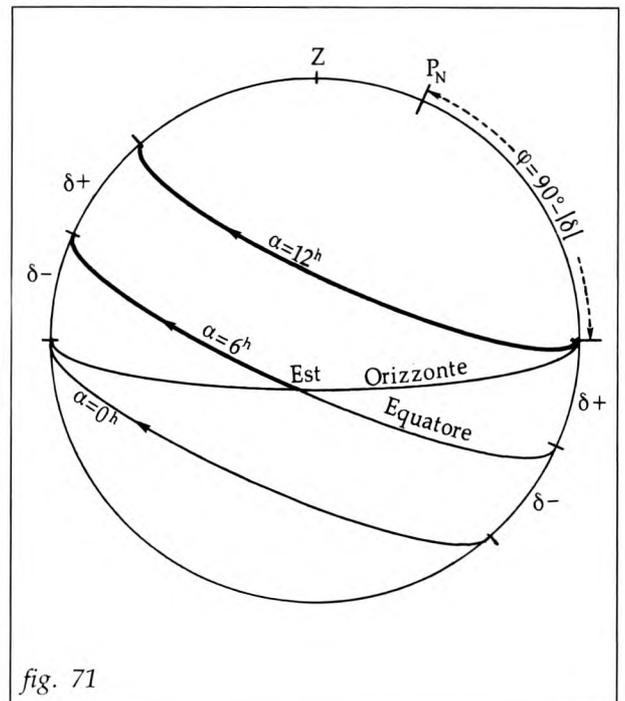
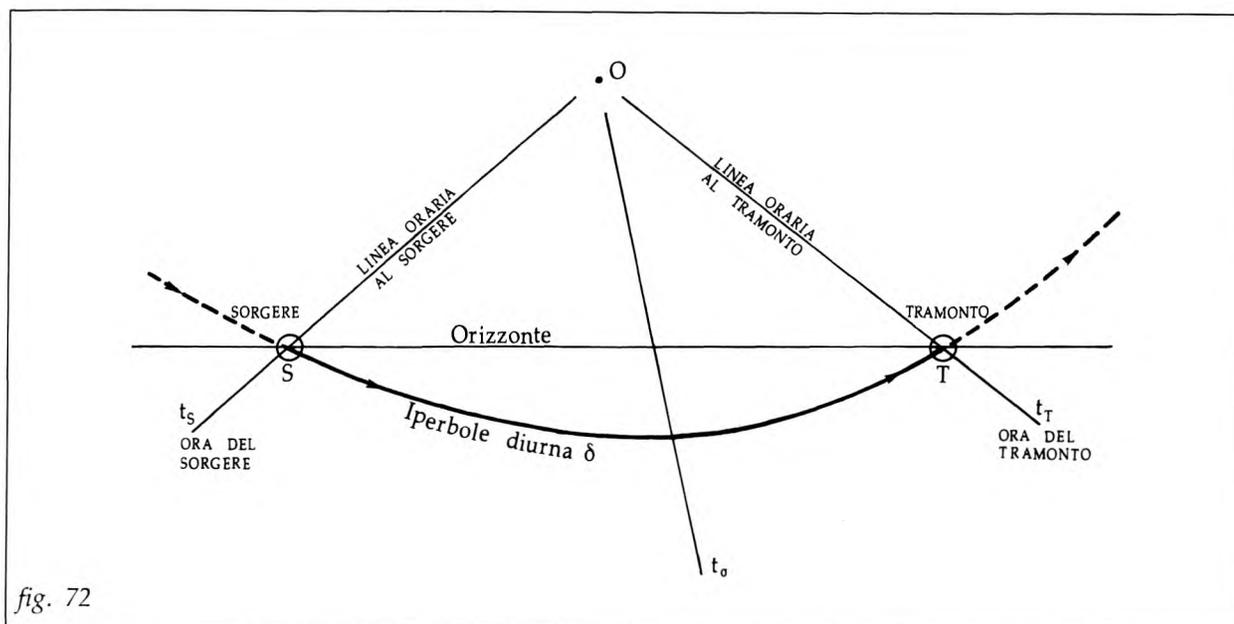


fig. 71

Naturalmente una data linea diurna può incontrare l'orizzonte due volte, o una volta, o nessuna volta. Nel primo caso, l'abbiamo visto, i due punti d'incrocio indicano le ore del sorgere e del tramonto. La mancanza di uno o di entrambi questi punti d'incrocio può dipendere da due diverse situazioni. In un caso può derivare dal fatto che il Sole effettivamente non sorge e non tramonta; si è visto che ciò dà luogo a una curva diurna che è un'ellisse (se è una parabola essa resta tangente all'orizzonte, con i punti S e T che coincidono, così come coincidono le ore  $t_s$  e  $t_T$ ). Una seconda causa può essere però che il fenomeno "sorgere" o "tramonto", di cui manca l'immagine grafica sul disegno, si manifesta quando ancora il Sole non è entrato nel quadro o ne è già uscito; ma di ciò si tratterà meglio nei paragrafi che seguono.



#### 40) Presenza del Sole sul quadro

La seconda condizione di "illuminazione" è che il Sole si trovi dalla stessa parte del piano-quadro su cui è disegnato il nostro quadrante.

Tale condizione può essere analizzata in due modi diversi.

In una prima interpretazione il quadro, agli effetti della presenza del Sole su di esso, può essere considerato un orizzonte fittizio che abbia una latitudine fittizia pari alla elevazione dello stilo  $\epsilon$  e che abbia la sustilare (asse di simmetria sul quadro) come meridiana fittizia (asse di simmetria sull'orizzonte).

Pertanto, se chiamiamo  $\alpha'$  l'arco semidiurno sul quadro, potremo dire che esso si ottiene con la formula:

$$\alpha' = - \operatorname{tg} \epsilon \operatorname{tg} \delta$$

Ottenuto  $\alpha'$ , si ricavano le ore  $t_E$  e  $t_U$  di apparizione e sparizione del Sole sul quadro (cioè di Entrata E e di Uscita U) sottraendo e aggiungendo  $\alpha'$  all'ora sustilare  $t_\sigma$  e quindi:

$$\boxed{t_E = t_\sigma - \alpha'} \quad \boxed{t_U = t_\sigma + \alpha'}$$

Una seconda interpretazione dell'ora di entrata/uscita del Sole sul quadro si può avere considerando le coniche diurne. Infatti i punti all'infinito di esse corrispondono agli istanti in cui il Sole entra/esce dal quadro; pertanto se trasformiamo in ore gli angoli che gli asintoti delle coniche fanno con la sustilare otterremo gli archi semidiurni sul quadro  $\alpha'$  per le varie declinazioni  $\delta$  corrispondenti alle coniche stesse. Poiché la formula delle rette orarie è, come si ricorderà,

$$\operatorname{tg} \omega = \operatorname{tg} \Delta t \operatorname{sen} \varepsilon \quad \text{e quindi} \quad \operatorname{tg} \Delta t = \frac{\operatorname{tg} \omega}{\operatorname{sen} \varepsilon}$$

e poiché in questo caso  $\omega$  (angolo con la sustilare della retta oraria agli istanti di entrata/uscita) è l'angolo  $\eta$  tra gli asintoti e la sustilare, mentre la  $\Delta t$  rappresenta appunto l'arco semidiurno sul quadro  $\alpha'$ , avremo:

$$\boxed{\operatorname{tg} \alpha' = \frac{\operatorname{tg} \eta}{\operatorname{sen} \varepsilon}} \quad (44).$$

Quanto all'interpretazione di questa formula, senza elaborare una complessa regola dei segni, basta ricordare che  $\alpha'$  è  $> 6^h$  quando  $\delta$  e  $\varepsilon$  hanno lo stesso segno, mentre è  $< 6^h$  quando  $\delta$  e  $\varepsilon$  hanno segno diverso.

Ottenuto  $\alpha'$  anche in questo caso si passa alle ore di entrata  $t_E$  e di uscita  $t_U$  con la già vista relazione:

$$\boxed{t_{E/U} = t_\sigma \mp \alpha'}$$

Sul disegno del nostro quadrante il fenomeno "entrata" o "uscita" del Sole dal quadro viene evidenziato graficamente dal fatto che la linea oraria, ruotando sul quadro, si dispone parallela agli asintoti della conica diurna corrispondente alla data in esame. Perciò per ogni data (o per ogni declinazione) le ore di entrata o di uscita del Sole dal quadro sono indicate dalle linee orarie che siano parallele agli asintoti della corrispondente conica diurna. Ad esempio consideriamo nella figura 73 le tre coniche diurne corrispondenti alle due  $\delta$  solstiziali e alla  $\delta$  equinoziale (due iperboli e una retta) con i rispettivi asintoti; le ore di entrata e di uscita sul quadro in quei giorni sono individuate dalle sei semirette orarie, uscenti dal centro O dell'orologio, parallele agli asintoti, simmetriche rispetto alla sustilare, corrispondenti a ore

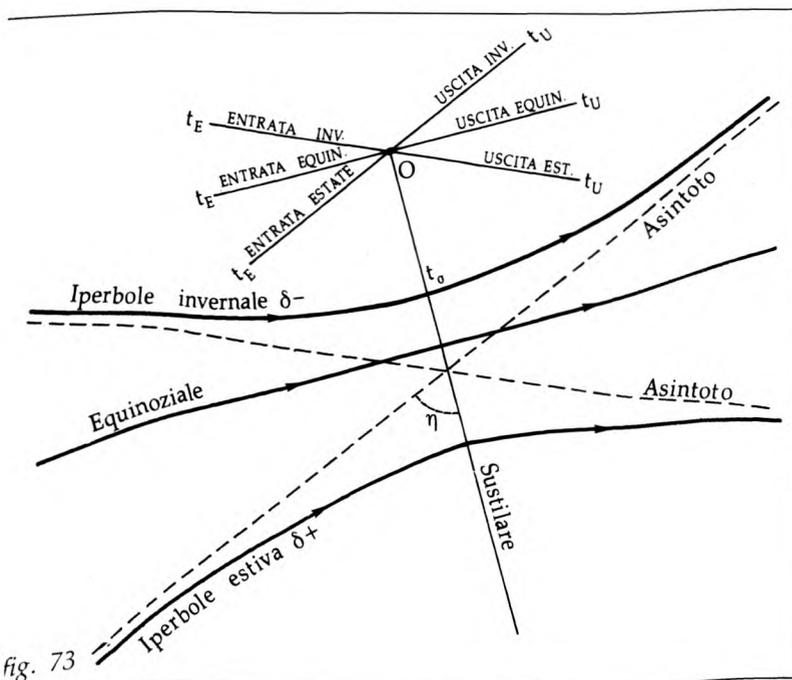
(44) Questa stessa formula può essere impiegata per ricavare, in alternativa o per controllo, l'angolo asintotico  $\eta$  delle iperboli diurne, avendo ottenuto  $\alpha'$  con la formula precedente. Si ha infatti:  $\operatorname{tg} \eta = \operatorname{tg} \alpha' \operatorname{sen} \varepsilon$  (Vds. nota 26).

simmetriche rispetto all'ora sustilare e indicate in figura con  $t_E$  e  $t_U$  rispettivamente invernali, equinoziali, estive. La simmetria rispetto alla sustilare delle semirette orarie corrispondenti alle ore di entrata e uscita merita attenzione e lasciamo al lettore di trarne le facili conseguenze. A titolo di esempio, in un quadrante in cui la  $t_o$  sia  $9^h.0$  e l'arco semidiurno sul quadro  $\alpha'$  al solstizio estivo sia  $7^h.0$  lo specchio completo delle ore di entrata/uscita sul quadro risulta:

	$\delta = +23^\circ.5$	$\delta = 0^\circ$	$\delta = -23^\circ.5$
Arco semidiurno sul quadro	$7^h$	$6^h$	$5^h$
Ora di entrata ( $t_E = t_o - \alpha'$ )	$2^h$	$3^h$	$4^h$
Ora di uscita ( $t_U = t_o + \alpha'$ )	$16^h$	$15^h$	$14^h$

Per quanto riguarda l'influenza della elevazione  $\varepsilon$  sull'arco semidiurno  $\alpha'$ , valgono le conclusioni ricavate trattando dell'influenza della latitudine  $\varphi$  sull'arco semidiurno  $\alpha$  sull'orizzonte, qualora si sostituisca il "quadro" all'"orizzonte" e l'"elevazione  $\varepsilon$ " alla "latitudine  $\varphi$ ". In particolare, ricercando la condizione perché il Sole possa o meno "entrare" in quadro in base ai valori di  $\varepsilon$  e  $\delta$ , si trova che per  $\varepsilon$  positivo il Sole può entrare in quadro quando  $\varepsilon - \delta < 90^\circ$ , mentre per  $\varepsilon$  negativo ciò si verifica quando  $-\varepsilon + \delta < 90^\circ$ ; la regola si può perciò sintetizzare dicendo che:

Il Sole	$\left\{ \begin{array}{l} \text{entra} \\ \text{non entra} \end{array} \right\}$	nel quadro secondo che sia $ \varepsilon - \delta  \lessgtr 90^\circ$
---------	--	---



Notiamo ancora che, se prendiamo un quadro costruito sulla faccia opposta del piano su cui è il nostro quadro (che in seguito chiameremo "speculare", Vds. par. 58), l'istante, e quindi l'ora, di uscita del Sole dal nostro quadro coincidono evidentemente con l'istante, e quindi con l'ora, di entrata sul quadro speculare, e viceversa.

Infine, per completare l'argomento, osserviamo (come è evidente e d'altronde già notato) che se la conica diurna è un'ellisse, non vi sono asintoti e non vi è né entrata né uscita sul quadro, poiché il Sole resta sempre o sopra o sotto il quadro; se la conica diurna è una parabola vi è un solo asintoto corrispondente all'ora in cui il Sole "tocca" il quadro, cioè all'ora in cui esso contemporaneamente esce e entra sul quadro (ovvero entra e esce). In tutti questi casi l'arco semidiurno sul quadro è  $12^h$  o  $0^h$ .

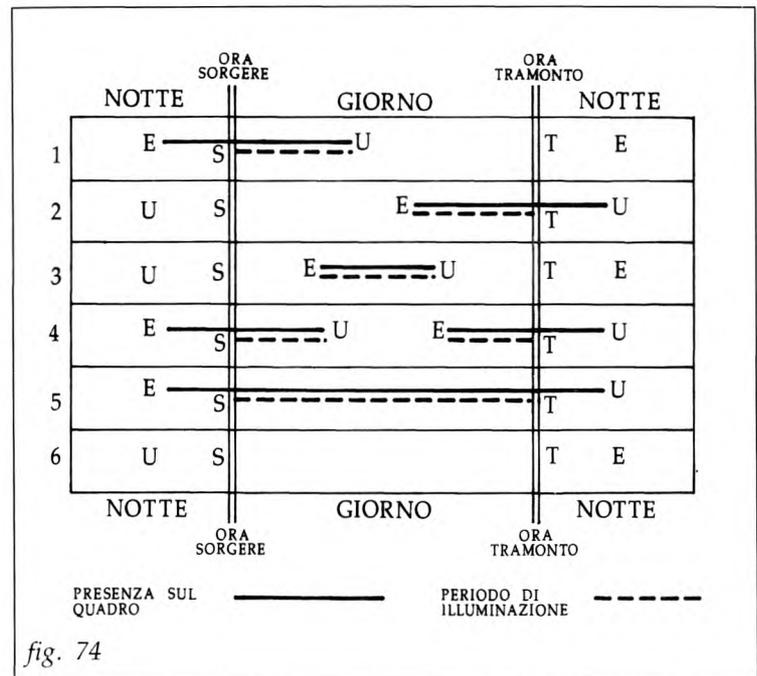
41) Confronto tra presenza sull'orizzonte e presenza sul quadro (45)

Ottenute per le varie  $\delta$  del Sole le ore del sorgere  $t_s$  e del tramonto  $t_T$ , e le ore di entrata  $t_E$  e di uscita  $t_U$ , occorre confrontarle tra loro per accertare qual è il periodo effettivo di illuminazione dell'orologio alle varie date; infatti è evidente che anche quando il Sole è sopra l'orizzonte non vi è illuminazione dell'orologio se contemporaneamente il Sole non è già entrato in quadro, così come non vi è illuminazione se, inversamente, il Sole, pur essendo già entrato in quadro, è ancora sotto l'orizzonte. Si è visto che l'intervallo di presenza sull'orizzonte va dal sorgere S al tramonto T, mentre l'intervallo di presenza sul quadro va dall'entrata E all'uscita U; il periodo di illuminazione di un orologio è perciò l'intervallo di tempo comune ai due intervalli sorgere-tramonto (S-T) e entrata-uscita (E-U); nella inter-relazione tra questi due intervalli si possono presentare sei casi o situazioni, a seconda della sequenza con cui i quattro eventi in questione si succedono; i sei casi sono illustrati nella figura 74, dove il periodo di illuminazione è segnato con linea tratteggiata, e dove è evidente nei vari casi quale evento (sorgere S o entrata E) inizia l'illuminazione e quale evento (tramonto T o uscita U) la chiude.

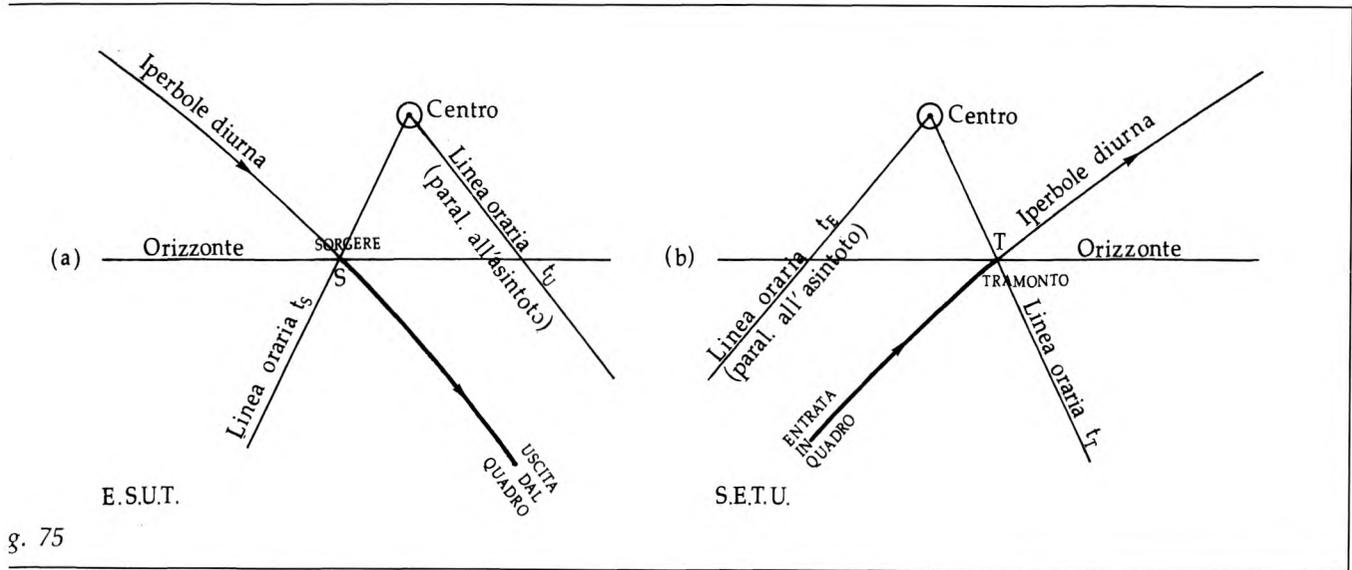
Sul quadro dell'orologio le varie situazioni sono legate alla relazione geometrica fra l'iperbole diurna in questione e l'orizzonte. Senza analizzare tutti i casi (che sono d'altronde di facile interpretazione) ne indichiamo due nelle figure 75a e 75b; nel primo, che rappresenta la situazione E.S.U.T. (1° caso della fig. 74) l'illuminazione inizia al sorgere quando la linea diurna taglia l'orizzonte in S all'ora  $t_s$  e termina quando il Sole esce dal quadro all'ora  $t_U$  (retta oraria parallela all'asintoto in uscita della conica); nel secondo caso, che rappresenta la situazione S.E.T.U. (2° caso della fig. 74) l'illuminazione va dall'ora di entrata  $t_E$  all'ora  $t_T$  del tramonto in T.

Nella pratica il confronto si effettua calcolando le ore dei quattro eventi significativi alla data che si vuole esaminare, e scegliendo quindi per l'inizio-illuminazione l'ora più tarda tra ora-entrata e ora-sorgere, e per la fine-illuminazione l'ora più anticipata tra ora-uscita e ora-tramonto. Ad esempio, se le ore dei quattro eventi sono (dati:  $\varphi = 45^\circ N$ ,  $\varepsilon = -15^\circ$ ,  $t_o = 16^{h.2}$ ):

$\delta$	$\alpha$ (orizz.)	$\alpha'$ (quadro)	Sorgere	Entrata	Tramonto	Uscita
20°N	7 <sup>h.4</sup>	5 <sup>h.6</sup>	4 <sup>h.6</sup>	<u>10<sup>h.6</sup></u>	<u>19<sup>h.4</sup></u>	21 <sup>h.8</sup>



(45) Questa analisi viene sviluppata per le situazioni in cui il Sole passa sopra e sotto orizzonte e quadro, è facile ampliarla ai casi in cui il Sole resta sempre sopra l'orizzonte o sempre sopra il quadro.



g. 75

inizio e fine illuminazione in quel giorno si verificano alle  $10^{\text{h}}.6$  e alle  $19^{\text{h}}.4$ , con durata di accensione di  $8^{\text{h}}.8$ .

Una situazione di interesse si presenta quando uno degli asintoti dell'iperbole diurna è parallelo all'orizzonte (fig. 76); ciò significa che l'ora  $t_E$  dell'entrata in quadro coincide con l'ora  $t_S$  del sorgere (fig. 76a) ovvero che l'ora di uscita  $t_U$  coincide con l'ora del tramonto  $t_T$  (fig. 76b).

Si noti che, essendo l'asintoto comune ai due rami della stessa iperbole, quando sul ramo  $\delta+$  dell'iperbole coincidono  $t_E$  e  $t_S$  (entrata e sorgere) sul ramo simmetrico  $\delta-$  coincidono al termine dell'illuminazione  $t_U$  e  $t_T$  (uscita e tramonto).

La declinazione  $\delta_{or}$  di una iperbole che si trovi in questa situazione (un asintoto orizzontale) si ricava facilmente dal triangolo  $HNP_N$  della figura 32 in cui il lato  $P_NH$  è  $90^\circ - \delta_{or}$ :

$$\boxed{\text{sen } \delta_{or} = \pm \text{sen } d \cos \varphi} \quad (46).$$

Ad esempio, con i dati  $\varphi = 45^\circ\text{N}$ ,  $d = 21^\circ\text{W}$ ,  $i = +10^\circ$ , da cui si ricavano  $\varepsilon = -31^\circ.8$  e  $t_o = 13^{\text{h}}.6$ , la declinazione dell'iperbole con asintoto orizzontale risulta  $\delta_{or} = \pm 14^\circ.7$ ; le ore dei quattro eventi dell'illuminazione alle date in cui è  $\delta = +14^\circ.7$  e  $\delta = -14^\circ.7$  risultano come segue:

(46) L'espressione si ricava anche analiticamente osservando che in questa situazione l'angolo asintotico  $\eta$  è eguale al complemento a  $90^\circ$  dell'angolo sustilare  $\sigma$ . Poiché

$$\cos \eta = \frac{\text{sen } \delta}{\cos \varepsilon} \text{ mentre } \text{sen } \sigma = \frac{\text{sen } d}{\cos \varepsilon} \cos \varphi, \text{ si ricava } \frac{\text{sen } \delta}{\cos \varepsilon} = \frac{\text{sen } d}{\cos \varepsilon} \cos \varphi, \text{ da cui } \text{sen } \delta = \text{sen } d \cos \varphi.$$

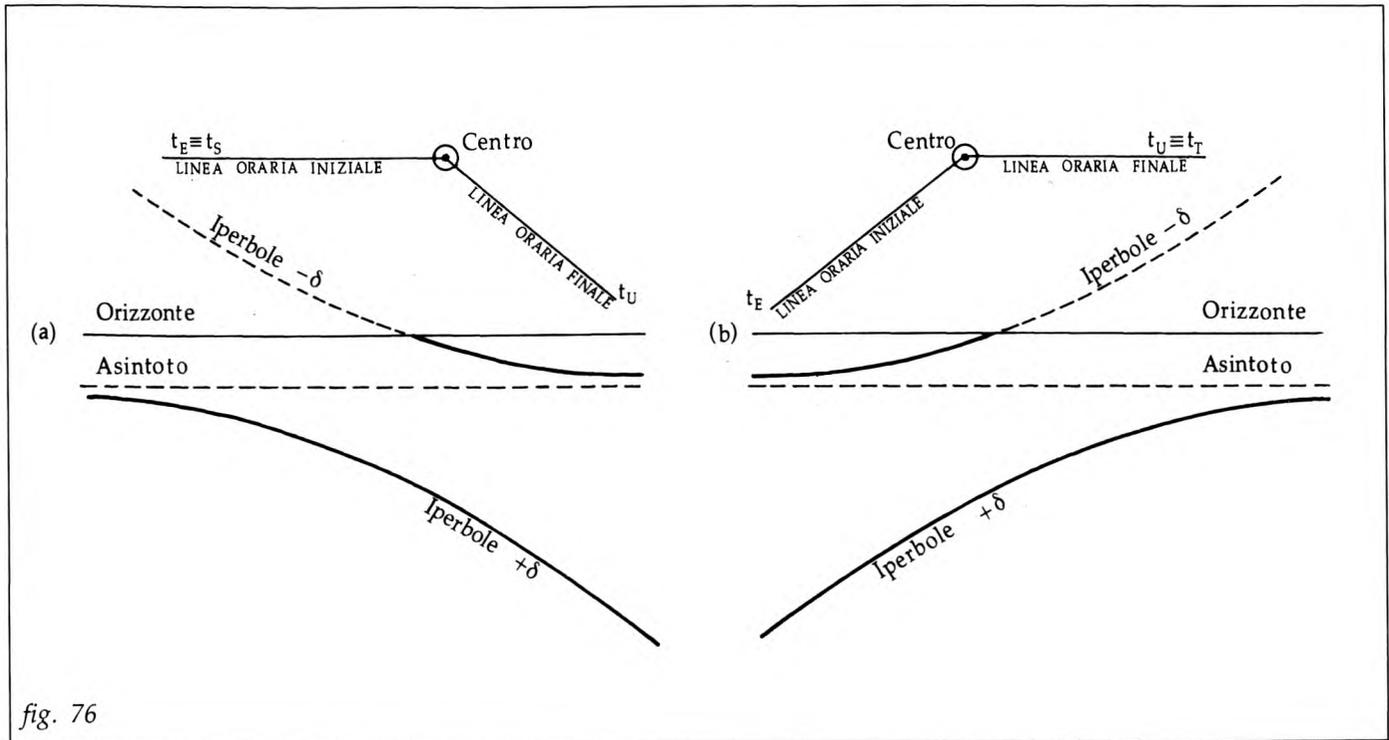


fig. 76

$\delta$	$\alpha$ (orizz.)	$\alpha'$ (quadro)	Sorgere	Entrata	Tramonto	Uscita
+14°.7	7 <sup>h</sup> .0	5 <sup>h</sup> .4	5 <sup>h</sup> .0	8 <sup>h</sup> .2	19 <sup>h</sup> .0	19 <sup>h</sup> .0
-14°.7	5 <sup>h</sup> .0	6 <sup>h</sup> .6	7 <sup>h</sup> .0	7 <sup>h</sup> .0	17 <sup>h</sup> .0	20 <sup>h</sup> .2

Il risultato evidenzia come alle date in cui è  $\delta = +14°.7$  alla fine dell'illuminazione coincidono le ore del tramonto e dell'uscita, mentre alle date simmetriche  $\delta = -14°.7$  coincidono all'inizio dell'illuminazione le ore del sorgere e dell'entrata; inoltre le due ore indicate differiscono di 12<sup>h</sup> (47).

Rileviamo ancora che in queste situazioni di asintoto orizzontale l'ora comune  $t_S \div t_E$  ovvero  $t_U \div t_T$  è ovviamente quella che corrisponde alla linea oraria orizzontale (Vds. fig. 76) e perciò si può ricavare anche con le formulette già note delle linee orarie orizzontali (Vds. par. 18):

$$\text{tg } P_{\text{or}} = \frac{-1}{\text{tg } d \text{ sen } \varphi}$$

(47) Se si fosse posto declinazione  $d = 21^\circ$  Est (anziché Ovest) il risultato sarebbe stato invertito, con ore sorgere/entrata coincidenti (ore 5<sup>h</sup>) per la  $\delta$  positiva, e ore tramonto/uscita coincidenti (ore 17<sup>h</sup>) per la  $\delta$  negativa.

$$t_{or} = \left. \begin{array}{l} 12^h \\ 24^h \end{array} \right\} \pm P_{or} \frac{W}{E}.$$

Nel caso dell'esempio appena riportato, l'applicazione di queste formule dà appunto:

$$\begin{aligned} P_{or} &= 7^h.0W \\ t_{or} &= 19^h.0 \div 7^h.0. \end{aligned}$$

#### 42) Evoluzione dell'illuminazione nel corso dell'anno

Poiché la durata degli archi semidiurni sull'orizzonte e sul quadro è funzione della declinazione del Sole e quindi della data, l'illuminazione dell'orologio solare (inizio, fine, durata) varia nel corso dell'anno col trascorrere dei giorni. La conoscenza di questa evoluzione può essere utile sia perché dà un'idea precisa di come si comporterà il nostro orologio una volta montato, sia perché serve per stabilire le "ore estreme" (minima ora di accensione e massima ora di spegnimento) che delimitano il fascio orario utile da calcolare.

In via descrittiva, in una situazione del tipo della figura 77 (48), mentre il Sole passa dal solstizio estivo a quello invernale e la sua declinazione  $\delta$  varia da  $+23^\circ.5$  a  $-23^\circ.5$ :

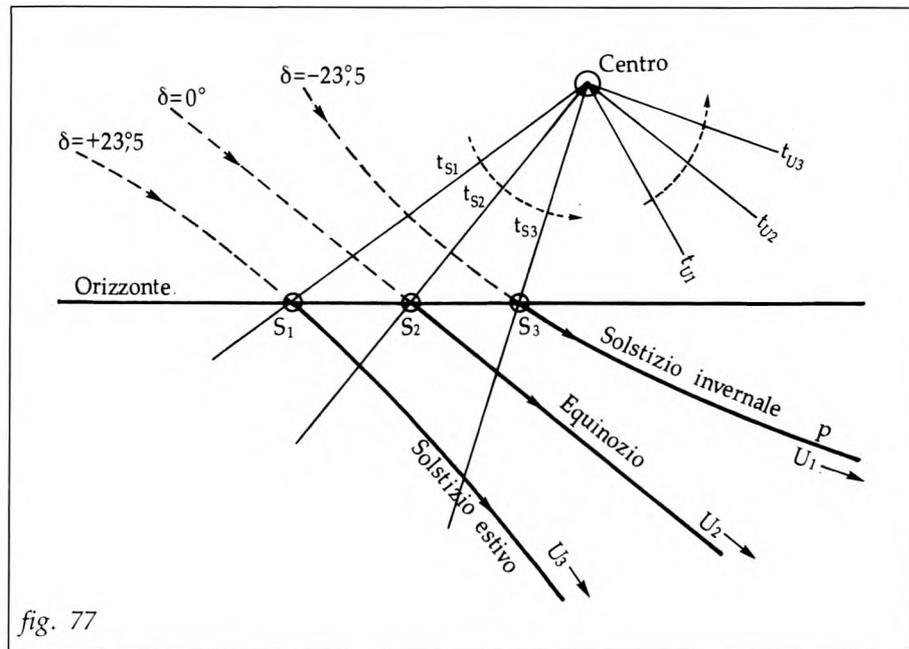
– il punto del sorgere scorre sull'orizzonte da  $S_1$  a  $S_3$  e l'ora corrispondente aumenta da  $t_{S1}$  a  $t_{S3}$ ;

– il punto all'infinito dell'uscita del quadro passa da  $U_1$  a  $U_3$  e l'ora corrispondente aumenta da  $t_{U1}$  a  $t_{U3}$ ;

– il periodo di illuminazione slitta da  $t_{S1} \div t_{U1}$  a  $t_{S3} \div t_{U3}$ ;

– le "ore estreme" che delimitano il fascio orario utile sono la minima  $t_{S1}$  e la massima  $t_{U3}$ .

Volendo stabilire come evolve "l'illuminazione nel corso dell'anno" su un dato orologio solare, bisognerà scegliere alcune date (cioè alcune  $\delta$ ) e per esse calcolare gli archi semidiurni  $\alpha$  e  $\alpha'$ , quindi per ciascuna data ricavare le ore di inizio e fine dell'illuminazione; negli interval-



(48) È il caso E.S.U.T. della figura 74 (1° caso), per tutte le declinazioni.

li si giudica interpolando a occhio. In tale processo normalmente conviene scegliere le sette date zodiacali, specialmente se nel nostro orologio si vorranno poi disegnare le corrispondenti sette iperboli diurne zodiacali.

Più comunemente nella pratica la conoscenza del periodo di illuminazione serve per accertare quali sono i limiti delle linee orarie da calcolare, cioè le "ore estreme" entro cui l'orologio può essere illuminato. I valori massimi degli archi semidiurni  $\alpha$  e  $\alpha'$  si verificano per i valori massimi (positivi o negativi) della declinazione del Sole, perciò a prima vista sembrerebbe che basti limitare il calcolo dell'illuminazione ai giorni solstiziali in cui è  $\delta = \pm 23^\circ.5$ . Invece un'analisi più approfondita del problema (che per brevità non esponiamo) mostra che le ore estreme di illuminazione si manifestano nelle due date in cui la declinazione è tale che gli asintoti delle iperboli diurne sono paralleli all'orizzonte; in tale situazione abbiamo appena visto che coincidono le ore di "entrata-sorgere" e le ore di "uscita-tramonto", e che le due semirette orarie corrispondenti sono anch'esse orizzontali; inoltre in una di queste due date l'inizio dell'illuminazione si scambia tra "sorgere" e "entrata in quadro", mentre nell'altra data la fine dell'illuminazione si scambia tra "tramonto" e "uscita dal quadro".

In conseguenza:

— se la declinazione  $\delta_{or}$  che determina asintoti orizzontali è in valore assoluto minore di  $23^\circ.5$  (e quindi può essere raggiunta dal Sole) la ricerca delle "ore estreme" va fatta per le due date in cui la declinazione del Sole è appunto la  $\delta_{or}$ ;

— se la declinazione  $\delta_{or}$  è in valore assoluto maggiore di  $23^\circ.5$  (e quindi non può essere raggiunta dal Sole) la ricerca delle "ore estreme" va fatta per i giorni dei solstizi, quando, per essere massima la declinazione  $\delta$ , sono massimi i valori degli archi semidiurni  $\alpha$  e  $\alpha'$ .

#### 43) 4° RIASSUNTO DELLE FORMULE E REGOLE

##### *L'illuminazione*

ELEMENTO	FORMULA	NOTE E REGOLE
Arco semidiurno sull'orizzonte $\alpha$	$\cos \alpha = - \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \delta$	1) $\alpha$ viene $\geq 6^h$ secondo che $\varphi$ e $\delta$ abbiano stesso segno o segno contrario
Ore sorgere e tramonto $t_S$ , $t_T$	$t_S = 12^h - \alpha$ $t_T = 12^h + \alpha$	
Arco semidiurno sul quadro $\alpha'$	$\cos \alpha' = - \operatorname{tg} \varepsilon \operatorname{tg} \delta$	1) $\alpha'$ viene $\geq 6^h$ secondo che $\varepsilon$ e $\delta$ abbiano stesso segno o segno contrario 2) Formula alternativa: $\operatorname{tg} \alpha' = \operatorname{tg} \eta \operatorname{sen} \varepsilon$
Ore entrata e uscita del Sole sul quadro $t_E$ , $t_U$	$t_E = t_\sigma - \alpha'$ $t_U = t_\sigma + \alpha'$	
Declinazione corrispondente agli asintoti orizzontali $\delta_{or}$	$\operatorname{sen} \delta_{or} = \pm \operatorname{sen} d \cos \varphi$	1) Alle date $\pm \delta_{or}$ inizio e fine illuminazione si scambiano tra sorgere-entrata e tra tramonto-uscita; le ore corrispondenti sono quelle dell'oraria orizzontale $t_{or}$

#### 44) Esempi di calcolo dell'illuminazione

Ricordando che l'approssimazione necessaria nel calcolo della illuminazione è piuttosto grossolana, riportiamo di seguito quattro esempi di come si può condurre questa ricerca.

##### 1° Esempio

Calcoliamo l'illuminazione completa dell'orologio che stiamo portando avanti come esempio sin dall'inizio. I dati (originali e ricavati) arrotondati sono sempre:

$$\begin{array}{l|l} \text{latitudine:} & \varphi = 42^{\circ}.9\text{N} \\ \text{declinazione gnomonica:} & d = 40^{\circ}.3\text{E} \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l|l} \text{elevazione:} & \varepsilon = -17^{\circ}.0 \\ \text{ora sustilare:} & t_{\sigma} = 9^{\text{h}}.4 \end{array} \right.$$

a) Calcolo della  $\delta_{\text{or}}$ : ( $\text{sen } \delta_{\text{or}} = \text{sen } d \cos \varphi$ )

$$|\delta_{\text{or}}| = |\pm 28^{\circ}.3|, \text{ maggiore di } 23^{\circ}.5$$

b) Calcolo della illuminazione (si effettua per le sette declinazioni zodiacali)

$$\cos \alpha = -\text{tg } \varphi \text{ tg } \delta; \cos \alpha' = -\text{tg } \varepsilon \text{ tg } \delta; t_{\text{S-T}} = 12^{\text{h}} \mp \alpha; t_{\text{E-U}} = t_{\sigma} \mp \alpha'$$

$\delta$	$\alpha$	$\alpha'$	Sorg. sull'orizz.	Entr. sul quadro	Tram. sull'orizz.	Uscita sul quadro	Durata illuminaz.
+23°5	7 <sup>h</sup> .6	5 <sup>h</sup> .5	<u>4<sup>h</sup>.4</u>	3 <sup>h</sup> .9	19 <sup>h</sup> .6	<u>14<sup>h</sup>.9</u>	10 <sup>h</sup> .5
+20°	7 <sup>h</sup> .3	5 <sup>h</sup> .6	<u>4<sup>h</sup>.7</u>	3 <sup>h</sup> .8	19 <sup>h</sup> .3	<u>15<sup>h</sup>.0</u>	10 <sup>h</sup> .3
+11°5	6 <sup>h</sup> .7	5 <sup>h</sup> .8	<u>5<sup>h</sup>.3</u>	3 <sup>h</sup> .6	18 <sup>h</sup> .7	<u>15<sup>h</sup>.2</u>	9 <sup>h</sup> .9
0°	6 <sup>h</sup>	6 <sup>h</sup>	<u>6<sup>h</sup></u>	3 <sup>h</sup> .4	18 <sup>h</sup>	<u>15<sup>h</sup>.4</u>	9 <sup>h</sup> .4
-11°5	5 <sup>h</sup> .3	6 <sup>h</sup> .2	<u>6<sup>h</sup>.7</u>	3 <sup>h</sup> .2	17 <sup>h</sup> .3	<u>15<sup>h</sup>.6</u>	8 <sup>h</sup> .9
-20°	4 <sup>h</sup> .7	6 <sup>h</sup> .4	<u>7<sup>h</sup>.3</u>	3 <sup>h</sup> .0	16 <sup>h</sup> .7	<u>15<sup>h</sup>.8</u>	8 <sup>h</sup> .5
-23°5	4 <sup>h</sup> .4	6 <sup>h</sup> .5	<u>7<sup>h</sup>.6</u>	2 <sup>h</sup> .9	16 <sup>h</sup> .6	<u>15<sup>h</sup>.9</u>	8 <sup>h</sup> .3

Dal confronto tra le "ore sull'orizzonte" e le "ore sul quadro" emerge che per tutte le declinazioni l'orologio si accende alle ore del sorgere del Sole e si spegne alle ore in cui il Sole esce dal quadro (ore sottolineate sulla tabella).

Nota

Qualora si volessero ricercare solo le ore estreme della illuminazione, basterebbe calcolare la prima e l'ultima riga della tabella (declinazione  $\pm 23^{\circ}5$ ).

Inoltre sulla tabella si vede che le ore estreme del fascio orario utile sono 4<sup>h</sup>.4 e 15<sup>h</sup>.9.

##### 2° Esempio

Determiniamo le ore estreme di un orologio che abbia i seguenti dati (originari e ricavati) arrotondati:

$$\begin{array}{l|l} \text{latitudine:} & \varphi = 48^{\circ}.2\text{N} \\ \text{declin. gnomonica:} & d = 52^{\circ}.2\text{W} \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l|l} \text{elevazione:} & \varepsilon = -17^{\circ}.6 \\ \text{ora sustilare:} & t_{\sigma} = 15^{\text{h}}.7 \end{array} \right.$$

a) Calcolo della  $\delta_{or}$ :  $|\delta_{or}| = |\pm 32^\circ.0|$ , maggiore di  $23^\circ.5$

b) Calcolo delle ore estreme

$\delta$	$\alpha$	$\alpha'$	Sorgere	Entrata	Tramonto	Uscita
+23°.5	7 <sup>h</sup> .9	5 <sup>h</sup> .5	4 <sup>h</sup> .1	<u>10<sup>h</sup>.2</u>	<u>19<sup>h</sup>.9</u>	21 <sup>h</sup> .2
-23°.5	4.1	6.5	7.9	<u>9.2</u>	<u>16.1</u>	22.2

Il fascio orario utile è delimitato dalle ore estreme 9<sup>h</sup>.2 e 19<sup>h</sup>.9.

### 3° Esempio

Calcoliamo in modo completo l'illuminazione di un orologio che abbia i seguenti dati (originari e ricavati) arrotondati:

$$\begin{array}{l|l} \text{latitudine:} & \varphi = 45^\circ.0N \\ \text{declin. gnomonica:} & d = 14^\circ.5W \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l} \text{elevazione:} & \varepsilon = -43^\circ.2 \\ \text{ora sustilare:} & t_s = 13^h.3 \end{array} \right.$$

a) Calcolo della  $\delta_{or}$ :  $|\delta_{or}| = |\pm 10^\circ.2| < 23^\circ.5$

b) Calcolo della illuminazione (si effettua per le sette declinazioni zodiacali e per le  $\delta_{or}$ : 0°;  $\pm 10^\circ.2$ ;  $\pm 11^\circ.5$ ;  $\pm 20^\circ$ ;  $\pm 23^\circ.5$ )

$\delta$	$\alpha$	$\alpha'$	Sorgere	Entrata	Tramonto	Uscita	Durata
+23°.5	7 <sup>h</sup> .7	4 <sup>h</sup> .4	4 <sup>h</sup> .3	<u>8<sup>h</sup>.9</u>	19 <sup>h</sup> .7	<u>17<sup>h</sup>.7</u>	8 <sup>h</sup> .8
+20°	7 <sup>h</sup> .4	4 <sup>h</sup> .7	4 <sup>h</sup> .6	<u>8<sup>h</sup>.6</u>	19 <sup>h</sup> .4	<u>18<sup>h</sup>.0</u>	9 <sup>h</sup> .4
+11°.5	6 <sup>h</sup> .8	5 <sup>h</sup> .3	5 <sup>h</sup> .2	<u>8<sup>h</sup>.0</u>	18 <sup>h</sup> .8	<u>18<sup>h</sup>.6</u>	10 <sup>h</sup> .6
+10°.2	6 <sup>h</sup> .7	5 <sup>h</sup> .4	5 <sup>h</sup> .3	<u>7<sup>h</sup>.9</u>	<u>18<sup>h</sup>.7</u>	<u>18<sup>h</sup>.7</u>	10 <sup>h</sup> .8
0°	6 <sup>h</sup>	6 <sup>h</sup>	6 <sup>h</sup>	<u>7<sup>h</sup>.3</u>	<u>18<sup>h</sup>.0</u>	19 <sup>h</sup> .3	10 <sup>h</sup> .7
-10°.2	5 <sup>h</sup> .3	6 <sup>h</sup> .6	<u>6<sup>h</sup>.7</u>	<u>6<sup>h</sup>.7</u>	<u>17<sup>h</sup>.3</u>	19 <sup>h</sup> .9	10 <sup>h</sup> .6
-11°.5	5 <sup>h</sup> .2	6 <sup>h</sup> .7	<u>6<sup>h</sup>.8</u>	6 <sup>h</sup> .6	<u>17<sup>h</sup>.2</u>	20 <sup>h</sup> .0	10 <sup>h</sup> .4
-20°	4 <sup>h</sup> .6	7 <sup>h</sup> .3	<u>7<sup>h</sup>.4</u>	6 <sup>h</sup> .0	<u>16<sup>h</sup>.6</u>	20 <sup>h</sup> .6	9 <sup>h</sup> .2
-23°.5	4 <sup>h</sup> .3	7 <sup>h</sup> .6	<u>7<sup>h</sup>.7</u>	5 <sup>h</sup> .7	<u>16<sup>h</sup>.3</u>	20 <sup>h</sup> .9	8 <sup>h</sup> .6

– Il fascio utile è delimitato dalle ore estreme minima 6<sup>h</sup>.7 e massima 18<sup>h</sup>.7 (si noti che corrispondono alle due declinazioni  $\delta_{or}$  e quindi differiscono di 12<sup>h</sup>).

– Per le due  $\delta_{or} = \pm 10^\circ.2$  si verificano le eguaglianze  $t_s = t_E$  e  $t_T = t_U$ , e lo scambio tra di esse agli effetti dell'inizio e della fine dell'illuminazione.

Nota

Qualora si volessero ricercare solo le ore estreme dell'illuminazione basterebbe calcolare le righe delle declinazioni  $\pm 10.2$ , corrispondenti agli asintoti orizzontali.

#### 4° Esempio

(Ripreso dall'esempio di calcolo e disegno del par. 61, 3° Esempio).

Si vogliono determinare le ore estreme, limiti del fascio orario utile, di un orologio che abbia i seguenti dati (originari e ricavati) arrotondati:

latitudine:	$\varphi = 46^{\circ}.0N$	elevazione:	$\varepsilon = -37^{\circ}.0$
declinaz.gnomonica:	$d = 30^{\circ}.3E$	ora sustilare:	$t_o = 9^h.4$

a) *Calcolo della  $\delta_{or}$* :  $|\delta_{or}| = |\pm 20^{\circ}.3|$ ; essendo  $|\delta_{or}|$  minore di  $23^{\circ}.5$ , le ore estreme coincidono con le ore che corrispondono alle linee orarie orizzontali.

b) *Calcolo delle ore estreme*

$$\operatorname{tg} P_{or} = \frac{-1}{\operatorname{tg} d \operatorname{sen} \varphi}; P_{or} = 7^h.5E$$

$$t_{or} = \left. \begin{array}{l} 12^h \\ 24^h \end{array} \right\} - P_{or} = \left\{ \begin{array}{l} 4^h.5 \\ 16^h.5 \end{array} \right.$$

Lo stesso risultato si ottiene calcolando e confrontando le ore sorgere-tramonto-entrata-uscita per  $\delta = \pm 20^{\circ}.3$ ; si veda l'esempio di calcolo e disegno sopra citato.

#### 45) Diagramma della durata dell'arco semidiurno

A titolo di orientamento riportiamo in figura 78 un diagramma approssimativo sul quale si può avere un'impressione immediata della durata dell'arco semidiurno  $\alpha$  sull'orizzonte in funzione di  $\varphi$  e  $\delta$ , ovvero dell'arco semidiurno  $\alpha'$  sul quadro in funzione di  $\varepsilon$  e  $\delta$ .

Sulla linea della declinazione solstiziale  $+23^{\circ}.5$  sono indicate le latitudini che delimitano le fasce dette "climi" o "climati", usati dai geografi e meridianisti d'altri tempi per fissare, invece che con la latitudine, la distanza dei luoghi dall'equatore. I "climi" si definivano come le fasce di latitudine tra i limiti delle quali l'arco diurno al solstizio estivo varia di mezz'ora, a partire da quello equatoriale di  $12^h$  sino a quello del circolo artico di  $24^h$ ; perciò dall'equatore al circolo artico la Terra era divisa in 24 climati di ampiezza ovviamente decrescente dal Sud al Nord. A titolo di curiosità i primi 12 climati erano:

Clima o climato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
Arco diurno	$12^h$	$12^h.5$	$13^h$	$12^h.5$	$14^h$	$14^h.5$	$15^h$	$15^h.5$	$16^h$	$16^h.5$	$17^h$	$17^h.5$	$18^h$
Latitudine	$0^{\circ}$	$8^{\circ}.6$	$16^{\circ}.7$	$24^{\circ}.2$	$30^{\circ}.8$	$36^{\circ}.5$	$41^{\circ}.4$	$45^{\circ}.5$	$49^{\circ}.0$	$52^{\circ}.0$	$54^{\circ}.5$	$56^{\circ}.6$	$58^{\circ}.4$

Sempre a proposito della durata dell'arco semidiurno  $\alpha$ , vogliamo ancora riferire che nel passato e sin dall'antichità la durata del giorno e la durata della notte rappresentavano elementi di primaria rilevanza nello svolgimento delle attività dell'uomo; questa importanza si rifletteva naturalmente anche nelle tecniche per la misura del tempo, al punto che alcuni costruttori inserivano nei loro orologi solari, anziché le iperboli zodiacali, quelle iperboli che corrispondevano a valori particolari della durata del giorno, come ad esempio durate che

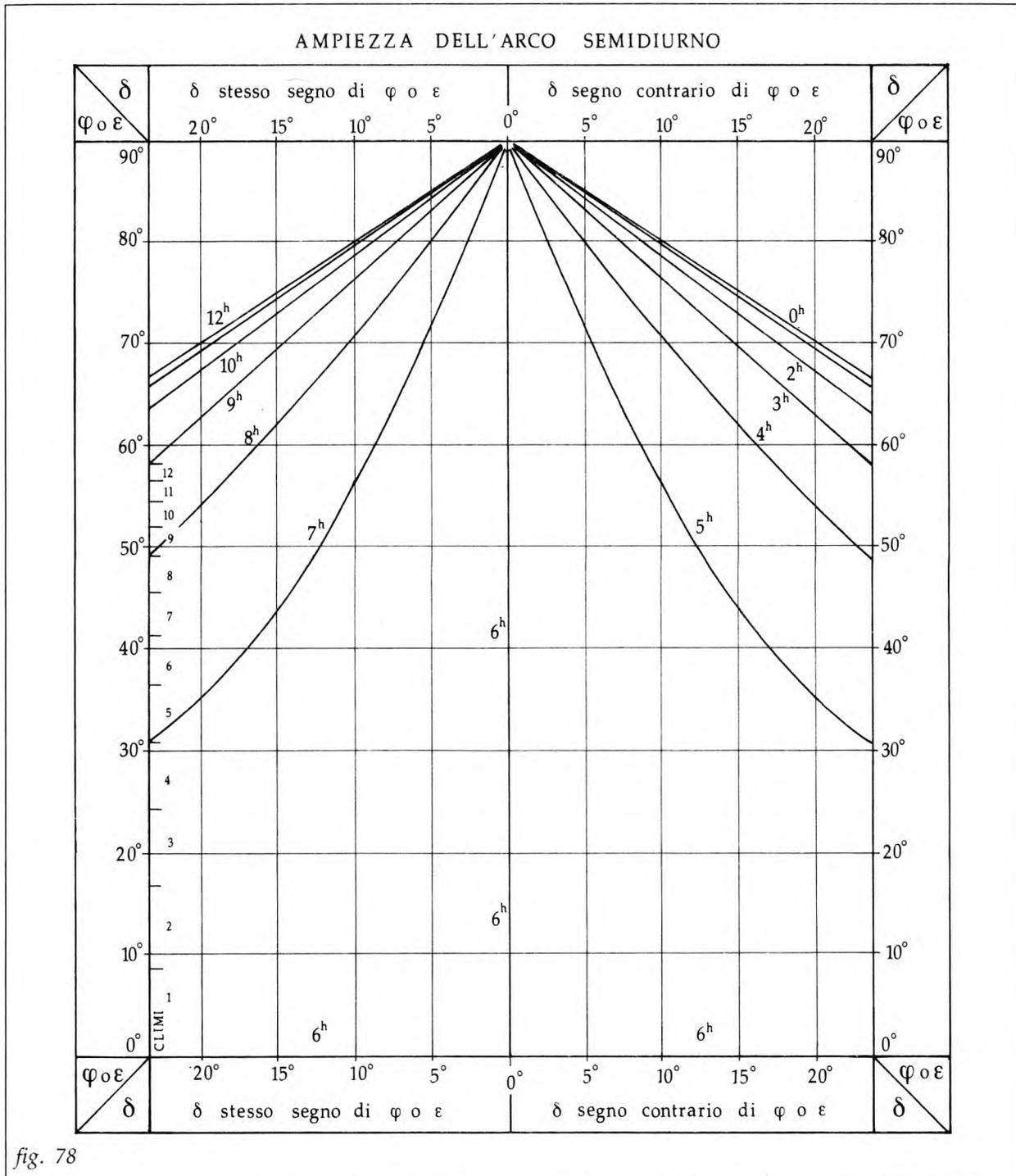
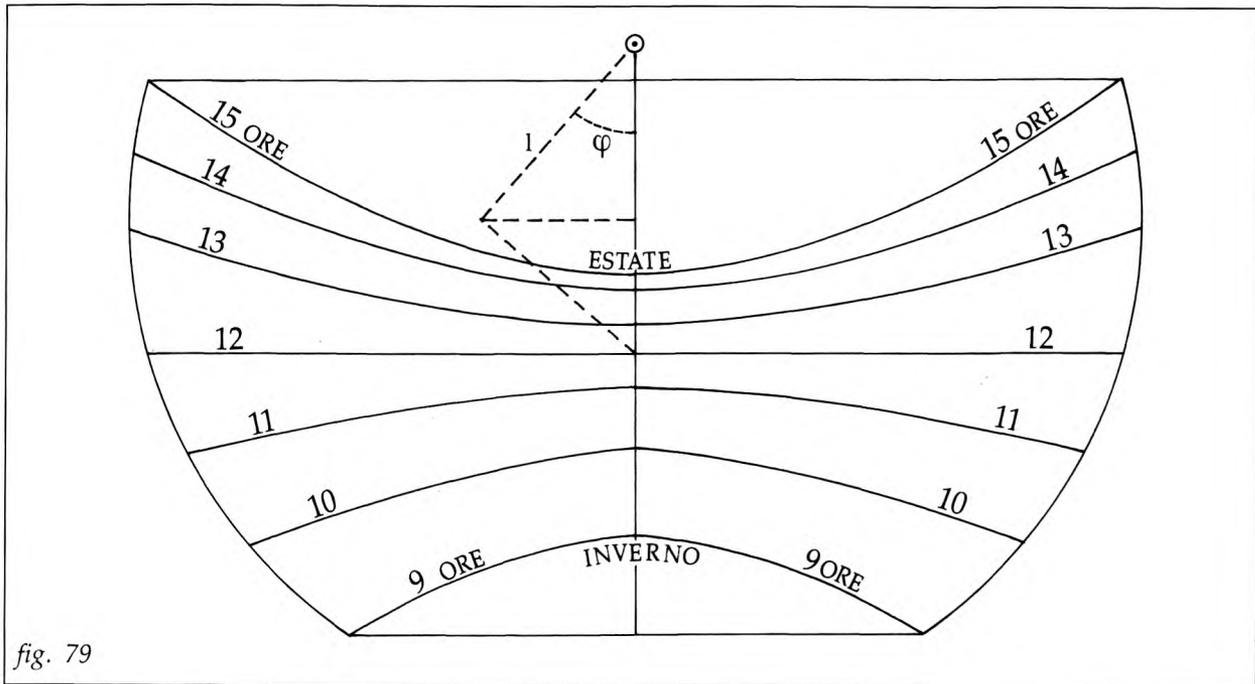


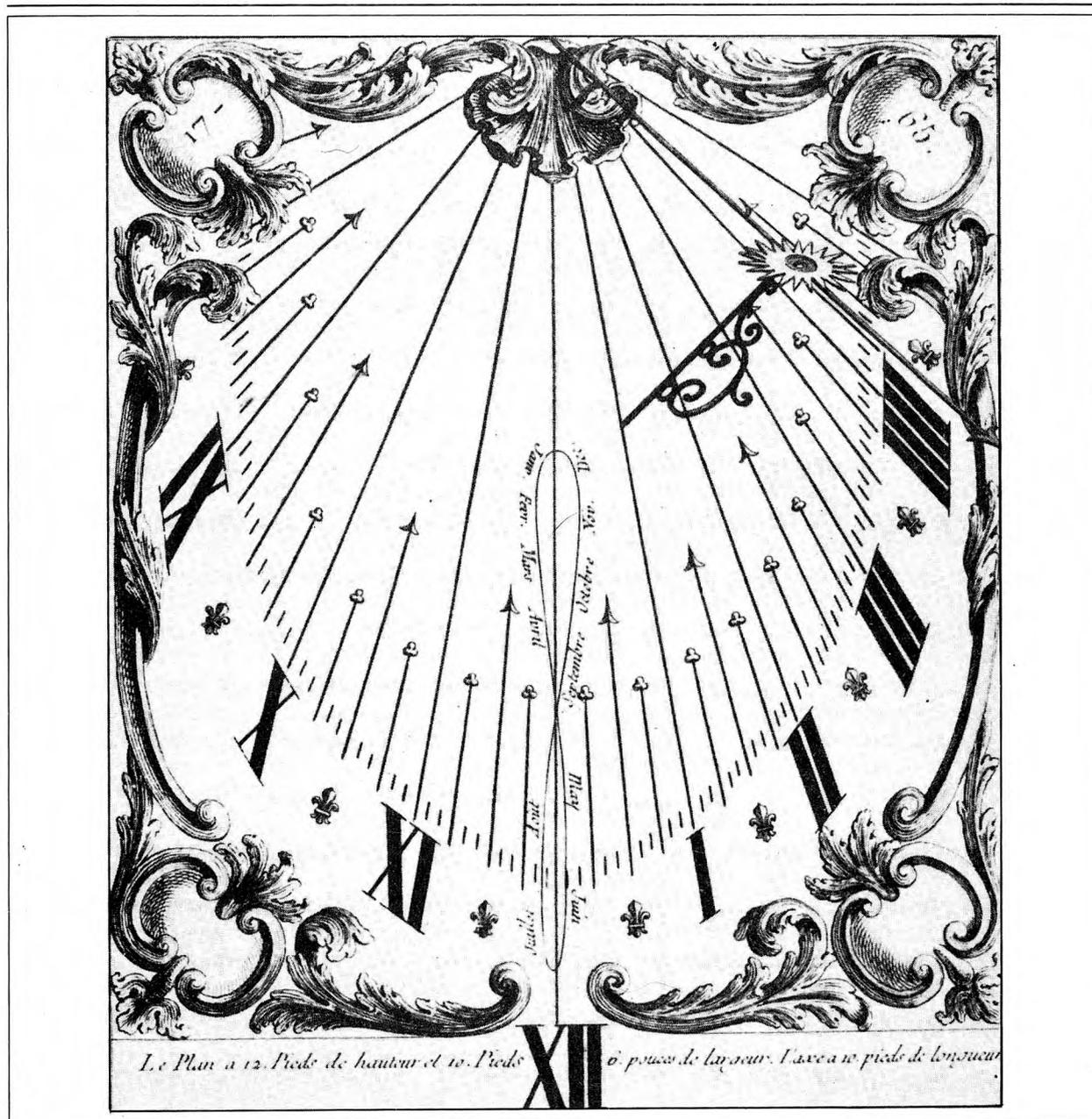
fig. 78

fossero multiple dell'ora o della mezz'ora; in tal modo uno sguardo al quadrante consentiva di giudicare facilmente la durata del giorno o della notte, o il tempo che mancava al tramonto, e così via. Questo criterio, a differenza di quello zodiacale, comporta soluzioni diverse per ogni latitudine. Ad esempio per la sola latitudine  $41^{\circ}.9$  (Roma) le curve diurne da considerare sarebbero quelle corrispondenti alle seguenti declinazioni del Sole, ricavate con la solita formuletta  $\cos \alpha = -\operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \delta$ :

Durata giorno	9 <sup>h</sup>	10 <sup>h</sup>	11 <sup>h</sup>	12 <sup>h</sup>	13 <sup>h</sup>	14 <sup>h</sup>	15 <sup>h</sup>
Declinazione	-23°.1	-16°.1	-8°.3	0°	+8°.3	+16°.1	+23°.1

Omettendo per brevità i dettagli del calcolo, il tracciamento di queste linee su un piano orizzontale in latitudine  $41^{\circ}.35$  e con una lunghezza di stilo di 25 mm porterebbe a un tracciato come nella figura 79.





13

13, Stampa del 1790, tratta dal noto trattato di Bedos de Celles (bibl. n. 6), con il progetto di un orologio solare per l'abbazia di St. Denis presso Parigi. Si nota sulla linea meridiana la lemniscata del tempo medio, nel disegno della quale Bedos de Celles eccellea; si tratta di uno dei primi inserimenti nell'orologio solare del tempo medio.

## CAP. XI - LA SCORNICIATURA E GLI ORNAMENTI

### 46) *Nozioni generali*

L'orologio solare è per sua natura "illimitato"; basti pensare che quando il Sole "entra" in un quadro piano o quando ne "esce" l'ombra dello stilo va all'infinito. Occorre perciò dare all'orologio dei limiti pratici, ovvero una "cornice". Nello stabilire questa cornice o inquadatura bisogna tenere presente anzitutto i fattori tecnici; ad esempio:

- tutta la parte sopra la linea-orizzonte serve a poco, come non servono le linee orarie relative a ore notturne;
  - le ore vicine al sorgere e al tramonto servono a poco, e sono oltretutto le più soggette alle alterazioni causate dalla rifrazione della luce;
- e così via.

Ma oltre che i fatti tecnici occorre considerare anche, soprattutto ai tempi nostri in cui l'orologio solare non serve certo per... conoscere l'ora, gli aspetti dell'opera più propriamente ornamentali, estetici, artistici, che più degli altri servono a dare una giustificazione allo strumento. Così, sotto questo aspetto, per dare maggiore armonia e gusto al disegno, si potrà considerare di segnare qualche linea al disopra dell'orizzonte (50), o qualche linea oraria inutile, ovvero trascurare qualche linea oraria utile; indicare o meno le mezze ore o una scala dei minuti, o i segni/nomi zodiacali; evidenziare o meno le ore del sorgere e del tramonto; indicare tutte le linee diurne o limitare l'orologio all'essenziale, segnando la sola linea meridiana; aggiungere la lemniscata del tempo medio (51) o addirittura trasformare tutte le linee orarie in lemniscate; aggiungere o evitare elementi ornamentali di varia natura; allargare o restringere la cornice; disegnare o ignorare una cornice reale; dare alla cornice un aspetto sobrio o elaborato; includere nel quadro motti, nomi, latitudine, località; eccetera, eccetera. In questa materia la fantasia dei meridianisti si è sempre sbrigliata e gli autori moderni hanno un vastissimo campionario di scelta; naturalmente in questo campo fanno legge soprattutto i gusti personali.

Tra gli ornamenti più concettuali vogliamo ricordare l'inserimento, in aggiunta alle linee orarie civili, dei fasci di linee orarie di sistemi orari diversi, come quello italico o babilonese o temporario, dei quali si tratterà in seguito nel cap. XVIII.

Infine segnaliamo il criterio, talvolta seguito in passato, di inserire nel quadrante anche le linee del sistema di coordinate altazimutali (verticali e almicantrat) e di evidenziare i loro valori caratteristici, come gli azimut al sorgere/tramonto, l'altezza di culminazione, ecc.; una tale soluzione, che avvicina l'orologio solare all'astrolabio, richiederebbe lo sviluppo di apposito esame che, sebbene piuttosto elementare, esula dai limiti di questo studio.

### 47) *Esempi di scorniciatura*

A titolo di esempio riportiamo il calcolo completo di un orologio solare con due versioni del disegno, che indicano due diverse soluzioni di scorniciatura: una semplice, quadrata, per

(50) Si rammenta che le ombre utili dello stilo per raggiungere la parte significativa del quadro partendo dal centro dell'orologio possono attraversare anche la parte non significativa al disopra della linea-orizzonte.

(51) Per il significato di questo elemento, si veda il cap. XII "Le correzioni all'ora solare".

delimitare un orologio piuttosto comune, col fascio delle iperboli diurne zodiacali (fig. 80); un'altra più essenziale, senza linee diurne né cornice, ma con l'aggiunta delle linee orarie delle mezz'ore (fig. 81).

E con la "scorniciatura" abbiamo completato lo studio generale del nostro orologio solare piano nel sistema orario civile per le ore vere locali.

**CALCOLO E DISEGNO DI UN OROLOGIO SOLARE COMPLETO,  
CON DUE SOLUZIONI DI SCORNICIATURA PER IL DISEGNO**

**DATI**

Latitudine:	$\varphi = 35^{\circ}15'52''N$ $= 35^{\circ}.2644 N$	Declinazione:	$d = 45^{\circ}E$
Lunghezza stilo:	$l = 58 \text{ mm}$	Inclinazione:	$i = +20^{\circ}$

**ELEMENTI DI BASE**

ELEVAZ. STILO	ANG. SUSTILARE	ORA SUSTILARE	MERIDIANA	ORARIA ORIZ.	$\delta$ ASINT. ORIZ.
$\text{sen } \varepsilon = \text{sen } i \text{ sen } \varphi - \text{cos } i \text{ cos } \varphi \text{ cos } d$	$\text{sen } \sigma = \frac{\text{sen } d}{\text{cos } \varepsilon} \text{ cos } \varphi$ ( $\text{tg } K_1 = -\text{tg } i \text{ cos } d$ )	$\text{sen } P_{\sigma} = \frac{\text{sen } \delta}{\text{cos } \varepsilon} \text{ cos } i$ ( $\text{tg } K_2 = -\text{tg } i \mid \text{cos } d$ )	$\text{tg } \mu = \text{sen } i \text{ tg } d$	$\text{tg } P_{\text{or}} = \frac{-1}{\text{tg } d \text{ sen } \varphi}$	$\text{sen } \delta_{\text{or}} = \pm \text{sen } d \text{ cos } \varphi$
$\varepsilon = -20^{\circ}.1858$	$\sigma = 37^{\circ}.9616$ ( $K_1 = -14^{\circ}$ ) $\sigma' = 217^{\circ}.9616$ (senso orario)	$P_{\sigma} = 45^{\circ}.0680 E$ ( $K_2 = -27^{\circ}$ ) $P'_{\sigma} = 45^{\circ}0680 E$ $t_{\sigma}^{\circ} = 134^{\circ}.9320$ $t_{\sigma}^h = 8^h.9955$	$\mu = 18^{\circ}.8817$ $\mu' = 198^{\circ}.8817$ (senso orario)	$P_{\text{or}} = -60^{\circ}.0000$ $= 120^{\circ}.0000 E$ $t_{\text{or}} = 60^{\circ}.0000$ $= \begin{cases} 4^h.0 \\ 16^h.0 \end{cases}$	$\delta_{\text{or}} = \pm 35^{\circ}.3$

**TRIANGOLO STILARE e ORIZZONTE**

Sottostilo:	$m = l \text{ cos } \varepsilon = 54.4$ $n = l \text{ sen } \varepsilon \text{ tg } \varepsilon = 7.4$	Ortostilo:	$g = l \text{ sen } \varepsilon = 20.0$ $z = l \text{ tg } \varepsilon = 21.3$
Equinoziale:	$e = l/\text{cos } \varepsilon = 61.8$	Orizzonte:	$h = g \text{ tg } i = 7.3 \text{ (sopra)}$

**ILLUMINAZIONE** (si calcola per le  $\delta 0^{\circ}$  e  $\pm 23^{\circ}.5$ )

$\text{cos } \alpha = -\text{tg } \varphi \text{ tg } \delta; \text{ cos } \alpha' = -\text{tg } \varepsilon \text{ tg } \delta; t_{S-T} = 12^h \mp \alpha; t_{E-U} = t_{\sigma} \mp \alpha'$

$\delta$	$\alpha$ (Orizzonte)	$\alpha'$ (Quadro)	Sorgere $t_S$	Entrata $t_E$	Tramonto $t_T$	Uscita $t_U$	Durata
$+23^{\circ}.5$	$7^h.2$	$5^h.4$	$4^h.8$	$3^h.6$	$19^h.2$	$14^h.4$	$9^h.6$
$0$	$6^h$	$6^h$	$6^h$	$3^h$	$18^h$	$15^h$	$9^h$
$-23^{\circ}.5$	$4^h.8$	$6^h.6$	$7^h.2$	$2^h.4$	$16^h.8$	$15^h.6$	$8^h.4$

Ore estreme:  $4^h.8 - 15^h.6$

**LINEE ORARIE**(si calcolano da 5<sup>h</sup> a 15<sup>h</sup>, con passo di mezz'ora)

t <sup>h</sup>	t°	t <sub>σ</sub> °	Δt = t - t <sub>σ</sub>	ω° (tg ω = tg Δt sen ε)	Intercetto I su D = 100
5 <sup>h</sup>	75°	 134° .9320	-59°.9320	+30.7965	+59.6
5.5	82.5		-52.4320	+24.1608	+44.9
6	90		-44.9320	+18.9959	+34.4
6.5	97.5		-37.4320	+14.7955	+26.4
7	105		-29.9320	+11.2371	+19.9
7.5	112.5		-22.4320	+ 8.1073	+14.2
8	120		-14.9320	+ 5.2576	+ 9.2
8.5	127.5		- 7.4320	+ 2.5773	+ 4.5
9	135		+ 0.0680	- 0.0235	- 0.0
9.5	142.5		+ 7.5680	- 2.6249	- 4.6
10	150		+15.0680	- 5.3075	- 9.3
10.5	157.5		+22.5680	- 8.1612	-14.3
11	165		+30.0680	-11.2973	-20.0
11.5	172.5		+37.5680	-14.8652	-26.5
12	180		+45.0680	-19.0798	-34.6
12.5	187.5	+52.5680	-24.2661	-45.1	
13	195	+60.0680	-30.9348	-59.9	
13.5	202.5	+67.5680	-39.8911	-83.6	
14	210	+75.0680	-52.3020	+77.3	
14.5	217.5	+82.5680	-69.2919	+37.8	
15	225	+90.0680	-90.1971	-00.3	

(A) Intercetti I in basso su D = 100 mm (I = D tg ω)

(B) Intercetti I laterali su D = 100 mm (I' = -D/tg ω)

**CONTROLLI:**

a) Oraria

$$\begin{array}{r} \sigma' = 217^\circ.9616 \\ \text{orizzontale: } + \omega_4 = +52^\circ.0385 \\ \hline 270^\circ.0001 \\ \text{ corrisp.} \\ \text{ all'orizzontale} \end{array}$$

b) Meridiana:

$$\begin{array}{r} \sigma' = 217^\circ.9616 \\ + \omega_{12} = -19^\circ.0798 \\ \hline 198^\circ.8818 \\ \text{ corrisp.} \\ \text{ all'angolo } \mu \end{array}$$

**CONICHE DIURNE**

*Tipo delle coniche:* tutte iperboli perché è sempre  $|\epsilon| + |\delta| < 90^\circ$

*Elementi di base*

$$B_s = l \cos \delta / \cos (\epsilon - \delta); \quad \cos \eta = \sin \delta / \cos \epsilon; \quad c = (B_{s2} + B_{s1})/2; \quad a = (B_{s2} - B_{s1})/2; \quad b = a \operatorname{tg} \eta$$

	$\delta$	+23°.5	+20°	+11°.5	0°	-11°.5	-20°	-23°.5
$\epsilon - \delta$		-43°.6858	-40°.1858	-31°.6858	-20°.1858	-8°.6858	-0°.1858	+3°.3142
Ombre sustilari $B_s$		73 .5537	71 .3420	66 .7915	61 .7956	57 .4950	54 .5025	53 .2786
Centri $c$		63 .4	62 .9	62 .1	61 .8			
$\Delta c$		1 .6	1 .1	0 .3	-			
Asintoti $\eta$		64°.8592	68°.6292	77°.7361	90°			
Parametro $a$		10 .1375	8 .4197	4 .6482				
Parametro $b$		21 .6012	21 .5168	21 .3833				

*Punti iperboli (calcolo delle x)*

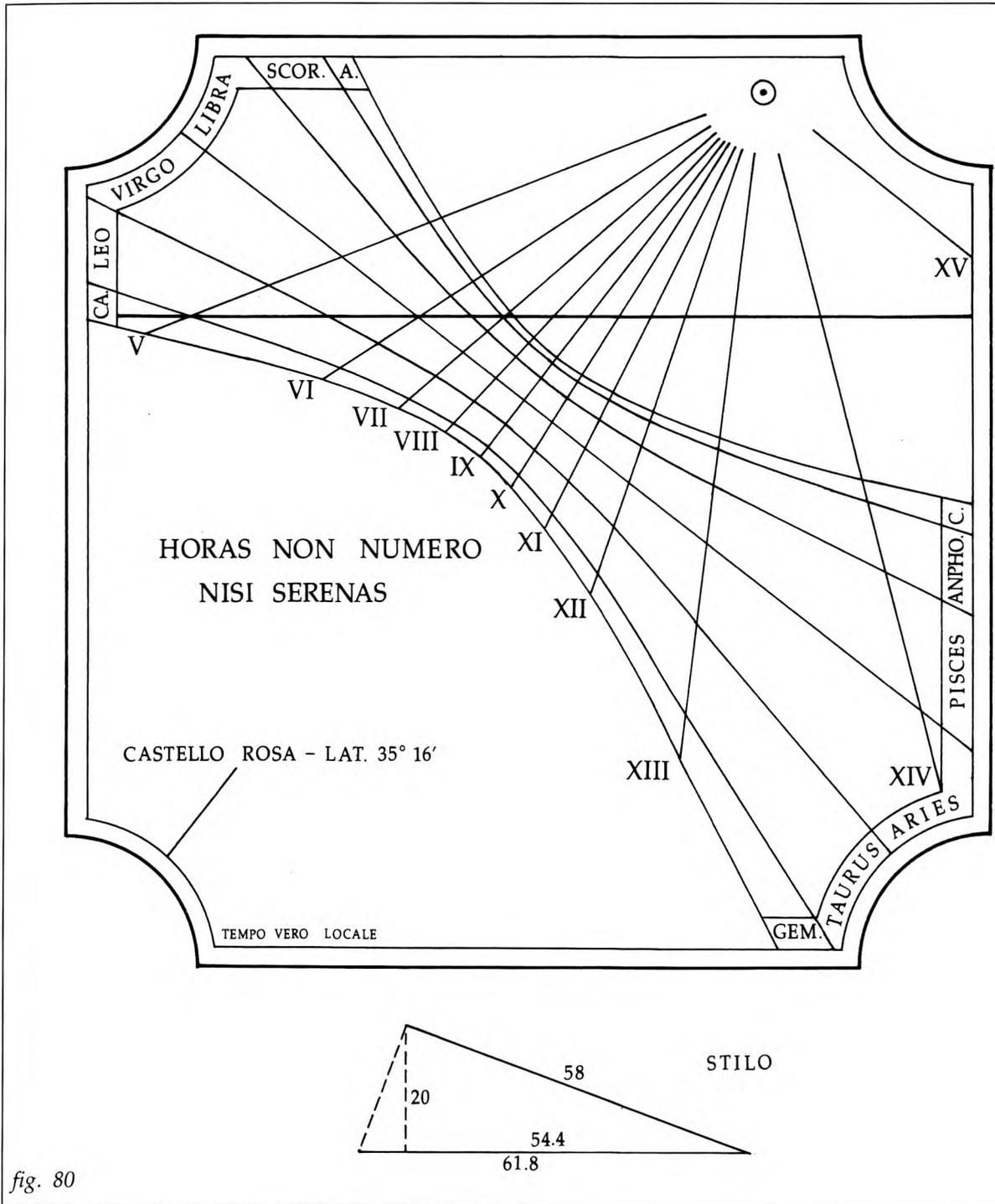
$$x = \frac{a}{b} \sqrt{b^2 + y^2} \pm \Delta c$$

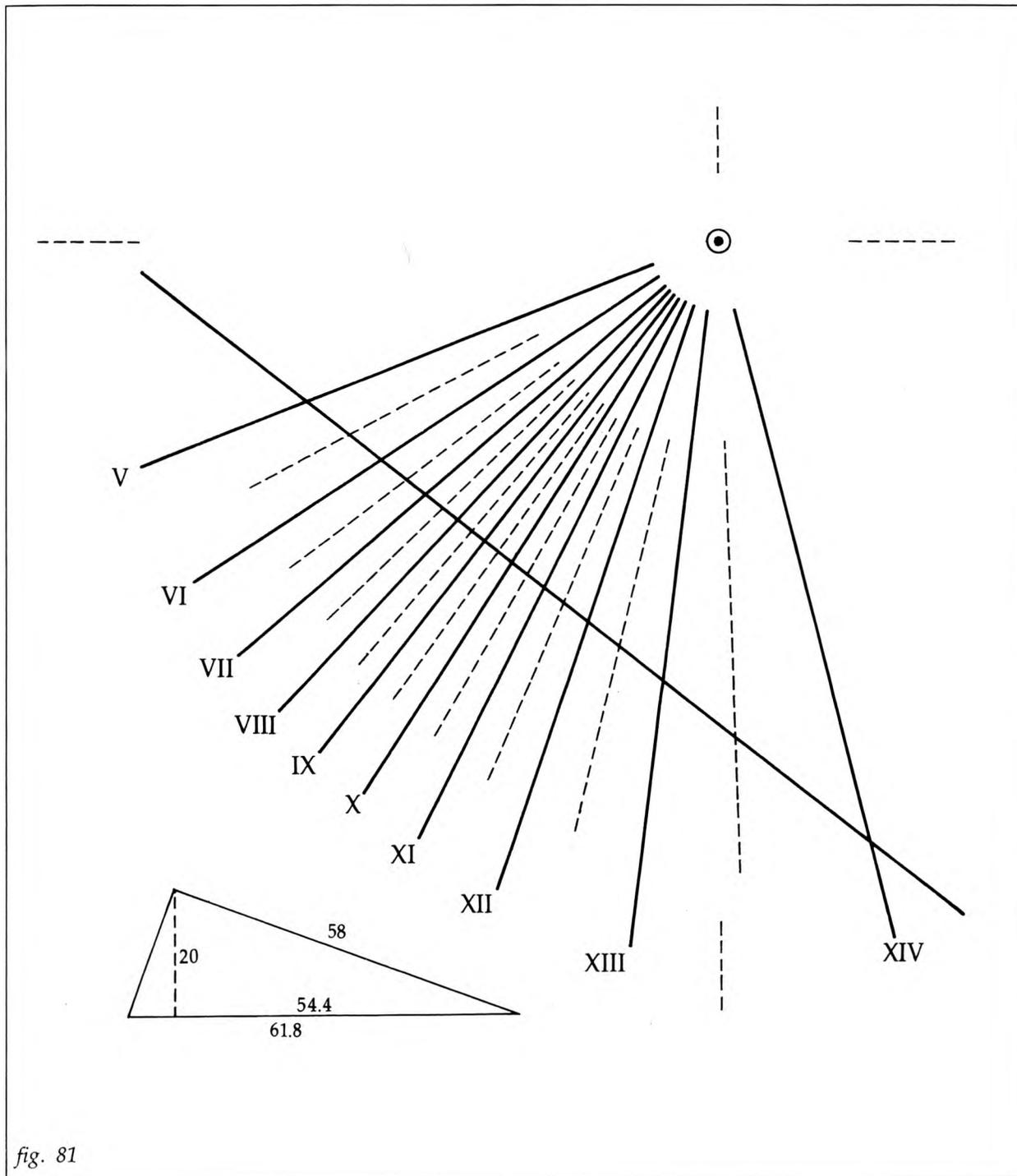
		x riferiti all'asse			x riferiti all'equinoziale						
		$\pm 23^\circ.5$	$\pm 20^\circ$	$\pm 11^\circ.5$	+23°.5	+20°	+11°.5	-11°.5	-20°	-23°.5	$\delta$
y	$\delta$				+1.6	+1.1	+0.3	-0.3	-1.1	-1.6	$\Delta c$
	0	10.1	8.4	4.6	11.7	9.5	4.9	4.3	7.3	8.5	
	10	11.2	9.3	5.1	12.8	10.4	5.4	4.8	8.2	9.6	
	20	13.8	11.5	6.4	15.4	12.6	6.7	6.1	10.4	12.2	
	30	17.3	14.4	8.0	18.9	15.5	8.3	7.7	13.3	15.7	
	50	25.6	21.3	11.8	27.2	22.4	12.1	11.5	20.2	24.0	
	70	34.4	28.7	15.9	36.0	29.8	16.2	15.6	27.6	32.8	
	100	48.0	40.0	22.2	49.6	41.1	22.5	21.9	38.9	46.4	

**DISEGNO**

*Prima soluzione di scorniciatura:* figura 80

*Seconda soluzione di scorniciatura:* figura 81





## CAP. XII - LE CORREZIONI ALLE INDICAZIONI DELL'OROLOGIO SOLARE

48) *Generalità*

Abbiamo sinora parlato di orologi solari che indicano "ore vere locali". Il progresso nella misura del tempo ha peraltro ormai accantonato l'uso dell'ora vera locale, modificando il concetto di "ora" con due piccole rivoluzioni. La prima di esse è stata l'introduzione del "tempo medio"; la seconda l'introduzione del sistema dei "fusi orari". Questi progressi nella misura del tempo vogliamo ora analizzare, per gli aspetti che influenzano gli orologi solari, dopo aver richiamato alla memoria gli elementi basilari dei due concetti.

49) *Il tempo medio e l'equazione del tempo*

Le irregolarità di marcia di quel grande e antico marcamento dell'umanità che è sempre stato il Sole (irregolarità dovute principalmente all'ellitticità e all'obliquità dell'orbita terrestre) indussero da secoli gli scienziati a considerare in campo astronomico, in luogo del Sole reale, un sole fittizio detto "sole medio", il quale si muovesse sull'equatore con moto uniforme e in modo da completare il suo giro annuale nello stesso tempo del Sole vero.

L'invenzione degli orologi meccanici, necessariamente a marcia uniforme, la loro diffusione e la loro sempre maggiore precisione insieme con il progresso generale delle attività umane indussero la società ad adottare il tempo medio anche negli usi civili (52).

La differenza tra l'ora solare vera e l'ora solare media è chiamata "equazione del tempo" e viene indicata con il simbolo  $\epsilon_m$  (53); essa è variabile con la data, oscilla tra  $+14^m$  e  $-16^m$ , e si azzerava 4 volte all'anno; la sua variazione annuale è indicata nella figura 82.

L'equazione del tempo subisce lievissime variazioni anche in funzione dell'anno; il suo valore è indicato nelle già citate "Effemeridi Nautiche" annuali dell'Istituto Idrografico della Marina (54), o in analoghi almanacchi astronomici. Nell'Appendice A la Tabella II fornisce il valore dell' $\epsilon_m$  di giorno in giorno; la tabella è stata costruita mediando i valori relativi a quattro anni consecutivi, e i risultati di tale procedura presentano scarti rispetto ai possibili valori reali non superiori a 12 secondi.

Agli effetti di questo studio e nella normale pratica degli orologi solari è sufficiente considerare la  $\epsilon_m$  costante a parità di data e arrotondata al minuto intero; pertanto per essa si possono assumere i valori arrotondati della tabellina riportata di seguito, che è stata ricavata da quella più dettagliata dell'Appendice A.

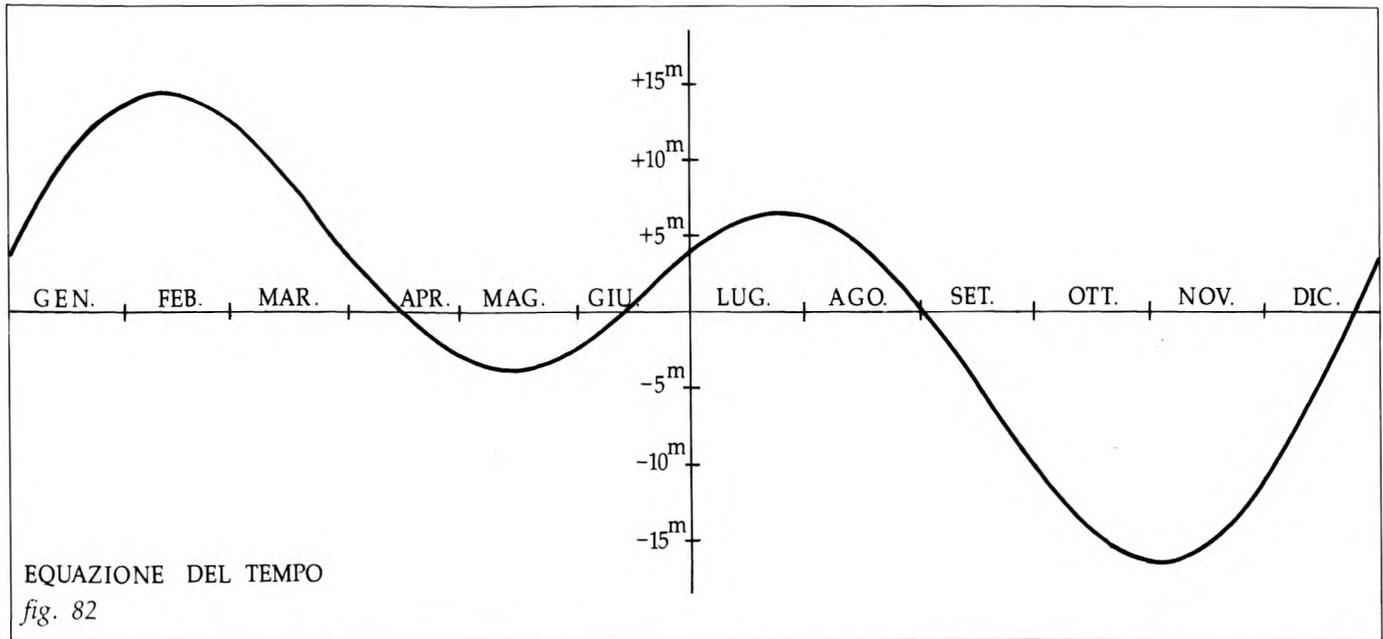
Ricordato sommariamente il concetto del tempo medio e dell'equazione del tempo, vediamo quali conseguenze nella teoria degli orologi solari può comportare questa piccola rivoluzione nella misura del tempo.

Il modo più semplice e ovvio per ottenere l'ora media dall'orologio solare è quello di disporre di una tabellina dell'equazione del tempo  $\epsilon_m$  e, in funzione della data, aggiungere o

(52) Il processo di adozione del tempo medio si è sviluppato nella società moderna tra il 1780 e il 1870. In Italia ciò avvenne tra il 1852 e il 1869.

(53) Manteniamo il simbolo  $\epsilon_m$  comunemente usato, ma non lo si confonda con il simbolo  $\epsilon$  che abbiamo assegnato alla elevazione dello stilo sul quadro.

(54) Bibliografia n. 56.



togliere all'ora solare vera indicata dall'ombra la correzione  $\epsilon_m$ ; è questo un sistema largamente usato dai meridianisti sia moderni sia meno moderni, e che certamente è consigliabile.

Un altro metodo, anch'esso usato di frequente, e forse più ornamentale, è quello di disegnare sulla linea oraria delle 12<sup>h</sup> (o anche su altra linea oraria) la curva che nei singoli giorni, presi sulle corrispondenti iperboli diurne, indica lo scarto tra ora-vera e ora-media. Questa curva ha la forma di un otto allungato, compreso ovviamente tra le due coniche solstiziali e ad esse tangente; essa viene chiamata "*lemniscata dell'equazione del tempo*" o "*lemniscata del tempo medio*" (55) e si presenta orientativamente come nella figura 83; la sua forma esatta dipende, caso per caso, dall'orientamento del quadro. Con questa soluzione l'ora-media 12<sup>h</sup> di un dato giorno viene fissata al momento in cui l'estremità d'ombra dello stilo tocca non la linea meridiana ma la lemniscata su di essa appoggiata.

Poiché in ogni dato giorno l'ombra taglia due volte la curva a otto dell' $\epsilon_m$ , per togliere l'ambiguità si possono segnare sulla curva le stagioni (come nella fig. 83) oppure i mesi, o alcune date caratteristiche, o anche colorare differientemente i due rami, in modo da stabilire con evidenza quale ramo della lemniscata deve essere usato in quel dato giorno.

L'impiego della curva dell' $\epsilon_m$  sovrapposta ad una linea oraria riduce un po' la qualità dell'orologio solare poiché l'ora non viene più indicata dalla coincidenza di tutta l'ombra dello stilo con la linea oraria, ma dalla coincidenza del solo punto estremo dell'ombra con un solo punto della curva a otto.

Il motivo per cui in passato la curva a otto veniva segnata sulla linea oraria delle 12<sup>h</sup> (la meridiana) può ricollegarsi al fatto che proprio alle 12<sup>h</sup>, momento di maggiore precisione degli

(55) I francofoni la chiamano "meridiana del tempo medio"; gli anglofoni, per ragioni del tutto inspiegabili, la chiamano "analemma".

EQUAZIONE DEL TEMPO  $\epsilon_m$ 

Correzione in minuti da apportare all'ora solare  
per passare dal tempo vero al tempo medio

Dal giorno	Al giorno	Correzione $\epsilon_m$	Dal giorno	Al giorno	Correzione $\epsilon_m$	Dal giorno	Al giorno	Correzione $\epsilon_m$
<u>GENNAIO</u>			<u>MAGGIO</u>			<u>OTTOBRE</u>		
1 - 1		+ 3 <sup>m</sup>	1 - 7		- 3 <sup>m</sup>	1 - 2		-10 <sup>m</sup>
2 - 3		+ 4	8 - 21		- 4	3 - 5		-11
4 - 5		+ 5	22 - 30		- 3	6 - 8		-12
6 - 8		+ 6	31 - 31		- 2	9 - 12		-13
9 - 10		+ 7	<u>GIUGNO</u>			13 - 16		-14
11 - 13		+ 8	1 - 6		- 2 <sup>m</sup>	17 - 22		-15
14 - 15		+ 9	7 - 11		- 1	23 - 31		-16
16 - 18		+10	12 - 16		0	<u>NOVEMBRE</u>		
19 - 22		+11	17 - 20		+ 1	1 - 14		-16 <sup>m</sup>
23 - 26		+12	21 - 25		+ 2	15 - 19		-15
27 - 31		+13	26 - 30		+ 3	20 - 23		-14
<u>FEBBRAIO</u>			<u>LUGLIO</u>			24 - 27		-13
1 - 23		+14 <sup>m</sup>	1 - 5		+ 4 <sup>m</sup>	28 - 30		-12
24 - 28		+13	6 - 12		+ 5	<u>DICEMBRE</u>		
<u>MARZO</u>			13 - 31		+ 6	1 - 2		-11 <sup>m</sup>
1 - 5		+12 <sup>m</sup>	<u>AGOSTO</u>			3 - 5		-10
6 - 9		+11	1 - 9		+ 6 <sup>m</sup>	6 - 7		- 9
10 - 13		+10	10 - 15		+ 5	8 - 9		- 8
14 - 17		+ 9	16 - 19		+ 4	10 - 12		- 7
18 - 20		+ 8	20 - 23		+ 3	13 - 14		- 6
21 - 23		+ 7	24 - 27		+ 2	15 - 16		- 5
24 - 27		+ 6	28 - 30		+ 1	17 - 18		- 4
28 - 30		+ 5	31 - 31		0	19 - 20		- 3
31 - 31		+ 4	<u>SETTEMBRE</u>			21 - 22		- 2
<u>APRILE</u>			1 - 3		0 <sup>m</sup>	23 - 24		- 1
1 - 2		+ 4 <sup>m</sup>	4 - 6		- 1	25 - 26		0
3 - 6		+ 3	7 - 9		- 2	27 - 28		+ 1
7 - 9		+ 2	10 - 11		- 3	29 - 30		+ 2
10 - 13		+ 1	12 - 14		- 4	31 - 31		+ 3
14 - 17		0	15 - 17		- 5			
18 - 22		- 1	18 - 20		- 6			
23 - 28		- 2	21 - 23		- 7			
29 - 30		- 3	24 - 26		- 8			
			27 - 29		- 9			
			30 - 30		-10			

orologi solari più comuni, si prendeva il "segnale orario" per rimettere gli orologi meccanici o per rifasare il ritmo delle attività giornaliere.

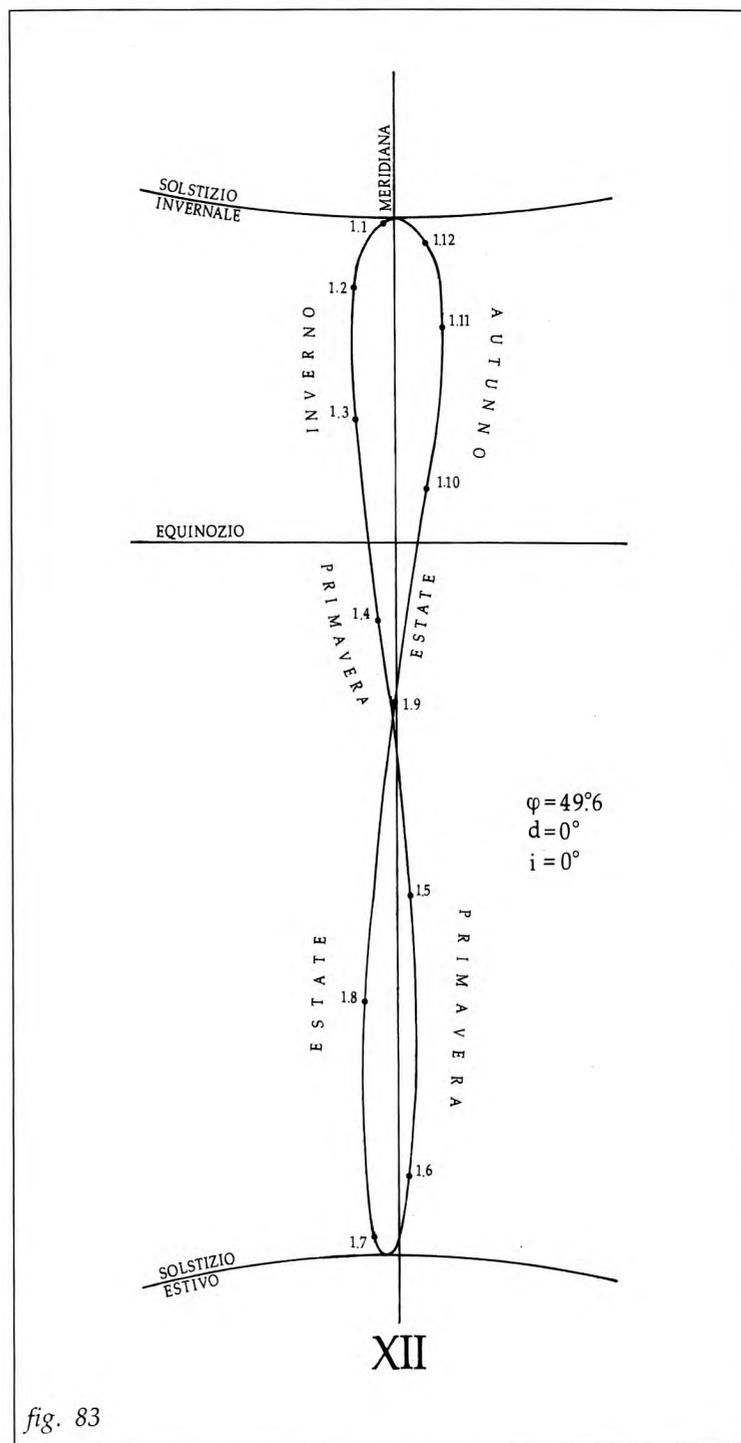
Il riporto della  $\epsilon_m$  sulle altre ore-vere del giorno diverse dalle 12<sup>h</sup> (e meno importanti nel contesto dei segnali orari) deve essere fatto "a occhio". Alcuni quadranti riportano sia la curva a otto sulla linea oraria delle 12<sup>h</sup>, sia una tabella completa dell'equazione del tempo  $\epsilon_m$  per poter apportare la correzione anche in via aritmetica.

La costruzione pratica della lemniscata su una linea oraria prescelta va fatta per punti e non presenta difficoltà. In successione bisogna:

- scegliere una serie di date, più o meno fitte, corrispondenti ai punti che si vogliono avere per avviare la curva;
- ricavare dalle Effemeridi (o dalle tabelle) per le date prescelte la declinazione  $\delta$  del Sole e l'equazione del tempo  $\epsilon_m$ ;
- per ogni  $\epsilon_m$  passare al corrispondente angolo orario *vero* (aggiungendo o togliendo  $\epsilon_m$  all'ora della linea oraria su cui si vuol costruire la curva), e passare quindi al  $\Delta t$  rispetto al  $t_0$  ( $\Delta t = t - t_0$ );
- calcolare con la nota formula  $\text{tg } \omega = \text{tg } \Delta t \text{ sen } \epsilon$  l'angolo  $\omega$  di ciascuna delle ore così individuate;
- disegnate queste linee orarie ravvicinate, su ciascuna di esse riportare la corrispondente lunghezza d'ombra B, calcolata con le note formule:

$$\text{tg } \beta = \frac{\text{tg } \epsilon}{\cos \Delta t} \quad B = \frac{l \cos \delta}{\cos (\beta - \delta)}$$

Il punto terminale di ciascuna B è un punto della lemniscata, che viene così costruita per punti in coordinate polari nel sistema "centro orologio - linea oraria di supporto prescelta".



Per rendere più preciso il disegno, può convenire (come nel caso generale delle linee orarie) passare dalle coordinate polari trovate alle coordinate cartesiane prima di procedere al disegno.

Per quanto riguarda i segni delle coordinate  $\omega$  (polare) o  $x$  (cartesiana) per stabilire da che parte della linea oraria di appoggio vanno riportati i vari punti della lemniscata, anziché elaborare complesse regole dei segni basterà ricordare che i punti relativi a  $\varepsilon_m$  positive corrispondono a ore vere minori delle 12<sup>h</sup>, o dell'ora scelta come appoggio.

Ancora un dettaglio costruttivo; per agevolare la lettura dell' $\varepsilon_m$  sul quadrante può essere utile, se la scala del disegno e l'estetica lo consentono, disegnare da una parte e dall'altra della meridiana (o della linea oraria su cui insiste la lemniscata) quei tratti delle linee orarie di 5<sup>m</sup> in 5<sup>m</sup> che interessano la curva a otto.

Infine un dettaglio sul piano ornamentale; la lemniscata del tempo medio si presenta gradevole ed esteticamente valida nei quadranti in cui l'elevazione dello stilo  $\varepsilon$  è negativa (ad esempio nei quadranti verticali non molto declinanti) mentre appare goffa e poco attraente nei quadranti con  $\varepsilon$  positiva (ad esempio nei quadranti orizzontali).

Prima di lasciare l'argomento del tempo medio, vorrei ancora segnalare due soluzioni moderne per tener conto dell'equazione del tempo direttamente sul disegno. In alcuni orologi la curva a otto è riportata non solo sulla linea delle 12<sup>h</sup> ma su tutte le linee orarie, di ora in ora o anche di mezz'ora in mezz'ora; questa soluzione presenta su quadri verticali un buon pregio ornamentale. In altra soluzione tutte le linee orarie sono sostituite dalle corrispondenti lemniscate del tempo medio molto fitte; per evitare confusione e interferenze i quadranti possono essere due, uno per le stagioni inverno-primavera (Sole in salita) e uno per le stagioni estate-autunno (Sole in discesa) (56); anche in questo caso l'aspetto ornamentale dell'orologio risulta ben rispettato e i due quadranti si presentano gradevoli e interessanti (57).

Per finire l'argomento, a titolo di esempio riportiamo nella figura 83 il disegno di una lemniscata del tempo medio costruita sulla linea oraria di sostegno delle ore 12<sup>h</sup>, per una latitudine di 49° 6' su un quadro verticale non declinante. Le date per le quali sono stati calcolati i punti della curva a otto sono state scelte in corrispondenza dei valori massimi, nulli e minimi sia della declinazione del Sole sia della equazione del tempo, del primo giorno di ogni mese e di alcune date intermedie.

## 50) La correzione-fuso

La seconda piccola rivoluzione moderna nella misura del tempo è stata, come si è detto, l'adozione del *sistema dei fusi orari*.

Per secoli e secoli l'ora adottata dall'uomo era stata l'ora locale, legata alla posizione del Sole rispetto alla propria posizione e quindi variabile da luogo a luogo; la persona in movimento teoricamente doveva spostare le lancette dell'orologio ad ogni passo che gli

(56) La soluzione di suddividere l'orologio in due quadranti consente anche di regolare meglio, come si è visto, la scelta delle coniche diurne da inserire nel disegno; si possono cioè usare anziché le coniche zodiacali, quelle coniche che corrispondono all'inizio dei mesi o delle decadi, migliorando l'uso dello strumento come "calendario". Si tratta peraltro di soluzione poco tradizionale.

(57) Un orologio di questo tipo, su quadro verticale leggermente declinante, con le lemniscate orarie intervallate di 10<sup>m</sup> è installato nella sede del Bureau Hydrographique di Monaco, ed è accreditato di una precisione dell'ordine del minuto.

cambiasse la longitudine; più concretamente possiamo dire che l'ora di Roma, ad esempio, differiva di 18 minuti in più rispetto a quella di Torino e di 12 minuti in meno rispetto a quella di Lecce.

La situazione poteva essere accettabile quando si viaggiava a piedi o a cavallo; ma alla fine del secolo scorso il progresso delle comunicazioni e dei collegamenti e in particolare la realizzazione delle grandi ferrovie transamericane indusse ad abbandonare nella misura del tempo il criterio dell'"ora locale" adottando per convenzione il sistema dei fusi orari.

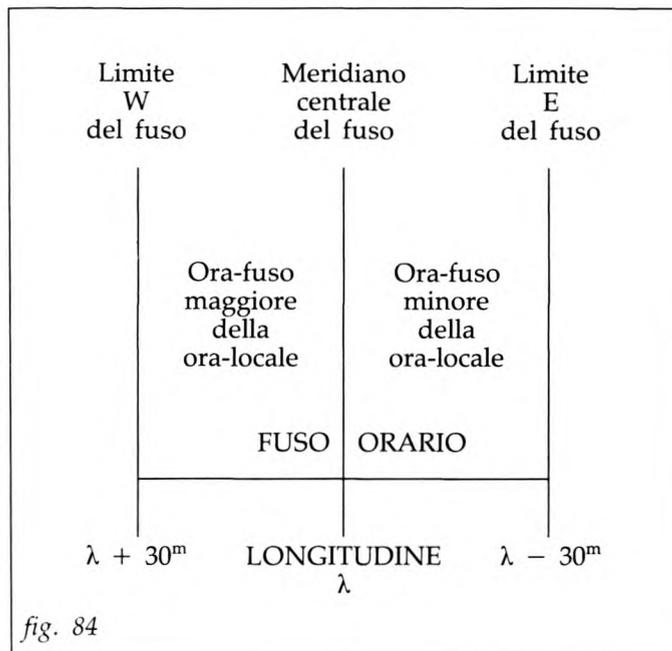
Con questa convenzione la Terra viene suddivisa in 24 zone, dette *fusi orari*, ciascuno delimitato da meridiani che distano 15° di longitudine, cioè 1 ora di tempo; all'interno di ogni fuso tutte le località assumono la stessa ora artificiale eguale a quella locale effettiva del meridiano centrale del fuso, che viene chiamata "ora-fuso" o anche "ora standard".

I meridiani centrali dei fusi sono quelli multipli di 15° di longitudine a partire da 0° che è il meridiano di Greenwich; i fusi vengono distinti con una lettera: Z per il meridiano di Greenwich, e quindi da A a L verso levante e da N a X verso ponente; il fuso dell'antimeridiano di Greenwich è indicato con la lettera M nel semifuso di levante e con la lettera Y in quello di ponente. L'Italia in particolare si trova nel fuso A, il primo a levante di quello di Greenwich e la sua ora è detta appunto "Ora A" o anche "Ora dell'Europa Centrale".

Nel quadro della moderna vita sociale questa convenzione, oltre al vantaggio di uniformare l'ora in un ambito geografico sufficientemente ampio senza scostare troppo l'ora artificiale da quella solare reale (massimo 30 minuti), ha il merito che tutti gli orologi del mondo segnano lo stesso numero di minuti e secondi e differiscono soltanto per un numero intero di ore, pari alla differenza fra i numeri dei rispettivi fusi; passando il confine di un fuso, la misura del tempo scatta di un'ora esatta, in aumento se si procede verso levante e in diminuzione se si procede verso ponente.

Il sistema dei fusi orari, introdotto in USA e in Canada nel 1880 (58) a beneficio soprattutto delle ferrovie transcontinentali, si diffuse rapidamente, a mezzo di conferenze internazionali, in tutto il mondo civile e oggi è una delle realtà acquisite della nostra vita sociale.

Se ora andiamo a vedere cosa succede all'interno di un singolo fuso orario, notiamo che la differenza tra l'ora-locale e l'ora-fuso è eguale alla differenza di longitudine  $\Delta\lambda$  tra il luogo ove ci si trova e il meridiano centrale del fuso, espressa in tempo nella misura di 4 minuti per ogni grado di  $\Delta\lambda$ . In teoria tale differenza, che chiamiamo "correzione-fuso  $c_f$ " è compresa fra  $+30^m$  e  $-30^m$ , osservando (fig. 84) che nei luoghi a Est del meridiano centrale l'ora-fuso è



(58) La proposta originava dal canadese Fleming Sandford e dallo statunitense Charles Dowd.

minore dell'ora-locale, nei luoghi a Ovest l'ora-fuso è maggiore dell'ora-locale. All'atto pratico l'entità della massima correzione-fuso  $c_f$  dipende da quale fuso viene adottato dalle singole nazioni per regolare i propri orologi; ad esempio in estate molte nazioni portano gli orologi sull'ora di 1 fuso più ad Est, adottando la cosiddetta ora estiva e alterando quindi di 1<sup>h</sup> la correzione-fuso dei propri luoghi; in altri casi, regioni di una stessa nazione che sconfinano geograficamente nel fuso adiacente mantengono ovviamente l'ora-fuso nazionale, avendo quindi una correzione-fuso maggiore di 30<sup>m</sup>.

Il nostro marcatempo Sole, naturalmente, non può tener conto della convenzione dei fusi orari (così come non può tener conto di quella del tempo medio) e continua imperterrito a segnare l'ora-solare-vera-locale; vediamo perciò come si può inserire il moderno concetto dell'ora-fuso negli orologi solari, ammesso che si voglia maltrattare questi strumenti con tale tipo di artificiosità convenzionali.

Anche in questo caso, come nel caso dell' $\varepsilon_m$ , il modo più semplice per inserire la  $c_f$  è quello di leggere sul quadrante l'ora solare *locale* (vera o media) e quindi correggerla aritmeticamente con la  $c_f$  per farla diventare ora-fuso. L'operazione è molto semplice perché la  $c_f$ , a differenza dell' $\varepsilon_m$ , è costante per ciascun luogo. Ad esempio a Roma — longitudine 12°30'E, fuso orario 1E con meridiano centrale 15°E — la correzione-fuso è 10<sup>m</sup> ( $2^\circ.5 \times 4$ ) da aggiungere all'ora locale per avere l'ora-fuso.

Se l'equazione del tempo  $\varepsilon_m$  viene applicata anch'essa aritmeticamente a mezzo di tabellina, le due correzioni  $\varepsilon_m$  e  $c_f$  possono essere conglobate in un'unica tabellina che dia la correzione complessiva algebrica:

$$c = \varepsilon_m + c_f$$

con cui passare simultaneamente dall'ora-vera-locale indicata dal Sole sul quadrante all'ora-media-del-fuso segnata dai nostri orologi meccanici. In circostanze normali il valore massimo di questa correzione totale è 46<sup>m</sup> (30<sup>m</sup> per la  $c_f$  e 16<sup>m</sup> per la  $\varepsilon_m$ ) a cui però potrebbero aggiungersi eventuali incrementi per sconfinamenti geografici e addirittura 1<sup>h</sup> dove e quando sia in uso l'ora estiva.

Un altro sistema per tener conto della correzione-fuso negli orologi solari è quello di calcolare e disegnare il quadrante con le linee orarie spostate di tanto quanto è la correzione-fuso  $c_f$ . Per ottenere ciò, anziché calcolare gli angoli  $\omega$  per le ore  $t$ , si calcolano gli  $\omega$  per le ore  $t + c_f$ , fermo restando che poi le linee orarie verranno intestate alle corrispondenti ore intere  $t$ . In tal caso bisogna ricordare che tutte le ore relative alla illuminazione vanno spostate di  $c_f$  poiché i fenomeni fisici del sorgere/tramonto e entrata/uscita sul quadro non possono tener conto di convenzioni artificiali.

Un altro sistema ancora può essere quello di riportare ai margini del quadrante due diverse scale orarie, una per il tempo locale e una, sfasata di  $c_f$ , per il tempo-fuso; in questo caso le linee orarie disegnate sul quadrante possono riferirsi, per praticità, soltanto a uno dei due sistemi orari.

Si noti ancora che, se la  $c_f$  viene inserita nel disegno dell'orologio solare, non è più valida l'affermazione fatta all'inizio dello studio "La longitudine geografica è irrilevante agli effetti degli orologi solari"; è ovvio infatti che un orologio con la correzione-fuso inserita nel disegno può funzionare correttamente solo sui meridiani (uno per ogni fuso orario) nei quali la  $c_f$  è quella usata nel calcolo del quadrante.

Si noti infine che in questo caso la linea oraria delle ore 6<sup>h</sup>-18<sup>h</sup> non passa più per il punto d'incontro della linea equinoziale con l'orizzonte.

### 51) *Inserimento delle correzioni mediante rotazione del quadro*

La rotazione del quadro è un sistema per tener conto o dell'equazione del tempo o della correzione-fuso o contemporaneamente di entrambe le correzioni, che si sta diffondendo tra i meridianisti più moderni, specialmente quelli d'oltreoceano, e tra quelli che, tradendo lo spirito della sciografia, ricercano negli orologi solari una inutile precisione piuttosto che il senso della filosofia del tempo e dell'armonia cosmografica; una tale tendenza appare purtroppo sempre più accentuata sia nella recente letteratura specialistica sia nelle realizzazioni pratiche degli ultimi tempi.

Il sistema si basa sul principio che lo stilo, asse del mondo, è l'origine di tutti i semipiani orari; perciò l'ora "ruota" intorno all'asse stilo in modo uniforme al ritmo di 15° ogni ora; se quindi noi ruotiamo il quadro *intorno allo stilo* di un dato angolo non facciamo altro che spostare l'ora segnata dall'orologio solare, in avanti o indietro, di tanto quanto è stata, in minuti, l'entità della rotazione. È facile comprendere che una rotazione in senso orario "ritarda" l'orologio, che segnerà ore più piccole di quelle reali, mentre una rotazione in senso antiorario lo "anticipa" e lo costringe a segnare ore più grandi di quelle reali.

L'inserimento con questo sistema della correzione-fuso comporta una rotazione del quadro costante e permanente, mentre l'inserimento dell'equazione del tempo comporta una rotazione del quadro variabile con la data e quindi da ritoccare ogni giorno o ogni settimana; con lo stesso criterio si può naturalmente inserire e togliere la correzione di 1<sup>h</sup> per l'ora estiva quando ciò diviene necessario. I sistemi escogitati per la realizzazione pratica di questo principio sono numerosi e non vale la pena descriverli. Basti rilevare che la situazione più semplice si presenta quando il quadrante è del tipo "equinoziale" (Vds. par. 63); in tal caso infatti, essendo lo stilo perpendicolare al quadro, basta ruotare quest'ultimo su se stesso rispetto ad una linea di fede o una graduazione fissa sino a spostarlo nel senso opportuno di tanti minuti quanto è la correzione che si vuole inserire. In pratica la maggioranza dei costruttori che hanno voluto ottenere dal proprio strumento l'ora media del fuso (ora standard) si sono rivolti, per l'insita semplicità della soluzione, al quadrante equinoziale, o a quadranti comunque assimilabili al quadrante equinoziale.

### 52) *Commento sulle correzioni*

Analizzate le due correzioni, equazione del tempo e correzione-fuso, che noi moderni dobbiamo apportare alle indicazioni dei nostri orologi solari, e visti i vari modi con i quali esse si possono applicare, concludiamo l'argomento con un commento. La gamma delle soluzioni per tener conto negli orologi solari delle due piccole correzioni imposte dalle esigenze della vita moderna spazia da quella più semplice di lasciare che il Sole marchi sul quadro l'ora-vera-locale e correggere poi questa con  $\epsilon_m$  e  $c_f$ , separate o conglobate in un'unica tabellina, passando attraverso la soluzione più complessa che possiamo descrivere come:

- spostare di  $c_f$  le linee orarie del disegno, e
- sostituire tutte le linee orarie con altrettante lemniscate del tempo medio,

per arrivare alla soluzione tecnicamente più ortodossa di ruotare il quadro intorno allo stilo di tanto quanto è, giorno per giorno, la correzione complessiva  $\epsilon_m + c_f$ .

La soluzione da adottare fra le tante possibili dipende dal tipo di strumento che si vuol costruire, dall'uso che se ne vuol fare, dall'effetto estetico-ornamentale che si ottiene nelle varie soluzioni nella situazione specifica, e, naturalmente, dal gusto individuale e dalla propria mentalità.

Personalmente io sono molto propenso a lasciare che il Sole faccia il suo mestiere all'antica, senza disturbare il suo lavoro con artificiosità convenzionali; queste, se pur utili o necessarie nella vita moderna, ci portano troppo fuori da quel modo naturale con cui per millenni l'umanità si è servita del suo vecchio meraviglioso marcatempo che è il Sole.

Purtuttavia, per completezza di esposizione, si riporta di seguito un esempio di orologio solare in cui  $\varepsilon_m$  e  $c_f$  sono inserite nel disegno. Per meglio comprendere l'esempio, si noti che si tratta dello stesso orologio calcolato al paragrafo 47, con l'unica variante che la lunghezza dello stilo è stata portata a 100 mm per aumentare la scala del disegno e rendere quindi più evidente la lemniscata del tempo medio. Nel disegno si noti come le linee orarie delle ore-fuso siano ovviamente ruotate in senso antiorario rispetto alle corrispondenti linee orarie delle ore-locali, e come sia venuta a mancare la convergenza in un sol punto delle linee equinoziale, orizzonte, oraria  $6^h - 18^h$ .

### 53) Esempio di calcolo e disegno di un orologio solare in ore medie del fuso ( $c_f$ inserita nel disegno, $\varepsilon_m$ inserita con una lemniscata del tempo medio)

**DATI** (ripresi, eccetto 1, dall'esempio del par. 47)

Latitudine:	$\varphi = 35^\circ.2644N$	Declinazione:	$d = 45^\circ.OE$
Longitudine:	$\lambda = 22^\circ.OE$ (fuso 1E)	Inclinazione:	$i = +20^\circ.0$
Correzione-fuso:	$c_f = 7^\circ.0 = 28^m$	Lungh. stilo:	$l = 100 \text{ mm}$
(ore-fuso minori delle ore-locali)			

**ELEMENTI DI BASE** (risultati dell'esempio del par. 47)

Elevazione stilo:	$\varepsilon = -20^\circ.1858$
Angolo sustilare:	$\sigma = 217^\circ.9616$ (senso orario)
Ora sustilare:	$t_\sigma = 134^\circ.9320 = 8^h.9955$

**TRIANGOLO STILARE E ORIZZONTE**

$m = l \cos \varepsilon = 93.8$	$g = l \sin \varepsilon = 34.5$
$n = l \sin \varepsilon \operatorname{tg} \varepsilon = 12.7$	$z = l \operatorname{tg} \varepsilon = 36.8$
$e = l/\cos \varepsilon = 106.5$	$h = g \operatorname{tg} i = 12.6$ (sopra)

**ILLUMINAZIONE** (Vds. esempio del par. 47)

Nota: le ore sono ore-vere-del-fuso, eguali alle ore-locali diminuite della  $c_f = 28^m = \text{circa } 0^h.5$ .

$\delta$	Sorgere	Uscita	Durata
$+23^\circ.5$	$4^h.3$	$13^h.9$	$9^h.6$
$0^\circ$	$5^h.5$	$14^h.5$	$9^h.0$
$-23^\circ.5$	$6^h.7$	$15^h.1$	$8^h.4$

Ore estreme:  $4^h.3 - 15^h.1$

**LEMNISCATA DEL TEMPO MEDIO**

Il calcolo della curva a otto viene omesso per brevità. La procedura da seguire è quella indicata nel par. 49. Le date prescelte per il calcolo in questo caso sono state quelle corrispondenti ai valori nulli, minimi e massimi della declinazione  $\delta$  e dell'equazione del tempo  $\epsilon_m$ .

**LINEE ORARIE** (per le ore-vere del fuso)

ORE-FUSO		ORE-LOCALI	$\Delta t = t_v - t_\sigma$	$\omega$	INTERCETTI I
$t_f^h$	$t_f^\circ$	$t_v^\circ$ (+ 7°)	( $t_\sigma = 134^\circ.9320$ )	$\text{tg } \omega = \text{tg } \Delta t \text{ sen } \epsilon$	su D = 100 mm
4 <sup>h</sup>	60°	67°	-67°.9320	+ 40°.4030	+85.1
5	75	82	-52°.9320	+ 24°.5504	+45.7
6	90	97	-37°.9320	+ 5°.0527	+26.9
7	105	112	-22°.9320	+ 8°.3059	+14.6 (A)
8	120	127	- 7°.9320	+ 2°.7526	+ 4.8
9	135	142	+ 7°.0680	- 2°.4499	- 4.3
10	150	157	+22°.0680	- 7°.9636	-14.0
11	165	172	+37°.0680	- 14°.6101	-26.1
12	180	187	+52°.0680	- 23°.8812	-44.3
13	195	202	+67°.0680	- 39°.2012	-81.6
14	210	217	+82°.0680	- 68°.0121	+40.4 (B)
15	225	232	+97°.0680	-109°.7644	-35.9

(A) In basso:  $I = D \text{ tg } \omega$ ; (B) Laterale:  $I = \frac{-D}{\text{tg } \omega}$

(I controlli con la meridiana e l'oraria orizzontale non si possono fare perché l'inserimento della  $c_f$  ha deviato le linee orarie)

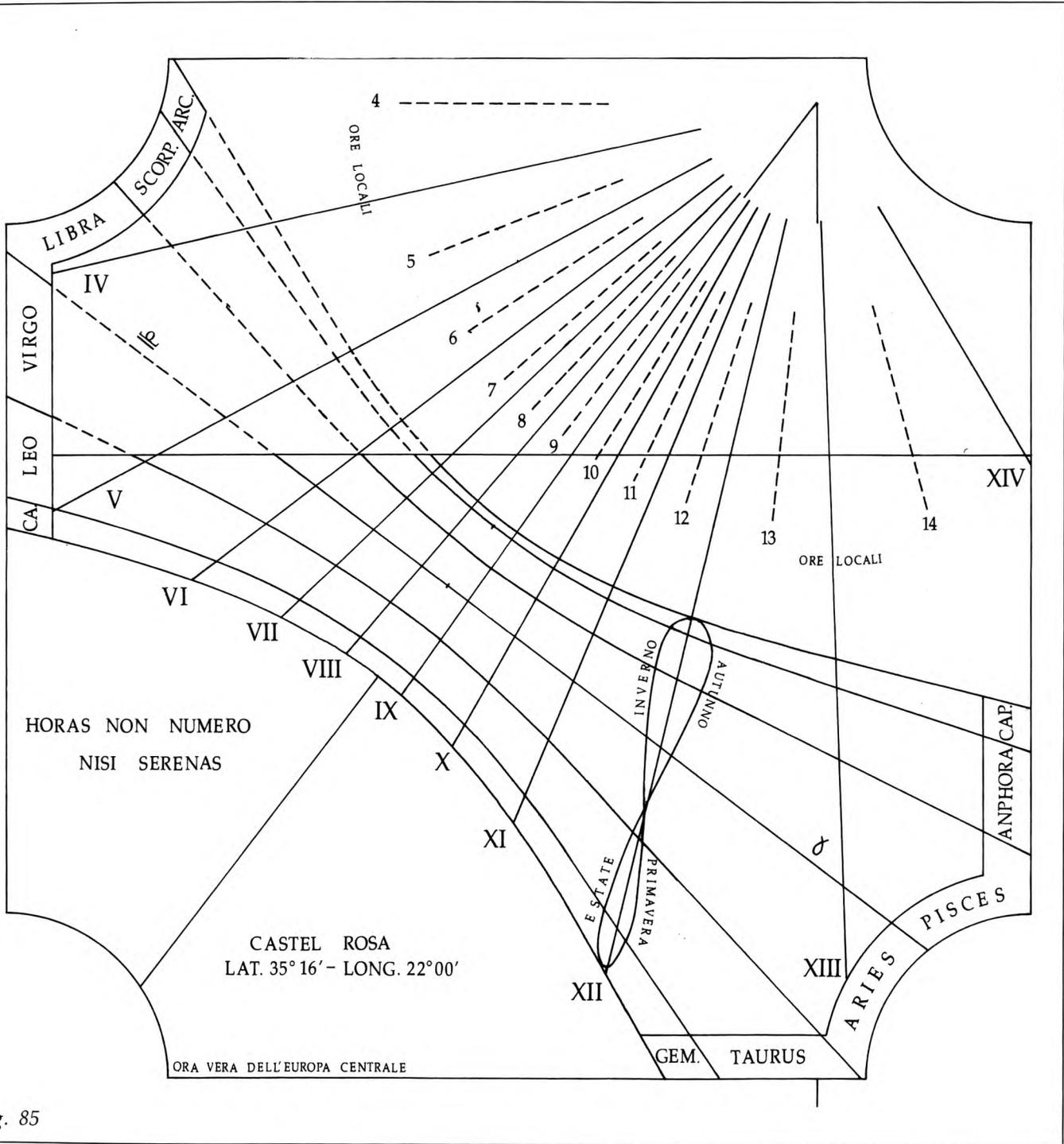
**CONICHE DIURNE**

*Tipo delle coniche:* tutte iperboli perché è sempre  $|\epsilon| + |\delta| < 90^\circ$

*Elementi di base*

$$B_s = \frac{I \cos \delta}{\cos (\epsilon - \delta)} ; \quad c = \frac{B_{s2} + B_{s1}}{2} ; \quad \cos \eta = \frac{\text{sen } \delta}{\cos \epsilon} ; \quad a = \frac{B_{s2} - B_{s1}}{2} ; \quad b = a \text{ tg } \eta$$

	$\delta$	+23°.5	+20°	+11°.5	0	-11°.5	-20°	-23°.5
$\epsilon - \delta$		-43°.6858	-40°.1858	31°.6858	-20°.1858	-8°.6858	-0°.1858	+3°.3142
Ombre sustilari $B_s$		126.8167	123.0035	115.1577	106.5441	99.1294	93.9698	91.8596
Centri $c$		109.3	108.5	107.1	106.5			
$\Delta c$		2.8	2.0	0.6	0			
Asintoti $\eta$		64°.8592	68°.6292	77°.7361	90°			
Parametro $a$		17.4785	14.5168	8.0142				
Parametro $b$		37.2435	37.0981	36.8680				



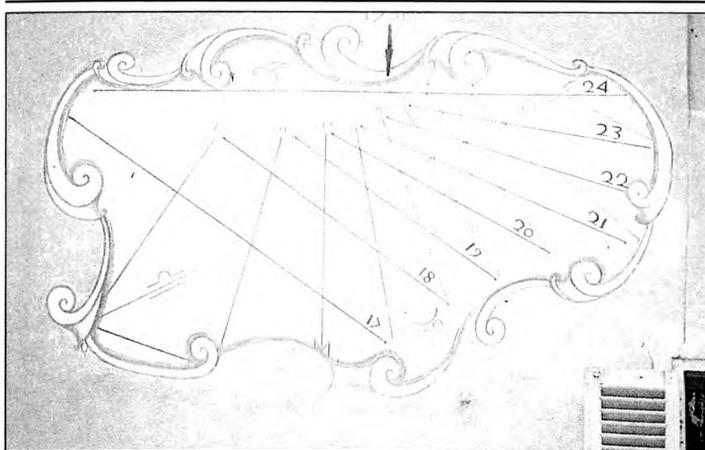
g. 85

Punti iperboli (calcolo delle x)

$$x = \frac{a}{b} \sqrt{b^2 + y^2} \pm \Delta c$$

		x riferiti all'asse			x riferiti all'equinoziale						
y \ δ	δ	±23°.5	±20°	±11°.5	-23°.5 (+2.8)	+20° (+2.0)	+11°.5 (+0.6)	-11°.5 (-0.6)	-20° (-2.0)	-23°.5 (-2.8)	δ Δc
	0		17.5	14.5	8.0	20.3	16.5	8.6	7.4	12.5	14.7
10		18.1	15.0	8.3	20.9	17.0	8.9	7.7	13.0	15.3	
20		19.8	16.5	9.1	22.6	18.5	9.7	8.5	14.5	17.0	
30		22.4	18.7	10.3	25.2	20.7	10.9	9.7	16.7	19.6	
50		29.3	24.4	13.5	32.1	26.4	14.1	12.9	22.4	26.5	
70		37.2	31.0	17.2	40.0	33.0	17.8	16.6	29.0	34.4	
100		50.1	41.7	23.2	52.9	43.7	23.8	22.6	39.7	47.3	

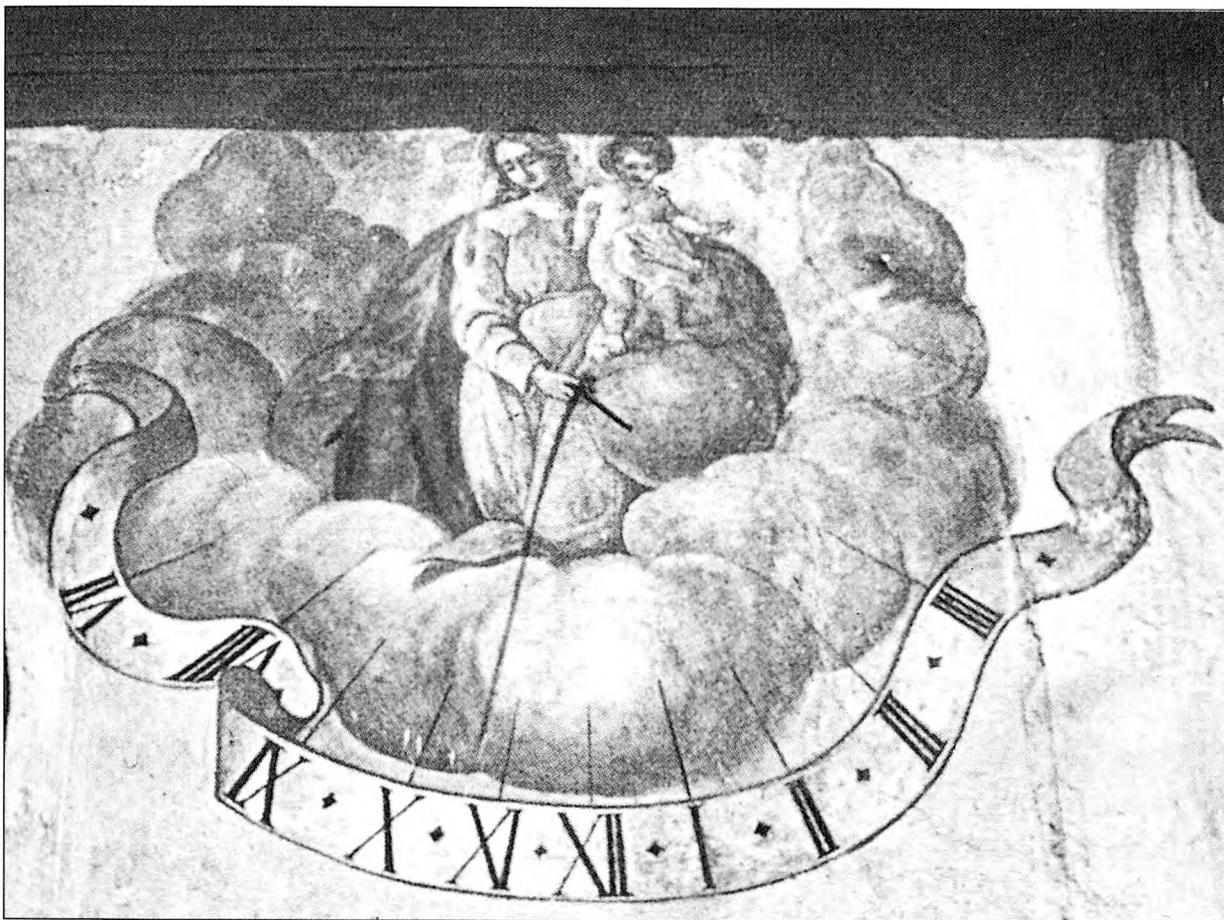
DISEGNO: figura 85



14

14, *Semplice quadrante murale del 1736 su una casa di Valperga (Torino). Le ore italiane, da 13 a 24, avvolgono lo stilo inclinandosi a sinistra; quelle civili, da 10 A.M. a 6 P.M., convergono sul centro dell'orologio. Equinoziale e orizzonte si incontrano sulla linea oraria delle 6 P.M.*

15, *Scene religiose hanno spesso adornato gli orologi murali del passato, come in questo esemplare che si trova in Germania a Mittelwald.*



15



16, In passato anche i quadranti più semplici venivano spesso adornati con elaborati affreschi per lo più di natura religiosa. Questo esemplare figura su una vecchia casa di Courmayeur (Valle d'Aosta).

## CAP. XIII - TRASPARENZA - RIFLESSIONE - SIMMETRIA - SPECULARITÀ

## 54) Generalità

Quattro concetti che si possono utilizzare nella costruzione di orologi solari sono quelli di trasparenza, riflessione, simmetria e specularità. Essi, sebbene trovino pratica applicazione solo in alcuni casi particolari (orologi poliedrici, su vetrata, a soffitto, ecc.) possono venire utili in generale nel disegno di molti quadranti piani, sia come ausilio, sia come controllo, sia infine come mezzo per meglio comprendere la struttura geometrica del quadrante.

## 55) La "trasparenza" nei quadranti solari

Il concetto di trasparenza trova applicazione pratica in quei casi in cui il quadrante, disegnato su una delle facce di un piano trasparente, utilizza l'ombra dello stilo che si forma sulla faccia opposta del piano; in altri termini, mentre il Sole batte e forma ombre su un lato del quadro, l'osservatore posto dall'altra parte del quadro vede in trasparenza l'ombra dello stilo e legge l'ora sul quadrante rivolto verso di lui, disegnato su una o su l'altra faccia del quadro (fig. 86).

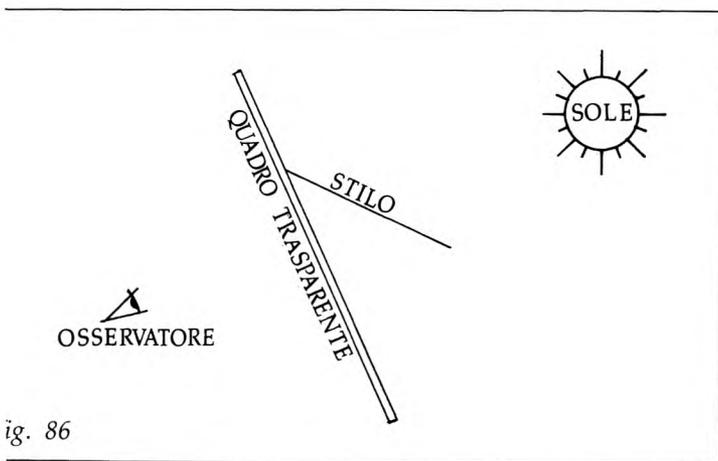


fig. 86

Applicazioni pratiche di questo concetto sono state realizzate in passato costruendo orologi solari su vetrate di chiese e di edifici pubblici, o anche di abitazioni, in modo che l'ora, marcata all'esterno della vetrata, si potesse leggere dall'interno del locale.

Per costruire un tal tipo di quadrante le regole sono molto semplici; basti pensare che, avendo un qualsiasi orologio solare normale, se rendiamo trasparente il quadro e passiamo a guardare dal... retro, troveremo semplicemente che ciò che era a destra è passato a sinistra e viceversa (fig. 87), essendo la linea di demarcazione tra destra e sinistra rappresentata dalla linea di massima pendenza del quadro che passa per il centro

O, linea che abbiamo chiamato la "verticale v" del quadro.

Da ciò deriva la semplice regola per passare da un quadrante solare al suo "trasparente":

Ribaltare tutto il disegno di 180° intorno alla verticale v

Ovviamente con tale regola cambia il senso di rotazione delle ore sul quadro.

Un eccellente esempio di orologio solare in trasparenza si trova dal 1560 nel Municipio di Ulm (Germania); si tratta di un quadrante polare verticale orientale, e passa per essere "il più

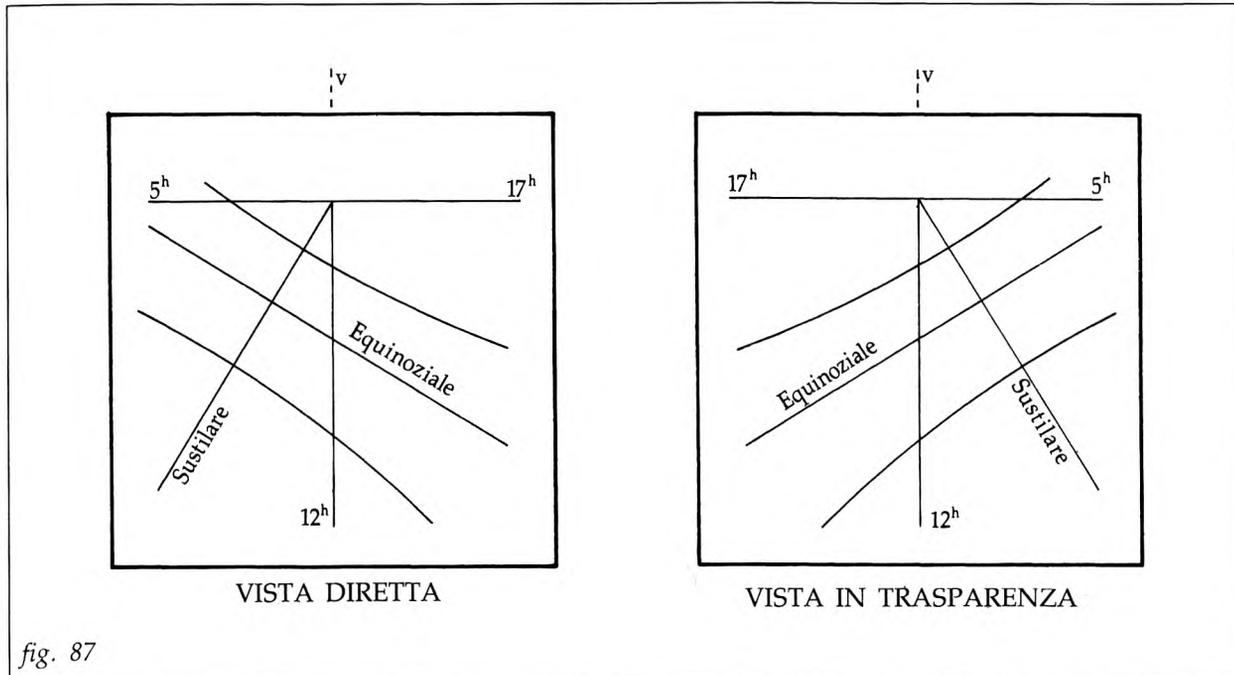


fig. 87

vecchio, il più bello, il più grande” degli orologi solari su vetrata. Altri esemplari vengono segnalati a Basilea e a Zurigo, quest’ultimo del XVII secolo.

### 56) La “riflessione” nei quadranti solari

Il concetto della riflessione si applica in gnomonica quando si vogliono riportare le indicazioni orarie fornite dal Sole all’interno di edifici o locali sfruttando la deviazione dei raggi solari su superfici riflettenti (59).

Si tratta in sostanza di praticare un’apertura su una delle pareti esterne verticali del locale, sistemarvi un elemento riflettente che devii all’interno il raggio solare incidente, raccogliere su apposito quadro la macchietta luminosa che indica il raggio riflesso e dedurre l’ora dalla posizione della macchietta sul quadro.

Notiamo subito che qui trattiamo solo il caso in cui l’elemento riflettente è orizzontale, caso che ha avuto in passato le più frequenti applicazioni pratiche (60). Osserviamo che gli orologi solari di questo tipo, detti anche “catottrici” (61), sono atipici rispetto a quelli sinora

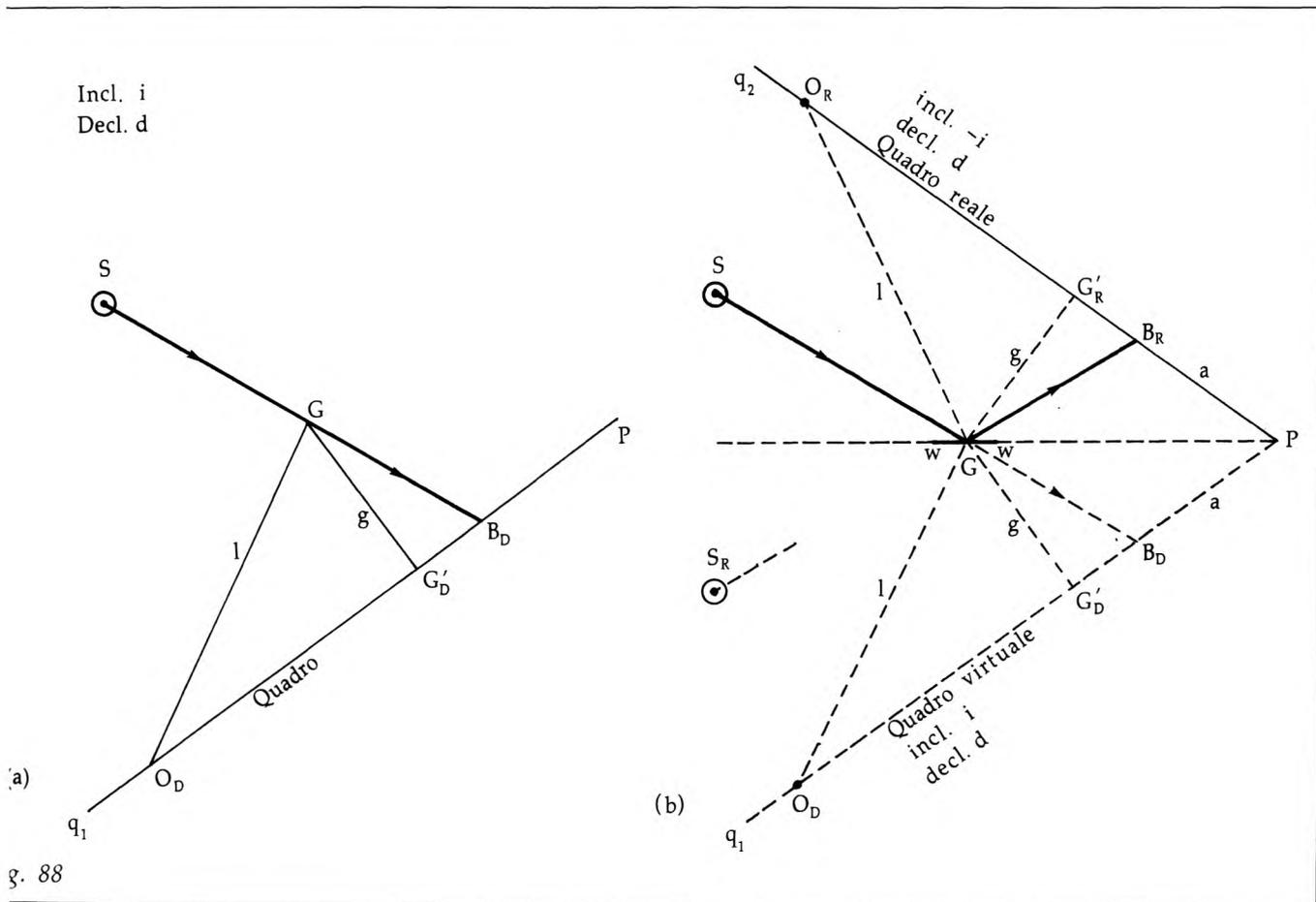
(59) Per ottenere lo stesso risultato si è appena visto un altro sistema parlando delle vetrate, e un altro modo si vedrà in seguito parlando del foro gnomonico.

(60) L’esame del caso “specchietto inclinato/declinante”, ben valido in linea di principio, non presenterebbe difficoltà; si tratterebbe in sostanza di individuare preliminarmente le modifiche che l’orientamento dello specchietto produce sui valori di  $d$  ed  $i$  del quadro, analisi che va condotta sulla perpendicolare allo specchietto. Tale criterio potrebbe anche venire utile per sfruttare meglio la superficie interna disponibile per il disegno del quadrante.

(61) Catottrica è la parte dell’ottica che tratta della riflessione.

descritti, poiché mancano di stilo e utilizzano la luce di un raggio riflesso anziché l'ombra di uno stilo; il concetto non cambia, ma l'ora viene marcata dalla proiezione del solo punto gnomonico anziché dalla proiezione di tutto lo stilo.

Ciò premesso vogliamo vedere come si possa disegnare un orologio catottrico su un quadro piano.



Si abbiano (fig. 88a) il quadrante  $q_1$  con inclinazione  $i$  e declinazione  $d$ , e il punto gnomonico  $G$  in cui convergono lo stilo inclinato  $O_D G$  e l'ortostilo  $GG'_D$ .

In un certo istante il raggio solare  $SG$  porta sul quadro l'ombra  $B_D$  del punto gnomonico  $G$ , fissando l'ora (62).

(62) Le figure 84a e 84b per semplicità rappresentano la situazione nel piano del triangolo stilare (cioè all'istante dell'ora sustilare); è facile vedere che i concetti espressi mantengono la loro validità anche se si considerano le situazioni fuori dall'ora sustilare.

Consideriamo ora (fig. 88b) un altro quadro  $q_2$  che incontri il primo quadro  $q_1$  lungo la linea-orizzonte (di cui P è la traccia) e sia simmetrico al primo rispetto al piano orizzontale; il suo orientamento è dato quindi dalla stessa declinazione  $d$  e da inclinazione eguale ad  $i$  ma di segno contrario.

Immaginiamo anche di mettere nel punto gnomonico G un piccolo elemento riflettente orizzontale WW (specchietto).

Il raggio solare SG si rifletterà secondo le leggi dell'ottica (63) e formerà sul quadro  $q_2$  una marca luminosa  $B_R$ ; la marca reale riflessa  $B_R$  e la marca virtuale diretta  $B_D$  si trovano sulla stessa verticale, alla stessa distanza  $a$  dalla linea orizzontale che ha la traccia in P. Da ciò consegue la semplice regola per realizzare un quadrante solare riflesso, avendo disegnato con le norme esposte nei precedenti capitoli un quadrante normale che abbia la stessa declinazione  $d$ , inclinazione  $i$  opposta e la stessa lunghezza di stilo  $l$  (o di ortostilo  $g$ ):

*Regola per passare da un quadrante al suo "riflesso"*

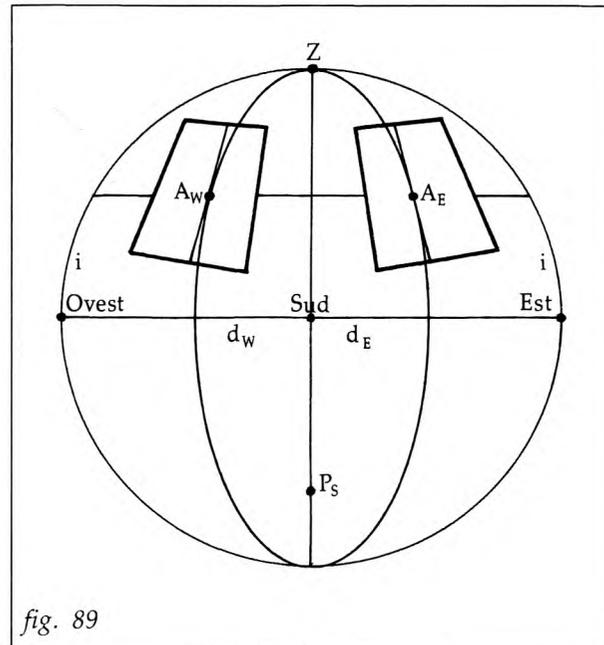
- 1) – Ribaltare tutto il disegno intorno all'orizzonte (o intorno a una qualsiasi linea orizzontale).
- 2) – Orientare il quadro in modo che abbia la stessa  $d$  e inclinazione  $i$  opposta a quella originaria ( $d_2 = d_1$ ;  $i_2 = -i_1$ ).
- 3) – Far coincidere il punto gnomonico con il centro della piastrina riflettente.

Questa regola evidenzia, tra l'altro, l'identità concettuale della "riflessione" con quella che chiamiamo la "simmetria" nei quadranti solari (Vds. successivo par. 57); unica differenza sta nell'asse di simmetria, che in questo caso è l'orizzonte mentre in quel caso è il meridiano.

È interessante notare che nei quadranti riflessi si rovesciano anche due concetti che abbiamo visti applicati nei quadranti normali:

- diviene significativo tutto ciò che è sopra, anziché sotto, la linea dell'orizzonte;
- si inverte il senso di rotazione delle ore.

Il concetto della riflessione, e quindi la regola sopra indicata, è generale e vale per qualsiasi orientamento del quadro; in particolare vale anche per quadri verticali e orizzontali; in questi ultimi peraltro, in mancanza di orizzonte, il ribaltamento può essere fatto intorno alla linea Est-Ovest.



- (63) a) Raggio incidente, perpendicolare e raggio riflesso stanno nello stesso piano.  
 b) Angolo di incidenza e angolo di riflessione sono eguali.



A titolo di esempio si riportano in figura 90 due quadranti simmetrici, di cui quello orientale è eguale a quello riportato nella figura 80, par. 47, mentre quello occidentale è stato disegnato per simmetria col primo, usando le regole ora enunciate. Per quanto riguarda l'illuminazione, lo specchio originario:

$\delta$	Sorgere	Entrata	Tramonto	Uscita
+ 23°.5	$\underline{4^h.8}$	3 <sup>h</sup> .6	19 <sup>h</sup> .2	$\underline{14^h.4}$
0°	$\underline{6^h}$	3 <sup>h</sup>	18 <sup>h</sup>	$\underline{15^h}$
- 23°.5	$\underline{7^h.2}$	2 <sup>h</sup> .4	16 <sup>h</sup> .8	$\underline{15^h.6}$

nel quadrante simmetrico diviene:

$\delta$	Sorgere	Entrata	Tramonto	Uscita
+ 23°.5	4 <sup>h</sup> .8	$\underline{9^h.6}$	$\underline{19^h.2}$	20 <sup>h</sup> .4
0°	6 <sup>h</sup>	$\underline{9^h}$	$\underline{18^h}$	21 <sup>h</sup>
- 23°.5	7 <sup>h</sup> .2	$\underline{8^h.4}$	$\underline{16^h.8}$	21 <sup>h</sup> .6

e le ore estreme passano da 4<sup>h</sup>.8 ÷ 15<sup>h</sup>.6 a 8<sup>h</sup>.4 ÷ 19<sup>h</sup>.2.

### 58) Quadranti solari speculari

“Specularità” è la relazione che lega due quadranti i quali, alla stessa latitudine, abbiano inclinazione i eguale in valore assoluto e di segno contrario, e declinazione gnomonica d diametralmente opposta (cioè complementare a 180° e di segno opposto).

Anche questo concetto può trovare applicazione pratica nella costruzione di orologi poliedrici, o in circostanze analoghe.

La situazione di specularità di due quadranti sulla sfera è illustrata nella figura 91; in essa si vede anche che i punti di tangenza di due quadranti speculari sono diametralmente opposti.

È evidente che due quadranti speculari sono paralleli, e possono anche essere disegnati sulle due facce dello stesso piano. Quest'ultima osservazione può facilitare la comprensione delle procedure per passare da un quadrante al suo speculare (64), immaginando che il piano su cui sono i due quadri sia trasparente e quindi le linee segnate sull'uno si vedano in trasparenza dalla parte

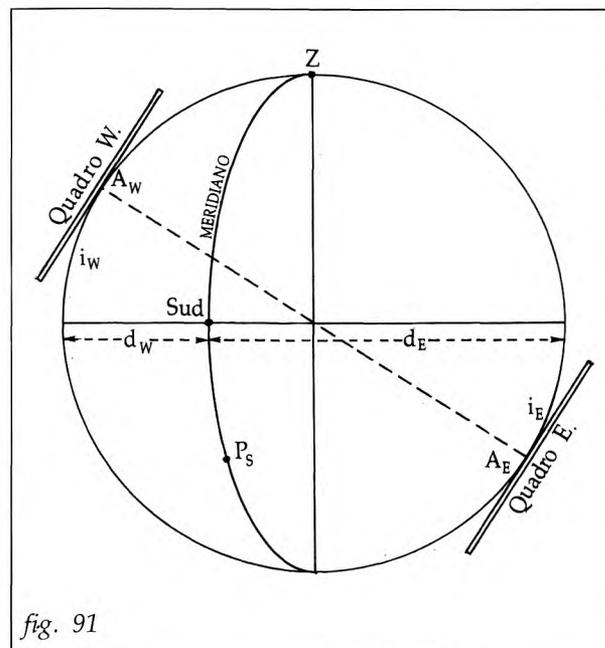
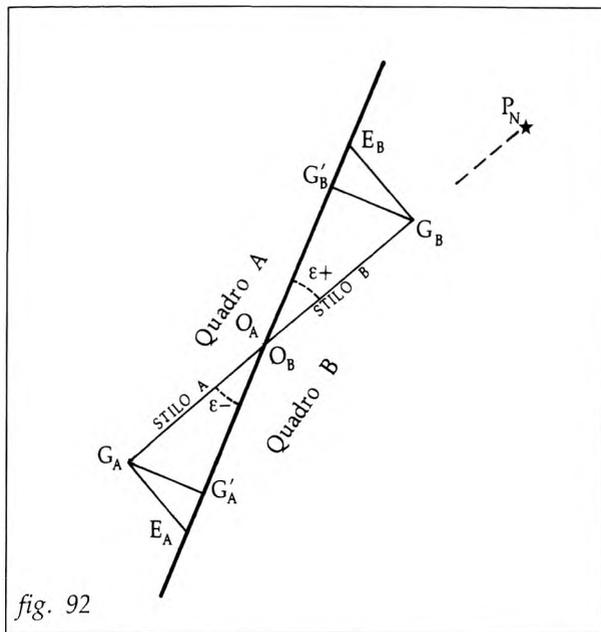


fig. 91

64) Naturalmente in caso di complicazioni eccessive ad applicare la specularità, nulla vieta di calcolare e disegnare il quadrante speculare come un quadrante qualsiasi.

dell'altro (attenzione, però: il Sole non illumina i due quadri simultaneamente ma in successione).

Iniziamo l'esame della relazione di specularità dallo stilo; immaginiamo che il punto di innesto della "bacchetta", centro dell'orologio e origine delle semirette orarie, sia lo stesso nei due quadri e che sia eguale la lunghezza  $l$  dello stilo. Lo stilo, che deve in ogni caso essere parallelo all'asse terrestre e puntare al Polo, Nord o Sud, si presenta come in figura 92. Si nota in essa che nei due quadranti speculari:



- le elevazioni  $\varepsilon$  sono di segno opposto;
- le sustilari  $O_a E_a$  e  $O_b E_b$  sono semirette opposte;
- le ore sustilari differiscono di  $12^h$ ;
- le equinoziali  $E$  e gli orizzonti  $H$  si trovano da parti opposte e simmetriche rispetto ad  $O$ ;
- le coniche diurne, non segnate in figura, si trovano anch'esse in posizioni simmetriche rispetto ad  $O$ , ma le curve di  $\delta+$  (estive) sono scambiate con quelle di  $\delta-$  (invernali).

In conseguenza, limitatamente agli elementi ora citati, il quadro in vista diretta e il suo speculare in trasparenza si presentano come nella figura 93 (i triangoli stilari sono ribaltati di  $90^\circ$  sul quadro).

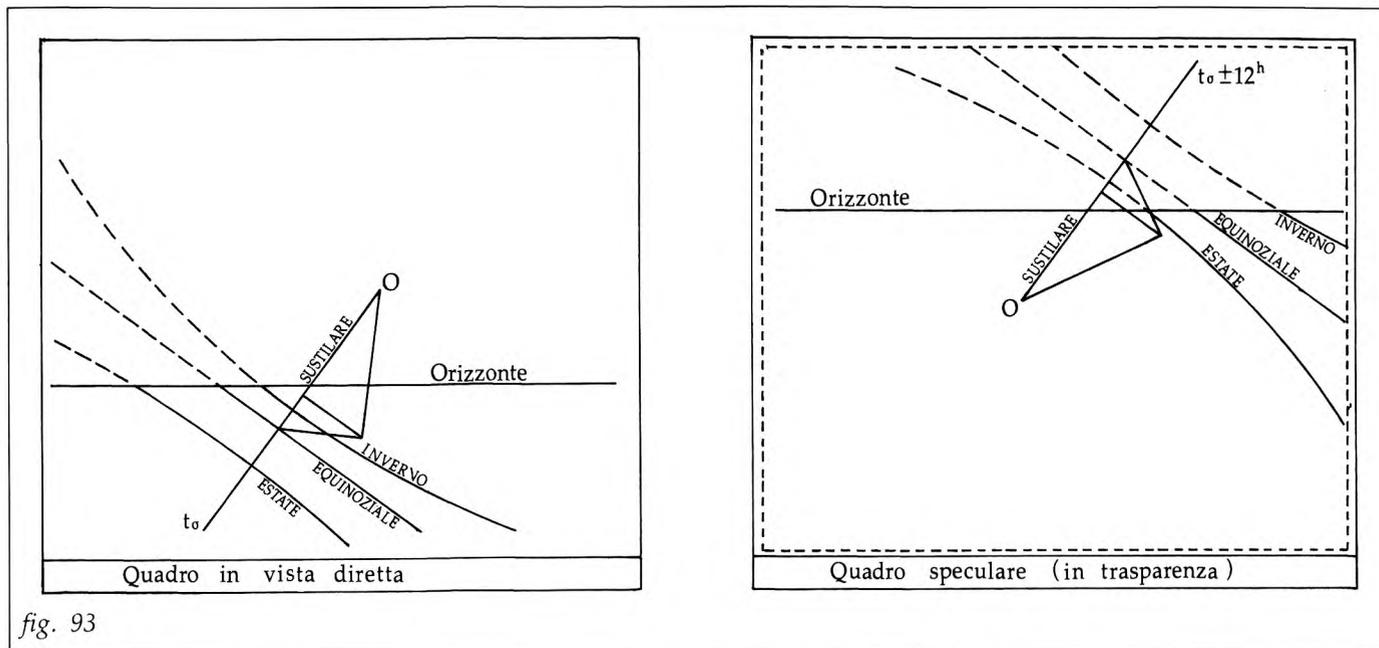
In altri termini passare dall'uno all'altro quadro equivale a ribaltare tutti gli elementi di  $180^\circ$  intorno al punto  $O$  (salvo lo scambio delle  $\delta$ ).

Per quanto riguarda le linee orarie, considerato che il Sole si presenta in posizioni diametralmente opposte rispetto al piano-quadro a distanza di  $12^h$ , si deduce che le linee orarie "in trasparenza" sono le semirette opposte di quelle che si vedono in "vista diretta", con i  $t$  aumentati di  $12^h$ ; esse sono cioè le *stesse rette orarie*, secondo quanto si è visto nell'esame dei quadranti ordinari, e quindi nel quadro in trasparenza le rette orarie non cambiano. Peraltro può essere più semplice uniformare tutte le procedure, immaginando di cambiare tutte le ore  $t$  del quadrante originario in  $t \pm 12^h$ , e quindi ribaltare anche le linee orarie intorno a  $O$ , come tutti gli altri elementi (il risultato naturalmente non cambia). Infine per quanto riguarda le ore di entrata/uscita sul quadro è evidente che esse nei due quadranti, originario e speculare, sono scambiate fra di loro.

In conclusione i due quadranti opposti, in vista diretta e in trasparenza, si presentano come in figura 94, mentre i prospetti della illuminazione sono rispettivamente:

	Sorg.	Entr.	Tram.	Usc.	Dur.
Estate	$5^h$	$3^h.5$	$19^h$	$14^h.5$	$9^h.5$
Equin.	$6^h$	$3^h$	$18^h$	$15^h$	$9^h$
Inver.	$7^h$	$2^h.5$	$17^h$	$15^h.5$	$8^h.5$

	Sorg.	Entr.	Tram.	Usc.	Dur.
Estate	$5^h$	$14^h.5$	$19^h$	$3^h.5$	$4^h.5$
Equin.	$6^h$	$15^h$	$18^h$	$3^h$	$3^h$
Inver.	$7^h$	$15^h.5$	$17^h$	$2^h.5$	$1^h.5$



Completato il disegno "in trasparenza", rileviamo che in realtà per leggere il nuovo quadrante bisogna andare a guardarlo dall'altra parte del piano. Ciò equivale a tutti gli effetti a ribaltare il disegno di  $180^\circ$  intorno alla retta verticale  $v$  ottenendo il disegno finale indicato nella figura 95 in sostituzione di quello della figura 94.

Notiamo che il doppio ribaltamento effettuato (uno di  $180^\circ$  intorno al punto  $O$  e uno di  $180^\circ$  intorno alla retta verticale  $v$ ) equivale a tutti gli effetti ad un unico ribaltamento di  $180^\circ$  intorno alla retta orizzontale per  $O$ , come dimostra la figura 96.

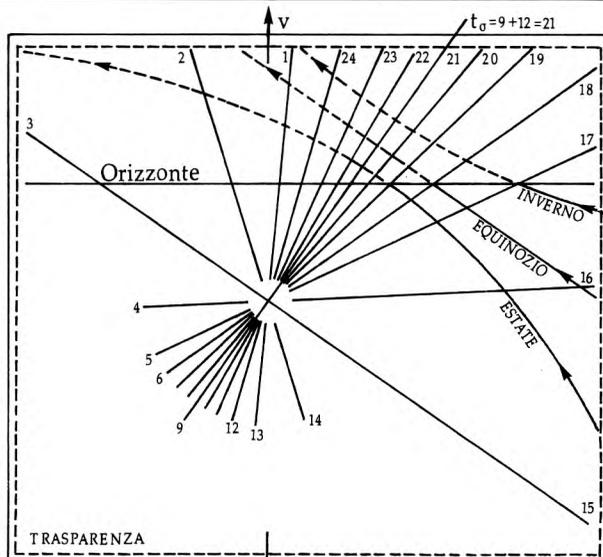
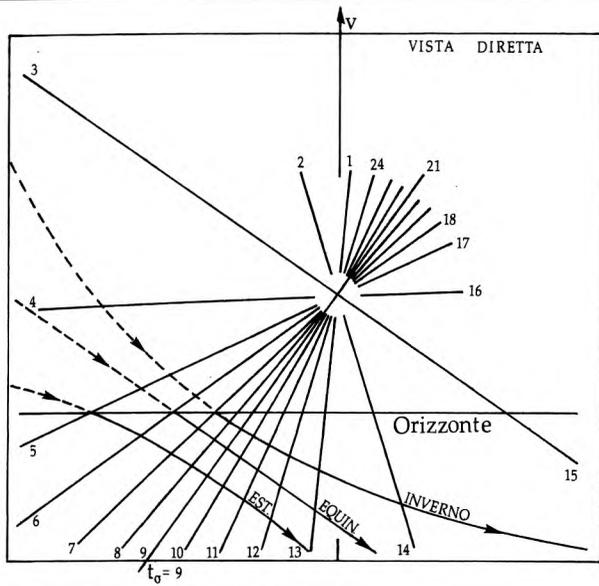
Pertanto, in pratica, possiamo riassumere come segue le regole per passare da un quadrante al suo speculare:

*Regole per passare da un quadrante al suo speculare*

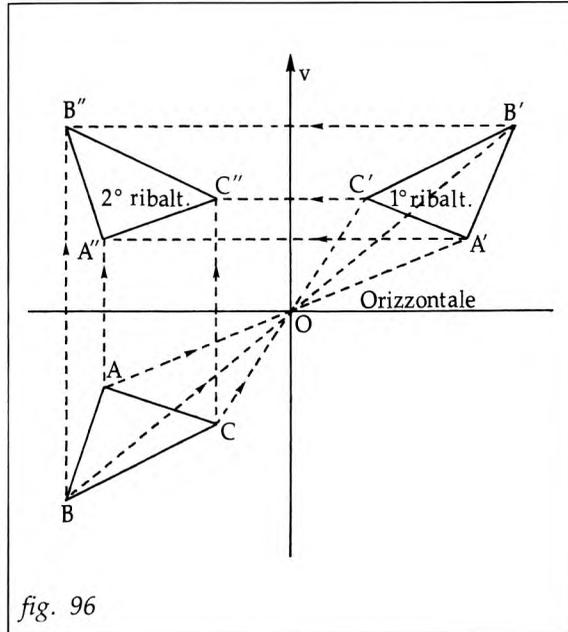
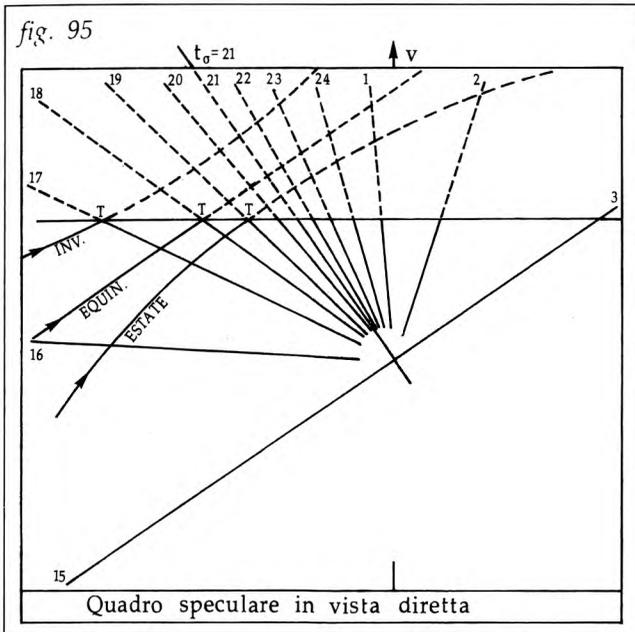
- 1) (Completare il disegno nella parte "sopra l'orizzonte");
- 2) Cambiare le ore delle linee orarie da "t" a "t  $\pm 12^h$ ";
- 3) Ribaltare il disegno di  $180^\circ$  intorno all'orizzontale per  $O$ ;
- 4) Scambiare le coniche diurne di  $\delta \pm$  con quelle corrispondenti di  $\delta \mp$ ;
- 5) Scambiare le ore di entrata/uscita dal quadro, senza modificarle;
- 6) Togliere la parte del disegno che, dopo il ribaltamento, rimane sopra la linea-orizzonte.

Si noti, tra l'altro, che così facendo:

- il senso di rotazione delle ore si inverte, come si comprende anche osservando che il segno della  $\epsilon$  è cambiato (Vds. par. 18);
- l'aspetto generale del quadrante speculare normalmente rimane completamente



3. 94



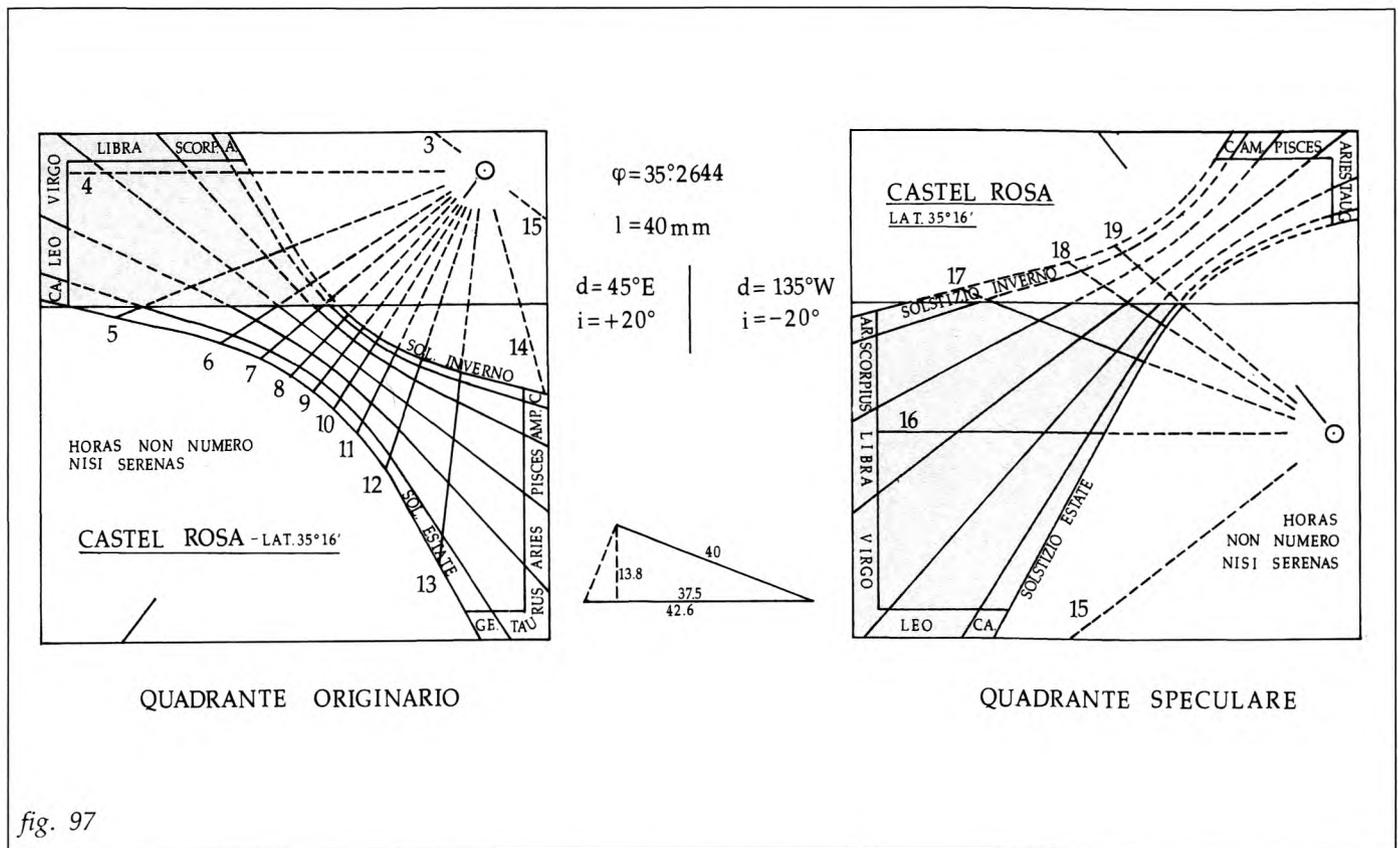
alterato rispetto a quello originario, soprattutto a causa dello spostamento dell'orizzonte;

- il periodo di illuminazione va riesaminato con attenzione, perché può riservare sorprese.

Ottenuto il disegno speculare, esso può essere spostato come si vuole sulla sua faccia del poliedro o sulla superficie piana su cui va sistemato, allo scopo di meglio assecondare scorniciature, criteri estetici, ecc. In effetti il disegno ottenuto non è legato a quello originario, e ciò significa che il ribaltamento indicato come "intorno alla orizzontale per O" può essere fatto invece intorno ad una qualsiasi orizzontale, secondo come più conveniente.

A titolo di esempio riportiamo in figura 97 due quadranti speculari, dei quali quello originario è ancora eguale a quello riportato nella figura 80, par. 47. Ovviamente la scorniciatura del quadro speculare è stata spostata rispetto a quella originaria.

Prima di chiudere questo argomento vogliamo approfondire il rapporto tra due quadri speculari agli effetti dell'illuminazione, aspetto che presenta alcuni spunti di interesse.



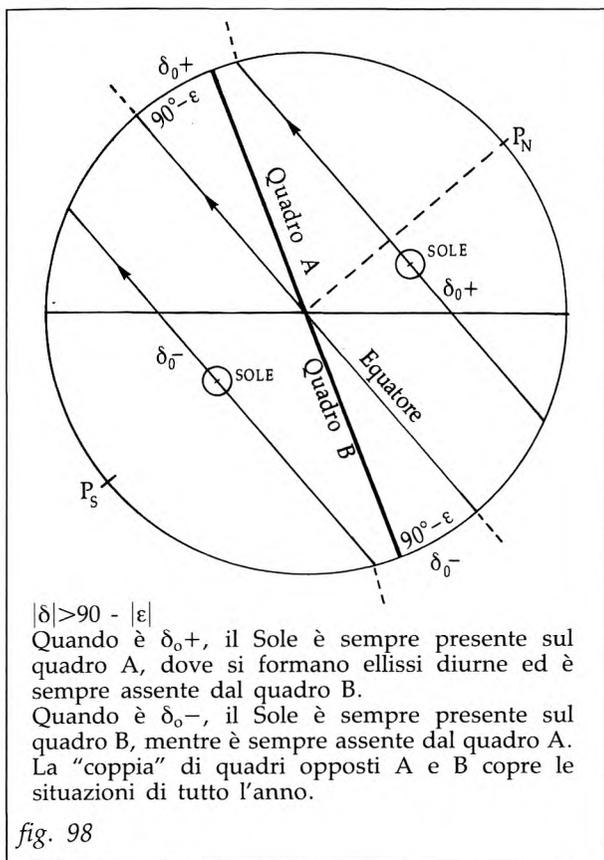
Poiché su due quadri speculari le ore di entrata e uscita sono scambiate, la presenza del Sole sul complesso dei due quadranti è continua per tutte le 24 ore della giornata; in tale periodo è quindi certamente compreso tutto l'arco diurno del Sole dal sorgere al tramonto. Ciò significa che con una coppia di quadranti speculari simultaneamente in funzione si sfrutta sempre tutto l'arco diurno astronomico del Sole.

Ad esempio nella figura 97, nei giorni equinoziali il Sole è presente sui due quadri speculari A e B durante tutte le 12 ore dell'arco diurno; per le prime 9 ore, dalle 6<sup>h</sup> alle 15<sup>h</sup>, è sul quadro A e per le restanti 3 ore, dalle 15<sup>h</sup> alle 18<sup>h</sup>, è sul quadro B, transitando alle 15<sup>h</sup> da A a B.

Tale conclusione si estende anche ai casi in cui alcune delle coniche siano ellissi, casi cioè in cui, come si è visto, sia  $|\varepsilon| + |\delta| > 90^\circ$ . In queste circostanze nei periodi di tempo in cui le  $\delta$  siano eguali e di segno contrario a quelle che rendono il Sole "sempre presente" sul quadro, il Sole resta "sempre assente" dal quadro, togliendo validità a quel quadro per quei periodi di tempo (65). Però, poiché quando il Sole è "sempre assente" da un quadro è "sempre presente" sul quadro speculare opposto (fig. 98), la duplicazione del "quadrante con ellissi" con il suo opposto speculare consente di dar validità all'orologio per tutta la durata dell'anno.

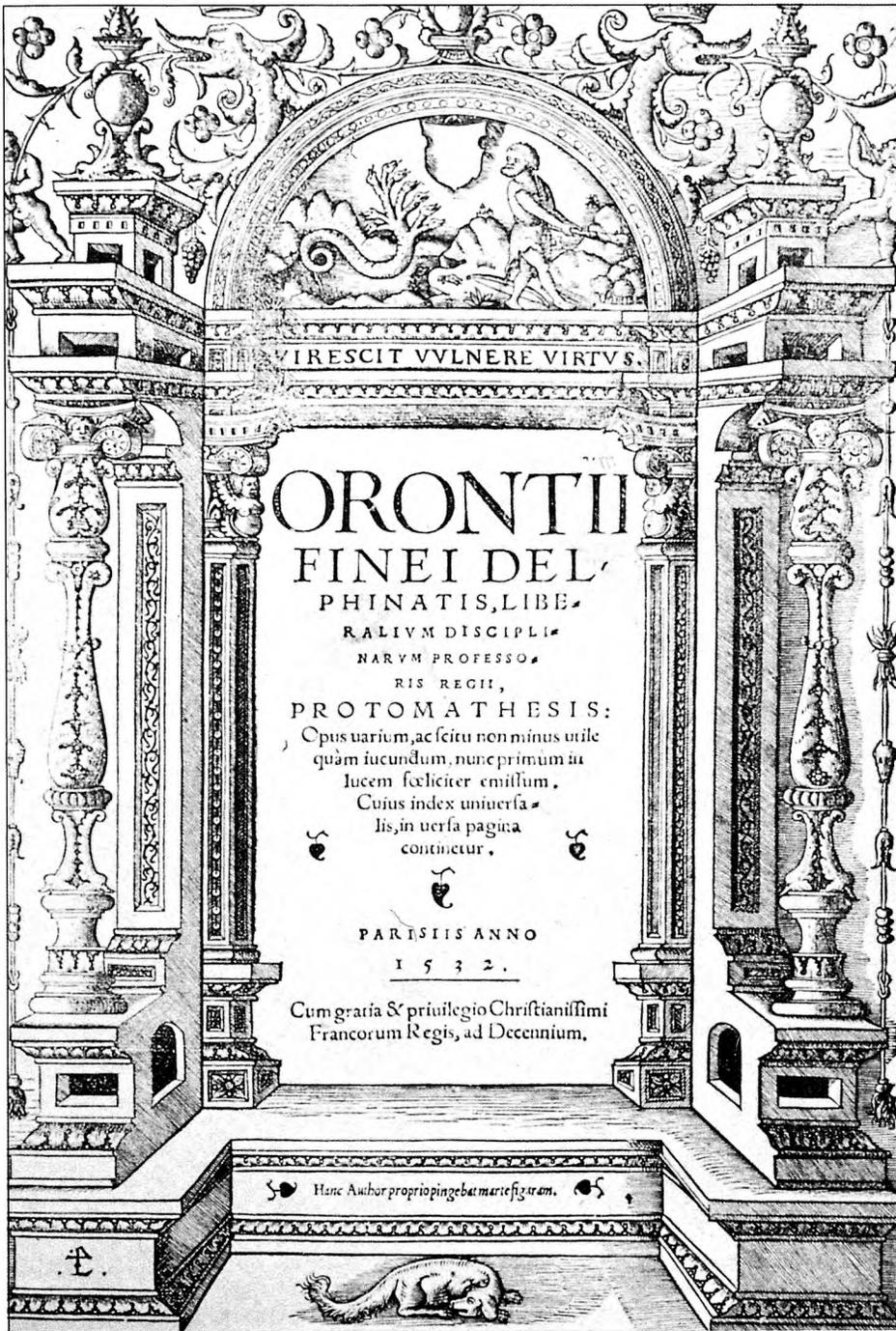
Possiamo concludere affermando che una coppia di quadranti speculari rappresenta l'orologio solare completo, nel senso che sfrutta al massimo la presenza del Sole sull'orizzonte utilizzando tutto il suo arco diurno in tutti i giorni dell'anno.

Va peraltro notato che in questo orologio, formato con due quadranti piani opposti accoppiati, il funzionamento "calendariale" (curve diurne) viene a mancare quando il Sole si avvicina al cambio di quadrante, poiché in tale situazione l'ombra dell'estremo dello stilo tende all'infinito (66).



(65) Vds. anche il cap. IX relativo alle coniche diurne.

(66) Per ovviare a questo inconveniente si sono costruiti quadranti su superfici concave (Vds. cap. XXII) ovvero si sono escogitate altre soluzioni, di cui si fa cenno nel par. "Orologi equinoziali".



17, Frontespizio del famoso trattato scientifico in latino del francese Orontio Fineo del Delfinato "Protomathesis" (1532); l'opera comprende anche un'ampia trattazione su "Gli Oriuoli et Quadranti a Sole" che fu pubblicata dal Franceschi di Venezia nel 1587 (bibl. n. 26).



18

18, Orologio su vetrata dipinto nel 1612 a Zurigo da Cristoph Murer per un suo fratello cartografo. Lo stilo, esterno alla finestra, marca le ore in quattro sistemi orari (civile, italiano, babilonese, temporario); sulla sottostante carta geografica l'ombra dello stilo indica i luoghi nei quali in quel momento è mezzogiorno.



CAP. XIV - GLI OROLOGI SOLARI PIÙ COMUNI:  
 OROLOGI ORIZZONTALI, VERTICALI, EQUINOZIALI, POLARI

**59) Generalità**

Con i concetti di trasparenza, riflessione, simmetria e specularità abbiamo completato l'esame degli orologi solari in generale, cioè con il quadrante orientato in qualsiasi modo.

All'atto pratico il quadrante "comunque orientato" non è molto comune; assai più frequenti sono gli orologi solari con orientamento particolare, nei quali si possono avere alcune semplificazioni nei concetti e nelle formule, e quindi nel processo di pianificazione, calcolo e disegno. Tra questi casi particolari scegliamo per un esame dettagliato i tre più comuni:

- l'orologio orizzontale ( $i = 90^\circ$ );
- l'orologio verticale ( $i = 0^\circ$ ), declinante e non declinante;
- l'orologio equinoziale ( $i = \varphi$ ,  $d = 180^\circ$  ovvero  $i = -\varphi$ ,  $d = 0^\circ$ ).

A questi poi aggiungiamo un quarto tipo, anch'esso piuttosto elementare:

- l'orologio polare ( $\varepsilon = 0^\circ$ )

perché alcune delle formule generali vengono meno in questo caso e occorre quindi farne un esame specifico.

**60) L'orologio solare orizzontale ( $i = 90^\circ$ )**

È il tipico orologio solare "da giardino"; quadranti orizzontali si incontrano di frequente anche negli orologi poliedrici, sia portatili che fissi.

Questo tipo presenta due qualità interessanti e vantaggiose:

- nei riguardi della costruzione, non richiede l'ispezione del luogo per accertare la declinazione gnomonica ed eventualmente l'inclinazione del piano su cui lo strumento dovrà essere sistemato o realizzato;
- nei riguardi dell'uso è il quadrante che, a parità di latitudine, offre la maggior durata di illuminazione e sfrutta nel miglior modo tutto l'arco diurno del Sole nel corso di tutto l'anno.

Se consideriamo la teoria generale esposta in precedenza, inserendo il valore  $90^\circ$  per l'inclinazione  $i$  ricaviamo che nell'orologio orizzontale:

- la declinazione gnomonica  $d$  è indefinita;
- la verticale  $v$  non è definibile e l'orizzonte va all'infinito;
- l'elevazione dello stilo  $\varepsilon$  è eguale alla latitudine  $\varphi$ , ed è sempre positiva;
- sustilare e meridiana coincidono sull'asse di simmetria;
- illuminazione sull'orizzonte e sul quadro coincidono, e la durata d'accensione è pari all'arco diurno.

Quanto alle coniche diurne, ricordando la condizione  $|\varepsilon| \leq 90^\circ - |\delta|$ , che in questo caso diviene  $\varphi \leq 90^\circ - |\delta|$ , si vede che nelle latitudini al disotto del circolo polare artico, che sono le più comuni, le curve sono tutte iperboli; inoltre, poiché la  $\varepsilon$  è sempre positiva, le iperboli estive si trovano sempre dalla parte dello stilo e quelle invernali dalla parte opposta allo stilo.

Quanto alle formule, le maggiori semplificazioni si hanno per l'elevazione  $\varepsilon$ , per l'angolo sustilare  $\sigma$  e per l'ora sustilare  $t_{\sigma}$  poiché in questo tipo di quadranti si ha:

$$\begin{aligned}\varepsilon &= \varphi \\ \sigma &= 180^{\circ} \\ t_{\sigma} &= 12^{\text{h}};\end{aligned}$$

in tutte le altre formule la latitudine  $\varphi$  sostituisce l'elevazione  $\varepsilon$ . Poiché il disegno è simmetrico rispetto alla meridiana (ora  $12^{\text{h}}$ ), basta calcolare metà del fascio orario (67). Le formule per l'illuminazione sul quadro e sull'orizzonte sono fra loro identiche. Le ore limiti si hanno al solstizio estivo.

Per illustrare in pratica le semplificazioni che si ottengono in questo caso e l'aspetto che presenta l'orologio orizzontale, riportiamo di seguito tre esempi di calcolo e disegno.

– 1° Esempio

Un orologio orizzontale per la latitudine  $40^{\circ}00'N$  (Gallipoli), nel sistema orario vero locale, con le sette iperboli diurne zodiacali.

– 2° Esempio

Un orologio orizzontale per la latitudine  $36^{\circ}48'N$  (Pantelleria), nel sistema orario vero locale, senza iperboli diurne; si noti come il calcolo di questo quadrante risulti semplice e speditivo, e come la scorniciatura e la presentazione del disegno rendano questo orologio essenziale particolarmente elegante.

– 3° Esempio

Un orologio orizzontale calcolato per una latitudine molto elevata ( $74^{\circ}N$ ), in modo da evidenziare la coesistenza sullo stesso quadro di coniche diurne di vario tipo (iperboli, parabole, ellissi).

**1° ESEMPIO DI CALCOLO E DISEGNO  
DI UN OROLOGIO ORIZZONTALE  
Con 7 iperboli diurne zodiacali - Tempo vero locale**

**DATI**

Località:	Gallipoli
Latitudine:	$\varphi = 40^{\circ}.0N$
Lunghezza stilo:	$l = 40 \text{ mm}$

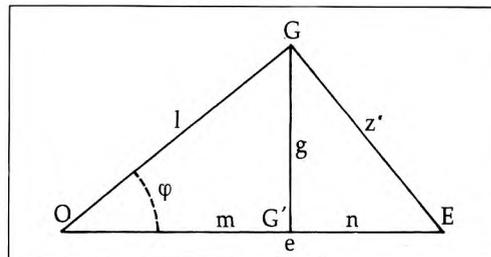
**ELEMENTI DI BASE**

Elevazione stilo:	$\varepsilon = \varphi = +40^{\circ}.0$
Angolo sustilare:	$\sigma = 180^{\circ}$
Ora sustilare:	$t_{\sigma} = 12^{\text{h}}$

(67) A meno che nel calcolo si inserisca la correzione-fuso  $c_f$ .

**TRIANGOLO STILARE**

Sottostilo:	$m = l \cos \varphi$	= 30.6
	$n = l \sin \varphi \operatorname{tg} \varphi$	= 21.6
Equinoziale:	$e = l / \cos \varphi$	= 52.2
Ortostilo:	$g = l \sin \varphi$	= 25.7
	$z = l \operatorname{tg} \varphi$	= 33.6
Stilo:	$l$	= 40.0

**ILLUMINAZIONE MASSIMA**

Arco semidiurno:	$\cos \alpha = -\operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \delta;$	$\alpha = 7^{\text{h}}.4$
Ore limiti:	$t_{S-T} = 12 \pm \alpha$	$= 4^{\text{h}}.6 \div 19^{\text{h}}.4$

**SEMIRETTE ORARIE (passo di 1<sup>h</sup>) (68)**

t	t°	$\Delta t$ (t-180°)	$\omega$ ( $\operatorname{tg} \omega = \operatorname{tg} \Delta t \operatorname{sen} \varphi$ )	Intercetti I	
4 <sup>h</sup>	60°	-120°	-131°.9301	-71.9	B
5	75	-105	-112.6291	-33.3	
6	90	-90	-90	0	
7	105	-75	-67.3709	+33.3	
8	120	-60	-48.0699	+71.9	
9	135	-45	-32.7324	-51.4	A
10	150	-30	-20.3606	-29.7	
11	165	-15	-9.7724	-13.8	

B: laterale su  $D' = 80$  mm;  $I = -D' / \operatorname{tg} \omega$

A: in basso su  $D = 80$  mm;  $I = D \operatorname{tg} \omega$

**CONICHE DIURNE**

Tipo delle coniche: tutte iperboli perché è sempre  $|\varepsilon| + |\delta| < 90^\circ$ .

Elementi di base

$$B_s = l \cos \delta / \cos (\varphi - \delta); \quad \cos \eta = \operatorname{sen} \delta / \cos \varphi; \quad c = (B_{s2} + B_{s1}) / 2; \quad a = (B_{s2} - B_{s1}) / 2; \quad b = a \operatorname{tg} \eta$$

$\delta$	+23°.5	+20°	+11°.5	0°	-11°.5	-20°	-23°.5
$\varphi - \delta$	+16°.5	+20°.0	+28°.5	+40°.0	+51°.5	+60°.0	+63°.5
Ombre sustilari $B_s$	38.2579	40.0000	44.6020	52.2163	62.9656	75.1754	82.2111
Centri $c$	60.2	57.6	53.8	52.2			
$\Delta c$	8.0	5.4	1.6				
Asintoti $\eta$	58.6322	63.4822	74.9147				
Parametro $a$	21.9766	17.5877	9.1818				
Parametro $b$	36.0490	35.2480	34.0640				

(68) Le ore pomeridiane non vengono calcolate perché sono simmetriche di quelle antimeridiane rispetto alla sustilare-meridiana.

Punti iperboli (calcolo delle x)

$$x = \frac{a}{b} \sqrt{b^2 + y^2} \pm \Delta c$$

		x riferiti all'asse			x riferiti all'equinoziale						
y \ δ	δ	±23°.5	±20°	±11°.5	+23°.5	+20°	+11°.5	-11°.5	-20°	-23°.5	δ
					(-8.0)	(-5.4)	(-1.6)	(+1.6)	(+5.4)	(+8.0)	Δc
0		22.0	17.6	9.2	14.0	12.2	7.6	10.8	23.0	30.0	
10		22.8	18.3	9.6	14.8	12.9	8.0	11.2	23.7	30.8	
20		25.1	20.2	10.6	17.1	14.8	9.0	12.2	25.6	33.1	
30		28.6	23.1	12.2	20.6	17.7	10.6	13.8	28.5	36.6	
50		37.6	30.5	16.3	29.6	25.1	14.7	17.9	35.9	45.6	
70		48.0	39.1	21.0	40.0	33.7	19.4	22.6	44.5	56.0	
90		59.1	48.2	25.9	51.1	42.8	24.3	27.5	53.6	67.1	

DISEGNO: figura 99

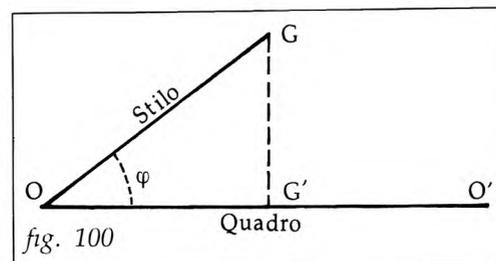
### 2° ESEMPIO DI CALCOLO E DISEGNO DI UN OROLOGIO ORIZZONTALE Senza iperboli diurne - Tempo vero locale

**DATI**

Località: Pantelleria  
 Latitudine:  $\varphi = 36^\circ 48' N = 36^\circ.8N$   
 Lunghezza stilo: indifferente (69)

**ELEMENTI DI BASE**

Elevazione stilo:  $\varepsilon = \varphi = +36^\circ.8$   
 Angolo sustilare:  $\sigma = 180^\circ$   
 Ora sustilare:  $t_\sigma = 12^h$



**ILLUMINAZIONE MASSIMA**

Arco semidiurno:  $\cos \alpha = -\text{tg } \varphi \text{ tg } \delta; \alpha = 7^h.3$   
 Ore limiti:  $t_{S-T} = 12 \pm \alpha = 4^h.7 \div 19^h.3$   
 Si stabilisce di calcolare le ore da  $6^h$  a  $18^h$ .

(69) Si suggerisce una lunghezza di stilo tale che porti il punto G' in prossimità del centro del quadro (fig. 100).

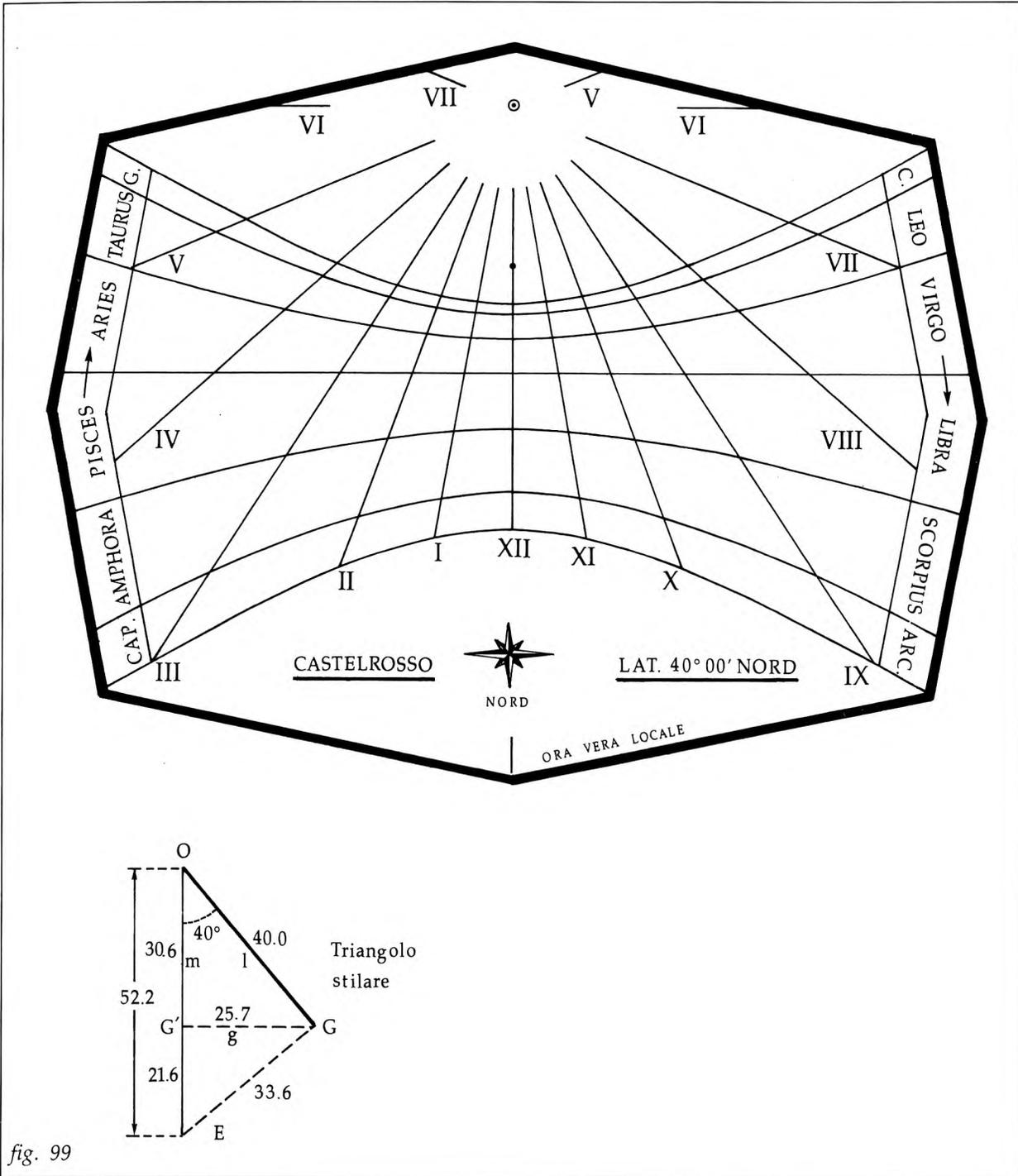


fig. 99

**SEMIRETTE ORARIE (70) (passo di mezz'ora)**

t	t°	$\Delta t$ (t-180°)	$\omega$ (tg $\omega = \text{tg } \Delta t \text{ sen } \varphi$ )	Intercetti I	
6 <sup>h</sup>	90°	-90°	-90°	0	B
6.5	97.5	-82.5	-77.6047	+44.0	
7	105	-75	-65.9006	+89.5	
7.5	112.5	-67.5	-55.3369	+138.3	
8	120	-60	-46.0555	+192.8	
8.5	127.5	-52.5	-37.9778	-156.1	A
9	135	-45	-30.9226	-119.8	
9.5	142.5	-37.5	-24.6857	-91.9	
10	150	-30	-19.0778	-69.2	
10.5	157.5	-22.5	-13.9350	-49.6	
11	165	-15	-9.1186	-32.1	
11.5	172.5	-7.5	-4.5092	-15.8	

B: laterale su  $D' = 200 \text{ mm}$ ;  $I = -D'/\text{tg } \omega$   
 A: in basso su  $D = 200 \text{ mm}$ ;  $I = D \text{ tg } \omega$

**DISEGNO:** figura 101

**3° ESEMPIO DI CALCOLO E DISEGNO  
 DI UN OROLOGIO ORIZZONTALE  
 Con iperboli, parabola, ellissi - Tempo vero locale**

**DATI**

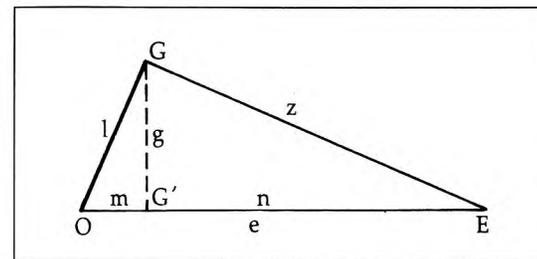
Latitudine:  $\varphi = 74^\circ.0N$   
 Lunghezza stilo:  $l = 12 \text{ mm}$

**ELEMENTI DI BASE**

Elevazione stilo:  $\varepsilon = \varphi = +74^\circ.0$   
 Angolo sustilare:  $\sigma = 180^\circ$   
 Ora sustilare:  $t_\sigma = 12^h$

**TRIANGOLO STILARE**

$l = 12.00$   
 $m = l \cos \varphi = 3.31$   
 $n = l \text{ sen } \varphi \text{ tg } \varphi = 40.23$   
 $e = l/\cos \varphi = 43.54$   
 $g = l \text{ sen } \varphi = 11.54$   
 $z = l \text{ tg } \varphi = 41.85$



(70) Le ore pomeridiane non vengono calcolate perché sono simmetriche di quelle antimeridiane rispetto alla sustilare-meridiana.



fig. 101

**ILLUMINAZIONE**

Le declinazioni  $\delta$  di "sempre presenza" e di "sempre assenza" del Sole sul quadro sono delimitate dalle  $\delta = \pm(90^\circ - \varphi) = \pm 16^\circ$ .

Si calcola l'illuminazione per le declinazioni:

$$\delta = 0^\circ, \pm 11^\circ.5, \pm 16^\circ, +20^\circ, +23^\circ.5.$$

$\delta$	$-16^\circ$	$-11^\circ.5$	$0^\circ$	$+11^\circ.5$	$+16^\circ$	$+20^\circ$	$+23^\circ.5$
Arco semidiurno $\alpha = \alpha'$	0 <sup>h</sup>	3 <sup>h</sup> .0	6 <sup>h</sup> .0	9 <sup>h</sup> .0	12 <sup>h</sup>	12 <sup>h</sup>	12 <sup>h</sup>
Inizio illuminazione	12 <sup>h</sup>	9 <sup>h</sup> .0	6 <sup>h</sup> .0	3 <sup>h</sup> .0	} sempre presente {		
Fine illuminazione	12 <sup>h</sup>	15 <sup>h</sup> .0	18 <sup>h</sup> .0	21 <sup>h</sup> .0			

Ore limiti: 0<sup>h</sup>-24<sup>h</sup>

**SEMIRETTE ORARIE** (passo di 1<sup>h</sup> - ore limiti 0<sup>h</sup> - 24<sup>h</sup>)

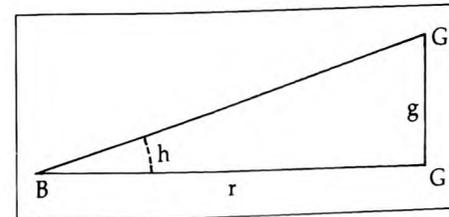
t	t°	$\Delta t$ (t-180°)	$\omega$ (tg $\omega = \text{tg } \Delta t \text{ sen } \varphi$ )	Intercetti I	
6 <sup>h</sup>	90°	-90°	-90°	0	B
7	105	-75	-74.4243	+27.9	
8	120	-60	-59.0103	+60.1	
9	135	-45	-43.8685	-96.1	A
10	150	-30	-29.0296	-55.5	
11	165	-15	-14.4437	-25.8	
12	180	0	0	0	

A:  $I = D \text{ tg } \omega$ ;    B:  $I = -D/\text{tg } \omega$ ;    D = 100

- Le ore da 12 a 18 non si calcolano perché sono simmetriche alle ore da 6 a 12.
- Le ore da 18 a 24 e da 0 a 6 non si calcolano perché le orarie corrispondenti sono opposte a quelle che differiscono di 12 ore.

**CERCHI DI EGUALE ALTEZZA** ( $r = g/\text{tg } h$ )

Altezza h	7°.5	15°	22°.5	30°	37°.5
Raggio da G' r	87.6	43.0	27.8	20.0	15.0


**TIPI DELLE CONICHE DIURNE**

- Iperboli, per  $|\varphi| + |\delta| < 90^\circ$ , cioè per  $\delta$  maggiore di  $-16^\circ$  e minore di  $+16^\circ$ .
- Retta, per  $\delta = 0^\circ$ .
- Parabola, per  $|\varphi| + |\delta| = 90^\circ$  ( $\varphi$  e  $\delta$  dello stesso segno), cioè per  $\delta = +16^\circ$ .
- Ellissi, per  $|\varphi| + |\delta| > 90^\circ$  ( $\varphi$  e  $\delta$  dello stesso segno), cioè per  $\delta > +16^\circ$ .

Si decide di riportare:

- la retta  $\delta = 0^\circ$  (zodiacale)
- l'iperbole  $\delta = +11^\circ.5$  (zodiacale)
- la parabola  $\delta = +16^\circ$  (limite giorno continuo)
- le ellissi  $\delta = +20^\circ$  e  $\delta = +23^\circ.5$  (zodiacali).

**IPERBOLE** ( $\delta = 0^\circ, +11^\circ.5$ )

Elementi di base					Punti iperb.	
	$\delta$	$+11^\circ.5$	$0^\circ$	$-11^\circ.5$	$\delta$	$+11^\circ.5$
$\varphi - \delta$		$62^\circ.5$	$74^\circ$	$85^\circ.5$	y	
Ombre sust. $B_s$		25.4644	43.5355	149.8755	0	62.2
Centri c		87.7	43.5		10	63.1
$\Delta c$		44.2			20	65.6
Asintoti $\eta$		43.6726			30	69.7
Parametro a		62.2045			50	81.3
Parametro b		59.3870			70	96.2
					100	121.8

**PARABOLA** ( $\delta = +16^\circ$ )

Vertice V (distanza da O):  $B_s = 21.8$

Punti parabola:

x	0	10	20	40	60	100
y $\pm$	0	28.4	40.1	56.7	69.5	89.7

**ELLISSI** ( $\delta = +20^\circ, +23^\circ.5$ )

Elementi di base

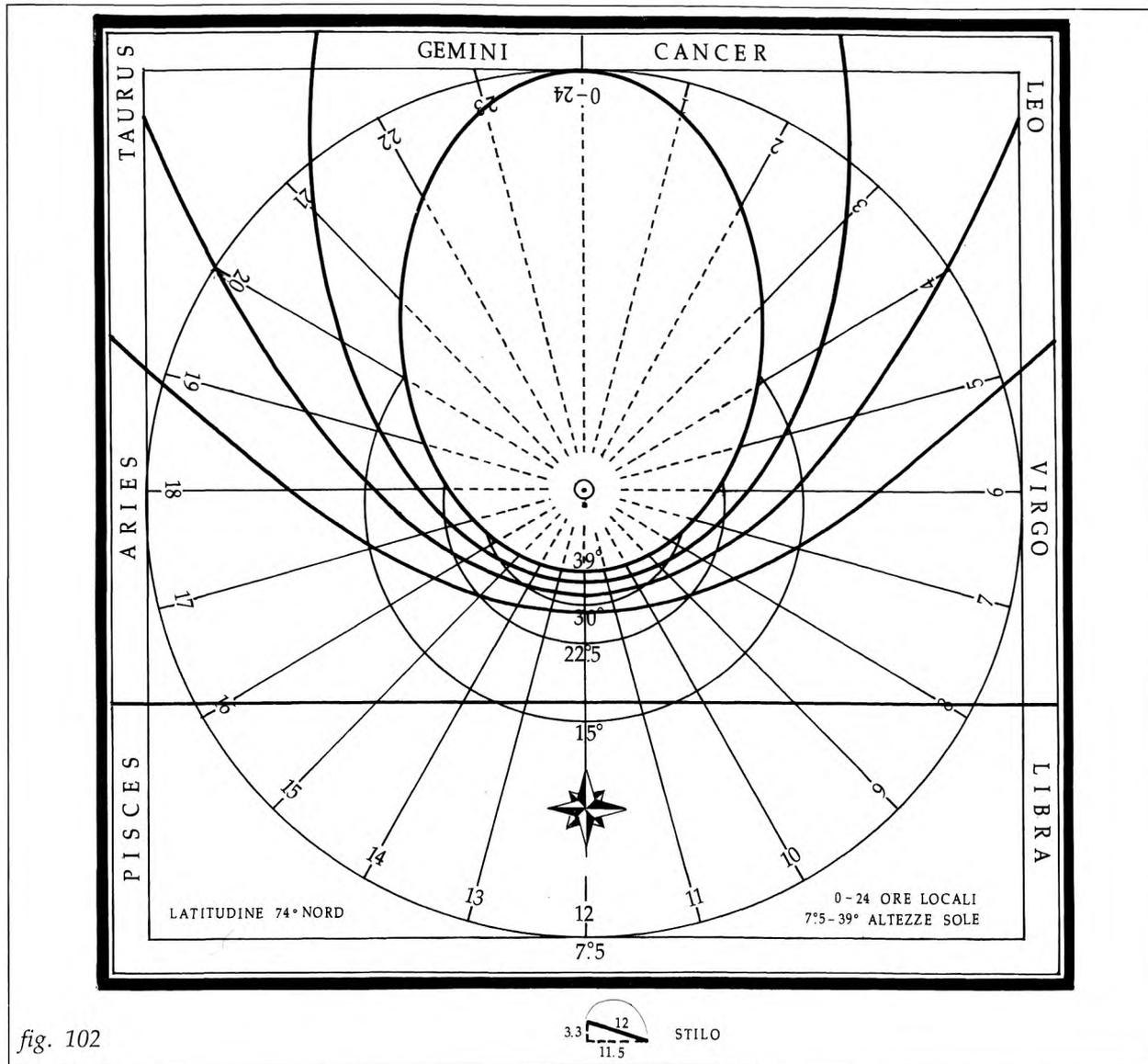
$\delta$	$\varphi + \delta$	$\varphi - \delta$	Vertici		Centro c	Semiassi	
			$B_s$	$B_s$		a	b
$+20^\circ$	$94^\circ$	$54^\circ$	161.6525	19.1844	71.2	90.4184	53.5290
$+23^\circ.5$	$97^\circ.5$	$50^\circ.5$	84.3104	17.3009	33.5	50.8056	36.7127

Punti ellissi

$\delta = +20^\circ$	x	0	20	40	60	80	85
	y	53.5	52.2	48.0	40.0	24.9	18.3

$\delta = +23^\circ.5$	x	0	10	20	30	40	45
	y	36.7	36.0	33.7	29.6	22.6	17.0

**DISEGNO:** figura 102



**61) L'orologio solare verticale ( $i = 0^\circ$ ), declinante e non declinante.  
Formule alternative (71).**

È questo il classico orologio solare da muro ed è certamente il più comune, o quanto meno quello più conosciuto; in effetti quando tra il pubblico si parla di "meridiana"

(71) Escludiamo per ora dall'esame degli orologi verticali quelli con declinazione gnomonica  $d = 90^\circ$ , poiché in tal caso è anche  $\epsilon = 0^\circ$  (orologio polare) e si è visto che in questa situazione non tutte le formule trovate sono valide. Il caso "polare" sarà trattato a parte, in seguito.

generalmente si pensa appunto a questo tipo di orologio, collocato sul muro di un edificio.

Se consideriamo la teoria generale esposta in precedenza, inserendo il valore  $0^\circ$  per l'inclinazione  $i$  si ottengono le caratteristiche principali di questo tipo:

- l'elevazione  $\varepsilon$  è negativa quando la declinazione gnomonica  $d$  è  $< 90^\circ$ , è positiva quando  $d$  è  $> 90^\circ$ ;
- la linea meridiana è sempre verticale, e quindi forma con lo stilo (asse polare) un angolo eguale alla colatitudine  $90^\circ - \varphi$ ;
- l'ortostilo è sempre orizzontale;
- l'orizzonte passa sempre per la proiezione  $G'$  del punto gnomonico  $G$  e base dell'ortostilo.

Nel caso in cui il quadro oltre che verticale sia anche "diretto" (cioè non declinante, rivolto esattamente a Sud o a Nord,  $d = 0^\circ$  ovvero  $d = 180^\circ$ ) (72), a queste caratteristiche dobbiamo ancora aggiungere che:

- la sustilare è verticale e coincide con la meridiana, che diviene asse di simmetria;
- la linea equinoziale è orizzontale (sotto l'orizzonte per  $d = 0^\circ$ , sopra l'orizzonte per  $d = 180^\circ$ );
- l'elevazione  $\varepsilon$  è eguale alla colatitudine  $90^\circ - \varphi$ , e in particolare è  $\varepsilon = -(90^\circ - \varphi)$  quando  $d = 0^\circ$  e  $\varepsilon = +(90^\circ - \varphi)$  quando  $d = 180^\circ$ .

Per quanto riguarda le coniche diurne, la formula dell' $\varepsilon$  indica che il massimo possibile valore di  $\varepsilon$  è  $(90^\circ - \varphi)$ , e in tal caso la condizione  $|\varepsilon| < 90^\circ - |\delta|$  perché le coniche diurne siano iperboli diviene  $\varphi > |\delta|$ ; ciò significa che anche in questo caso nelle latitudini più comuni le coniche diurne sono sempre iperboli, facendosi eccezione per le latitudini tropicali al disotto del tropico del Cancro.

Si ha inoltre che quando  $d < 90^\circ$  (casi più comuni) le iperboli invernali sono dalla parte dello stilo, mentre quando  $d > 90^\circ$  (casi meno frequenti) dalla parte dello stilo si trovano le iperboli estive.

Riassumendo in immagini indicative le caratteristiche degli orologi solari verticali nelle varie situazioni, si ottengono gli schemi delle figure 103a e 103b rispettivamente per i casi con  $d$  minore e maggiore di  $90^\circ$  (il triangolo stilare è, come sempre, ribaltato di  $90^\circ$  sul quadro).

Si noti come nella seconda terna di situazioni ( $d > 90^\circ$ ) la posizione rovesciata del centro  $O$  dell'orologio e il conseguente abbassamento dell'orizzonte riducano sensibilmente la zona utile del quadrante, come d'altronde era intuitivo.

Si noti inoltre che, in linea di principio, i quadranti A-C e D-F sono simmetrici, mentre i quadranti A-F, B-E, C-D sono speculari.

Quanto alle formule, le semplificazioni derivanti dalla verticalità del quadrante appaiono evidenti quando nella teoria generale si ponga  $i = 0^\circ$ ; in particolare agli effetti delle regole,  $K_1$  e  $K_2$  sono sempre 0.

Una serie di *formule alternative* per il calcolo dei tre elementi fondamentali  $\varepsilon$ ,  $\sigma$ ,  $P_{\sigma}$ , da usare nel caso di quadranti verticali, si può ricavare risolvendo il triangolo  $ZAP_N$  (fig. 104) in cui, al solito,  $A$  è il polo del quadro.

(72) È un caso che può essere frequente negli orologi solari portatili, come i poliedrici e i dittici, non certo in quelli fissi murali.

DECLINAZIONE GNOMONICA d MINORE DI 90°

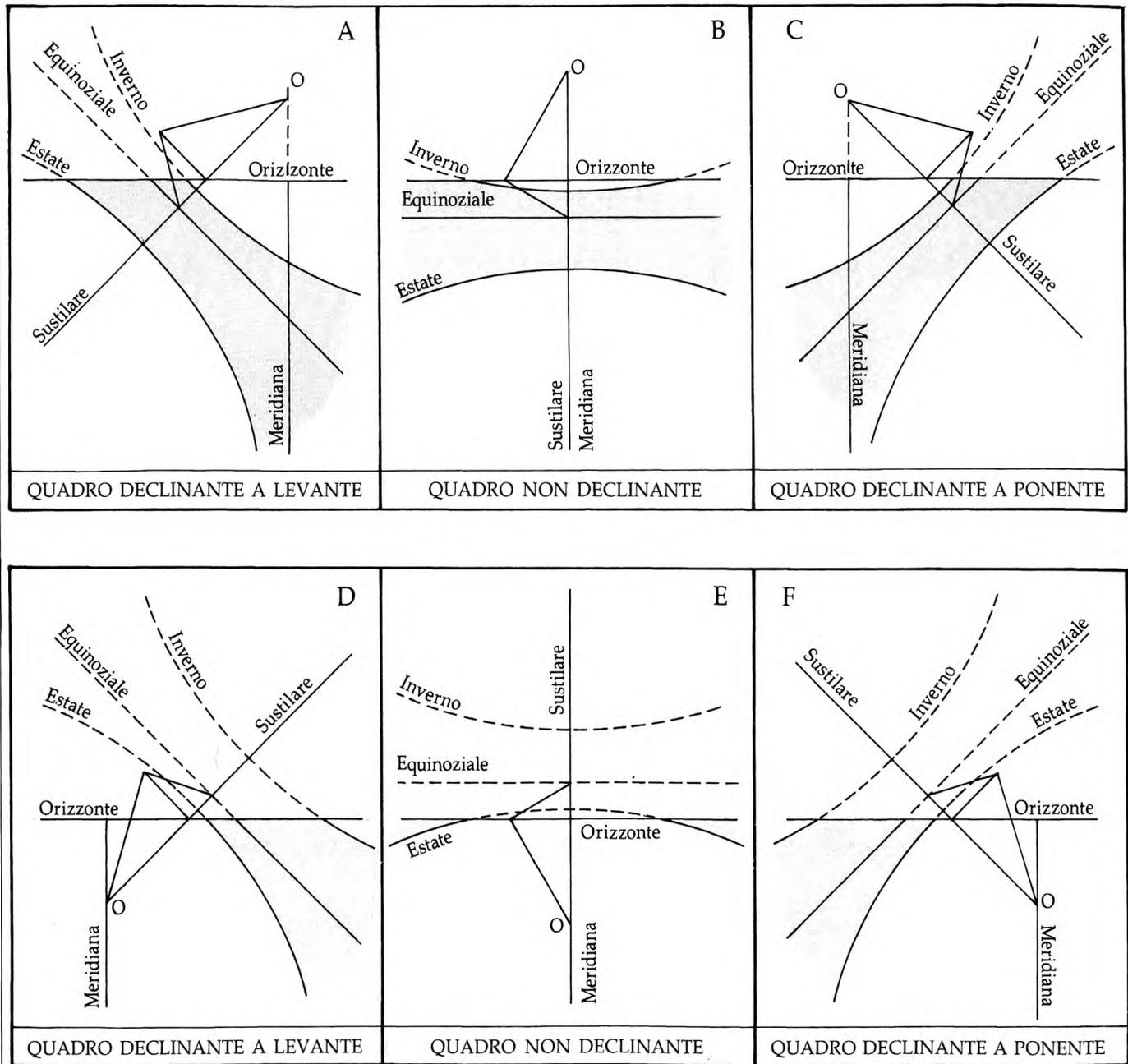
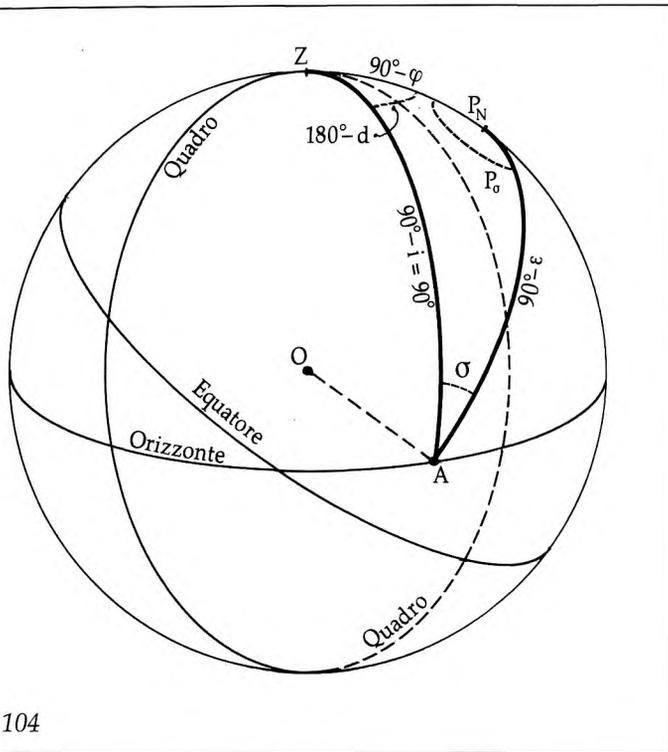


fig. 103



In questo caso il triangolo presenta il lato ZA eguale a  $90^\circ$ , e da esso, dati  $\varphi$  e  $\delta$ , si ottiene (73):

$$\begin{aligned} \text{sen } \varepsilon &= -\cos \varphi \cos d \\ \text{tg } \sigma &= \text{ctg } \varphi \text{ sen } d \\ \text{ctg } P_0 &= \text{sen } \varphi \text{ ctg } d \end{aligned}$$

con le regole, ricavabili da quelle generali, di fare:

$$\begin{aligned} \sigma' &= 180^\circ + \sigma \text{ se } \varepsilon \text{ è negativo;} \\ P'_0 &= 180^\circ + P_0 \text{ se } d \text{ è } > 90^\circ \text{ (74).} \end{aligned}$$

Queste formule alternative, proposte anche da altri autori, presentano un lieve vantaggio di semplicità rispetto a quelle generali, nonché il vantaggio tecnico di fornire le incognite  $\sigma$  e  $P_0$  direttamente in funzione dei dati  $\varphi$  e  $\delta$ , senza passare attraverso l'altra incognita  $\varepsilon$ .

Le formule alternative per gli orologi verticali sono impiegate nell'esempio n. 3.

Naturalmente anche negli orologi verticali le linee orarie possono essere spostate di tanto quanto è la correzione-fuso  $c_f$  per far

segnare all'orologio l'ora-fuso anziché l'ora locale, e la lemniscata del tempo medio può essere sovrapposta alla linea meridiana per avere l'indicazione del tempo medio. Inutile dire che se nel disegno si inserisce la correzione-fuso  $c_f$ , la linea oraria meridiana non risulta più verticale.

Per illustrare l'orologio solare verticale riportiamo quattro esempi di calcolo e disegno:

- 1° Esempio - Un quadrante verticale, declinante a Levante di  $47^\circ.5$ , per la latitudine  $41^\circ.9$  (Roma), nel sistema orario vero del fuso ( $c_f$  inserita), con sette iperboli zodiacali; scorniciatura è presentazione di tipo classico.
- 2° Esempio - Un quadrante verticale declinante a Ponente di  $75^\circ$ , per la latitudine di  $42^\circ.0N$  (Santa Marinella, Roma), nel sistema orario vero locale, con tre coniche solstiziali ( $0^\circ, \pm 23^\circ.5$ ); il passo orario è molto fitto, con la scala delle ore di 10 in 10 minuti. Si noti in questo esempio come, avvicinandosi la declinazione gnomonica a  $90^\circ$ , il centro dell'orologio si allontana avviandosi all'infinito, mentre lo stilo si abbassa e si allunga sensibilmente. Si noti anche l'insolita scorniciatura che appare originale e divertente.
- 3° Esempio - Un quadrante verticale declinante a Levante di  $30^\circ.0$  per la latitudine di  $46^\circ.0N$  (Trento), nel sistema orario vero locale; la presentazione è sobria ed essenziale,

(73) Vds. appendice B-VIII.

(74) Per comprendere la derivazione di questa regola da quella generale, si tenga presente che quando è  $d > 90^\circ$  il  $P_0$ , che qui è dato per tangente, viene negativo.

senza iperboli diurne né cornice; il calcolo risulta semplice e rapido, e, a titolo di esempio, impiega le formule alternative che abbiamo appena esposto.

4° Esempio - Un quadrante verticale non declinante (diretto) per la latitudine 49°.6N (Lussemburgo), nel sistema orario vero locale, con inserita la lemniscata del tempo medio per l'apprezzamento dell'ora media.

**1° ESEMPIO DI CALCOLO E DISEGNO  
DI UN OROLOGIO VERTICALE  
Con 7 iperboli diurne - Tempo vero del fuso**

**DATI**

Località:	Roma	Inclinazione:	$i = 0^\circ$ (quadro verticale)
Latitudine:	$\varphi = 41^\circ 54' N = 41^\circ.9N$	Declinazione:	$d = 47^\circ.5$ a Levante
Longitudine:	$\lambda = 12^\circ 30' E = 12^\circ.5E$	Lungh. stilo:	$l = 50$ mm

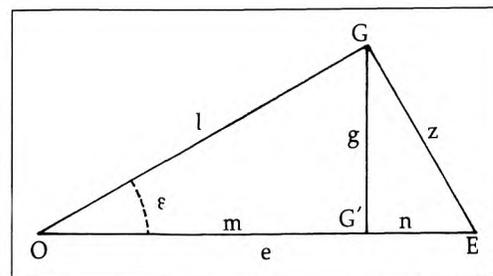
Fuso: 1 Est;  $c_f = 10^m = 2^\circ.5$  (ore-fuso maggiori delle ore locali)

**ELEMENTI DI BASE (75)**

Elevazione stilo	Angolo sustilare	Ora sustilare
$\text{sen } \varepsilon = -\cos \varphi \cos d$	$\text{sen } \sigma = \frac{\text{sen } d}{\cos \varepsilon} \cos \varphi$	$\text{sen } P_\sigma = \frac{\text{sen } d}{\cos \varepsilon}$
$\varepsilon = -30^\circ.1887$	$\sigma = 39^\circ.4103$ $\sigma' = 219^\circ.4103$ (senso orario)	$P_\sigma = 58^\circ.5352E$ $P'_\sigma = 58^\circ.5352E$ $t_p^o = 121^\circ.4648$ $t_h^o = 8^h.0977$

**TRIANGOLO STILARE (76)**

Lunghezza stilo	$l$	= 50.0
Sottostilo	$m = l \cos \varepsilon$	= 43.2
	$n = l \text{ sen } \varepsilon \text{ tg } \varepsilon$	= 14.6
Equinoziale	$e = l/\cos \varepsilon$	= 57.8
Ortostilo	$g = l \text{ sen } \varepsilon$	= 25.1
	$z = l \text{ tg } \varepsilon$	= 29.1



**ILLUMINAZIONE**

(in ore locali; per avere le ore-fuso aggiungere  $10^m$  o  $0^h.2$ )

Declinazione  $\delta_{or}$  per asintoto orizzontale:

$$|\delta_{or}| = 33^\circ.3, \text{ maggiore di } 23^\circ.5 \quad (\text{sen } \delta_{or} = \text{sen } d \cos \varphi)$$

Illuminazione (si calcola per le sette declinazioni zodiacali)

(75) La meridiana non si calcola perché è verticale ( $\mu = 180^\circ$ ).

(76) L'orizzonte non si calcola perché passa per la base dell'ortostilo G'.

$\delta$	$\alpha$	$\alpha'$	Sorgere	Entrata	Tramonto	Uscita	Durata
+23° 5'	7 <sup>h</sup> .5	5 <sup>h</sup> .0	4 <sup>h</sup> .5	3 <sup>h</sup> .1	19 <sup>h</sup> .5	13 <sup>h</sup> .1	8 <sup>h</sup> .6
+20°	7 <sup>h</sup> .3	5 <sup>h</sup> .2	4 <sup>h</sup> .7	2 <sup>h</sup> .9	19 <sup>h</sup> .3	13 <sup>h</sup> .3	8 <sup>h</sup> .6
+11° 5'	6 <sup>h</sup> .7	5 <sup>h</sup> .5	5 <sup>h</sup> .3	2 <sup>h</sup> .6	18 <sup>h</sup> .7	13 <sup>h</sup> .6	8 <sup>h</sup> .3
0°	6 <sup>h</sup>	6 <sup>h</sup>	6 <sup>h</sup>	2 <sup>h</sup> .1	18 <sup>h</sup>	14 <sup>h</sup> .1	8 <sup>h</sup> .1
-11° 5'	5 <sup>h</sup> .3	6 <sup>h</sup> .5	6 <sup>h</sup> .7	1 <sup>h</sup> .6	17 <sup>h</sup> .3	14 <sup>h</sup> .6	7 <sup>h</sup> .9
-20°	4 <sup>h</sup> .7	6 <sup>h</sup> .8	7 <sup>h</sup> .3	1 <sup>h</sup> .3	16 <sup>h</sup> .7	14 <sup>h</sup> .9	7 <sup>h</sup> .6
-23° 5'	4 <sup>h</sup> .5	7 <sup>h</sup> .0	7 <sup>h</sup> .5	1 <sup>h</sup> .1	16 <sup>h</sup> .5	15 <sup>h</sup> .1	7 <sup>h</sup> .6

Ore estreme (in ore-fuso): 4<sup>h</sup>.7 ÷ 15<sup>h</sup>.3

Si decide di calcolare le ore da 4<sup>h</sup> a 15<sup>h</sup> (ore-fuso).

**LINEE ORARIE** (passo di mezz'ora)

Ore fuso t <sup>h</sup>   t°		Ore locali t <sub>v</sub>	$\Delta t$	$\omega^\circ$	Intercetti I su D = 100	
4 <sup>h</sup>	60°	57° 5'	-63.9648	+45.8297	+102.9	A
4.5			-56.4648	+37.1879	+75.9	
5			-48.9648	+30.0170	+57.8	
5.5			-41.4648	+23.9572	+44.4	
6			-33.9648	+18.7126	+33.9	
6.5			-26.4648	+14.0538	+25.0	
7			-18.9648	+9.8039	+17.3	
7.5			-11.4648	+5.8231	+10.2	
8			-3.9648	+1.9961	+3.5	
8.5			+3.5352	-1.7794	-3.1	
9			+11.0352	-5.6008	-9.8	
9.5			+18.5352	-9.5698	-16.9	
10			+26.0352	-13.8008	-24.6	
10.5			+33.5352	-18.4319	-33.3	
11			+41.0352	-23.6372	-43.8	
11.5	+48.5352	-29.6430	-56.9			
12	+56.0352	-36.7411	-74.6			
12.5	+63.5352	-45.2883	-101.0			
13		+71.0352	-55.6518	+ 68.3	B	
13.5		+78.5352	-68.0345	+ 40.3		
14		+86.0352	-82.1522	+ 13.8		
14.5		+93.5352	-97.0042	- 12.3		
15		+101.0352	-111.1976	- 38.8		

A: in basso,  $I = D \operatorname{tg} \omega$

B: laterale,  $I = -D/\operatorname{tg} \omega$

*Nota*

Il controllo sulla meridiana non si può fare perché gli angoli  $\omega$  sono alterati dall'inserimento della correzione-fuso. Infatti lo spostamento di 10 minuti della linea oraria delle 12<sup>h</sup> la porta fuori del punto d'incontro tra l'equinoziale e l'orizzonte, che rimane inalterato.

**CONICHE DIURNE**

Tipo delle coniche: tutte iperboli perché è sempre  $|\epsilon| + |\delta| < 90^\circ$

Elementi di base

$\delta$	+23°.5	+20°	+11°.5	0°	-11°.5	-20°	-23°.5
$\epsilon - \delta$	-53.6887	-50.1887	-41.6887	-30.1887	-18.6887	-10.1887	-6.6887
Ombre sustilari $B_s$	77.4319	73.3835	65.6109	57.8453	51.7234	47.7374	46.1672
Centri $c$	61.8	60.6	58.7	57.8			
$\Delta c$	4.0	2.8	0.9				
Asintoti $\eta$	62.5280	66.6913	76.6647				
Parametro $a$	15.6323	12.8230	6.9437				
Parametro $b$	30.0652	29.7622	29.2933				

Punti iperboli

$\delta$ y	x riferiti all'asse			x riferiti all'equinoziale						$\delta$ $\Delta c$
	$\pm 23^\circ.5$	$\pm 20^\circ$	$\pm 11^\circ.5$	+23°.5 (+4.0)	+20° (+2.8)	+11°.5 (+0.9)	-11°.5 (-0.9)	-20° (-2.8)	-23°.5 (-4.0)	
0	15.6	12.8	6.9	19.6	15.6	7.8	6.0	10.0	11.6	
20	18.8	15.4	8.4	22.8	18.2	9.3	7.5	12.6	14.8	
40	26.0	21.5	11.8	30.0	24.3	12.7	10.9	18.7	22.0	
60	34.9	28.9	15.8	38.9	31.7	16.7	14.9	26.1	30.9	
90	49.3	40.8	22.4	53.3	43.6	23.3	21.5	38.0	45.3	
120	64.3	53.3	29.3	68.3	56.1	30.2	28.4	50.5	60.3	
150	79.5	65.9	36.2	83.5	68.7	37.1	35.3	63.1	75.5	

**DISEGNO:** figura 105

Nota

La linea equinoziale e la linea oraria delle VI non si incontrano sull'orizzonte perché le linee orarie sono deviate per l'inserimento della correzione-fuso.

**2° ESEMPIO DI CALCOLO E DISEGNO  
DI UN OROLOGIO VERTICALE  
Con 3 iperboli diurne - Tempo vero locale**

**DATI:**

Località: S. Marinella (Roma)  
 Latitudine:  $\varphi = 42^\circ 0' N$   
 Lunghezza stilo:  $l = 125 \text{ mm}$

Inclinazione:  $i = 0^\circ$  (quadro verticale)  
 Declinazione:  $d = 75^\circ W$

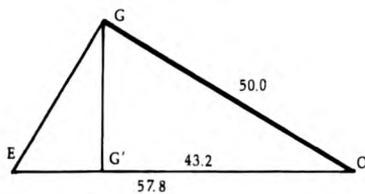
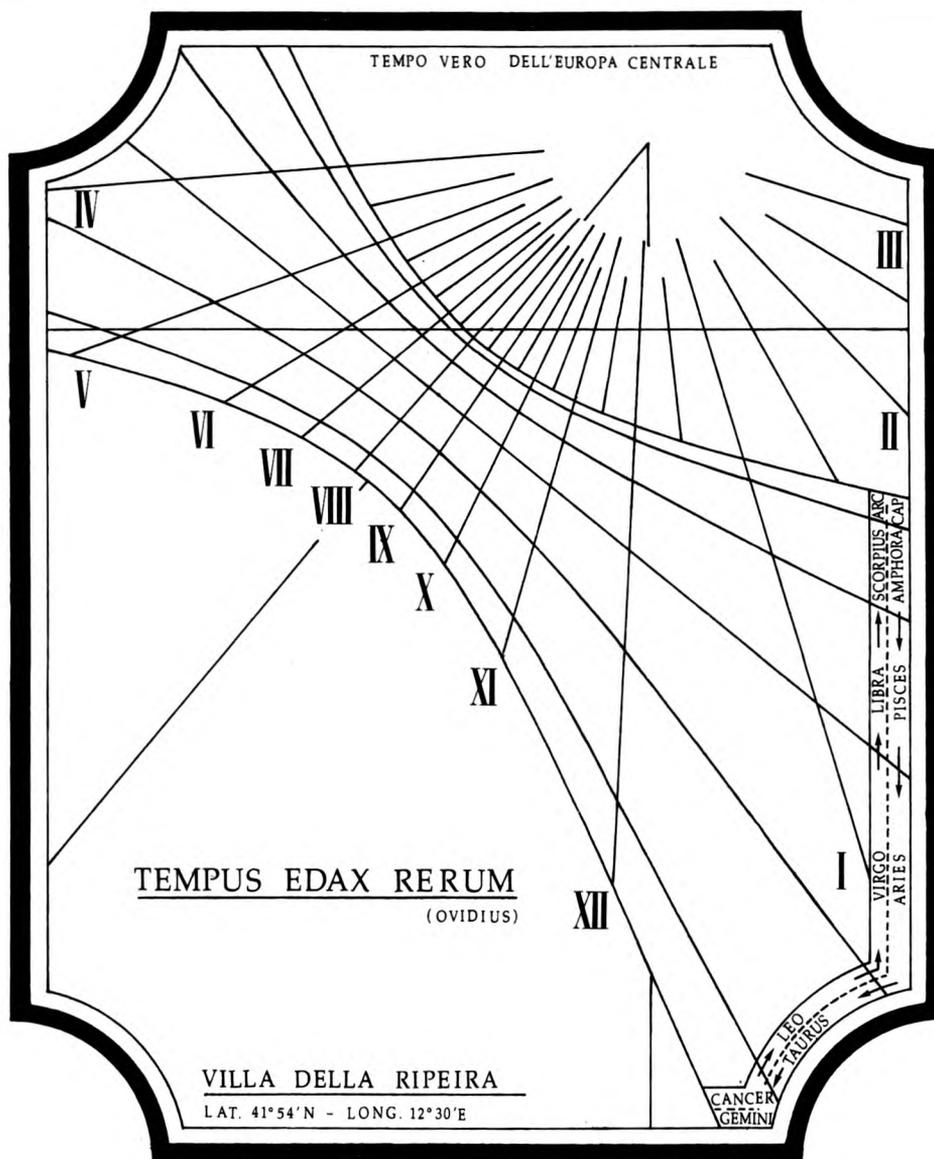


fig. 105

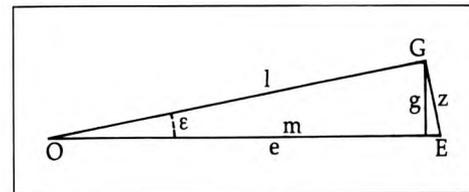
La linea equizionale e la linea oraria delle VI non si incontrano sull'orizzonte perché le linee orarie sono deviate per l'inserimento della correzione-fuso.

**ELEMENTI DI BASE (75)**

Elevazione stilo	Angolo sustilare	Ora sustilare
$\varepsilon = -11^{\circ}.0894$	$\sigma = 47^{\circ}.0107$ $\sigma' = 227^{\circ}.0107$ (antiorario)	$P_{\sigma} = 79^{\circ}.8353W$ $P_{\sigma'} = 79^{\circ}.8353W$ $t_{\sigma}^o = 259^{\circ}.8353$ $t_{\sigma}^h = 17^h.3224$

**TRIANGOLO STILARE**

$$\begin{array}{l}
 l = 125.0 \\
 g = l \sin \varepsilon = 24.0 \\
 z = l \operatorname{tg} \varepsilon = 24.5
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 m = l \cos \varepsilon = 122.7 \\
 n = l \sin \varepsilon \operatorname{tg} \varepsilon = 4.7 \\
 e = l / \cos \varepsilon = 127.4
 \end{array}$$



**CONICHE DIURNE**

*Tipo delle coniche:* tutte iperboli perché è sempre  $|\varepsilon| + |\delta| < 90^{\circ}$

*Elementi di base*

$\delta$	$+23^{\circ}.5$	$0^{\circ}$	$-23^{\circ}.5$
$\varepsilon - \delta$	-34.5894	-11.0894	+12.4106
Ombre sust. $B_s$	139.2453	127.3784	117.3753
Centri $c$	128.3	127.4	
$\Delta c$	0.9		
Parametro $a$	10.9350		
Asintoti $\eta$	66.0251		
Parametro $b$	24.5894		

*Punti iperboli*

y	x rispetto all'asse	x rispetto all'equinoz.	
		$\delta = +23^{\circ}.5$	$\delta = -23^{\circ}.5$
0	10.9	11.8	10.0
20	14.1	15.0	13.2
40	20.9	21.8	20.0
60	28.8	29.7	27.9
90	41.5	42.4	40.6
120	54.5	55.4	53.6

**ILLUMINAZIONE**

*Declinazione  $\delta_{or}$  per asintoto orizzontale:*

$$|\delta_{or}| = 45^{\circ}.9, \text{ maggiore di } 23^{\circ}.5 \quad (\text{sen } \delta_{or} = \text{sen } d \cos \varphi)$$

(75) La meridiana non si calcola perché è verticale ( $\mu = 180^{\circ}$ ).

Ricerca ore estreme (illuminazione per  $\delta = \pm 23^\circ.5$ )

$\delta$	$\alpha$	$\alpha'$	Sorgere	Entrata	Tramonto	Uscita	Durata
+23°.5	7 <sup>h</sup> .5	5 <sup>h</sup> .7	4 <sup>h</sup> .5	11 <sup>h</sup> .6	19 <sup>h</sup> .5	23 <sup>h</sup> .0	7 <sup>h</sup> .9
-23°.5	4 <sup>h</sup> .5	6 <sup>h</sup> .3	7 <sup>h</sup> .5	11 <sup>h</sup> .0	16 <sup>h</sup> .5	23 <sup>h</sup> .6	5 <sup>h</sup> .5

Ore estreme: 11<sup>h</sup>.0 ÷ 19<sup>h</sup>.5

Si decide di calcolare le ore da 12<sup>h</sup> a 19<sup>h</sup>.

**LINEE ORARIE:** (Passo: 10<sup>m</sup> dalle 12<sup>h</sup> alle 15<sup>h</sup>; 30<sup>m</sup> dalle 15<sup>h</sup> alle 19<sup>h</sup>)

t <sup>h</sup>	t°	$\Delta t$	$\omega$	Interc. I su D = 100
12 <sup>h</sup>	180°	-79.8353	+47.0108	+107.3
10 <sup>m</sup>	182.5	-77.3353	+40.5616	+85.6
20	185	-74.8353	+35.3617	+71.0
30	187.5	-72.3353	+31.1306	+60.4
40	190	-69.8353	+27.6438	+52.4
50	192.5	-67.3353	+24.7309	+46.1
13 <sup>h</sup>	195	-64.8353	+22.2641	+40.9
10	197.5	-62.3353	+20.1483	+36.7
20	200	-59.8353	+18.3116	+33.1
30	202.5	-57.3353	+16.6996	+30.0
40	205	-54.8353	+15.2706	+27.3
50	207.5	-52.3353	+13.9918	+24.9
14 <sup>h</sup>	210	-49.8353	+12.8378	+22.8
10	212.5	-47.3353	+11.7882	+20.9
20	215	-44.8353	+10.8264	+19.1
30	217.5	-42.3353	+9.9392	+17.5
40	220	-39.8353	+9.1156	+16.0
50	222.5	-37.3353	+8.3464	+14.7
15 <sup>h</sup>	225	-34.8353	+7.6241	+13.4
30	232.5	-27.3353	+5.6779	+9.9
16 <sup>h</sup>	240	-19.8353	+3.9689	+6.9
30	247.5	-12.3353	+2.4085	+4.2
17 <sup>h</sup>	255	- 4.8353	+0.9322	+1.6
30	262.5	+2.6647	-0.5129	-0.9
18 <sup>h</sup>	270	+10.1647	-1.9751	-3.4
30	277.5	+17.6647	-3.5052	-6.1
19 <sup>h</sup>	285	+25.1647	-5.1634	-9.0

Controllo meridiana:

angolo sustilare  $\sigma$ : 227°.0107  
 -  $\omega_{12}$  dell'oraria 12<sup>h</sup>: 47°.0108

180°.00 corrispondente al  $\mu = 180^\circ$

**DISEGNO:** figura 106

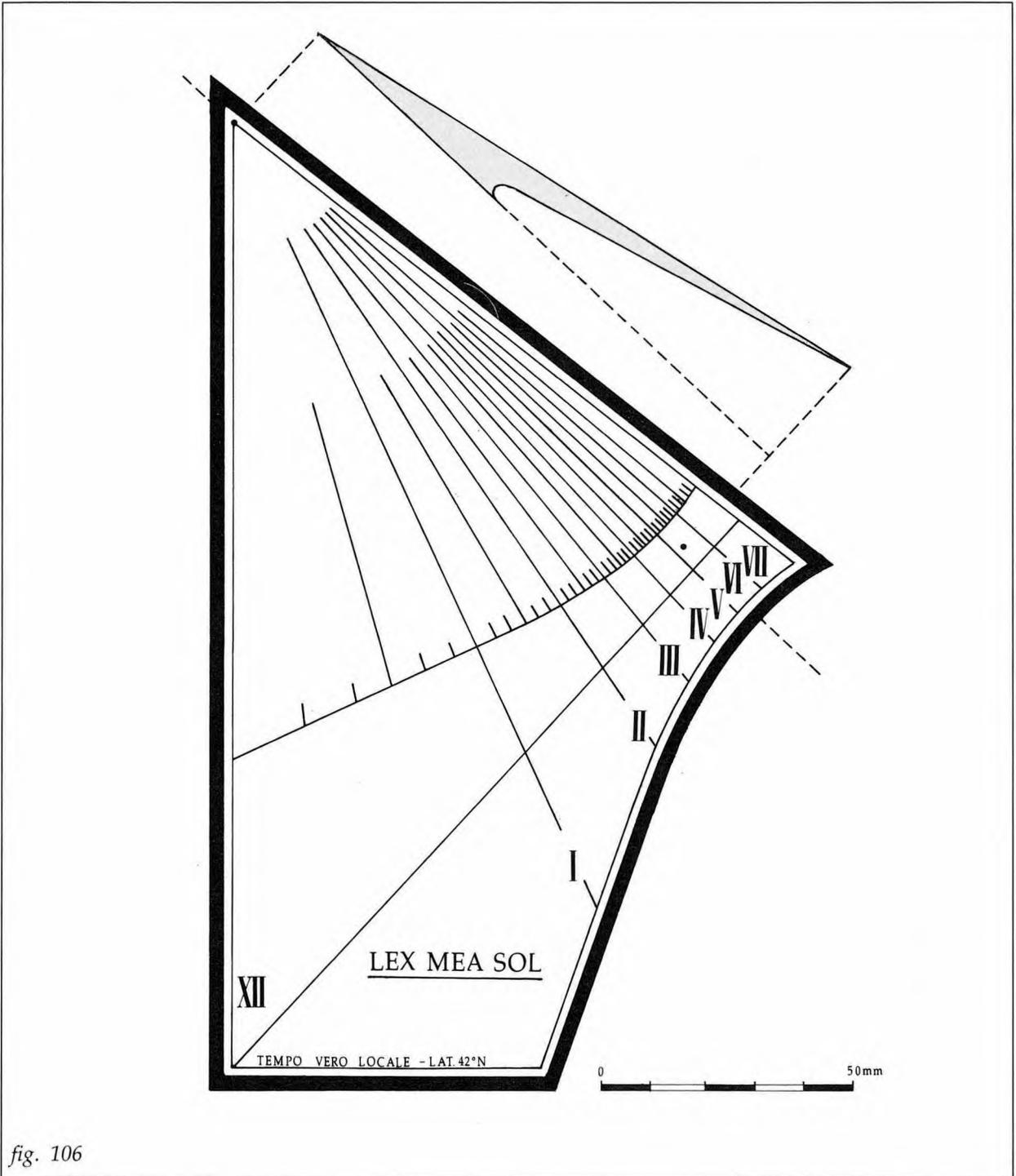


fig. 106

**3° ESEMPIO DI CALCOLO E DISEGNO  
DI UN OROLOGIO VERTICALE**  
Senza iperboli diurne - Tempo vero locale - Formule alternative (77)

**DATI**

Località: Trento  
 Latitudine:  $\varphi = 46^{\circ}0N$   
 Lungh. stilo:  $l =$  indifferente (78)  
 Inclinazione:  $i = 0^{\circ}$  (quadro verticale)  
 Declinazione:  $d = 30^{\circ}$  Est

**ELEMENTI DI BASE**

Elevazione stilo	Angolo sustilare	Ora sustilare
$\text{sen } \varepsilon = \cos \varphi \cos d$	$\text{tg } \sigma = \text{ctg } \varphi \text{ sen } d$	$\text{ctg } P_{\sigma} = \text{sen } \varphi \text{ ctg } d$
$\varepsilon = -36^{\circ}.9840$	$\sigma = 25^{\circ}.7733$ $\sigma' = 205^{\circ}.7733$ (senso orario)	$P_{\sigma} = 38^{\circ}.7509E$ $P_{\sigma'} = 38^{\circ}.7509E$ $t_{\sigma}^{\circ} = 141^{\circ}.2491$ $t_{\sigma}^h = 9^h.4166$

**ILLUMINAZIONE**

Declinazione  $\delta_{or}$  per asintoto orizzontale

$$\delta_{or} = 20^{\circ}.3, \text{ minore di } 23^{\circ}.5$$

$$(\text{sen } \delta_{or} = \cos \varphi \text{ sen } d)$$

Illuminazione (si calcola per le declinazioni  $0^{\circ}, \pm 20^{\circ}.3, \pm 23^{\circ}.5$ )

$\delta$	$\alpha$	$\alpha'$	Sorgere	Entrata	Tramonto	Uscita	Durata
$+23^{\circ}.5$	$7^h.8$	$4^h.7$	$4^h.2$	$4^h.7$	$19^h.8$	$14^h.1$	$9^h.4$
$+20^{\circ}.3$	$7^h.5$	$4^h.9$	$4^h.5$	$4^h.5$	$19^h.5$	$14^h.3$	$9^h.8$
$0^{\circ}$	$6^h$	$6^h$	$6^h.0$	$3^h.4$	$18^h.0$	$15^h.4$	$9^h.4$
$-20^{\circ}.3$	$4^h.5$	$7^h.1$	$7^h.5$	$2^h.3$	$16^h.5$	$16^h.5$	$9^h.0$
$-23^{\circ}.5$	$4^h.2$	$7^h.3$	$7^h.8$	$2^h.1$	$16^h.2$	$16^h.7$	$8^h.4$

Ore estreme:  $4^h.5 \div 16^h.5$

Si decide di calcolare le ore da  $5^h$  a  $16^h$ .

(77) Le formule alternative sono state illustrate nel paragrafo 61. Come già è stato notato, per il calcolo degli orologi verticali esse sono preferibili rispetto alle formule generali poiché risolvono il problema usando solamente i dati latitudine  $\varphi$  e declinazione  $d$ , senza servirsi di elementi di passaggio calcolati.

(78) Si suggerisce una lunghezza  $l$  all'incirca come indicato nel disegno della figura 100.

LINEE ORARIE (passo di mezz'ora)

$t^h$	$t^\circ$	$\Delta t$	$\omega$	Intercetti I	
5 <sup>h</sup>	75°	-66.2491	+53.8167	+191.4	A
5.5	82.5	-58.7491	+44.7513	+138.8	
6	90	-51.2491	+36.8532	+104.9	
6.5	97.5	-43.7491	+29.9368	+80.6	
7	105	-36.2491	+23.8018	+61.8	
7.5	112.5	-28.7491	+18.2646	+46.2	
8	120	-21.2491	+13.1667	+32.8	
8.5	127.5	-13.7491	+8.3737	+20.6	
9	135	-6.2491	+3.7689	+9.2	
9.5	142.5	+1.2509	-0.7526	-1.8	
10	150	+8.7509	-5.2907	-13.0	
10.5	157.5	+16.2509	-9.9462	-24.6	
11	165	+23.7509	-14.8271	-37.1	
11.5	172.5	+31.2509	-20.0555	-51.1	
12	180	+38.7509	-25.7733	-67.6	
12.5	187.5	+46.2509	-32.1473	-88.0	
13	195	+53.7509	-39.3607	-114.9	
13.5	202.5	+61.2509	-47.6380	+63.8	B
14	210	+68.7509	-57.1219	+45.2	
14.5	217.5	+76.2509	-67.8673	+28.5	
15	225	+83.7509	-79.6839	+12.7	
15.5	232.5	+91.2509	-92.0787	-2.5	
16	240	+98.7509	-104.3525	-17.9	

A: In basso:  $I = D \operatorname{tg} \omega$  ( $D = 140 \text{ mm}$ )  
 B: Laterale:  $I' = -D'/\operatorname{tg} \omega$  ( $D' = 70 \text{ mm}$ )

Controllo meridiana  
 $\sigma = 205^\circ.7733$   
 $-\omega_{12} = 25^\circ.7733$   
 $\mu = 180^\circ.0000$

DISEGNO: figura 107

**4° ESEMPIO DI CALCOLO E DISEGNO  
 DI UN OROLOGIO VERTICALE  
 Quadrante non declinante - Tempo vero locale, con lemniscata**

DATI

Località:	Lussemburgo	Inclinazione:	$i = 0^\circ$ (quadro verticale)
Latitudine:	$\varphi = 49^\circ.6N$	Declinazione:	$d = 0^\circ$ (quadro diretto)
Lungh. stilo:	$l = 40 \text{ mm}$		

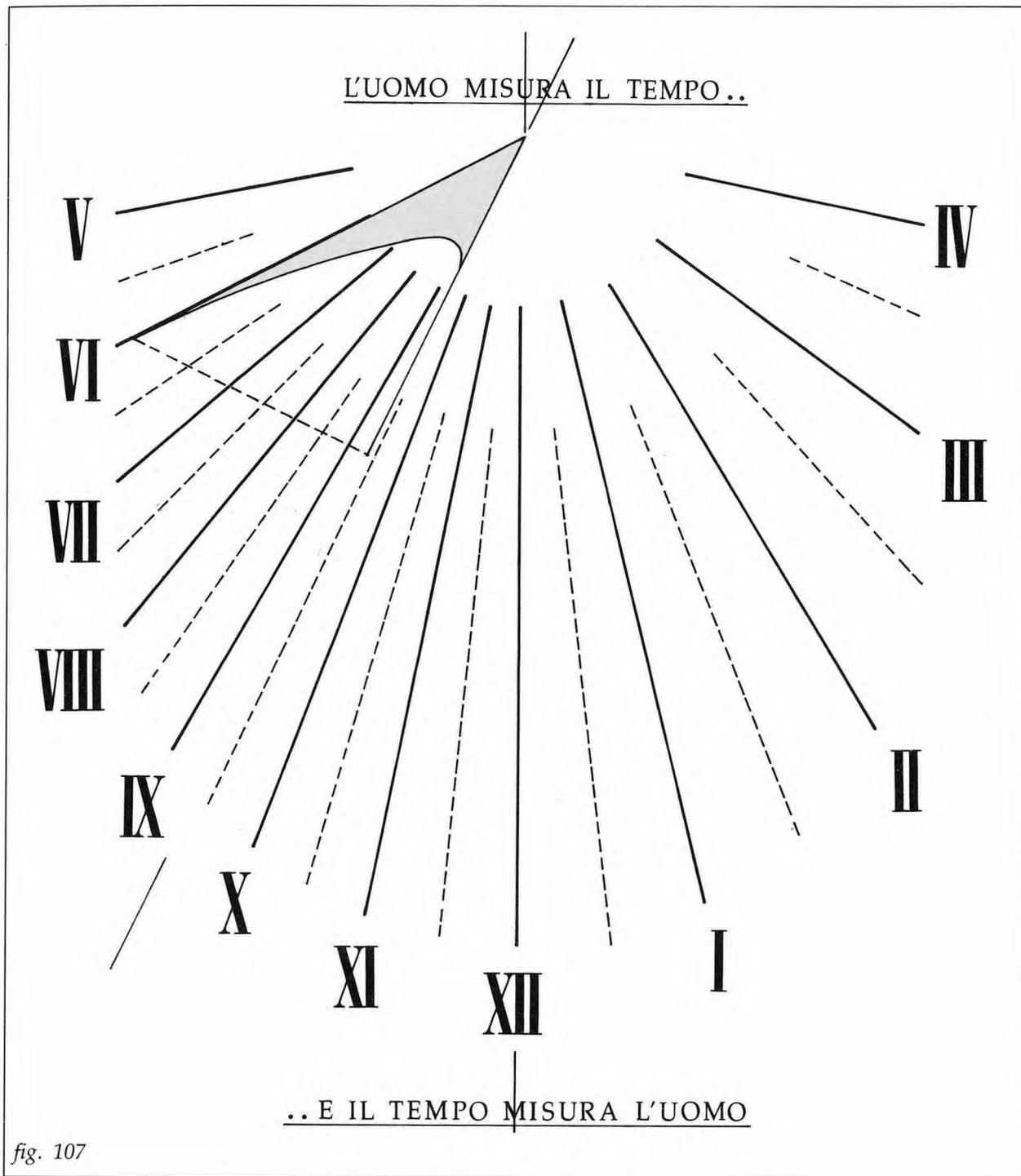


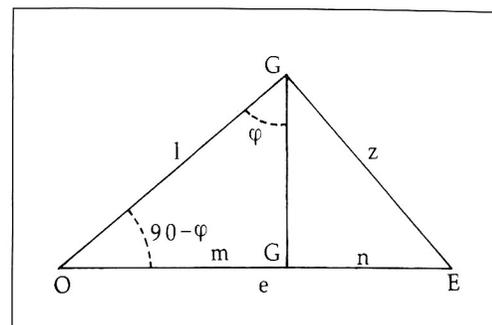
fig. 107

### ELEMENTI DI BASE

Elevazione $\varepsilon$ :	$\text{sen } \varepsilon = -\cos \varphi$ ;	$\varepsilon = -40^\circ.4$
Angolo sustilare $\sigma$ :	$\text{sen } \sigma = 0$ ;	$\sigma' = 180^\circ$
Ora sustilare $t_\sigma$ :	$\text{sen } P_\sigma = 0$ ;	$t_\sigma = 12^h$

### TRIANGOLO STILARE

$l$	$= 40$	$m = l \text{ sen } \varphi$	$= 30.4$
$g = l \cos \varphi$	$= 25.9$	$n = l \cos \varphi / \text{tg } \varphi$	$= 22.1$
$z = l / \text{tg } \varphi$	$= 34.0$	$e = l / \text{sen } \varphi$	$= 52.5$



### ILLUMINAZIONE

Declinazione  $\delta_{or}$  per asintoto orizzontale ( $\text{sen } \delta_{or} = \cos \varphi \text{ sen } d$ )  
 $\delta_{or} = 0^\circ$ , minore di  $23^\circ.5$

Illuminazione (si calcola per le declinazioni  $0^\circ$  e  $\pm 23^\circ.5$ )

$\delta$	$\alpha$	$\alpha'$	Sorgere	Entrata	Tramonto	Uscita	Durata
$+23^\circ.5$	$8^h.0$	$4^h.6$	$4^h.0$	$7^h.4$	$20^h.0$	$16^h.6$	$9^h.2$
$0^\circ$	$6^h.0$	$6^h.0$	$6^h.0$	$6^h.0$	$18^h.0$	$18^h.0$	$12^h.0$
$-23^\circ.5$	$4^h.0$	$7^h.4$	$8^h.0$	$4^h.6$	$16^h.0$	$19^h.4$	$8^h.0$

Ore estreme:  $6^h \div 18^h$ . Si decide di segnare le ore da  $6^h$  a  $18^h$ .

### LINEE ORARIE (passo di 1 ora)

Le ore pomeridiane non si calcolano perché sono simmetriche rispetto alla sustilare-meridiana.

$t^h$	$t^\circ$	$\Delta t$	$\omega$	Interc. I su D = 100	
$6^h$	$90^\circ$	$-90^\circ$	$+90^\circ$	0	B
$7^h$	$105^\circ$	$-75^\circ$	$+67^\circ.5386$	-41.3	
$8^h$	$120^\circ$	$-60^\circ$	$+48^\circ.3051$	-89.1	
$9^h$	$135^\circ$	$-45^\circ$	$+32^\circ.9481$	+64.8	A
$10^h$	$150^\circ$	$-30^\circ$	$+20^\circ.5155$	+37.4	
$11^h$	$165^\circ$	$-15^\circ$	$+9^\circ.8519$	+17.4	

### LEMNISCATA DEL TEMPO MEDIO

Il calcolo è stato eseguito con la procedura indicata nel par. 49. Qui si riportano solo i risultati, espressi in coordinate cartesiane con origine al centro del quadrante e asse Y sulla meridiana.

DATA	11.2	21.3	16.4	14.5	14.6	22.6	26.7	2.9	23.9	3.11	22.12	25.12
Y	43.2	52.5	61.8	73.5	82.8	83.3	75.3	58.8	52.5	42.8	38.4	38.4
X	+1.8	+1.1	0	-0.8	0	+0.4	+1.4	0	-1.1	-2.0	-0.2	0

## CONICHE DIURNE

Tipo delle coniche: tutte iperboli perché è sempre  $|\varepsilon| + |\delta| < 90^\circ$

Elementi di base: (79)

	$\delta$	+23°.5	-23°.5	+20°	-20°	+11°.5	-11°.5	0°
$\varepsilon - \delta$		-63°.9	-16°.9	-60°.4	-20°.4	-51°.9	-28°.9	-40°.4
Ombre sust. Centri	$B_s$	83.3806	38.3381	76.0974	40.1029	63.5247	44.7728	52.5253
	$c$	60.9		58.1		54.1		52.5
	$\Delta c$	8.4		5.6		1.6		
Parametro	$a$	22.5212		17.9972		9.3759		
Asintoti	$\eta$	58.4253		63.3129		74.8233		
Parametro	$b$	36.6439		35.8036		34.5646		

Punti iperboli

		x riferiti all'asse			x riferiti all'equinoziale						
$y$	$\delta$	$\pm 23^\circ.5$	$\pm 20^\circ$	$\pm 11^\circ.5$	+23°.5	+20°	+11°.5	-23°.5	-20°	-11°.5	$\delta$
					+8.4	+5.6	+1.6	-8.4	-5.6	-1.6	$\Delta c$
0		22.5	18.0	9.4	30.9	23.6	11.0	14.1	12.4	7.8	
20		25.7	20.6	10.8	34.1	26.2	12.4	17.3	15.0	9.2	
40		33.3	27.0	14.3	41.7	32.6	15.9	24.9	21.4	12.7	
60		43.2	35.1	18.8	51.6	40.7	20.4	34.8	29.5	17.2	
90		59.7	48.7	26.2	68.1	54.3	27.8	51.3	43.1	24.6	
120		77.1	62.9	33.9	85.5	68.5	35.5	68.7	57.3	32.3	

DISEGNO: figura 108

### 62) L'orologio solare polare ( $\varepsilon = 0$ )

Si è già notato che questo caso particolare richiede trattazione specifica perché alcune delle formule generali vengono meno quando  $\varepsilon = 0$  (Vds. par. 59 e nota 71 all'inizio del par. 61).

Questa situazione si verifica (Vds. anche par. 15) quando il punto di tangenza del quadro si trova sull'equatore della sfera delle direzioni e quindi lo stilo, che punta al Polo, è parallelo al quadro (fig. 109); ciò si può anche esprimere dicendo che il quadro contiene l'asse terrestre (80).

La condizione analitica dell'orologio polare si ottiene dalla formula dell'elevazione  $\varepsilon$ :

$$\text{sen } \varepsilon = \text{sen } \varphi \text{ sen } i - \text{cos } \varphi \text{ cos } i \text{ cos } d;$$

(79) Lo schema del calcolo in questo esempio è stato leggermente modificato rispetto a quello usato in precedenza.

(80) Si è già detto che nel contesto della gnomonica la parallasse terrestre è trascurabile.

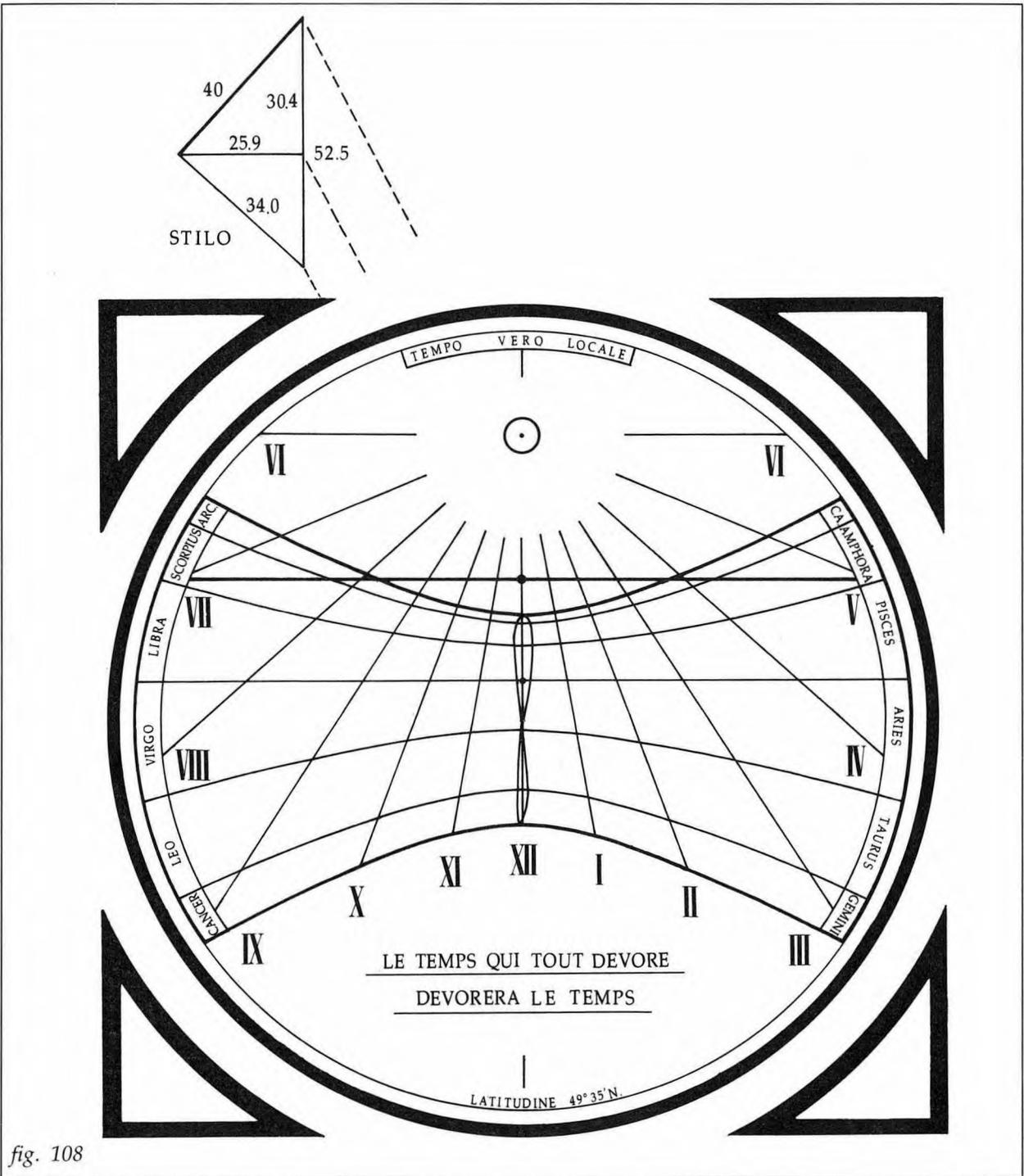
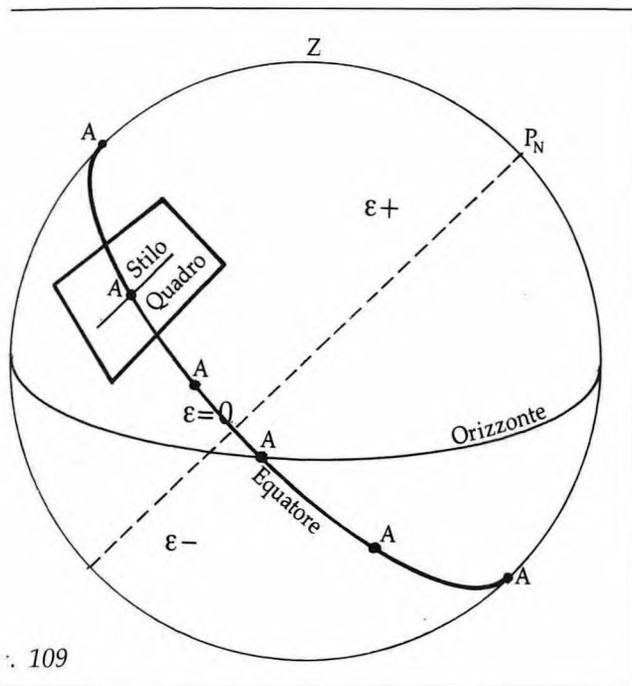


fig. 108



109

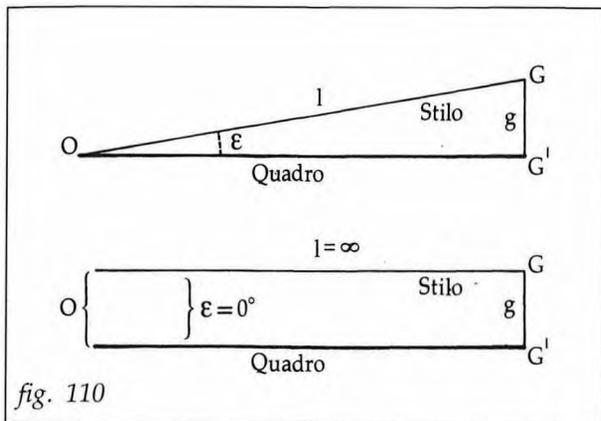


fig. 110

ponendo  $\varepsilon = 0$ , si ottiene la condizione:

$$\cos d = \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} i.$$

In tale circostanza le formule del triangolo stilare ( $g = l \operatorname{sen} \varepsilon$ ) e delle linee orarie ( $\operatorname{tg} \omega = \operatorname{sen} \varepsilon \operatorname{tg} \Delta t$ ) portano al risultato che lo stilo si appiattisce sul quadro e tutte le linee orarie coincidono con la sustilare, rendendo impossibile la costruzione dell'orologio.

Per risolvere il problema basta assumere come dato di partenza la lunghezza  $g$  dell'ortostilo anziché la lunghezza  $l$  dello stilo, come si vede nella figura 110, dove si mostra dapprima una situazione con  $\varepsilon$  molto piccolo e quindi il raggiungimento di una situazione "polare", ma a  $g$  costante; in altri termini lo stilo, anziché giacere sul quadro, viene ad essere parallelo al quadro alla distanza  $g$ . In tal modo le formule del triangolo stilare rientrano in gioco, nel senso che  $l$  diviene infinito e il centro  $O$  va all'infinito (nella direzione della sustilare o in quella opposta).

Anche la formula dell'angolo  $\omega$  rientra in gioco, ma in modo insufficiente poiché essendo  $\omega$  sempre 0 ci dice solo che le linee orarie sono tutte parallele alla sustilare. Per determinare la distanza delle linee orarie dalla sustilare, seguiamo il percorso del Sole equinoziale nella figura 111, in cui  $G$  è il punto gnomonico e traccia dello stilo parallelo al quadro mentre  $G'$  è la traccia della sustilare; è immediata la conclusione che la distanza  $D$  di ogni retta oraria dalla sustilare è:

$$D = g \operatorname{tg} \Delta t$$

ed è facile dedurre che il risultato resta valido indipendentemente dalla  $\delta$  del Sole.

Come regola dei segni basti ricordare che guardando al Nord le ore più piccole dell'ora sustilare ( $\Delta t$  e  $D$  negativi) vanno a sinistra della linea sustilare, quelle più grandi a destra.

Se a questo punto ripercorriamo tutte le formule elaborate nel caso generale ponendo la condizione  $\varepsilon = 0$ , e cioè  $\cos d = \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} i$ , troviamo la seguente evoluzione della teoria generale, applicabile al caso particolare dell'orologio polare.

a) Angolo sustilare  $\sigma$ ;  $\operatorname{sen} \sigma = \operatorname{sen} d \operatorname{cos} \varphi$ .

Il  $K_1$  viene sempre negativo e quindi minore di  $\varphi$ ; perciò, essendo  $\varepsilon = 0$ , per avere  $\sigma'$  si prende  $\sigma$  o  $\sigma + 180^\circ$  (la scelta è indifferente); resta valida la regola che  $\sigma'$  va preso in senso

orario a Est, in senso antiorario a Ovest.

b) Ora sustilare  $t_\sigma$ ;  $\sin P_\sigma = \sin d \cos i$ .

Il  $K_2$  è sempre negativo, e quindi minore di  $\varphi$ ; perciò per avere  $P'_\sigma$  bisogna prendere  $P_\sigma$  se  $d < 90^\circ$  o  $180^\circ - P_\sigma$  se  $d > 90^\circ$ ; restano inalterati i segni E/W di  $P'_\sigma$  e la regoletta per passare da  $P'_\sigma$  a  $t_\sigma$ .

c) La formula della *meridiana* diviene inutile poiché questa linea oraria è parallela e tutte le altre; ad ogni modo la formula generale darebbe un angolo  $\mu$  eguale al  $\sigma$ , com'è ovvio.

Le formule relative alle *lunghezze delle ombre* divengono prive di significato: in ogni caso esse non sono necessarie per la costruzione dell'orologio (Vds. successivo capoverso sulle iperboli diurne).

d) La *linea equinoziale* passa per  $G'$ , piede dell'ortostilo; la formula dell'*orizzonte* resta invariata:  $h = g \operatorname{tg} i$ .

e) Per quanto riguarda l'*illuminazione*, l'arco semidiurno  $\alpha'$  sul quadro è sempre  $6^h$  ( $\cos \alpha' = -\operatorname{tg} \varepsilon \operatorname{tg} \delta$  per  $\varepsilon = 0$ ); le linee orarie corrispondenti all'entrata e all'uscita sul quadro sono a distanza  $D$  infinita dalla sustilare.

Lo schema del quadrante si presenta perciò come nella figura 112, tenendo presente che lo stilo può provenire da entrambe le direzioni della sustilare (in figura lo stilo è ribaltato di  $90^\circ$  intorno alla sustilare).

Quanto alle iperboli diurne (81), ponendo nella figura 55, par. 29, lo stilo parallelo al quadro (fig. 113) e rivedendo le formule delle iperboli

(81) Quando  $\varepsilon = 0$  le coniche diurne possono essere solo iperboli. Infatti la condizione per le iperboli  $|\varepsilon| + |\delta| < 90^\circ$  diviene  $|\delta| < 90^\circ$  che è sempre verificata.

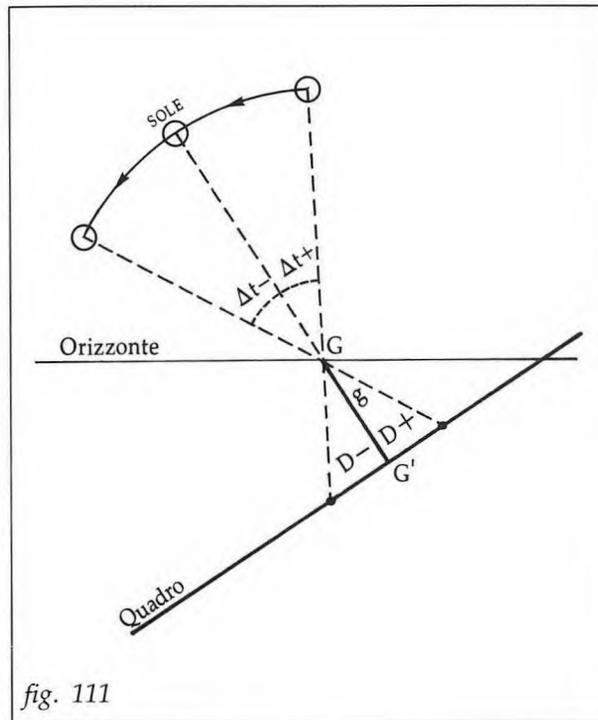
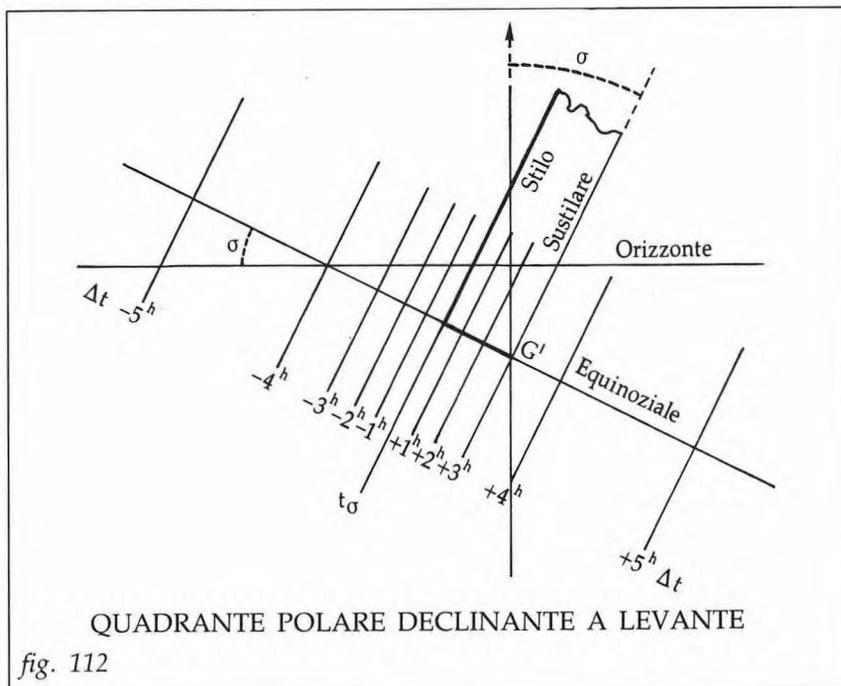
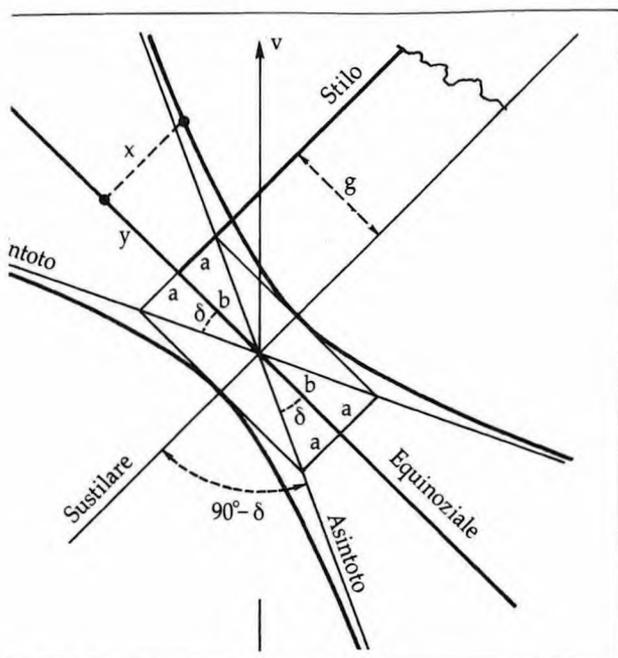
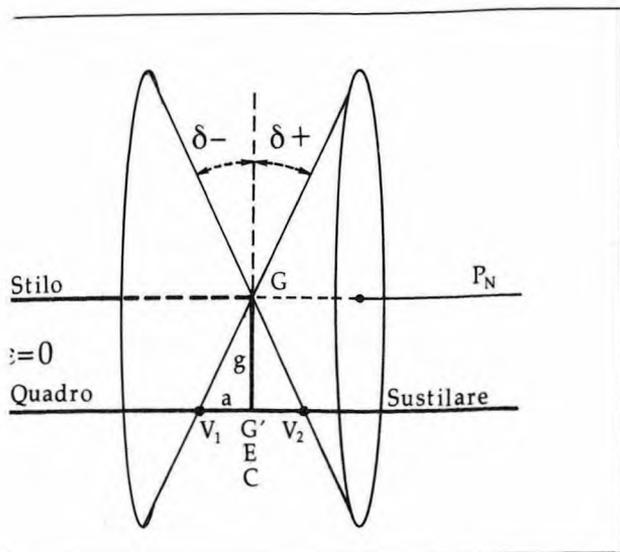


fig. 111



QUADRANTE POLARE DECLINANTE A LEVANTE

fig. 112



diurne si dimostra facilmente che (fig. 114):

- assi di simmetria sono l'equinoziale e la sustilare;
- il centro C coincide con la base G' dell'ortostilo e col punto equinoziale E;
- la distanza dei vertici  $V_1$  e  $V_2$  dal centro C, e cioè il parametro a, è:

$$a = g \operatorname{tg} \delta;$$

- l'angolo asintotico  $\eta$  è  $(90^\circ - \delta)$ ;
- il parametro b è eguale alla lunghezza dell'ortostilo g;
- i punti dell'iperbole si ricavano con la formula

$$x = \pm \operatorname{tg} \delta \sqrt{g^2 + y^2}$$

che si ricava direttamente dalla formula generale. Le iperboli si presentano perciò come in figura, tenendo presente che, data la forma dell'espressione  $x = f(y)$ , i parametri  $\underline{a}$  e  $\underline{b}$  e le relative formule divengono superflui.

Si noti ancora che, qualora si rinunci alle iperboli diurne (compresa l'equinoziale), lo stilo diviene una semplice bacchetta o filo teso sopra il quadro e ad esso parallelo, e l'orologio assume un carattere di semplicità elementare.

Possiamo quindi concludere che l'orologio polare rappresenta un caso singolare, che esce dalla teoria generale; in compenso esso si presenta con carattere di particolare semplicità, che diviene addirittura elementare se si rinuncia alle iperboli diurne.

Di seguito riassumiamo le formule e le indicazioni che si riferiscono all'orologio polare e che in tale caso rimpiazzano quelle della teoria generale.

Successivamente, come di consueto, riportiamo due esempi di calcolo e disegno di orologi polari.

– 1° Esempio.

Un orologio polare verticale per la latitudine  $42^\circ.0N$ , declinante a Levante di  $90^\circ$ , con iperboli diurne; è un caso che si può presentare specialmente negli orologi portatili poliedrici.

– 2° Esempio.

Un orologio polare generico per la latitudine 45°.0N, declinante a Ponente di 53°.0, senza iperboli diurne; questo tipo, insieme con l'orologio equinoziale, è forse l'espressione più elementare degli orologi solari su piano.

FORMULE E INDICAZIONI PER L'OROLOGIO POLARE ( $\varepsilon = 0$ )

ELEMENTO	FORMULA	NOTE E INDICAZIONI
– Condizione dell'orologio polare	$\cos d = \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} i$	Si verifica quando $\varepsilon = 0$
– Elevazione stilo $\varepsilon$	$\varepsilon = 0$	Lo stilo è parallelo al quadro
– Angolo sustilare $\sigma$	$\operatorname{sen} \sigma = \cos \varphi \operatorname{sen} d$	$K_1$ è sempre negativo. Per $\sigma'$ si prende $\sigma$ o $180^\circ + \sigma$ (indifferentemente)
– Ora sustilare $t_\sigma$	$\operatorname{sen} P_\sigma = \operatorname{sen} d \cos i$	$K_2$ è sempre negativo; se $d \leq 90^\circ$ , $P'_\sigma = P_\sigma$ se $d \geq 90^\circ$ , $P'_\sigma = 180^\circ - P_\sigma$ . Dare a $P'_\sigma$ lo stesso segno E/W di $d$ ; $t_\sigma = 12^h \mp P' \frac{E}{W}$
– Linee orarie (distanza D dalla sustilare)	$D = g \operatorname{tg} \Delta t$	– Linee orarie tutte parallele alla sustilare a distanza D. – Riportare le linee orarie a DS o a SN della sustilare secondo che sia D+ o D-
– Triangolo stilare Lungh. stilo l Lungh. ortostilo g Equinoziale e		– l diviene infinito – g diviene dato di base – L'equinoziale passa per G'
– Orizzonte h	$h = g \operatorname{tg} i$	Sopra } G'secondochesia { $i > 0$ Sotto } $i < 0$
– Lungh. ombre		Le formule delle ombre decadono
– Iperboli diurne Assi di simmetria Centri Angolo asintoti Punti iperboli	$\eta = 90^\circ - \delta$ $x = \pm \operatorname{tg} \delta \sqrt{g^2 + y^2}$	Sono l'equinoziale e la sustilare Coincidono tutti con G'  I parametri a e b sono superflui
– Illuminazione Arco semidiurno Arco semidiurno sul quadro	$\cos \alpha = - \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \delta$ $\cos \alpha' = 0$	$\alpha'$ è sempre $6^h$

**1° ESEMPIO DI CALCOLO E DISEGNO  
DI OROLOGIO POLARE ( $\varepsilon = 0^\circ$ )  
Quadro verticale meridiano**

**DATI**

Località: Roma  
 Latitudine:  $\varphi = 42^\circ.0$       |      Inclinazione:  $i = 0^\circ$  (quadro verticale)  
 Ortostilo:  $g = 30$  mm      |      Declinazione:  $d = 90^\circ$  Est

La condizione  $\cos d = \operatorname{tg} i \operatorname{tg} \varphi$  è rispettata, provando che si tratta di orologio polare.

**ELEMENTI DI BASE**

Elevazione stilo	Angolo sustilare	Ora sustilare	Orizzonte
$\operatorname{sen} \varepsilon = 0$	$\operatorname{sen} \sigma = \operatorname{sen} d \cos \varphi$	$\operatorname{sen} P_\sigma = \operatorname{sen} d \cos i$	$h = g \operatorname{tg} i$
$\varepsilon = 0^\circ$	$\sigma = 48^\circ$ o $228^\circ$ (82) (senso orario)	$P_\sigma = 90^\circ$ $t_\sigma = 90^\circ = 6^h$	$h = 0$

**ILLUMINAZIONE e RICERCA ORE ESTREME**

Declinazione  $\delta_{or}$  per asintoto orizzontale (sen  $\delta_{or} = \cos \varphi \operatorname{sen} d$ )  
 $\delta_{or} = 48^\circ$ , maggiore di  $23^\circ.5$ .

Illuminazione (si calcola per  $\delta = \pm 23^\circ.5$ )

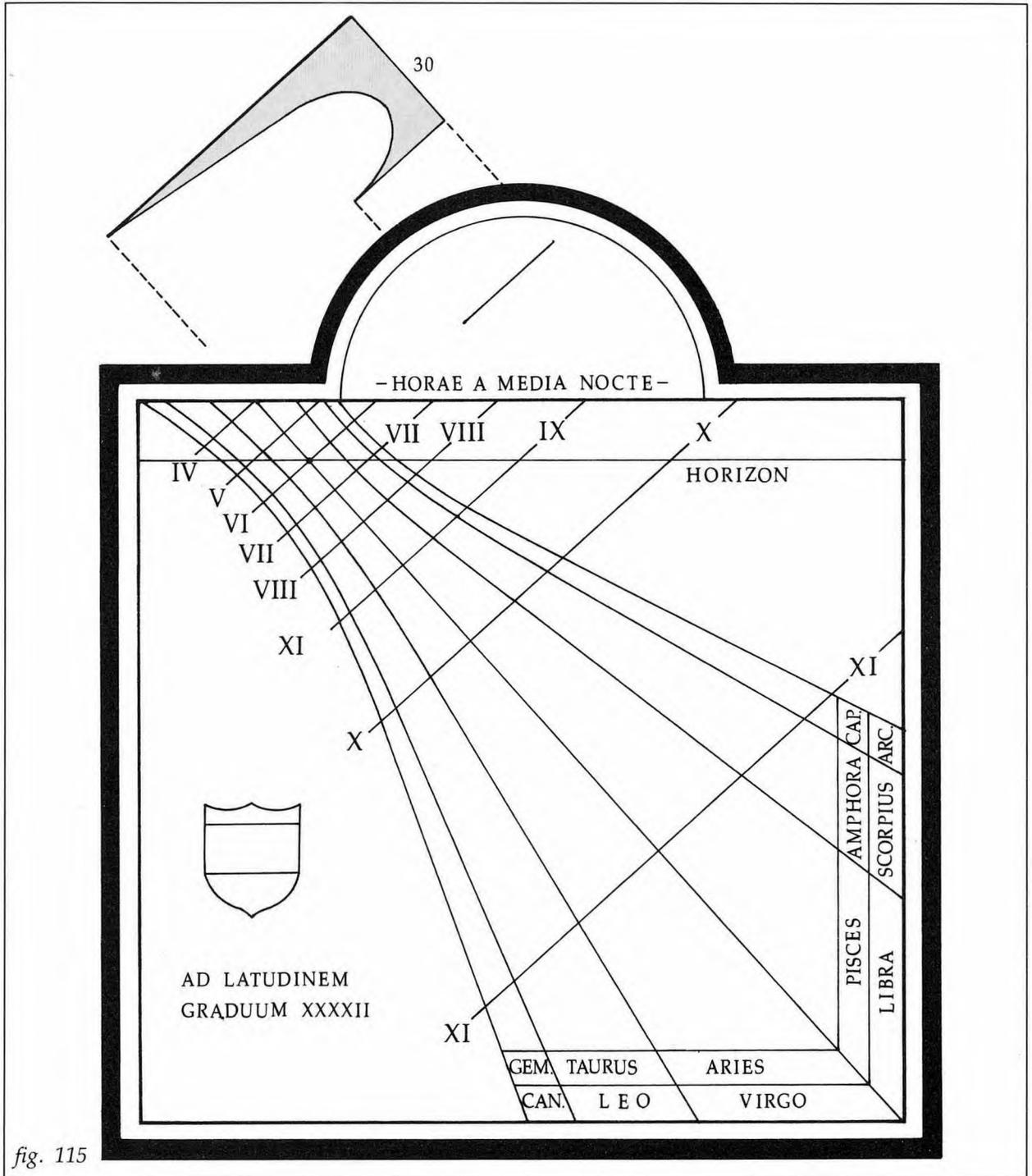
$\delta$	$\alpha$	$\alpha'$	Sorg.	Entr.	Tram.	Uscita	Durata
$+23^\circ.5$	$7^h.5$	$6^h.0$	$4^h.5$	$0^h$	$19^h.5$	$12^h$	$7^h.5$
$-23^\circ.5$	$4^h.5$	$6^h.0$	$7^h.5$	$0^h$	$16^h.5$	$12^h$	$4^h.5$

Ore estreme:  $4^h.5 - 12^h$ ; si decide di segnare le ore da  $4^h$  a  $11^h$ .

**RETTE ORARIE ( $D = g \operatorname{tg} \Delta t$ )**

$t^h$	$4^h$	$5^h$	$6^h$	$7^h$	$8^h$	$9^h$	$10^h$	$11^h$
$\Delta t^h (t - t_\sigma)$	$-2^h$	$-1^h$	$0^h$	$+1^h$	$+2^h$	$+3^h$	$+4^h$	$+5^h$
$\Delta t^\circ$	$-30^\circ$	$-15^\circ$	$0^\circ$	$+15^\circ$	$+30^\circ$	$+45^\circ$	$+60^\circ$	$+75^\circ$
$D$ (mm)	$-17.3$	$-8.0$	$0$	$+8.0$	$+17.3$	$+30.0$	$+52.0$	$+112.0$

(82) Pari alla colatitudine, com'è intuitivo dato che  $d = 90^\circ$ .



**IPERBOLI DIURNE** ( $x = \operatorname{tg} \delta \sqrt{y^2 + g^2}$ )

$\delta \backslash y$	0	10	20	30	45	50	90
$\pm 23^\circ.5$	13.0	13.7	15.7	18.4	23.5	29.2	41.2
$\pm 20^\circ$	10.9	11.5	13.1	15.4	19.7	24.4	34.5
$\pm 11^\circ.5$	6.1	6.4	7.3	8.6	11.0	13.6	19.3

**DISEGNO:** figura 115

**2° ESEMPIO DI CALCOLO E DISEGNO  
DI OROLOGIO POLARE ( $\varepsilon = 0^\circ$ )  
Orientamento qualsiasi - Senza iperboli diurne**

**DATI**

Località: Moncalieri  
 Latitudine:  $\varphi = 45^\circ.0$   
 Ortostilo:  $g = 30 \text{ mm}$

Inclinazione:  $i = +31^\circ.04$   
 Declinazione:  $d = 53^\circ.0W$

La condizione  $\cos d = \operatorname{tg} i \operatorname{tg} \varphi$  è rispettata, provando che si tratta di orologio polare.

**ELEMENTI DI BASE**

Elevazione stilo	Angolo sustilare	Ora sustilare	Orizzonte
$\operatorname{sen} \varepsilon = 0$	$\operatorname{sen} \sigma = \operatorname{sen} d \cos \varphi$	$\operatorname{sen} P_\sigma = \operatorname{sen} d \cos i$	$h = g \operatorname{tg} i$
$\varepsilon = 0^\circ$	$\sigma = 34^\circ.4$ o $214^\circ.4$ (senso antiorario)	$P_\sigma = 43^\circ.1788$ $t_\sigma = 223^\circ.1788$ $= 14^\text{h}.8786$	$h = 18.1$

**ILLUMINAZIONE e RICERCA ORE ESTREME**

Declinazione  $\delta_{\text{or}}$  per asintoto orizzontale ( $\operatorname{sen} \delta_{\text{or}} = \cos \varphi \operatorname{sen} d$ )  
 $\delta_{\text{or}} = 34^\circ.4$ , maggiore di  $23^\circ.5$ .

Illuminazione (si calcola per le declinazioni  $0^\circ$  e  $\pm 23^\circ.5$ )

$\delta$	$\alpha$	$\alpha'$	Sorg.	Entr.	Tram.	Uscita	Durata
$+23^\circ.5$	$7^\text{h}.7$	$6^\text{h}.0$	$4^\text{h}.3$	$8^\text{h}.9$	$19^\text{h}.7$	$20^\text{h}.9$	$10^\text{h}.8$
$0^\circ$	$6^\text{h}.0$	$6^\text{h}.0$	$6^\text{h}.0$	$8^\text{h}.9$	$18^\text{h}.0$	$20^\text{h}.9$	$9^\text{h}.1$
$-23^\circ.5$	$4^\text{h}.3$	$6^\text{h}.0$	$7^\text{h}.7$	$8^\text{h}.9$	$16^\text{h}.3$	$20^\text{h}.9$	$7^\text{h}.4$

Ore estreme:  $8^\text{h}.9 - 19^\text{h}.7$ ; si decide di segnare le ore da  $10^\text{h}$  a  $19^\text{h}$ .

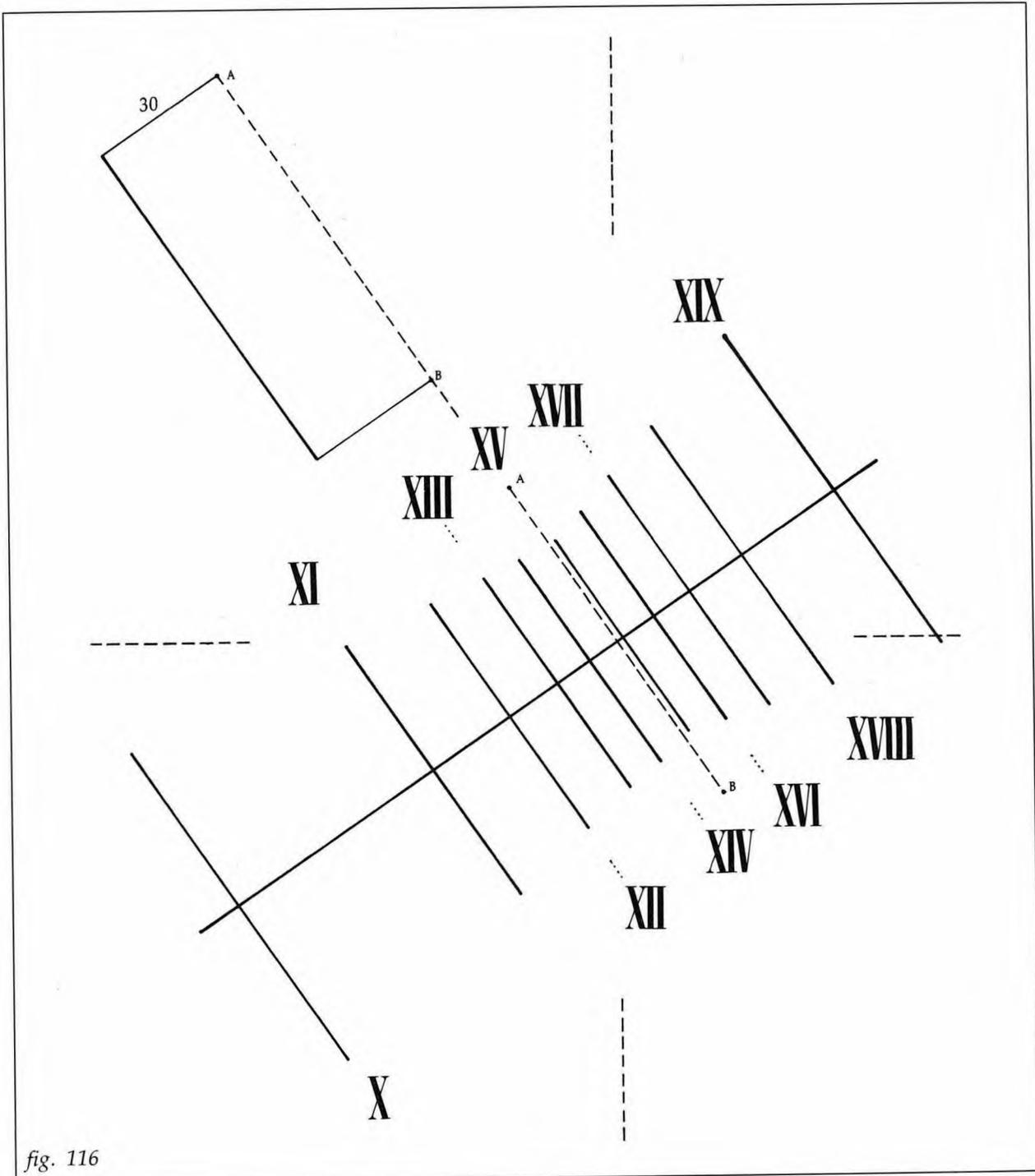


fig. 116

RETTE ORARIE ( $D = g \operatorname{tg} \Delta t$ )

$t^h$	10 <sup>h</sup>	11 <sup>h</sup>	12 <sup>h</sup>	13 <sup>h</sup>	14 <sup>h</sup>
$t^\circ$	150°	165°	180°	195°	210°
$\Delta t = t - t_\sigma$	-73.1788	-58.1788	-43.1788	-28.1788	-13.1788
D (mm)	-99.2	-48.3	-28.2	-16.1	-7.0

$t^h$	15 <sup>h</sup>	16 <sup>h</sup>	17 <sup>h</sup>	18 <sup>h</sup>	19 <sup>h</sup>
$t^\circ$	225°	240°	255°	270°	285°
$\Delta t = t - t_\sigma$	+1.8212	+16.8212	+31.8212	+46.8212	+61.8212
D (mm)	+1.0	+9.1	+18.6	+32.0	+56.0

DISEGNO: figura 116

### 63) L'orologio solare equinoziale

Per chiudere l'esame dei casi particolari di orologio solare vogliamo trattare brevemente del *quadrante equinoziale* (83), cioè del quadrante disposto su un piano parallelo all'equatore. La situazione è caratterizzata da una delle due seguenti coppie di valori di  $i$  e  $d$ :

$$\begin{cases} i = \varphi \\ d = 180^\circ \end{cases} \quad \text{oppure} \quad \begin{cases} i = -\varphi \\ d = 0 \end{cases}$$

e sulla sfera si presenta come in figura 117, con il punto di tangenza coincidente con uno dei poli ( $P_N$  o  $P_S$ ).

La coincidenza del quadro con l'equatore può riferirsi sia alla faccia equatoriale rivolta verso il Polo Nord ( $i = \varphi$ ;  $d = 180^\circ$ ) sia a quella rivolta verso il Polo Sud ( $i = -\varphi$ ;  $d = 0$ ); pertanto si possono avere due diversi quadranti equinoziali, opposti e speculari.

Il caso si presenta tanto semplice che non è nemmeno il caso di ricorrere alla teoria generale (84) per individuare le caratteristiche di questo facilissimo quadrante (fig. 118a):

- l'elevazione  $\varepsilon$  è  $\pm 90^\circ$ , e quindi lo stilo è perpendicolare al quadro e coincide con l'ortostilo;
- la *sustilare* non esiste, poiché degenera nel centro dell'orologio; agli effetti pratici del disegno può essere assunta come *sustilare* una qualsiasi linea oraria, ad esempio la meridiana;
- la *meridiana* è verticale verso il basso; si può assumerla come *sustilare*;
- le *linee orarie* sono uniformemente distribuite, distanziate tra loro di  $15^\circ$ ;
- l'*orizzonte* resta governato dalla formula generale, che diviene  $h = l \operatorname{tg} \varphi$  (sopra o sotto  $G'$  secondo che  $i$  sia positivo o negativo).

(83) Spesso questo orologio viene anche chiamato, giustamente, *equatoriale*.

(84) Tanto più che in questo caso l'applicazione delle formule generali, sebbene fattibile, può presentare qualche difficoltà.

Pertanto dalla situazione indicata nella figura 118a nasce un quadrante con l'aspetto generale della figura 118b.

Questa struttura del quadrante rende l'orologio equinoziale particolarmente idoneo a incorporare le correzioni  $c_f$  per il fuso e  $\epsilon_m$  per l'equazione del tempo, allo scopo di fornire direttamente l'ora media del fuso (ora civile standard); infatti per "correggere" l'ora indicata dal Sole basta su questo strumento ruotare il quadrante intorno allo stilo di tanto quanto è la correzione. Per questo motivo, proprio su questo tipo di orologio i meridianisti meno antichi si sono sbizzarriti a inserire congegni o sistemi per leggere direttamente l'ora civile standard facendo coincidere le indicazioni dell'orologio solare con quelle del nostro comune orologio meccanico da polso.

Continuando l'analisi dell'orologio equinoziale, interessante appare l'esame della sua evoluzione al variare della declinazione del Sole, e delle conseguenze sulle curve diurne e sull'illuminazione.

È intanto evidente (fig. 119) che le coniche diurne per ciascuna  $\delta$  sono dei cerchi, essendo l'asse del cono secato perpendicolare al piano secante (85); il raggio  $r$  di ciascun cerchio si ricava dal triangolo GCT:

$$r = \frac{1}{\operatorname{tg} \delta} ;$$

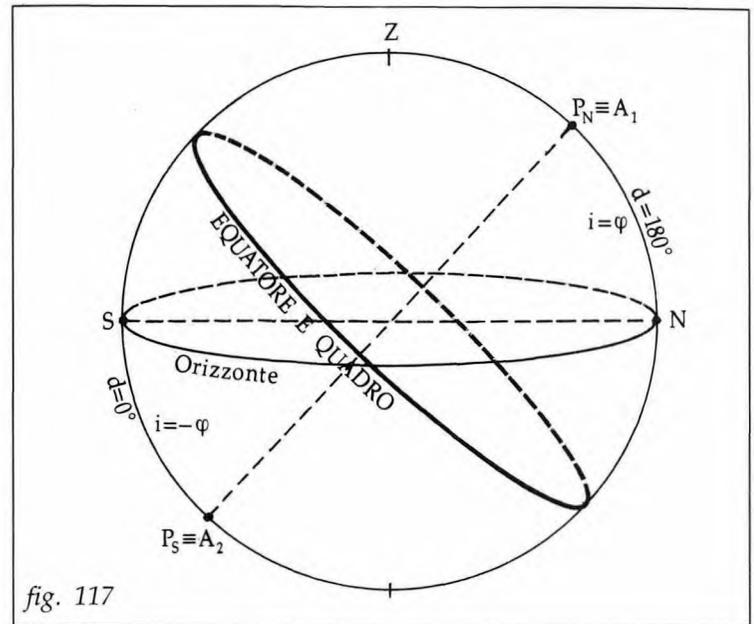
$r$  rappresenta anche la lunghezza dell'ombra dello stilo, costante per tutta la giornata.

Sul quadro Nord il minimo cerchio si ha al solstizio estivo, con il Sole sempre presente sul quadro; al diminuire della declinazione il cerchio diurno si allarga, con il Sole che continua ad essere presente sul quadro per tutte le 24<sup>h</sup>, sino a che quando  $\delta = 0$  il cerchio diurno va all'infinito e il Sole lambisce il quadro sia sulla faccia Nord che sulla faccia Sud (fig. 120). Appena la  $\delta$  diviene negativa, il Sole cessa di essere presente sul quadro Nord e inizia la sua presenza continua sul quadro Sud, su cui si manifestano i cerchi diurni sempre più piccoli, sino al solstizio invernale.

In sintesi ciascuno dei due quadranti funziona per sei mesi all'anno durante i quali il Sole è sempre presente su una delle facce del quadro; il quadrante Nord è valido nel semestre estivo, quello Sud nel semestre invernale. Nei giorni equinoziali il Sole lambisce il piano dell'orologio trasferendo la validità dall'uno all'altro quadrante; in tali circostanze si è già notato (par. 58) che il funzionamento "calendario" dell'orologio viene a mancare perché l'ombra del punto gnomonico va all'infinito.

Aggiungendo a questa analisi il concetto della presenza del Sole sull'orizzonte (sorgere e tramonto), si conclude che un orologio equinoziale che debba funzionare per tutto l'anno

(85) Ciò presuppone la costanza della  $\delta$  nel corso delle giornata, con approssimazione ben accettabile nella gnomonica. In realtà, essendo la  $\delta$  variabile con continuità, le curve diurne sono segmenti di una spirale continua.



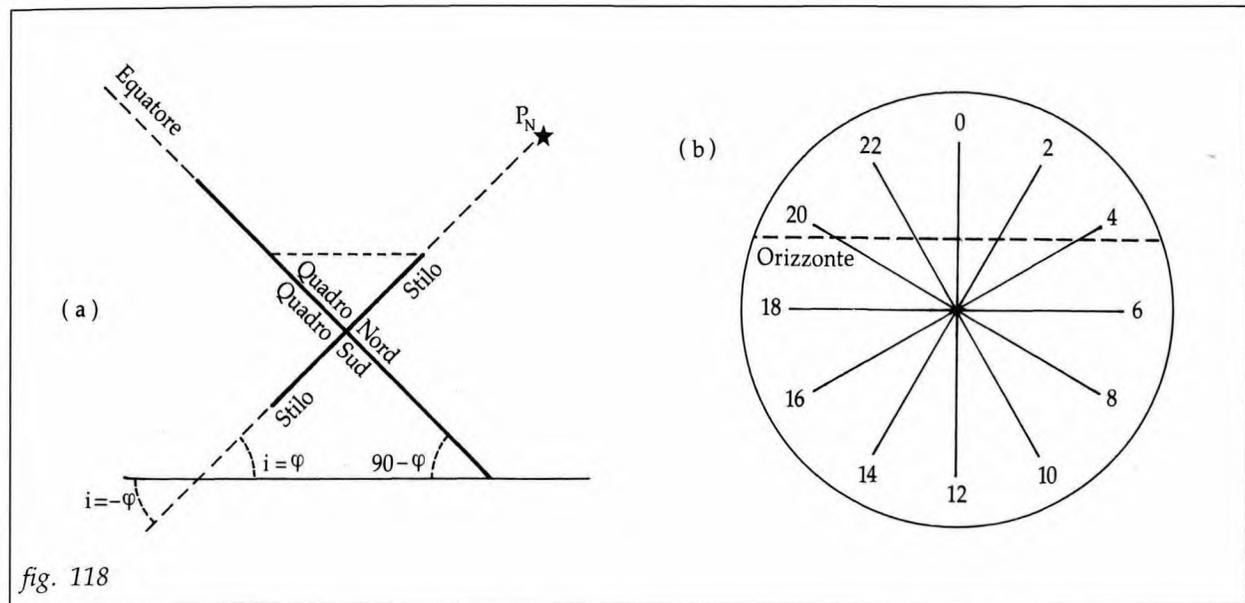
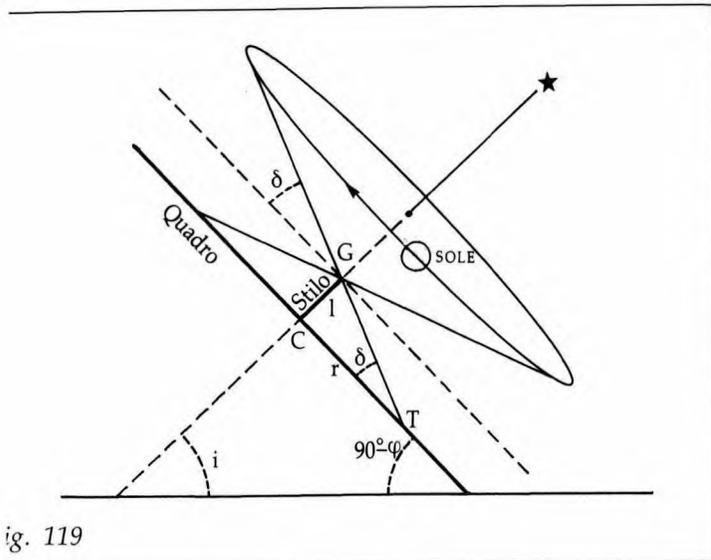


fig. 118



ig. 119

deve essere costituito da 2 quadranti disegnati sulle facce opposte di uno stesso piano; quello sulla faccia Nord deve essere esteso tra le ore del sorgere e tramonto al solstizio estivo e vale per i sei mesi estivi; quello sulla faccia Sud deve essere esteso tra le 6<sup>h</sup> e le 18<sup>h</sup> (ore del sorgere e tramonto degli equinozi) e vale nei sei mesi invernali.

I due quadranti equinoziali si presentano pertanto come mostra la figura 121.

La grande semplicità dell'orologio equinoziale lo ha reso molto popolare in tutti i tempi; perciò vari "trucchi" sono stati escogitati in passato per ovviare ai difetti che esso presenta nella versione teorica descritta: le limitazioni del funzionamento calendariale nei periodi prossimi agli equinozi e la necessità di duplicare il quadro per coprire tutto l'anno. Un sistema largamente usato dai

costruttori di orologi solari portatili è stato quello di sostituire il quadro piano con un anello; le ore si potevano così segnare anche sulla faccia interna dell'anello, mentre lo stilo (o il solo punto gnomonico) sostenuto al centro con supporti di vario tipo serviva per entrambi i semestri. L'anello era quasi sempre interrotto nella parte elevata, non utile, in modo da non ostacolare i raggi solari nei periodi equinoziali. Spesso orologi di questo tipo venivano resi "universali" consentendo all'anello di ruotare nel piano meridiano e regolando la latitudine su apposita graduazione.

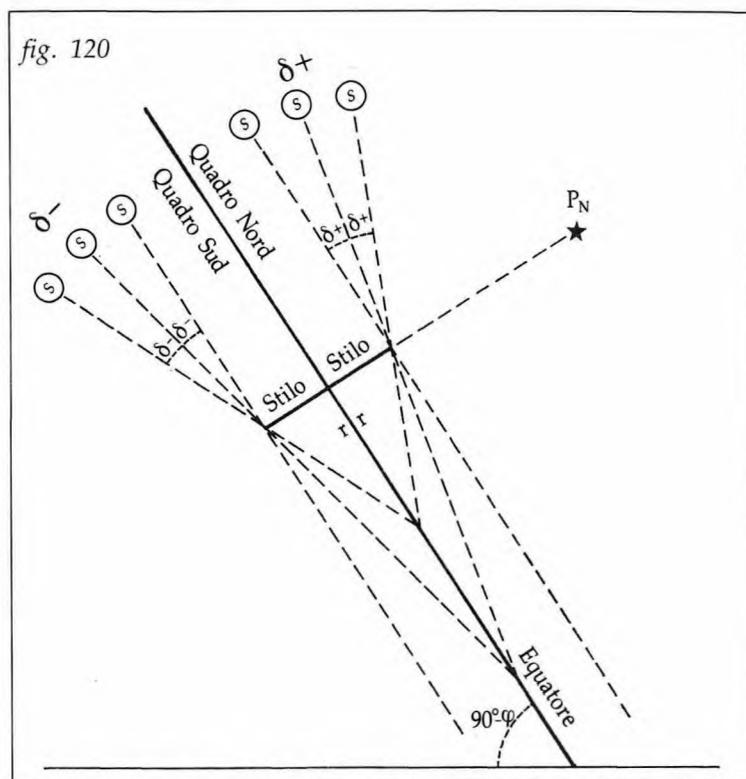
Soluzioni di questo tipo sono state adottate anche su strumenti fissi di tutte le dimensioni. Ad esempio un monumentale orologio equinoziale di splendida fattura è stato eretto nel 1967 a Londra nella piazza antistante la sede del quotidiano "The Times"; è fuso nel bronzo e porta la prestigiosa firma del famoso scultore Henry Moore. Dal 1980 una replica di questo orologio si trova a Chicago (USA) davanti all'Adler Planetarium per ricordare e celebrare la conquista dello spazio da parte dell'uomo (è singolare il fatto che, pur citando l'autore, la targa davanti al monumento non avverte che si tratta di una copia).

Un altro famoso orologio monumentale basato sullo schema "equatoriale" è quello situato nel gigantesco complesso astronomico di Jaipur (India); fu costruito nel 1724 dal maragià Jai-Singh II, eccellente astronomo, che durante il suo regno mise in opera ben cinque grandiosi osservatori astronomici in muratura in diverse città dei suoi territori. Quello di Jaipur fu completamente restaurato agli inizi di questo secolo, e ora rappresenta una delle maggiori attrazioni turistiche della

zona; il suo orologio solare equatoriale passa per essere "il più grande orologio solare del mondo" (forse tra quelli "in servizio"; in effetti quello costruito da Augusto in Campo Marzio a Roma era certamente più grande); lo stilo, sorretto da una struttura triangolare in muratura, arriva a 27 metri d'altezza e, data la latitudine, dovrebbe essere più lungo di 50 metri; su di esso una gradinata larga circa tre metri porta sino a un terrazzino posto sul culmine; ore e minuti sono segnati su un semicerchio equatoriale rivestito in marmo, sul quale l'ombra si muove alla velocità di circa 6 centimetri al minuto.

Un ingegnoso "trucco" per evitare la duplicazione del quadrante equinoziale è stato quello di sostituire lo stilo (produttore di ombre) con un traguardo o alidada (produttore di direzioni) collegato a un indice e imperniato al centro del quadro (fig. 122). Orientando il traguardo sul Sole al momento della lettura, l'indice marca l'ora sul quadrante. Se il traguardo è imperniato in modo da restare distaccato dal piano del quadrante quanto necessario perché si possa riguardare il Sole anche quando esso è sotto il piano del quadro, si elimina la necessità di riprodurre il reticolo delle ore sulla faccia opposta del piano-quadro (86).

(86) Questa interessante soluzione è stata adottata, ad esempio, in un bell'orologio semiportatile firmato da Jacopo Lusuerg, costruito a Roma nel 1683 per la famiglia Medici e ora esposto nel castello di Gaasbeek presso Bruxelles.



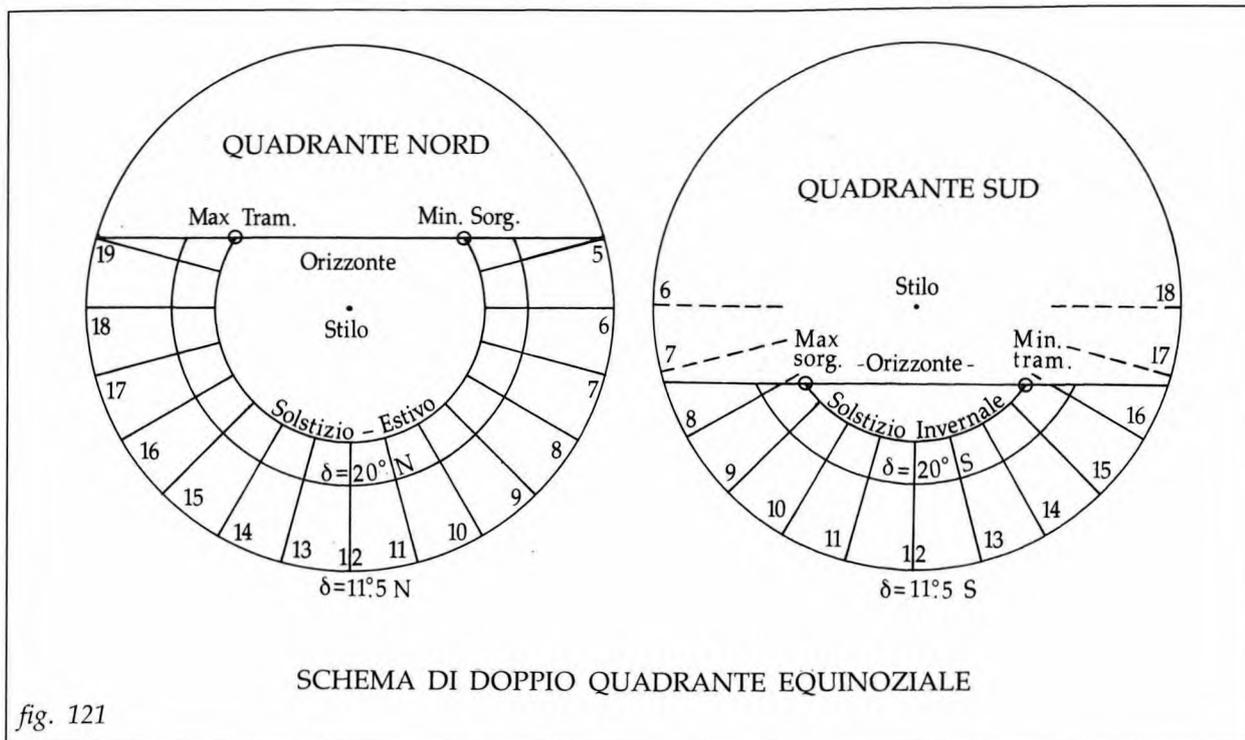


fig. 121

Va comunque sottolineato che, qualunque sia la soluzione pratica adottata, gli orologi ad anello o a semianello o ad arco disposti nel piano dell'equatore sono a tutti gli effetti "orologi equinoziali su piano", anche se in apparenza possono non sembrarlo. Notiamo ancora che gli orologi equinoziali del tipo ad anello, completo o parziale, sono detti anche "armillari", con riferimento a quegli strumenti astronomici che i nostri antenati chiamavano appunto "armille"; di essi si parlerà più in dettaglio nel cap. XVII "Divagazioni sullo stilo".

Per chiudere l'argomento riportiamo, anche per questo caso, un esempio di calcolo e disegno di un orologio equinoziale per la latitudine  $42^{\circ}\text{N}$  (Roma) che comprende entrambi i quadri Nord e Sud. Si osservi come la scorniciatura rettangolare prescelta tenti (invano) di mimetizzare la natura prettamente circolare del quadrante equinoziale.

### ESEMPIO DI CALCOLO E DISEGNO DI UN OROLOGIO EQUINOZIALE Due quadranti opposti

#### DATI

Località: Roma  
 Latitudine:  $\varphi = 42^{\circ}.0\text{N}$   
 Lunghezza stilo:  $l = g = 12 \text{ mm}$

**ORIZZONTE (Distanza da G')**

$$h = \pm l \operatorname{tg} \varphi = \pm 10.8$$

**CERCHI DIURNI**

$$\text{Raggio } r = \frac{l}{\operatorname{tg} \delta}$$

$\delta$	23°.5	20°	11°.5
r	27.6	33.0	59.0

**ILLUMINAZIONE**

	$\delta$	+23°.5	0°	-23°.5
Arco semidiurno	$\alpha$	7 <sup>h</sup> .5	6 <sup>h</sup> .0	4 <sup>h</sup> .5
Ora sorgere	$t_S$	4 <sup>h</sup> .5	6 <sup>h</sup> .0	7 <sup>h</sup> .5
Ora tramonto	$t_T$	19 <sup>h</sup> .5	18 <sup>h</sup> .0	16 <sup>h</sup> .5

Ore limiti: a) quadrante Nord 4<sup>h</sup>.5 – 19<sup>h</sup>.5  
 b) quadrante Sud 6<sup>h</sup> – 18<sup>h</sup>

**DISEGNO:** figura 123

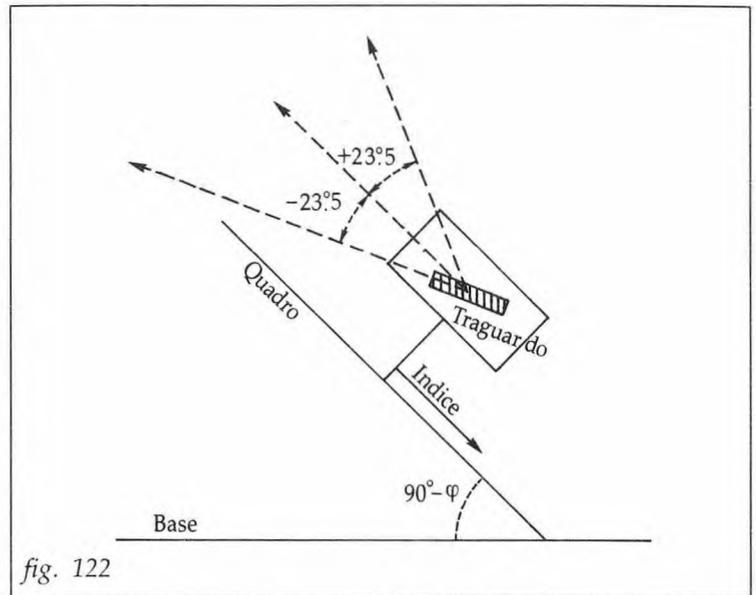
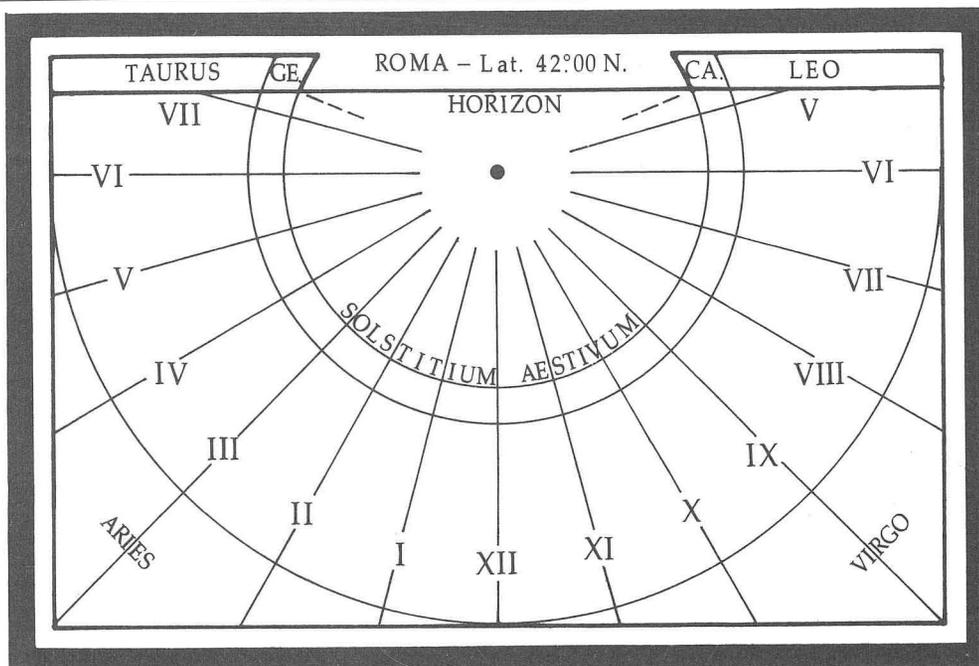


fig. 122



QUADRANTE NORD

QUADRANTE SUD

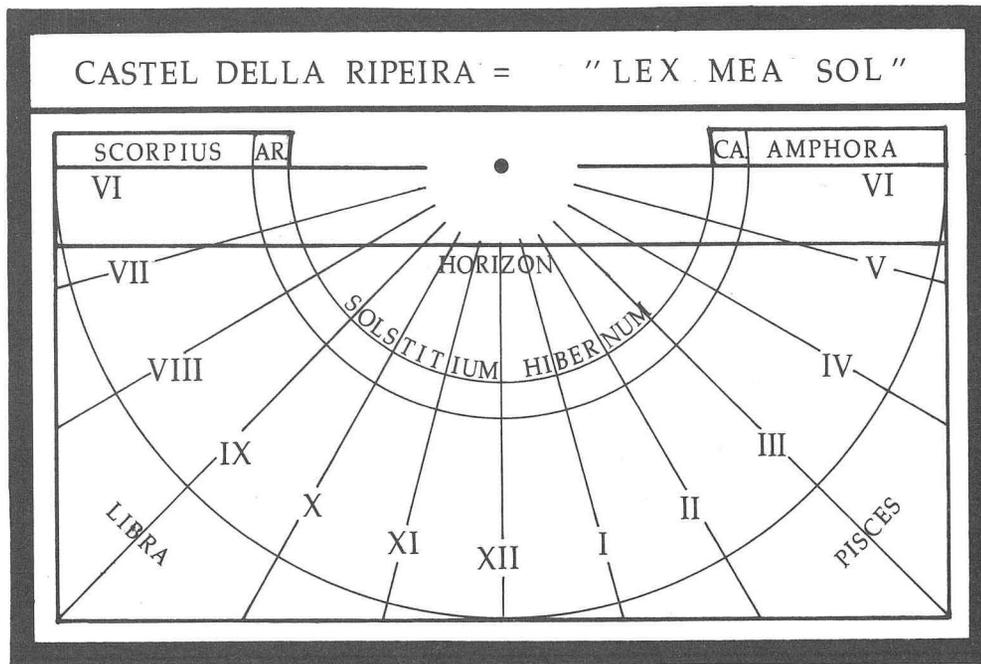
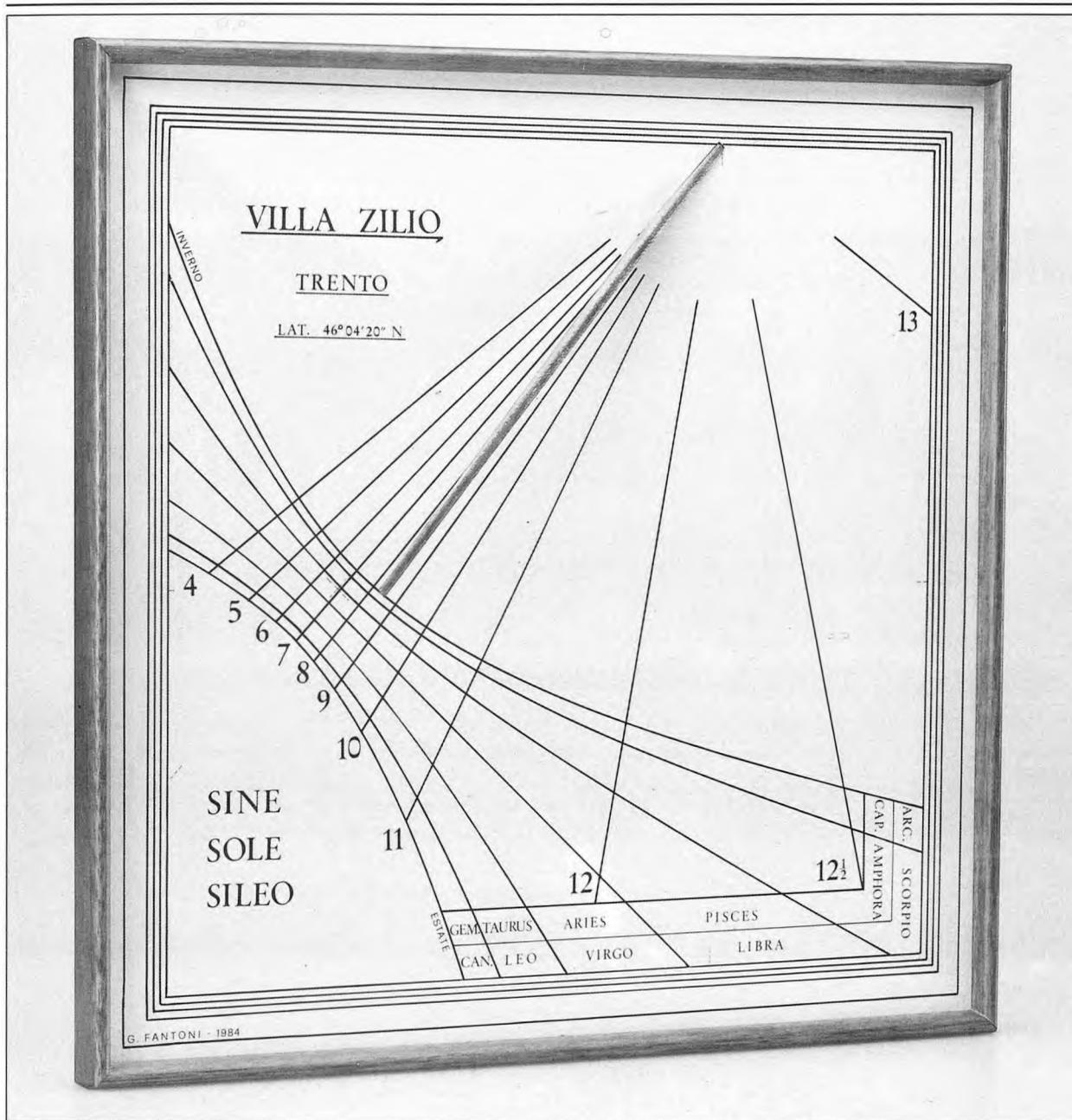


fig. 123



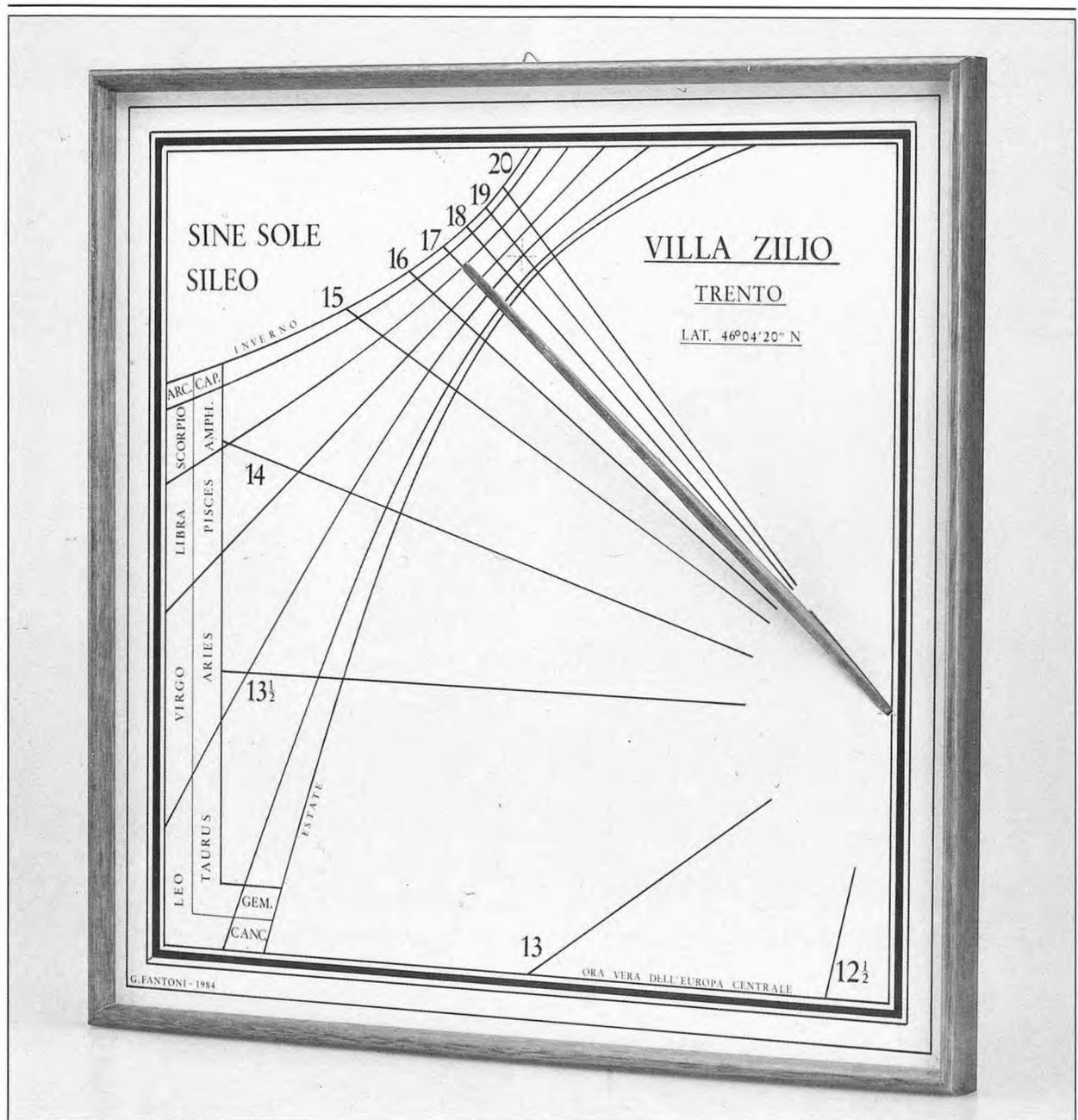
19

19, Osservatorio astronomico in muratura costruito nel 1734 a Jaipur (India) dal rajah Jai-Singh II, visto dal grande orologio solare del complesso.



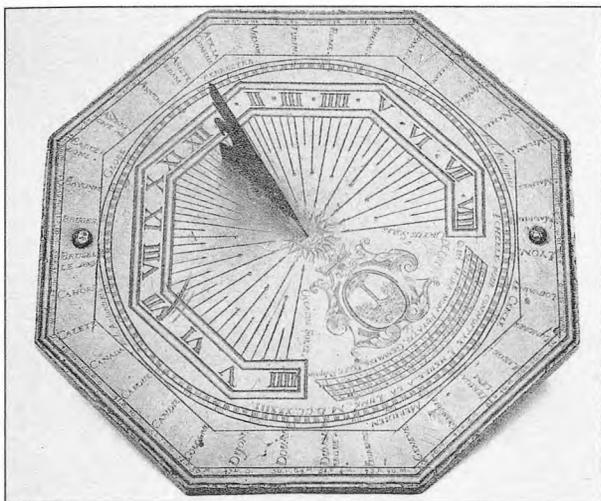
20

20 e 21, Due quadranti speculari da sistemare sulle facciate opposte della stessa villetta; gli stili molto lunghi e poco elevati segnalano che l'orientamento dei muri di supporto è



21

*prossimo alla linea Est-Ovest (in effetti le declinazioni inserite nel calcolo sono rispettivamente 77° Est e 103° Ovest).*



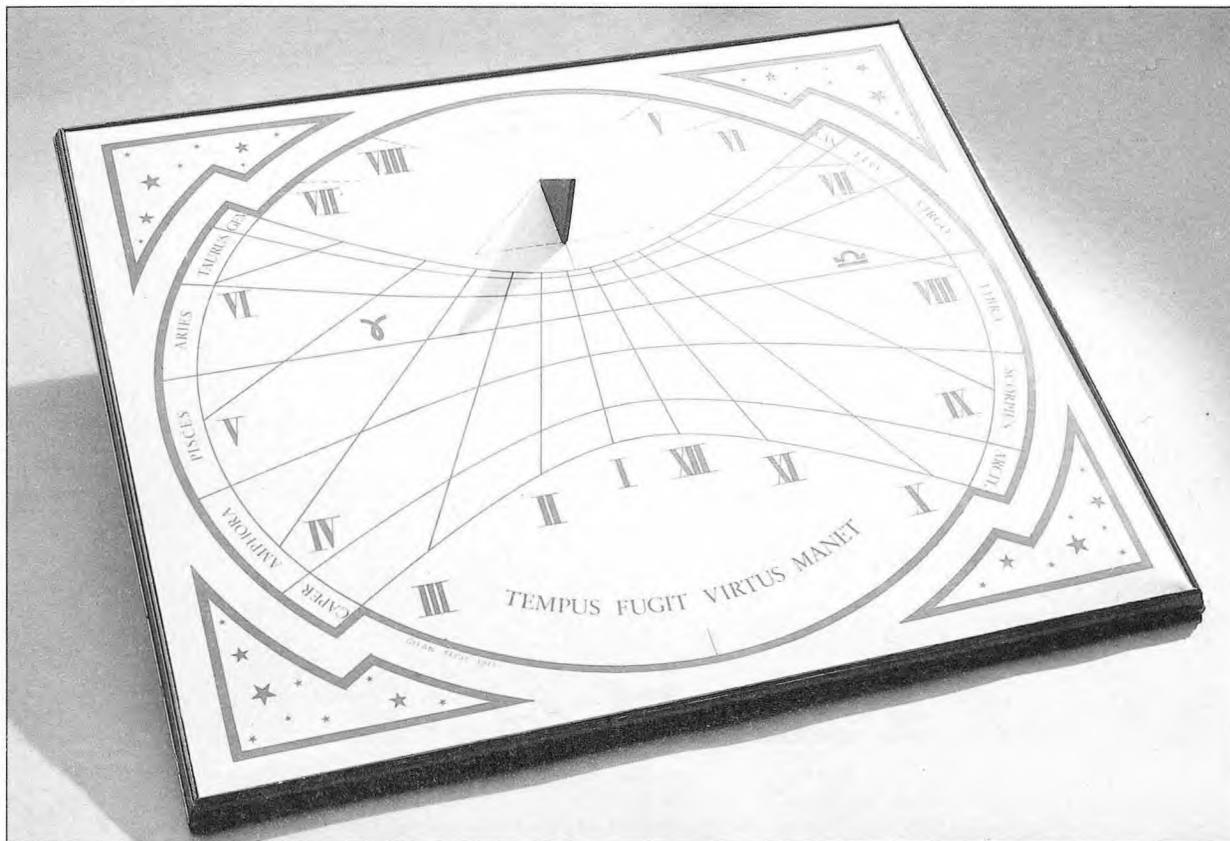
22

22, Orologio orizzontale in ardesia del 1733. La tabella presso lo stemma serve per ricavare l'ora solare dalle ombre lunari (par. 176).

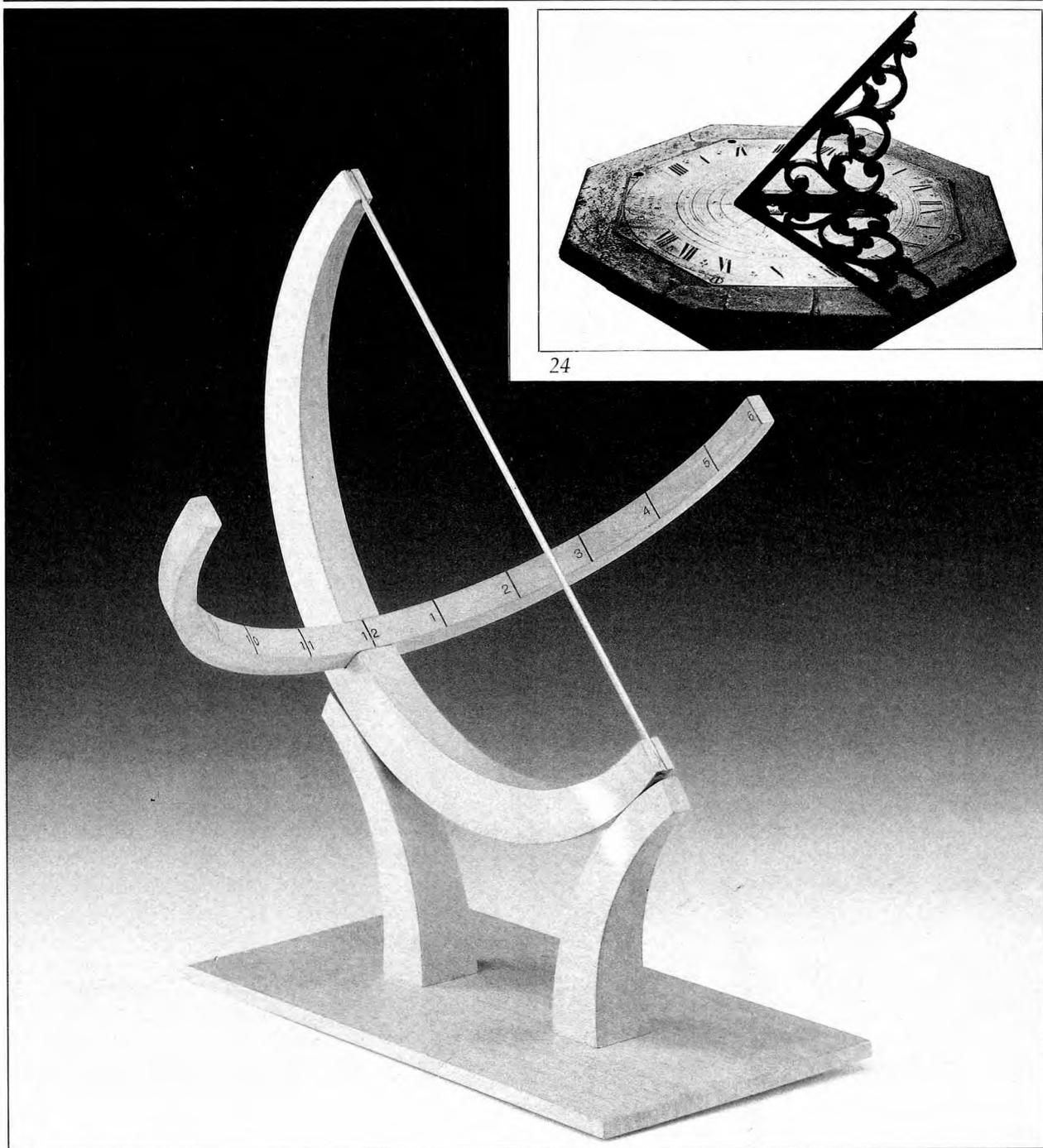
23, Progetto per un orologio orizzontale completo alla latitudine di  $46^{\circ}.2N$ ; nel diagramma delle linee orarie si è dovuto inserire una forte correzione-fuso (la meridiana non è perpendicolare all'equinoziale) perché la località d'impianto sconfinava oltre i limiti del suo fuso geografico.

24, Semplice quadrante di un orologio orizzontale, da disporre in giardino su colonnina.

25, Modello di scultura solare costruito dall'autore, con orologio solare equatoriale "ad arco".

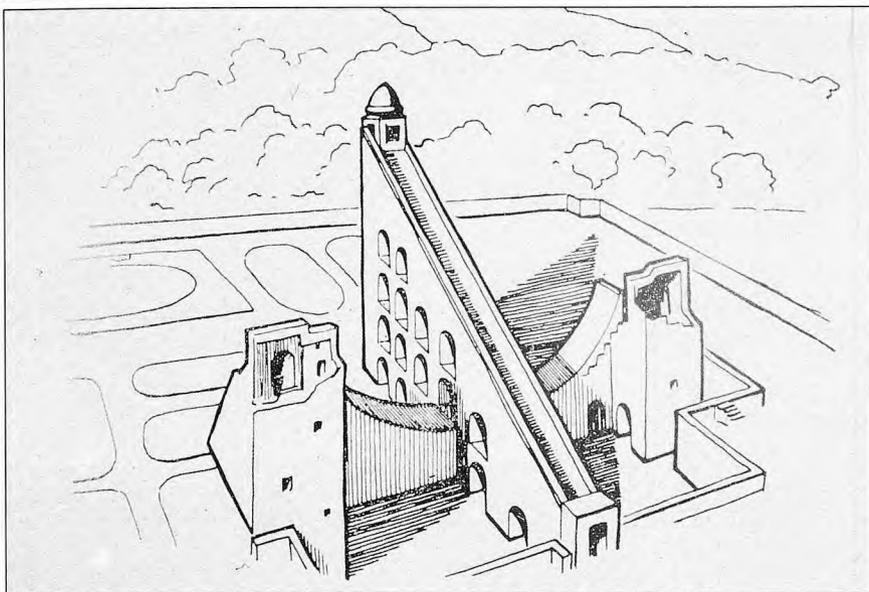


23



24

25



26, Disegno del grande orologio equatoriale di Jaipur, con lo stilo alto circa 27 metri; su di esso una scalinata porta al terrazzino di vertice. Lo strumento era particolarmente destinato alla misura della declinazione degli astri (da "Rohr - Cadrans Solaires").

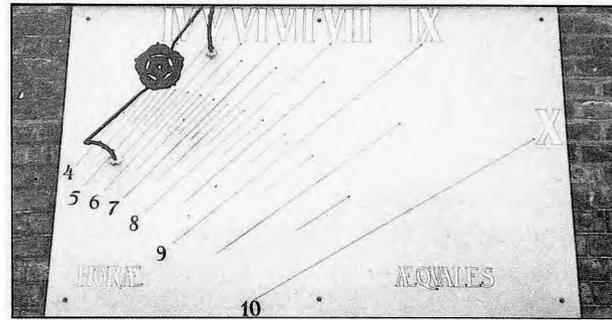
27, Cerchio equatoriale e stilo del grande orologio solare di Jaipur.

26



27

28, Su questo orologio, che si trova all'Osservatorio Astronomico di Greenwich, l'assetto delle linee orarie quasi parallele tra loro indica che il quadro è molto prossimo a essere "polare"; il passo delle linee orarie è 15 minuti; una buona precisione di lettura è assicurata dalla piastrina forata che fa da stilo (par. 79).



28

29, Stilo del grande orologio solare equatoriale nell'Osservatorio Astronomico di Delhi (India), uno dei cinque osservatori installati dal rajah Jai-Singh II nei suoi territori. L'orologio solare è simile a quello di Jaipur; ai lati sporgono dall'acqua le estremità del cerchio equatoriale orario.



29

## CAP. XV - MISURA DELLA DECLINAZIONE GNOMONICA $d$ E DELLA INCLINAZIONE $i$ - ORIENTAMENTO DEGLI OROLOGI SOLARI

### 64) Generalità

Si è visto che la costruzione di un orologio solare richiede la conoscenza di tre dati fondamentali: la latitudine  $\varphi$  del luogo, la declinazione gnomonica  $d$  del quadro e la sua inclinazione  $i$ . Inoltre per determinare la correzione-fuso  $c_f$ , sia che si voglia inserirla nel disegno o che si voglia lasciarla fuori e adoperarla in via aritmetica, è necessario conoscere anche la longitudine  $\lambda$  del luogo.

Per quanto riguarda le coordinate geografiche  $\varphi$  e  $\lambda$ , esse possono essere ricavate da una carta geografica qualsiasi, possibilmente a grande scala; ottime a tale scopo sono le carte di dettaglio al 25.000 dell'Istituto Geografico Militare (le carte stradali, invece, normalmente non indicano le coordinate geografiche). L'approssimazione che si suggerisce per  $\varphi$  e  $\lambda$  è del decimo di grado, come ad esempio  $\varphi = 41^{\circ}.9$  Nord, ma approssimazioni più grossolane possono essere accettabili.

Per quanto riguarda  $d$  e  $i$  diamo in questo capitolo alcune indicazioni per la loro determinazione pratica, osservando che il problema si presenta in generale sotto due aspetti reciproci:

– *individuare l'orientamento* di una superficie piana fissa su cui si intende applicare o disegnare un orologio solare da calcolare, determinandone i valori di declinazione gnomonica  $d$  e di inclinazione  $i$ ;

– *orientare una superficie* per la quale si sia calcolato un orologio solare con valori prefissati di  $d$  e  $i$ .

### 65) Misura della declinazione gnomonica di una superficie piana fissa - Metodi vari

Iniziamo con questa operazione, che è quella più comune in questo campo. Essa si esegue normalmente su superfici come tetti, muri, pareti, pilastri, sostegni in genere, su cui si voglia costruire l'orologio solare. Normalmente la precisione da conseguire è del decimo di grado.

*Metodo topografico* - Tra i vari metodi che si possono usare, il più scientifico è certo quello che impiega sistemi e strumenti della tecnica topografica; non lo descriviamo perché esso presuppone la disponibilità di strumenti idonei e di operatori specializzati, ma avvertiamo che questo metodo consente di ottenere la maggior precisione possibile, e perciò, disponendo della necessaria organizzazione, è quello da usare per ottenere il risultato migliore. Sistemi di questo tipo sono stati impiegati nella costruzione e nella verifica delle grandi meridiane di precisione; l'ultimo importante lavoro del genere, per quanto a mia conoscenza, è stato quello completato nel 1976 per la verifica della grande meridiana del duomo di Milano (87).

*Metodo della bussola magnetica* - Il modo più istintivo per ricercare l'azimut di una superficie piana è quello di usare una bussola magnetica e traguardare la superficie, a filo di essa o lungo una sua perpendicolare. Il metodo è di massima sconsigliabile per vari motivi;

(87) Bibliografia n. 25: "La meridiana solare del duomo di Milano".

anzitutto la bussola magnetica è strumento di scarsa precisione (è impensabile arrivare all'approssimazione del decimo di grado); in secondo luogo sembra assai difficile che oggi si possano trovare luoghi esenti da influenze magnetiche esterne, generate ad esempio dai ferri degli edifici circostanti o da cavi/impianti elettrici posti nelle vicinanze; infine le indicazioni della bussola debbono essere corrette per la declinazione magnetica locale, elemento che non sempre si può conoscere con precisione sufficiente.

Se comunque si vuole usare questo sconsigliabile sistema si tenga presente che:

- lo strumento da usare deve essere una *grande e ottima* bussola magnetica;
- il luogo deve essere lontano da ferri e da impianti elettrici;
- le misure debbono essere riferite al Nord vero e non al Nord magnetico indicato dalla bussola; esse quindi debbono essere corrette con la declinazione magnetica locale (ricavabile ad esempio dalle carte dell'Istituto Geografico Militare).

### 66) Metodo del confronto con l'azimut del Sole

È questo il mio metodo preferito e può essere usato in generale con superfici comunque inclinate (e quindi anche verticali).

Nella sua sostanza il metodo è stato applicato nel passato con numerose varianti. Poiché tutte le varianti presuppongono ovviamente la conoscenza dell'azimut  $Z$  del Sole (88) al momento del confronto, iniziamo col descrivere modalità e procedure per determinarlo.

Il modo più semplice per conoscere l'azimut del Sole in un dato istante, è certamente quello di usare una delle numerose "Tavole d'Azimut" che, soprattutto a beneficio dei naviganti, forniscono lo  $Z$  in funzione della latitudine  $\varphi$ , della declinazione  $\delta$  e dell'ora  $P$  (angolo al polo del Sole); citiamo tra le più pratiche le italiane "Tavole a Soluzione Diretta per il Calcolo delle Rette d'Altezza" dell'Istituto Idrografico della Marina Militare (89), e le similari americane "Tavole H.O. 214" dell'Hydrographic Office USA. Una tale procedura richiede che al momento del confronto si registri l'ora su un buon orologio ben regolato sui segnali orari radio-televisivi. Inoltre, come per qualsiasi altra procedura, occorre disporre delle "Effemeridi Astronomiche" dell'anno in corso da cui ricavare la declinazione del Sole per il giorno (in mancanza di Effemeridi, un valore della  $\delta$  del

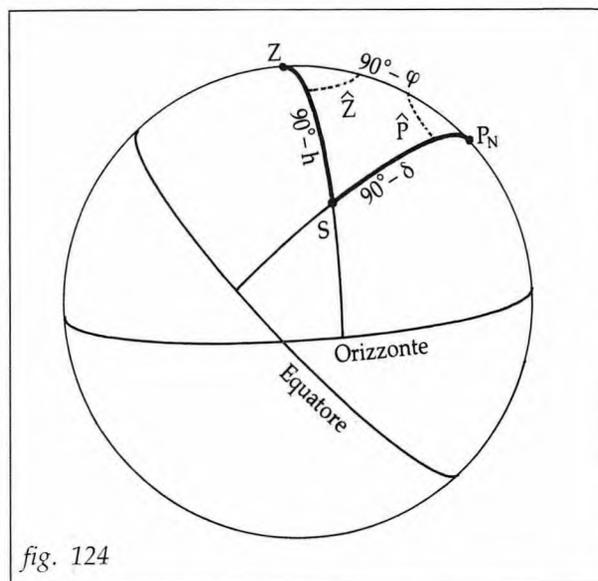


fig. 124

(88) Talvolta, quando non vi è rischio di errore, l'angolo azimutale  $Z$  è chiamato anche "azimut", ma a rigore ciò è inesatto; l'azimut  $Az$  infatti si conta da Nord nel senso Est-Sud-Ovest da  $0^\circ$  a  $360^\circ$  e si ottiene da  $Z$  con semplici relazioni aritmetiche. Anche noi in questo studio per semplicità chiameremo talvolta "azimut" quello che in realtà è l'"angolo azimutale"  $Z$  (Vds. anche par. 7).

(89) Bibliografia n. 57.

Sole sufficientemente approssimato si può ricavare dalla Tabella I dell'Appendice A).

In mancanza di Tavole d'Azimut bisogna ricorrere ancora una volta alla trigonometria. Sulla sfera celeste (fig. 124), nel consueto triangolo sferico Polo  $P_N$  - Zenit  $Z$  - Sole  $S$  l'angolo azimutale  $Z$  può essere calcolato in funzione di tre elementi noti; posto che l'angolo  $\hat{S}$  non è individuabile e che  $\varphi$  e  $\delta$  sono certamente noti, si considera normalmente come terzo elemento noto l'angolo al polo  $\hat{P}$  del Sole (cioè l'ora); anche in questo caso perciò, come quando si usano le Tavole, occorre registrare l'ora al momento della misura (90).

L'azimut  $Z$  verrà quindi calcolato con formule trigonometriche, tra le quali suggerisco queste (dimostrazione omessa):

$$\operatorname{tg} M = \operatorname{tg} p \cos P_{E/W}; \quad \operatorname{tg} Z_{E/W} = \frac{\operatorname{sen} M \operatorname{tg} P_{E/W}}{\cos (\varphi + M)}$$

in cui si ha:

$M = \text{elemento ausiliario}$ $p = 90^\circ - \delta$ $P_{E/W} = \text{angolo al polo del Sole (cioè l'ora) contato da Sud verso Est o Ovest da } 0^h \text{ a } 12^h$	$\varphi = \text{latitudine}$ $Z_{E/W} = \text{angolo azimutale del Sole, contato da Nord verso Est o verso Ovest (come } P), \text{ da } 0^\circ \text{ a } 180^\circ$
---	--

Per concludere l'argomento della ricerca dell'azimut del Sole per l'individuazione della declinazione gnomonica  $d$ , osserviamo che le tavole e le formule forniscono lo  $Z$  contato da *Nord* verso Est o Ovest da  $0^\circ$  a  $180^\circ$ ; per le nostre misure conviene invece che l'azimut, che chiameremo  $Z'$ , sia contato da *Sud* verso Est o Ovest da  $0^\circ$  a  $180^\circ$ ; quindi, ottenuto lo  $Z$ , bisognerà farne il complemento a  $180^\circ$  per passare allo  $Z'$  prima di procedere; il segno Est o Ovest naturalmente si mantiene. Ad esempio l'azimut ricavato dal calcolo come  $Z = N 136^\circ.1 W$  sarà da noi utilizzato come  $Z' = S 43^\circ.9 W$ . In ogni caso l'approssimazione suggerita in circostanze normali è sempre quella del decimo di grado.

Tornando ora al confronto fra l'azimut del Sole e l'azimut della superficie di cui si ricerca la  $d$ , l'operazione si può effettuare:

– nel caso più generale (e quindi anche con superfici verticali) su una tavola orizzon-

(90) In passato, quando non si poteva disporre di buoni orologi né di segnali orari radio, gli ingegnosi meridianisti dell'epoca consideravano come terzo elemento noto, invece dell'ora  $P$ , l'altezza  $h$  del Sole, ricavabile in via geometrica nel corso delle operazioni di misura. L'angolo azimutale del Sole veniva quindi calcolato con la consueta formula del coseno, esplicitata rispetto all'angolo  $Z$ :

$$\cos Z = \frac{\operatorname{sen} \delta - \operatorname{sen} \varphi \operatorname{sen} h}{\cos \varphi \cos h}$$

Questa procedura risulta piuttosto complessa e poco precisa, perciò la segnaliamo solo a titolo storico in omaggio alla tradizione, e nel seguito dello studio non la prendiamo più in considerazione. Notiamo solo che nella figura 125 l'altezza  $h$  è l'angolo  $G\hat{B}G'$ , mentre nelle figure 131 e 132 "90°- $h$ " è l'angolo  $G\hat{B}H$ .

tale appoggiata alla superficie in esame;

- nel caso particolare di una superficie verticale (muro), sulla superficie verticale stessa.

Esaminiamo dapprima il caso generale (fig. 125). Se  $OO'$  è una retta orizzontale qualsiasi sulla superficie in questione (ad esempio la sua base sul terreno o sul pavimento),  $\alpha$  il piano orizzontale per  $OO'$ ,  $GG'$  una bacchetta verticale innestata in  $G'$  sul piano orizzontale  $\alpha$ , il concetto è quello di misurare sul piano  $\alpha$  ad un dato istante l'angolo  $\Delta$  tra l'ombra  $G'B$  della bacchetta e la perpendicolare  $G'P$  alla retta  $OO'$ ; calcolato l'azimut  $Z$  del Sole indicato dall'ombra della bacchetta, con la conoscenza dell'angolo  $\Delta$  si risale all'azimut della perpendicolare  $G'P$  che rappresenta la declinazione gnomonica  $d$  della superficie all'esame.

All'atto pratico l'operazione si effettua appoggiando fermamente alla superficie in questione una tavola orizzontale (orizzontalità da verificare con livelle) che abbia il margine di appoggio ben netto e preciso e sulla quale si sono preventivamente tracciate una o più perpendicolari al lato di appoggio (fig. 126). Sulla tavola, ad una certa distanza dal margine di appoggio si realizza un elemento lineare verticale di *lunghezza indifferente* (91); questo elemento può essere una bacchetta vera e propria (verticalità da verificare con squadre o fili a piombo), ovvero un filo a piombo, ovvero una coppia di squadrette mutuamente appoggiate a circa  $90^\circ$ . Ad un certo istante  $t$ , da registrare con un buon orologio ben regolato sui segnali orari radio-televisivi, si disegna sulla tavola l'ombra dell'elemento verticale; si misura quindi con un goniometro o rapportatore l'angolo  $\Delta$  che l'ombra fa con la perpendicolare  $PP'$  segnata sulla tavola; maggior precisione si ottiene se si disegna un triangolo rettangolo  $G'AB$  e, misurati i suoi cateti  $AB$  e  $AG'$  si calcola l'angolo  $\Delta$  facendo:

$$\operatorname{tg} \Delta = \frac{AB}{AG'}$$

(91) La precisione dei risultati è tanto maggiore quanto maggiore è la lunghezza dell'elemento verticale produttore d'ombra.

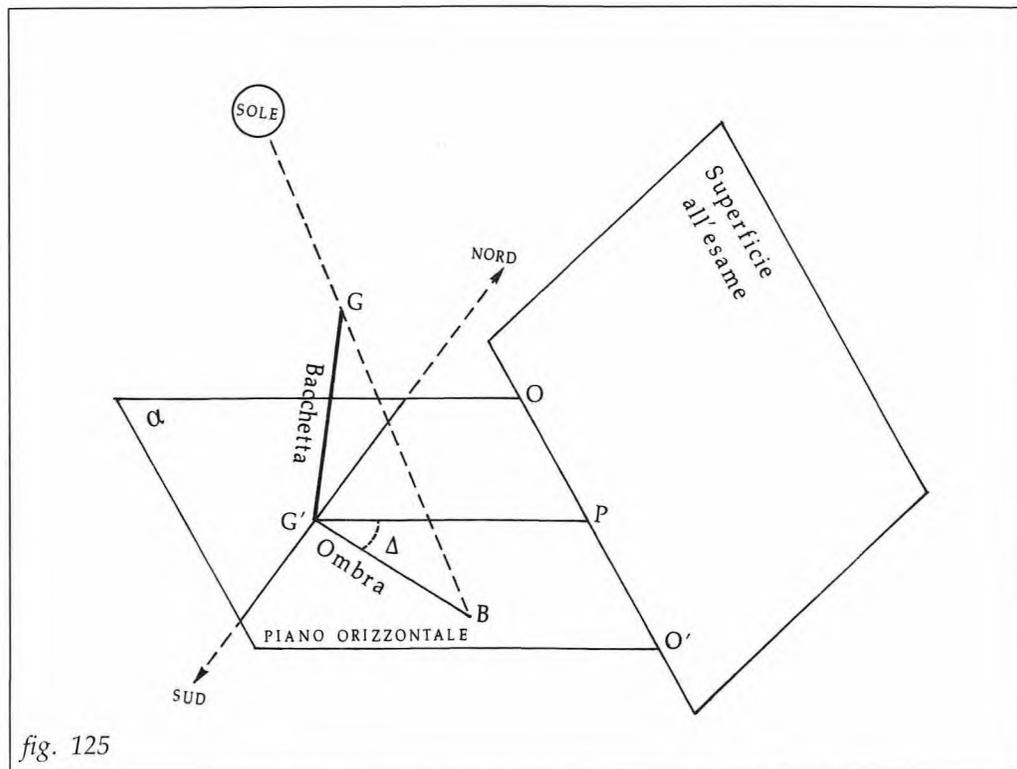


fig. 125

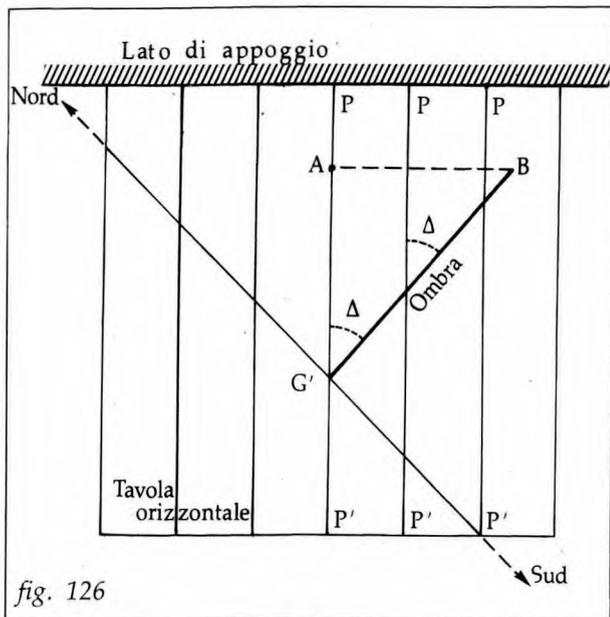


fig. 126

Calcolato poi, o con le Tavole o con le formule, l'azimut  $Z'$  del Sole, contato da Sud verso Est o verso Ovest, per l'istante  $t$  della misura, si ricava la declinazione gnomonica  $d$  della superficie facendo (fig. 127):

$$d = Z' + \Delta$$

con le seguenti regole dei segni (figg. 127 e 128):

- $\Delta$  è + o - secondo che l'ombra sia a destra o a sinistra della perpendicolare  $PP'$  per  $G'$ ;
- $Z'$  è + o - secondo che il suo segno sia Est o Ovest;
- $d$  prende il segno Est o Ovest secondo che il risultato della somma sia + o -.

Per ridurre gli errori insiti nelle misure e

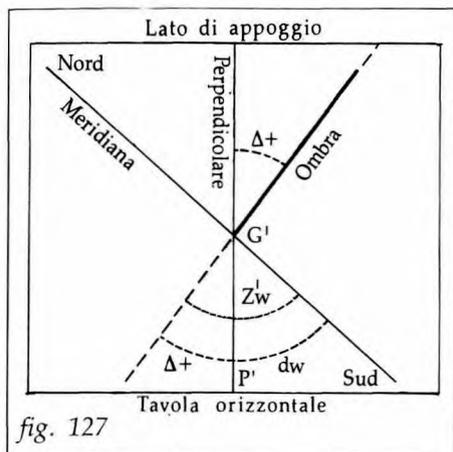


fig. 127

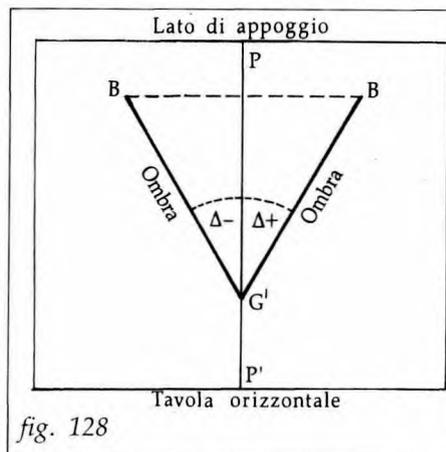


fig. 128

nei calcoli è opportuno ripetere più volte l'operazione, anche a distanza di pochi minuti, e quindi fare la media dei risultati. Si veda un esempio di calcolo della  $d$  con questo sistema nel successivo par. 67 (1° esempio).

Una grossa semplificazione si ottiene effettuando la misura all'istante del passaggio del Sole al meridiano superiore; in tal caso è  $Z' = 0^\circ$  (contato da Sud), per cui si evita il calcolo dell'azimut, e si ha:

$$d = \Delta.$$

Per usare questo metodo semplificato occorre calcolare l'ora civile corrispondente all'ora vera locale  $12^{\text{h}00^{\text{m}}}$  (passaggio del Sole al meridiano); per far ciò si corregge l'ora vera locale  $12^{\text{h}}$

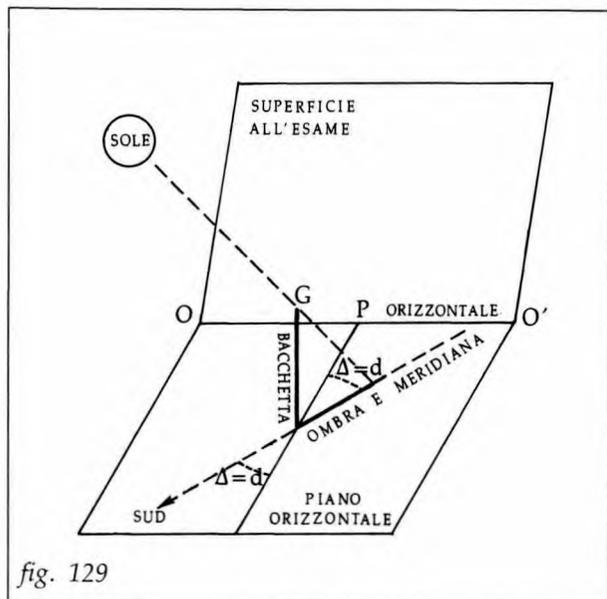


fig. 129

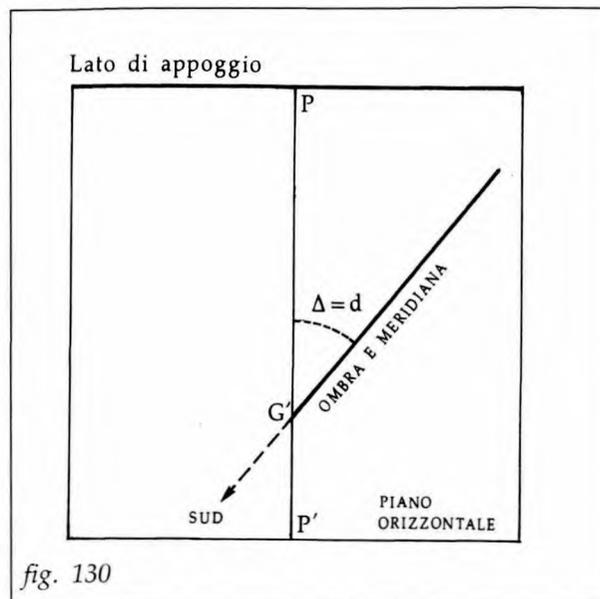


fig. 130

con la correzione-fuso  $c_f$  dovuta per la longitudine del luogo e con l'equazione del tempo  $\varepsilon_m$  dovuta per la data (92). All'ora-media-fuso (ora civile) così calcolata, presa con lo "stop" su un buon orologio ben regolato, si segna sulla tavoletta (figg. 129 e 130) l'ombra dell'elemento verticale; quest'ombra è la linea meridiana locale sul piano orizzontale, e l'angolo  $\Delta$  tra l'ombra e la perpendicolare  $PP'$  segnata sulla tavoletta rappresenta la declinazione gnomonica  $d$  della superficie all'esame.

La regola dei segni dice che  $d$  è E o W secondo che l'ombra cada a destra o a sinistra della perpendicolare  $PP'$ .

Un esempio di determinazione della  $d$  con questa procedura è riportato nel successivo par. 67 (2° esempio).

In questo caso, non potendosi fare la media di più misure ravvicinate, converrà ripetere l'operazione in giorni successivi, per mediare o per controllare. Da notare che con questa procedura non occorre conoscere la  $\delta$  del Sole, ma le Effemeridi sono egualmente necessarie per ricavare l'equazione del tempo  $\varepsilon_m$ ; in mancanza di Effemeridi, un valore sufficientemente approssimato di  $\varepsilon_m$  si può trovare nella tabella al par. 49 oppure nella tavola II dell'appendice A.

Se la superficie di cui si ricerca la declinazione  $d$  è verticale (caso del muro di un edificio; verticalità da verificare con filo a piombo) l'operazione, oltre che sulla tavola orizzontale

(92) Ad esempio il 15 Settembre a Roma (longitudine  $12^{\circ}30'$  E, fuso 1E) la correzione-fuso è  $c_f = +10^m$  e l'equazione del tempo per la data è  $\varepsilon_m = -5^m$ , per cui si ha:

ora vera locale	= $12^h00^m$
+ correzione-fuso	= $+10^m$
+ equazione del tempo	= $-5^m$
ora media del fuso	= $12^h05^m$

come nel caso generale già descritto, si può effettuare direttamente *sulla superficie verticale* stessa, innestandovi in un punto qualsiasi una bacchetta di lunghezza nota  $g$  perpendicolare alla superficie (93) (94).

Anche in questo caso si sfrutta l'ombra della bacchetta sul piano su cui si opera, e la

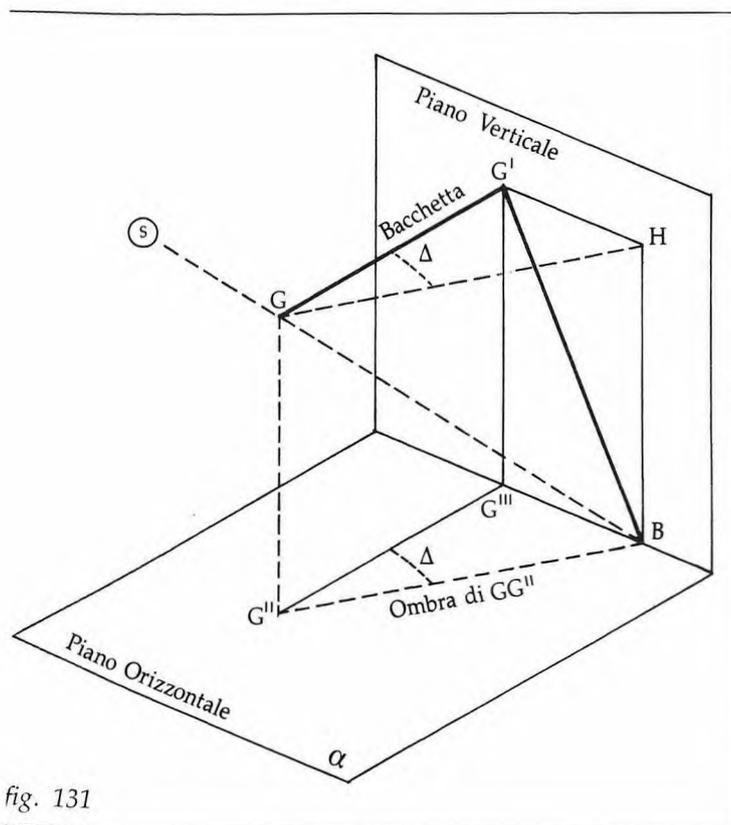


fig. 131

esame (fig. 133) tracciando la verticale per  $G'$  e prendendo su di essa a partire da  $G'$  il segmento  $G'G'' = g$ ; il triangolo  $HGG'$  è il ribaltamento sulla parete del triangolo risolutivo  $HGG'$  e su di esso si può operare per misurare l'angolo  $\Delta$ . Calcolato poi, o con le Tavole o con le formule, l'azimut  $Z$  del Sole (contato da Sud) si procede come già descritto operando su tavola orizzontale, ottenendo la declinazione gnomonica  $d$  del muro con la stessa somma:

$$d = Z' + \Delta$$

e con le stesse regole ( $\Delta$  è + o - secondo che l'ombra sia a destra o a sinistra della verticale per  $G'$ ; quindi nelle figure 132 e 133 l'angolo  $\Delta$  è positivo).

(93) Nonostante il favore incontrato da questo metodo tra i meridianisti del passato per misurare la  $d$  dei muri verticali, dobbiamo rilevare che esso è più complicato del precedente in cui si opera su tavola orizzontale, se non altro perché richiede la conoscenza della lunghezza  $g$  dell'elemento produttore dell'ombra. Peraltro il metodo può venire utile quando la situazione del muro non consente l'applicazione della tavola orizzontale su cui operare.

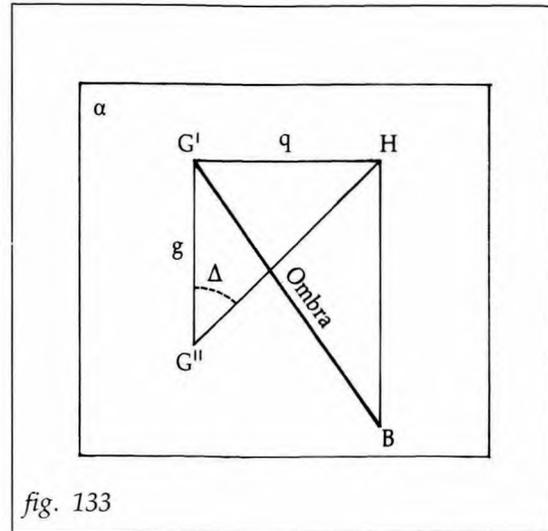
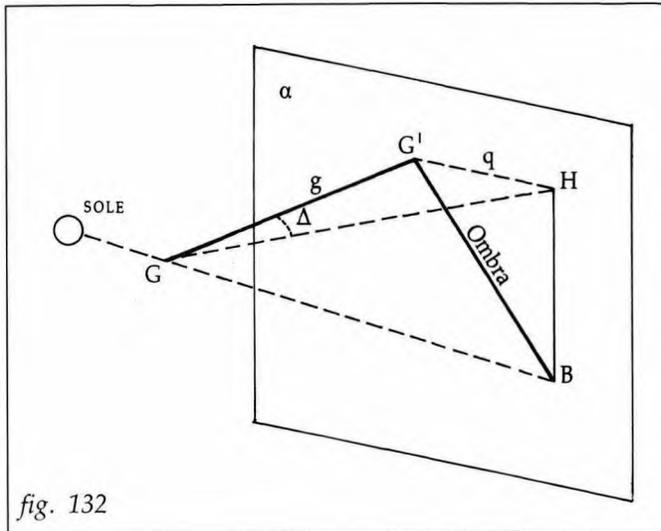
(94) La precisione dei risultati è tanto maggiore quanto maggiore è la lunghezza  $g$  della bacchetta.

figura 131, in cui  $GHBG''$  è il piano verticale che contiene il Sole, fa vedere bene l'analogia di questo metodo con quello descritto precedentemente. Si tratta questa volta di trovare l'angolo  $\Delta = G'GH$  tra il piano verticale del Sole  $GHBG''$  e il piano  $GG'G''G''$  perpendicolare alla superficie in esame, allo scopo di passare, come prima, dall'azimut  $Z$  del Sole all'azimut  $d$  del muro.

All'atto pratico (fig. 132), fissata sulla superficie in questione la bacchetta perpendicolare lunga  $g$  (perpendicolarità da verificare con squadre), ad un certo istante, da registrare con un buon orologio ben regolato, si segna sulla parete verticale l'estremità  $B$  dell'ombra della bacchetta  $GG'$ ; si conducono quindi sulla parete  $\alpha$  l'orizzontale per  $G'$  (livella) e la verticale per  $B$  (filo a piombo) che si incontrano in  $H$ ; l'angolo cercato  $\Delta$  si ottiene misurando  $G'H = q$  e risolvendo il triangolo  $HGG'$ , rettangolo in  $G'$ , nel quale si ha

$$\operatorname{tg} \Delta = \frac{q}{g} .$$

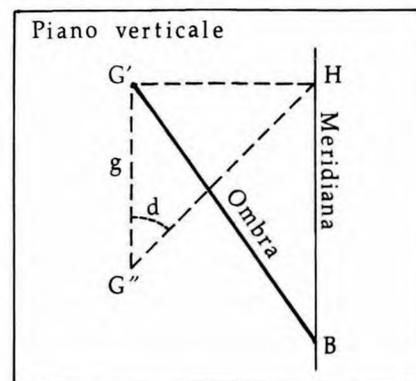
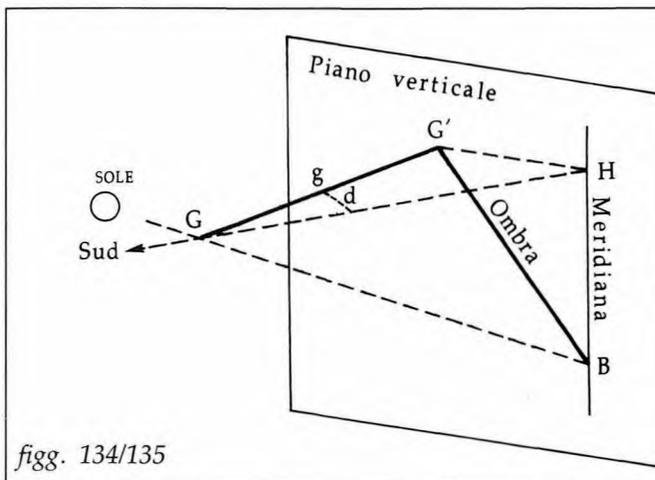
Il triangolo risolutivo  $HGG'$  può anche essere materializzato sulla parete verticale in



Gli errori si riducono facendo la media di una serie di misure. Un esempio di calcolo con questa procedura è riportato nel successivo par. 67 (3° esempio).

Anche in questo caso si può ottenere la notevole semplificazione di evitare il calcolo dell'azimut del Sole effettuando la misura all'istante del passaggio del Sole al meridiano (azimut  $Z' = 0^\circ$ ). In tale situazione le figure 132 e 133 divengono come le figure 134 e 135, nelle quali la retta verticale HB è la meridiana sul muro, e gli angoli HGG' e HG'G'' rappresentano direttamente la declinazione gnomonica  $d$ , con la consueta regola "ombra a destra di G'G'', declinazione gnomonica Est; ombra a sinistra di G'G'', declinazione gnomonica Ovest".

Nel successivo par. 67 è riportato un esempio di calcolo della declinazione  $d$  con questa procedura (4° esempio).



Consigliabile, come sempre, è la ripetizione della misura in giorni successivi, per fare la media o per controllo.

A titolo di curiosità, annotiamo che i nostri avi, soprattutto nei secoli d'oro della gnomonica quando la costruzione degli orologi solari era arte o scienza molto diffusa e indispensabile, per misurare la declinazione gnomonica delle superfici (muri, pareti, ecc.) usavano anche un apposito strumento detto "declinometro". Tutte le varie interpretazioni del declinometro incorporavano una bussola magnetica; pertanto questo strumento si può ricondurre concettualmente al "metodo della bussola magnetica", che abbiamo descritto in precedenza giudicandolo sconsigliabile.

### 67) Esempi di determinazione della declinazione gnomonica $d$ per confronto con l'azimut del Sole

#### 1° ESEMPIO - MISURE SU PIANO ORIZZONTALE, IN ISTANTI QUALSIASI

##### DATI

Giorno:	4 giugno 1980	Latitudine:	$\varphi = 42^{\circ}00'N$
Località:	Roma	Longitudine:	$\lambda = 12^{\circ}30'E$ (fuso 1E)

##### PROCEDURA

Si effettuano 5 misure a brevi intervalli di tempo, registrando gli istanti sull'orologio e le posizioni dell'ombra sulla tavoletta orizzontale; si dispone di Tavole d'Azimut e di Effemeridi Nautiche.

Numero d'ordine		1	2	3	4	5
Ora-orologio (1)	$t_o$	14 <sup>h</sup> 10 <sup>m</sup> 00 <sup>s</sup>	14 <sup>h</sup> 12 <sup>m</sup> 30 <sup>s</sup>	14 <sup>h</sup> 15 <sup>m</sup> 30 <sup>s</sup>	14 <sup>h</sup> 22 <sup>m</sup> 00 <sup>s</sup>	14 <sup>h</sup> 30 <sup>m</sup> 30 <sup>s</sup>
+ Scarto orologio	K	+30 <sup>s</sup>				
Ora fuso	$t_f$	14 10 30	14 13 00	14 16 00	14 22 30	14 31 00
- Correzione-fuso	$c_f$	+10 00	+10 00	+10 00	+10 00	+10 00
Ora media locale	$t_m$	14 00 30	14 03 00	14 06 00	14 12 30	14 21 00
- Equaz. del tempo (2)	$\epsilon_m$	-01 44	-01 44	-01 44	-01 44	-01 44
Ora vera locale	$t_v$	14 02 14	14 04 44	14 07 44	14 14 14	14 22 44
Ang. orario Sole (ore)	$P^h$	2 02 14W	2 04 44W	2 07 44W	2 14 14W	2 22 44W
Ang. orario Sole (gradi)	$P^{\circ}$	30°33'.5W	31°11'.0W	31°56'.0W	33°33'.5W	35°41'.0W
Declinazione Sole (2)	$\delta$	←		22°29'.2N		→
Azimut Sole, da Nord (3) Z		-117°.8W	-117°.1W	-116°.2W	-114°.3W	-112°.0W
Azimut Sole, da Sud Z'		-62°.2W	-62°.9W	-63°.8W	-65°.7W	-68°.9W
+ Angolo $\Delta$ (1)	$\Delta$	+40°.0	+40°.8	+41°.9	+43°.5	+45°.9
Declinazione gnomonica $d$		-22°.2	-22°.1	-21°.9	-22°.2	-22°.1
MEDIA: $d = 22^{\circ}.1W$						

(1) Dalle misure

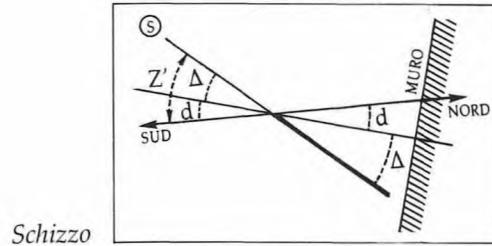
(2) Dalle Effemeridi Nautiche

(3) Dalle Tavole d'Azimut, in funzione di  $P$ ,  $\varphi$ ,  $\delta$ .

Formule:

$$t_v = t_o + K - c_f - \varepsilon_m ; \quad P = \begin{cases} t_v - 12^h \\ 12^h - t_v \end{cases} ;$$

$$d = Z' + \Delta$$



Schizzo

## 2° ESEMPIO - MISURE SU PIANO ORIZZONTALE, ALL'ISTANTE DEL PASSAGGIO DEL SOLE AL MERIDIANO

### DATI

Giorno:	4 giugno 1980	Latitudine:	indifferente
Località:	Roma	Longitudine:	$\lambda = 12^\circ 30' E$ (fuso 1E)
(Si dispone di Effemeridi Nautiche)			

### PROCEDURA

a) Determinazione dell'ora-fuso  $t_f$  (o dell'ora-orologio  $t_o$ ) all'istante del mezzogiorno vero locale.

Ora vera locale	$t_v = 12^h 00^m 00^s$
+ Equazione del tempo (1) $\varepsilon_m$	$= -01 44$
Ora media locale	$t_m = 11 58 16$
+ Correzione-fuso	$c_f = +10 00$
Ora-fuso	$t_f = 12 08 16$
+ Scarto orologio	$K = -32$
Ora-orologio	$t_o = 12 07 44$

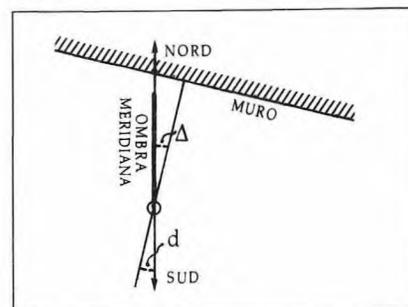
(1) Dalle Effemeridi Nautiche

b) Determinazione della declinazione gnomonica  $d$

Nel momento in cui l'orologio segnava  $12^h 07^m 44^s$  si è misurato, sul piano orizzontale,  $\Delta = 22^\circ .2$ , con l'ombra dell'elemento verticale a sinistra della perpendicolare. Pertanto si stabilisce che:

$$d = 22^\circ .2W$$

Schizzo



### 3° ESEMPIO - MISURE SU PIANO VERTICALE, IN ISTANTI QUALSIASI

#### DATI

Giorno: 4 giugno 1980 | Latitudine:  $\varphi = 42^{\circ}00'N$   
 Località: Roma | Longitudine:  $\lambda = 12^{\circ}30'$   
 Lungh. stilo g: 300 mm  
 (Non si dispone di Tavole d'Azimut, si dispone di Effemeridi Nautiche)

#### PROCEDURA

Si effettuano sul muro verticale 3 misure a brevi intervalli di tempo, registrando gli istanti sull'orologio e gli estremi B dell'ombra sul muro stesso. Segnati i punti H, si sono misurati i segmenti q come indicato nel prospetto che segue.

a) Calcolo degli azimut del Sole  $Z'$

Numero d'ordine		1	2	3
Ora orologio (1)	$t_o$	14 <sup>h</sup> 10 <sup>m</sup> 00 <sup>s</sup>	14 <sup>h</sup> 12 <sup>m</sup> 30 <sup>s</sup>	14 <sup>h</sup> 15 <sup>m</sup> 30 <sup>s</sup>
	↓	(vedi esempio n. 1)		
Angolo orario Sole	P	30°33'.5W	31°11'.0W	31°56'.0W
Declinazione Sole (2)	$\delta$	←	22°29'.2N	→
Distanza polare	p	←	67°30'.8N	→
Elemento ausiliario (3)	M	64°326	64°.180	63°.999
Latitudine	$\varphi$	←	42°.000	→
	$M + \varphi$	106°.326	106°.180	105°.999
Azimut Sole, da Nord (3)	Z	-117°.8W	-117°.1W	-116°.2W
Azimut Sole, da Sud	Z'	-62°.2W	-62°.9W	-63°.8W

b) Calcolo degli angoli  $\Delta$  e delle declinazioni d

Segmenti q (1)	q	252 mm	259 mm	269 mm
Angoli $\Delta$ (3)	$\Delta$	+40°.0	+40°.8	+41°.9
Azimut Sole, da Sud	Z'	-62°.2	-62°.9	-63°.8
Declinazione gnomonica	d	-22°.2W	-22°.1W	-21°.9W
MEDIA: d = 22°.1W				

- (1) Dalle misure  
 (2) Dalle Effemeridi  
 (3) Dalle formule

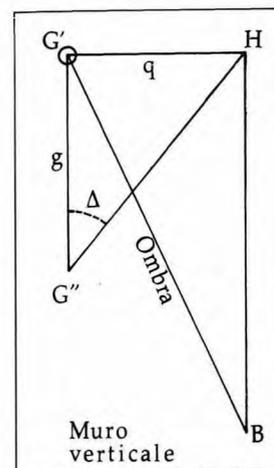
Formule:

$$\operatorname{tg} M = \operatorname{tg} p \cos P$$

$$\operatorname{tg} Z' = \frac{\operatorname{sen} M \operatorname{tg} P}{\cos (\varphi + M)}$$

$$\operatorname{tg} \Delta = q/g$$

Schizzo



## 4° ESEMPIO - MISURE SU PIANO VERTICALE, ALL'ISTANTE DEL PASSAGGIO DEL SOLE AL MERIDIANO

### DATI

Giorno: 4 giugno 1980  
Località: Roma  
Lungh. stilo: 300 mm  
(Non si dispone di Effemeridi)

Latitudine: indifferente  
Longitudine:  $\lambda = 12^{\circ}30'E$

### PROCEDURA

a) Determinazione dell'ora-fuso  $t_f$  (o dell'ora-orologio  $t_o$ ) all'istante del mezzogiorno vero locale.

Ora vera locale	$t_v = 12^{\text{h}}00^{\text{m}}$
+ Equazione del tempo (1) $\epsilon_m$	$= -02$
Ora media locale	$t_m = 11\ 58$
+ Correzione-fuso	$c_f = +10$
Ora-fuso	$t_f = 12\ 08$
+ Scarto orologio	$K = 00$
Ora-orologio	$t_o = 12\ 08$

(1) Dalla Tabella al par. 49

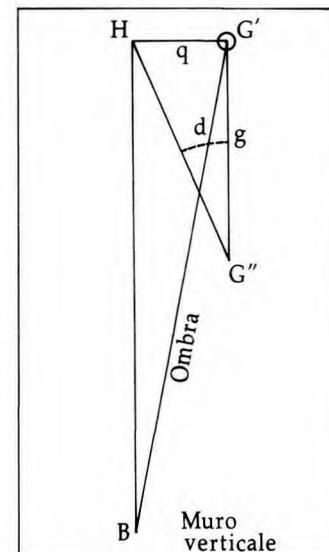
b) Determinazione della declinazione gnomonica  $d$

Nel momento in cui l'orologio marcava  $12^{\text{h}}08^{\text{m}}$ , segnato l'estremo d'ombra B, individuato il punto H, si è misurato  $q = 122$  mm, ombra a sinistra di  $G'G''$ , e pertanto si ricava:

$$\text{tg } d = \frac{q}{g} = \frac{122}{300}$$

$$d = 22^{\circ}.1W$$

Schizzo



### 68) Misura della inclinazione

La determinazione della inclinazione  $i$  di una superficie fissa, ai fini della sistemazione su di essa di un orologio solare, può esser fatta, oltre che con metodi topografici (96), con semplici metodi geometrici; la precisione da conseguire, normalmente e finché è possibile, è quella del consueto decimo di grado.

Se  $SS'$  è la superficie all'esame (fig. 136), si tratta in sostanza di materializzare e risolvere il

(96) Sono i più precisi, ma come già detto non li descriviamo perché richiedono appositi strumenti e personale specializzato.

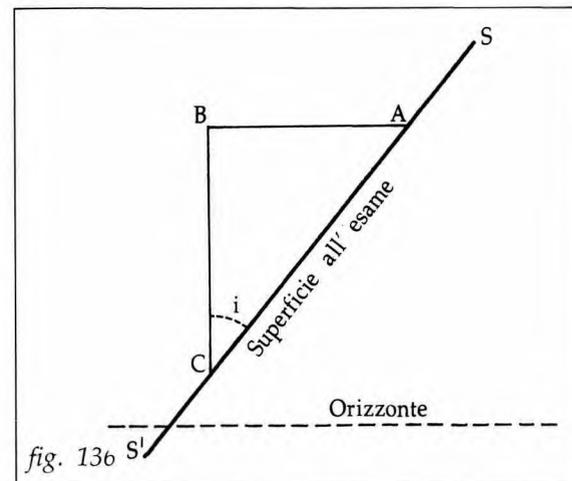


fig. 136

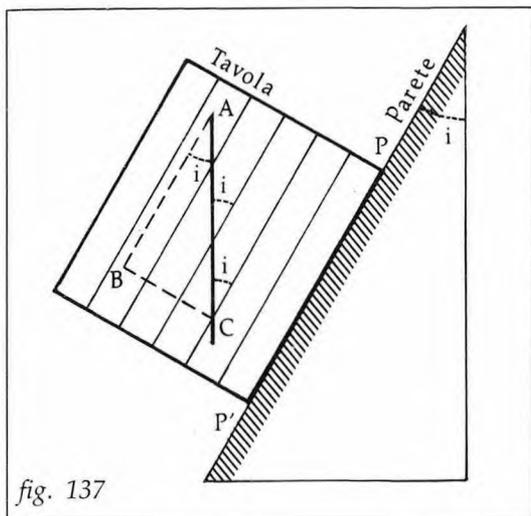


fig. 137

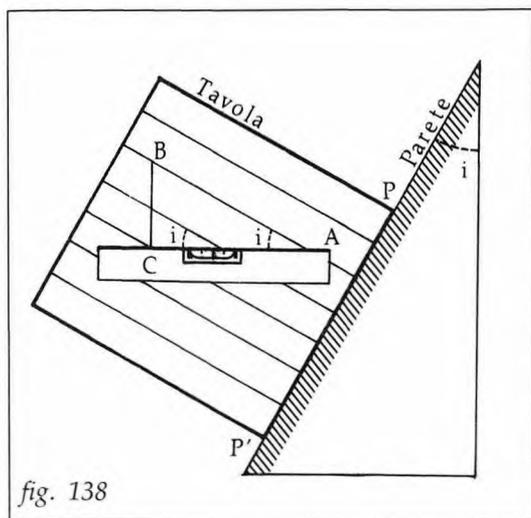


fig. 138

triangolo rettangolo ABC, in cui  $\hat{C}$  è la ricercata inclinazione  $i$ . Le necessarie misure dei lati AC e AB (o BC) possono essere ottenute operando opportunamente con fili a piombo e livelle in modo da individuare la linea di massima pendenza AC e materializzare quindi i segmenti da misurare.

Un metodo geometrico (fig. 137) riconducibile al precedente (e forse preferibile) è quello di appoggiare sulla linea di massima pendenza PP' della superficie in questione (da individuare con squadre e fili a piombo) una tavola ben piana, mantenendola perpendicolare alla superficie per mezzo di squadre. Se sulla tavola si sono preventivamente tracciate una o più rette parallele al lato di appoggio, e in un punto qualsiasi A si è imperniato un filo a piombo, gli angoli tra il filo e le rette parallele sono tutti eguali alla inclinazione  $i$  della superficie; segnata quindi la traccia del filo a piombo, l'angolo  $i$  si può misurare, o meglio si può calcolare risolvendo un opportuno triangolo rettangolo ABC di cui si misurano i lati.

Si può anche usare una procedura analoga alla precedente usando una livella al posto del filo a piombo. La figura 138 fa vedere in qualche modo come si possa in cotal guisa determinare l'inclinazione  $i$  risolvendo il solito opportuno triangolo rettangolo ABC di cui si misurano i lati. Merita solo aggiungere che il filo a piombo ben adoperato è strumento di misura generalmente più preciso della livella, e perciò anche in questo genere di misure quando possibile lo si deve preferire.

La ripetizione delle misure e la mediazione dei risultati consente in ogni caso di ottenere una maggiore precisione.

### 69) Orientamento di un orologio solare costruito con valori prefissati di declinazione $d$ e di inclinazione $i$

Questo problema si presenta soprattutto nel caso degli orologi portatili (poliedrici, dittici, ecc.). In tali casi il sistema di gran lunga più usato è stato quello di inserire nello strumento una bussola magnetica (o ago magnetico) per regolare la declinazione  $d$  e, più raramente, una livella o un filo a piombo per regolare l'inclinazione  $i$ .

È ovvio che in tal modo bisogna accettare gli errori che derivano dalla insita scarsa precisione dell'ago magnetico (particolarmente con bussollette di piccole dimensioni), dalla non conoscenza o imprecisa conoscenza o non applicazione della declinazione magnetica locale e dalla inevitabile presenza di interferenze elettromagnetiche. Si devono inoltre accettare gli eventuali errori derivanti dalla frequentissima assenza del filo a piombo e della livella per la verifica della orizzontalità dello strumento, ovvero quelli derivanti dalle imprecisioni della livella e del filo a piombo, specialmente quando sono di piccole dimensioni. Lo stesso problema si presenta quando si debba sistemare al suo posto un *orologio fisso*. In

tal caso però è preferibile lasciar stare le bussole magnetiche e servirsi di altri metodi. In passato il sistema più usato era quello di realizzare sul terreno una linea meridiana; a tale scopo la procedura universalmente impiegata era quella delle "ombre corrispondenti" (fig. 139); disegnato un cerchio sul terreno e piantato nel suo centro un elemento verticale produttore d'ombra, si segnavano i due punti A e B in cui l'estremità dell'ombra tagliava la circonferenza, una volta al mattino e una volta al pomeriggio; tracciato quindi il segmento AB, il suo asse rappresentava la linea meridiana; la precisione aumentava sensibilmente operando su più cerchi concentrici anziché su uno solo; il risultato era comunque condizionato dall'esatta orizzontalità e verticalità rispettivamente del piano su cui si operava e dello stilo. Ottenuta la linea meridiana, disponendo su di essa opportuni fili a piombo si orientava lo strumento in modo da allineare la sua linea oraria delle 12<sup>h</sup> o lo stilo sui fili a piombo.

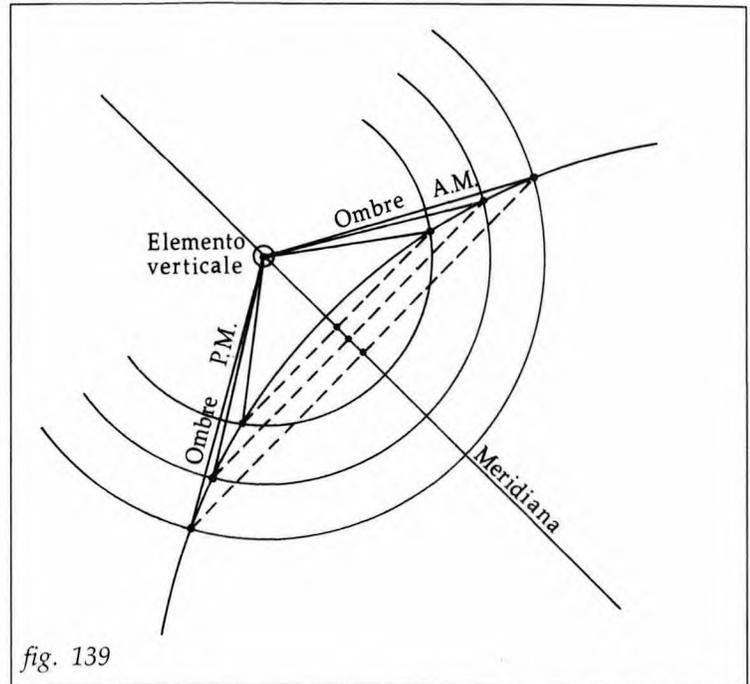


fig. 139

Il sistema della meridiana può venir utile ancor oggi; in alternativa al metodo delle "ombre corrispondenti", la linea meridiana si può materializzare sul terreno più facilmente installando un elemento ben verticale (palo, bacchetta, filo a piombo) e segnandone l'ombra nel momento in cui un orologio ben regolato segna l'ora 12<sup>h</sup>00<sup>m</sup> vera locale (corretta quindi con  $\epsilon_m$  e  $c_f$  per avere l'ora civile corrispondente, indicata dall'orologio).

In quest'ultimo caso, però, dato che dobbiamo disporre di un "buon orologio ben regolato", il miglior sistema per orientare il nostro quadrante orizzontale resta certamente quello di ruotare il quadro, preventivamente livellato sul piano orizzontale, sino a che segni l'ora giusta al giusto istante indicato dall'orologio meccanico (97).

Anche in questo caso conviene fare l'operazione in prossimità del mezzogiorno, ripetendo più volte la verifica sia dell'orizzontalità per mezzo della livella, sia dell'orientamento per mezzo dell'orologio.

## 70) Ricerca di declinazione e inclinazione delle facce di un poliedro

La costruzione di orologi solari portatili sulle facce di un poliedro comporta la determinazione dell'orientamento di tutte le facce rispetto a due piani di riferimento (orizzonte e piano meridiano o piano verticale Est-Ovest).

Ciò può esser fatto facilmente ricorrendo alla geometria elementare. Si voglia, a titolo di

(97) Non posso trattenermi dal rilevare che questo sistema rappresenta un'amara nemesi storica; in passato infatti, in mancanza di radio, erano le meridiane che servivano per regolare gli orologi meccanici; oggi le parti si sono miseramente invertite e gli orologi meccanici regolano con precisione e arroganza le ultime patetiche meridiane.

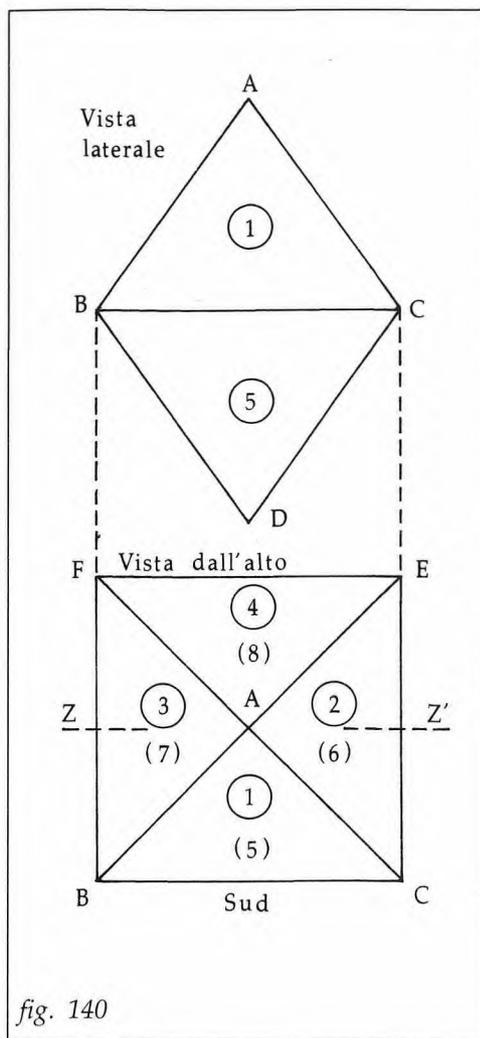


fig. 140

semplice esempio, costruire un orologio portatile poliedrico a forma di ottaedro regolare con facce triangolari equilateri, come ABC (fig. 140), da orientare col diametro AD verticale e le facce 1 e 5 rivolte al Sud.

Detta a la lunghezza del lato di ciascuna faccia, si ottengono facilmente le dimensioni della sezione ZZ' (fig. 141) da cui si ricava il valore dell'inclinazione  $i$  di tutte le facce, come, ad esempio per la faccia 1,  $i = +35^\circ.2644$ . In conseguenza il quadro completo delle  $d$  e delle  $i$  delle otto facce si presenta come segue:

Faccia	$d$	$i$
1	$0^\circ$	$+35^\circ.2644$
2	$90^\circ\text{E}$	$+35^\circ.2644$
3	$90^\circ\text{W}$	$+35^\circ.2644$
4	$180^\circ$	$+35^\circ.2644$
5	$0^\circ$	$-35^\circ.2644$
6	$90^\circ\text{E}$	$-35^\circ.2644$
7	$90^\circ\text{W}$	$-35^\circ.2644$
8	$180^\circ$	$-35^\circ.2644$

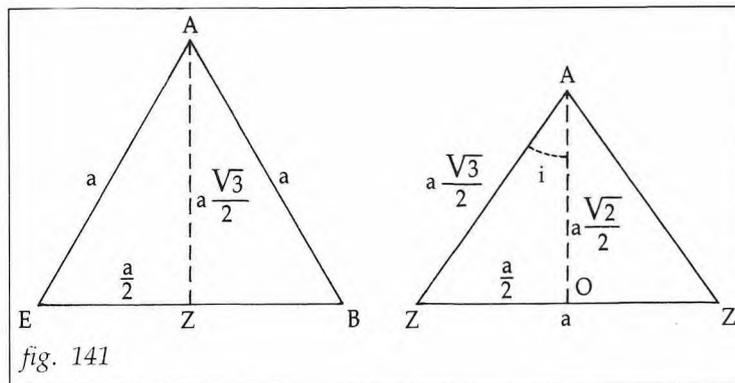
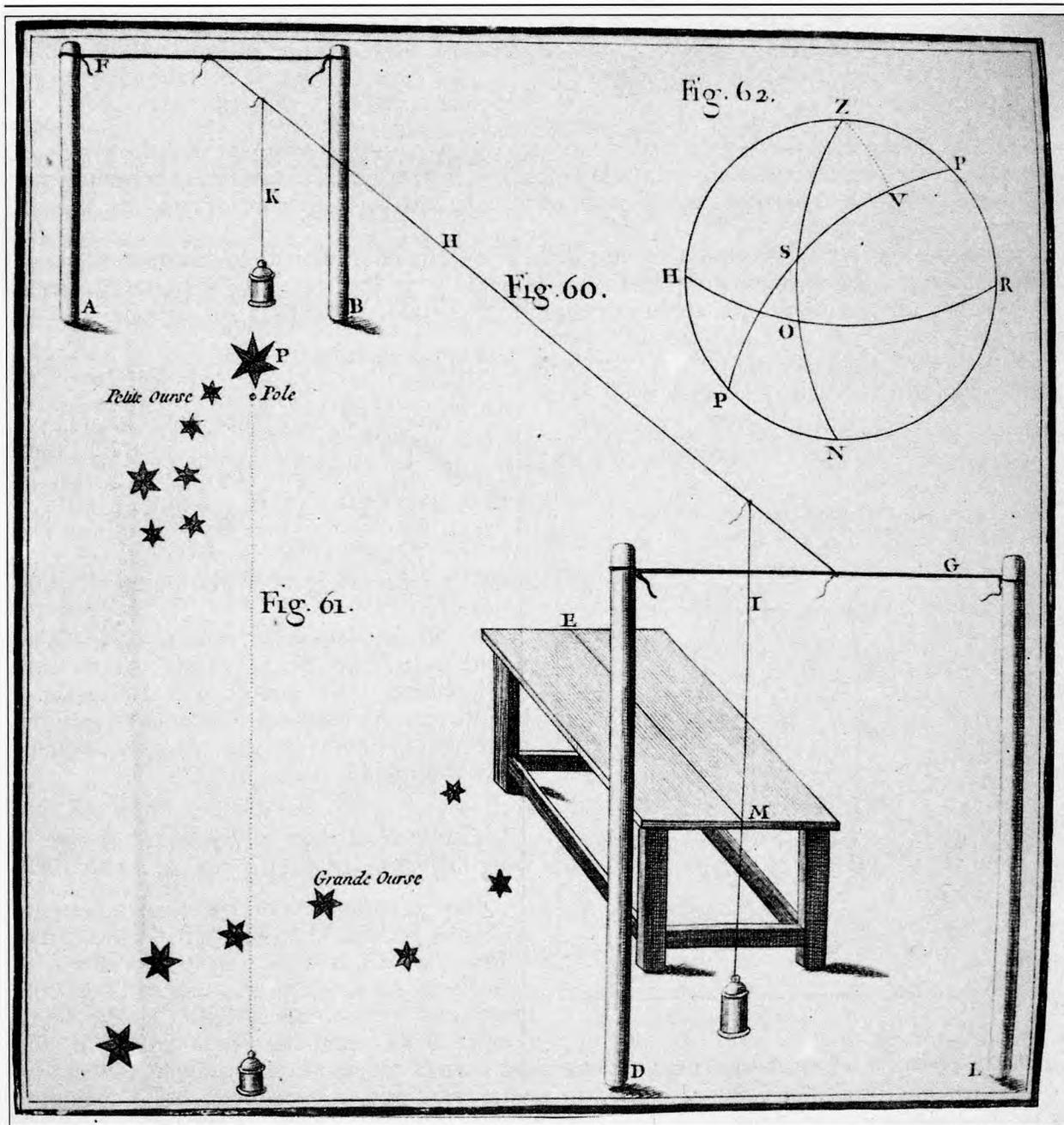


fig. 141

Si noti ancora che in questo esempio sono simmetriche le facce 2 - 3 e le facce 6 - 7, mentre sono speculari le facce 1 - 8, 2 - 7, 3 - 6, 4 - 5.

Con questo esempio consideriamo chiuso l'argomento, che, pur interessante nel campo della gnomonica (98), si presenta in modo talmente elementare da non richiedere maggiori approfondimenti.

(98) Tra i più noti costruttori di orologi solari poliedrici segnaliamo Stefano Bonsignori e Girolamo della Volpaia, eccezionali artigiani fiorentini del XVI secolo, nonché il più popolare e dozzinale tedesco David Beringer (fine del XVII secolo).



30

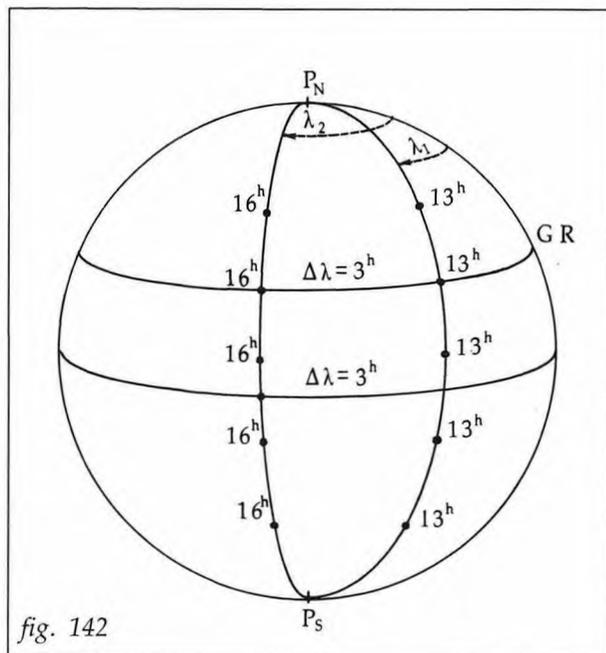
30, Per la ricerca del meridiano locale, ai fini della installazione di orologi solari, Bedos de Celles (bibl. n. 6) proponeva in una sua stampa del 1774 di allineare una coppia di pendoli sulla Stella Polare.

71) *Generalità*

Abbiamo sinora parlato di orologi solari calcolati per una determinata posizione geografica, e in quella località installati; infatti la latitudine è stata sinora considerata come un dato fisso, non soggetto a variazione, mentre la longitudine è stata considerata, in linea di principio, irrilevante.

Vogliamo ora esaminare quell'aspetto della sciografia che tratta dello spostamento degli orologi solari in località diversa da quella per la quale sono stati calcolati; si tratta di nozioni che servono principalmente nel settore degli orologi portatili o semifissi, ma talvolta possono venire utili anche nel caso di quadranti fissi.

Ricordiamo anzitutto alcune nozioni sulla relazione tra "posizione geografica" e "ora locale" (fig. 142):



– in un dato istante l'ora locale è la stessa lungo uno stesso meridiano; perciò quando un orologio marca una data ora locale, la stessa ora è valida per tutte le località che hanno la stessa longitudine e si trovano quindi sullo stesso meridiano; in altre parole l'ora locale è indipendente dalla latitudine;

– in un dato istante l'ora locale di un meridiano differisce da quella di un altro meridiano di tanto quanto è la differenza di longitudine  $\Delta\lambda$  espressa in ore; le longitudini più orientali hanno ora più avanzata di quelle più occidentali.

72) *Come sistemare un orologio solare in luogo diverso da quello per cui è calcolato*

Supponiamo ora di avere un quadrante costruito per una data latitudine  $\varphi_{ar}$ , con dati valori di  $d$  ed  $i$ , installato in una località A di coordinate geografiche  $\varphi_a \lambda_a$ , con il suo stilo che punta ovviamente al Polo (Nord o Sud).

Se lo portiamo in qualsiasi altra posizione geografica B in modo da tenere quadro e stilo paralleli a se stessi, effettuando così lo spostamento senza rotazioni (ciò equivale a bloccare i tre gradi di libertà dell'oggetto mantenendo inalterato il suo orientamento nello spazio), i raggi solari colpiranno lo strumento sempre nello stesso modo e, salvo l'irrilevante variazione della parallasse terrestre, l'ombra indicherà nello stesso istante la stessa ora, che è l'ora locale del luogo di origine A.

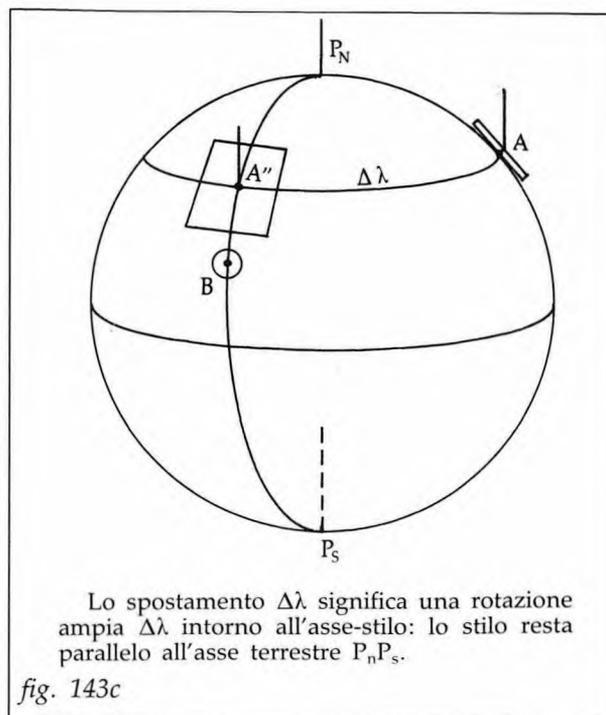
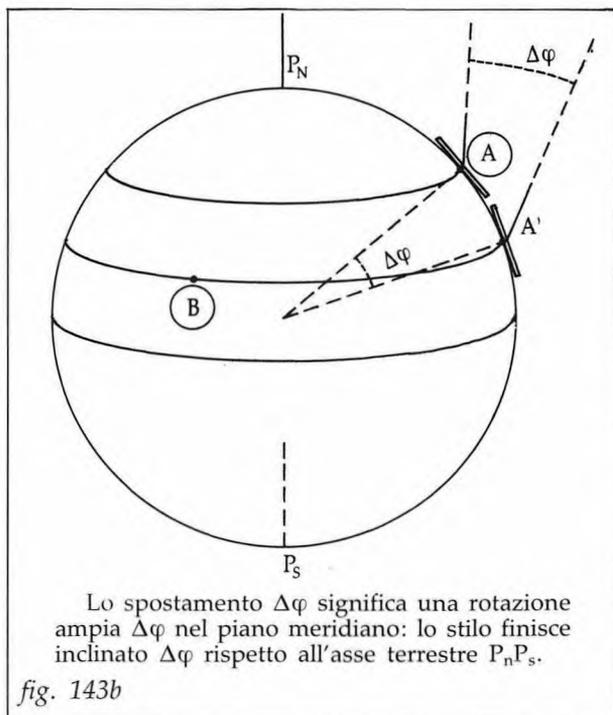
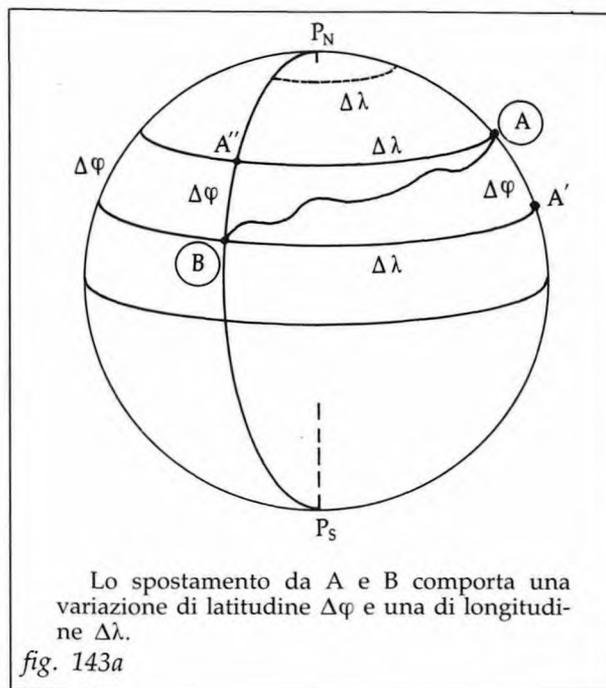
Se da un orologio così spostato nella nuova località B vogliamo ricavare l'ora locale di B, dovremo correggere la lettura dell'ora indicata dall'ombra di tanto quanto è la differenza di

longitudine  $\Delta\lambda$  fra A e B, aggiungendo o togliendo  $\Delta\lambda$  secondo che B sia più orientale o più occidentale del luogo di origine.

Se invece portiamo il nostro orologio nella nuova località B (fig. 143a) mantenendo inalterato il suo orientamento rispetto all'orizzonte che varia (cioè conservando i valori  $d$  ed  $i$  del quadro), per effetto della curvatura terrestre lo avremo sottoposto a due rotazioni:

– una prima rotazione per effetto dello spostamento in latitudine (fig. 143b); questa rotazione ha per asse la linea Est-Ovest (cioè la perpendicolare al piano del meridiano) e ampiezza angolare pari alla differenza di latitudine  $\Delta\varphi$  tra le località di partenza e di arrivo; tale movimento porta lo stilo fuori dal parallelismo con l'asse terrestre, e quindi mette fuori uso l'orologio;

– una seconda rotazione per effetto dello spostamento in longitudine (fig. 143c); questa rotazione ha per asse lo stilo e per ampiezza



angolare la differenza di longitudine  $\Delta\lambda$  tra le due località; tale movimento non sposta lo stilo dal suo allineamento al Polo, quindi non mette fuori uso lo strumento, che, per questo solo movimento, continua imperterrita a segnare l'ora locale (del nuovo luogo).

In conseguenza, dopo aver portato lo strumento dal luogo A al luogo B, ciò che dobbiamo fare per rimetterlo in condizioni di buon funzionamento è ruotare lo strumento nel piano meridiano sino a riportare lo stilo in allineamento con l'asse terrestre, facendolo "puntare al Polo", e correggendo in tal modo l'errore dovuto allo spostamento  $\Delta\varphi$ .

Da quanto detto appaiono con evidenza le regole per spostare un orologio solare con dati  $d$  ed  $i$  in località diversa da quella per cui è stato calcolato e costruito, in modo che segni l'ora locale del nuovo luogo:

- a) - inizialmente disporre lo strumento sul nuovo orizzonte con gli stessi valori originari di  $d$  ed  $i$ ;
- b) - trascurare la variazione di longitudine;
- c) - ruotare lo strumento intorno a un asse perpendicolare al piano meridiano (99) di tanto quanto è stata la variazione di latitudine  $\Delta\varphi$  (fig. 144); il senso della rotazione deve essere tale da riportare lo stilo in direzione del Polo Nord o Sud (100).

Si sottolinea che, così operando, in generale cambiano le caratteristiche d'orientamento  $d$  ed  $i$  del quadro. Anche se i nuovi valori di  $d$  ed  $i$  potrebbero essere calcolati trigonometricamente, all'atto pratico conviene operare con criteri geometrici; l'operazione diviene particolarmente semplice nei casi in cui il piano meridiano sia evidente o addirittura materializzato, come nei quadranti orizzontali, verticali-diretti, polari, equinoziali.

A titolo di esempio, in questi casi più semplici, che sono anche i più comuni, l'operazione di ritocco dell'orientamento del quadro per tener conto di uno spostamento in latitudine si effettua come segue.

— *Orologio orizzontale* (fig. 144).

Secondo che la latitudine sia aumentata o diminuita di  $\Delta\varphi$ , si solleva la parte Nord o la parte Sud dello strumento in modo che il quadro risulti inclinato dell'angolo  $\Delta\varphi$  rispetto all'orizzonte.

— *Orologio verticale-diretto* (fig. 145).

Secondo che la latitudine sia aumentata o diminuita di  $\Delta\varphi$ , si inclina lo strumento in avanti o indietro in modo che il quadro risulti angolato di  $90^\circ - \Delta\varphi$  rispetto all'orizzonte (o inclinato di  $\Delta\varphi$  rispetto alla verticale).

— *Orologio polare* (fig. 146).

Si ruota il quadro su se stesso in modo che lo stilo e l'equinoziale risultino inclinati di  $\Delta\varphi$  rispetto alla loro posizione originale, e che lo stilo torni a puntare al Polo.

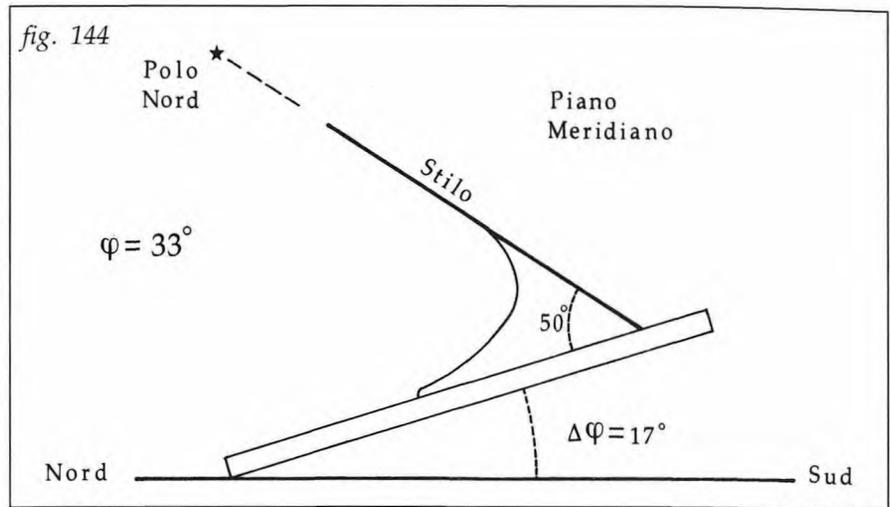
Una diffusa applicazione di questi principi si trova in quella vasta categoria di orologi solari portatili definiti "universali", poiché il viaggiatore poteva servirsene per leggere l'ora in tutti i luoghi dell'universo (terrestre) in cui lo conducesse il suo viaggio; in questi orologi universali infatti la latitudine può essere "regolata" per adattare lo strumento all'effettiva posizione geografica in cui viene adoperato. Un tipico esempio di questa applicazione è

(99) Il piano meridiano è facilmente individuabile, essendo definito dalla coppia di rette che contengono lo stilo e la *meridiana* (linea oraria delle 12<sup>h</sup>) e che si incontrano nel centro O dell'orologio.

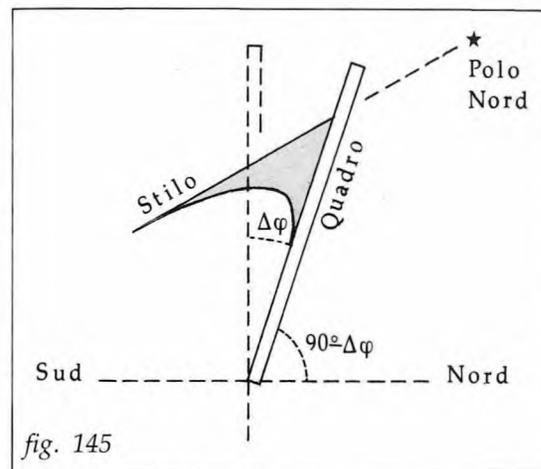
(100) Quindi sollevare a Sud se la  $\varphi$  è diminuita, sollevare a Nord se la  $\varphi$  è aumentata.

rappresentata da quegli orologi portatili "cubici" in cui uno snodo sul piede consente la rotazione del cubo nel piano meridiano e un pendolino su una faccia laterale (quadro polare) indica direttamente la latitudine di regolazione (fig. 147).

Altro esempio molto comune si ritrova in quella vasta categoria di orologi portatili "equinoziali" in cui il cerchio equatoriale delle ore (quadro) può ruotare intorno al punto A come indicato nella figura 148, con regolazione della latitudine su un apposito settore circolare graduato.



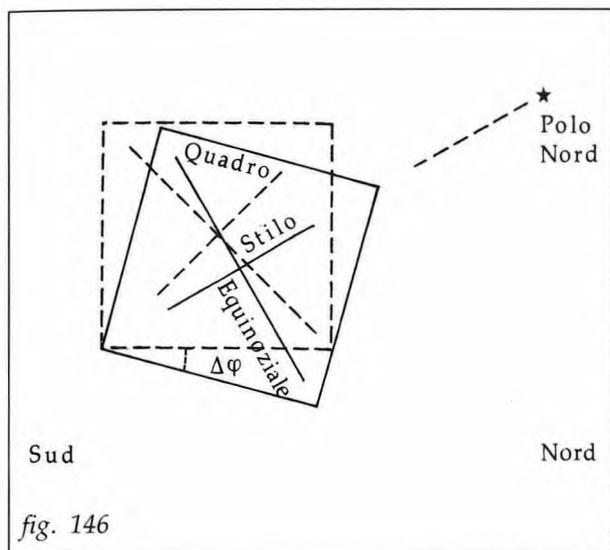
Lo stesso principio si può usare anche con un comune orologio orizzontale a stilo inclinato, incernierando il quadrante in A su apposita basetta in modo che lo si possa sollevare e fissare come indicato in figura 149; partendo da una latitudine di costruzione piuttosto elevata, sul settore circolare graduato si legge la latitudine di regolazione. In pratica peraltro questo modello non è stato molto diffuso.



Altri esempi di orologi solari "universali" ci vengono dati dai comuni orologi orizzontali in cui lo stilo è reso mobile, e da quella diffusa categoria di strumenti portatili detti "dittici". Di essi si fa cenno nel successivo cap. XVII, "Divagazioni sullo stilo" (bacchetta orientata e filo teso).

Particolare attenzione merita, in caso di cambio di località dell'orologio solare, l'elemento "illuminazione". Infatti nelle condizioni in cui ri-orientiamo lo strumento tenendo l'elevazione dello stilo  $\varepsilon$  invariata, gli archi semidiurni sul quadro non cambiano al variare della località e quindi non cambiano le ore di entrata e di uscita del Sole sul quadro; invece, in funzione della variata latitudine, cambiano le ore del sorgere e del tramonto del Sole; ciò richiede un nuovo confronto Sorgere-Entrata e Tramonto-Uscita per stabilire le ore di inizio e fine dell'illuminazione alle varie date. Naturalmente per spostamenti geografici di non grande entità le variazioni dell'illuminazione possono risultare trascurabili.

A titolo di curiosità, per chiudere l'argomento, mi piace riportare qui l'episodio storico secondo cui uno dei primi orologi solari usati nell'antica Roma fu quello che nel 262 a.C. il console Manlio Valerio Massimo Corvino Messalla situò nel Foro Romano dopo averlo tolto a Catania nel corso della prima guerra punica (101). Dicono alcuni commentatori che tale orologio "non poteva naturalmente segnare le ore con esattezza perché la latitudine di



Catania differisce di  $5^\circ$  da quella di Roma". Assai meglio si deve dire invece che l'orologio catanese non poteva segnare bene perché Valerio Messalla, nel sistemare l'orologio a Roma, non sapeva come tener conto di quei  $5^\circ$  di differenza di latitudine fra Catania e Roma (ammesso che veramente non lo sapesse e che non ne avesse tenuto ben conto, dando ai suoi concittadini l'ora giusta; il che la Storia non dice).

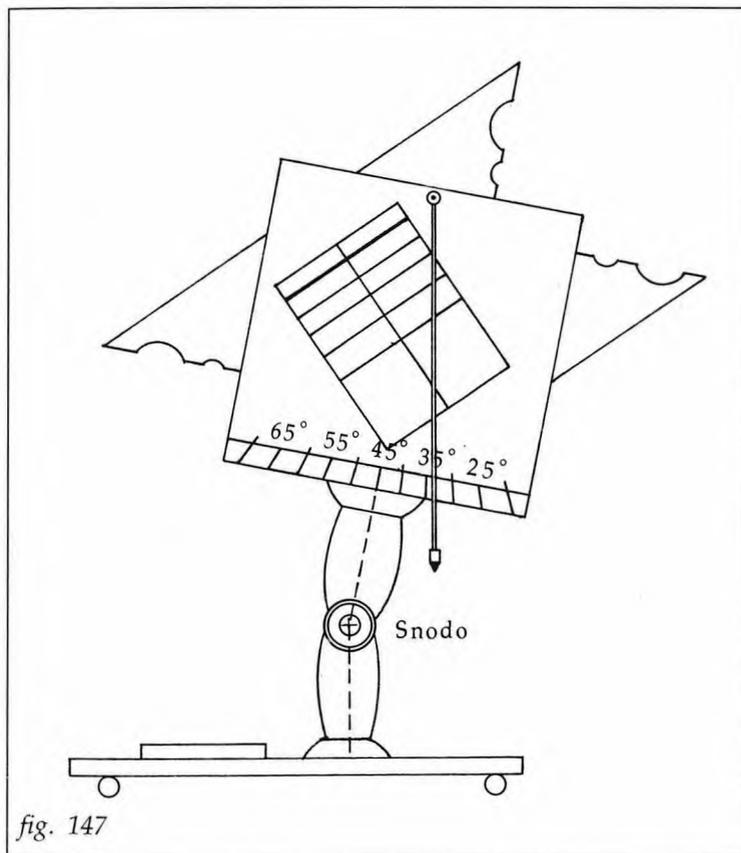
### 73) Come far segnare all'orologio solare l'ora di meridiani diversi da quello locale

Anche questo problema si collega direttamente ai concetti sulla mobilità degli orologi solari che abbiamo appena esposto.

Si è già visto, parlando delle correzioni (par. 50), che un modo per far segnare all'orologio l'ora locale di un meridiano diverso dal nostro è quello di inserire la differenza di longitudine  $\Delta\lambda$  nel calcolo delle linee orarie; in quel caso la  $\Delta\lambda$  in questione era specificamente la correzione-fuso  $c_f$ , e lo scopo era quello di riportare l'orologio sull'ora locale del meridiano centrale del fuso.

Si era anche visto in quella sede che l'inserimento nel quadrante di correzioni come la correzione-fuso  $c_f$  o l'equazione del tempo  $\varepsilon_m$  o l'ora estiva si può ottenere ruotando opportunamente lo strumento intorno all'asse-stilo di tanto quanto è la correzione espressa in gradi (par. 51).

Ciò che si è appena detto sulla mobilità degli orologi solari conferma quanto si disse allora sulle correzioni e, in un certo senso, lo generalizza. Una generica rotazione dell'orologio solare intorno all'asse-stilo di ampiezza  $\Delta\lambda$  porta lo strumento a segnare l'ora locale di quello specifico meridiano la cui longitudine differisce dalla nostra del valore  $\Delta\lambda$ ,



(101) Per l'esattezza storica fu il secondo, dopo quello che Papirio Cursor prese ai Sanniti ed eresse a Roma nel 290 a.C.

verso Est se la rotazione è stata effettuata in senso antiorario o verso Ovest se la rotazione è stata effettuata in senso orario.

Anche da questo punto di vista più generale si deducono facilmente tutte quelle applicazioni pratiche (purtroppo diffuse in questi tempi moderni) che, mediante l'impiego di settori graduati, indici, linee di fede, congegni vari, consentono di far segnare all'orologio solare qualsiasi tipo di ora e di inserire qualsiasi tipo di correzione; in particolare, come si è visto, si possono inserire la correzione costante  $c_f$ , la correzione variabile  $\epsilon_m$ , la correzione stagionale di 1<sup>h</sup> per l'ora estiva, sino a far segnare all'orologio solare l'ora legale esatta, segnata dal nostro orologio da polso, sia d'estate che d'inverno.

Confermiamo qui che noi siamo poco propensi a maltrattare l'orologio solare con simili moderni perfezionamenti, che troppo abusano della sua docilità. Meglio è, a mio parere, che il nostro vecchio marcatempo Sole ci dia semplicemente e serenamente la nostra ora-vera-locale di buona memoria; se abbiamo menzionato anche queste inutili acrobazie è solo perché la completezza di esposizione ce lo imponeva.

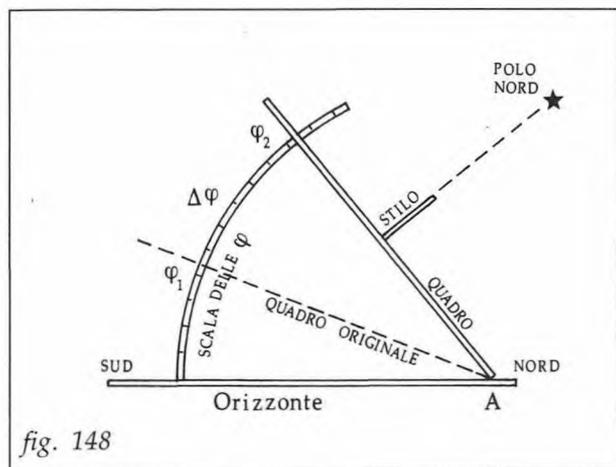


fig. 148

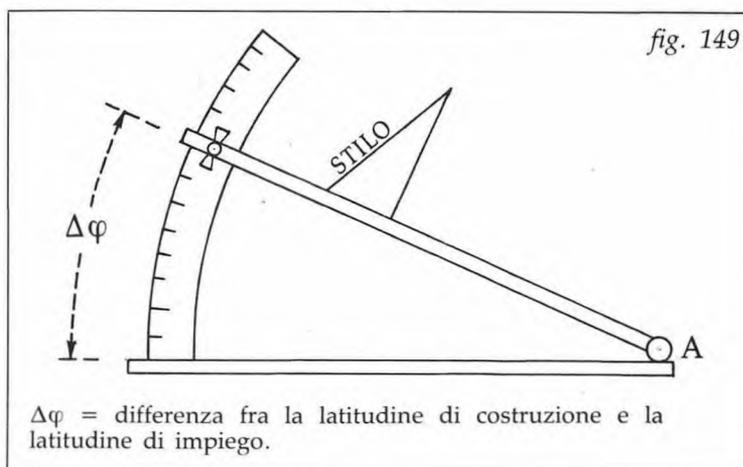


fig. 149

$\Delta\varphi$  = differenza fra la latitudine di costruzione e la latitudine di impiego.

Per essere obiettivi dobbiamo però accettare e riferire una eccezione a questa valutazione negativa sui congegni per inserire le correzioni nell'orologio solare. Vi è stato un recente periodo di tempo in cui il "progresso", avendo ormai travolto l'antica concezione della convivenza sociale, esigeva una conoscenza dell'ora piuttosto esatta che, per ben governare la vita civile, tenesse conto anche dell'equazione del tempo e della correzione-fuso; nel contempo lo stesso "progresso", un po' in ritardo in questo campo, non aveva ancora messo a disposizione dell'uomo il telegrafo e la radio che potessero divulgare i segnali orari, individuati negli osservatori astronomici, per regolare gli orologi meccanici.

Nell'intervallo di tempo tra il sorgere della civiltà dell'"ora esatta" e l'invenzione del telegrafo (con o senza fili) furono necessariamente realizzati piccoli orologi solari, generalmente portatili universali, di particolare accuratezza e precisione, con quadrante equinoziale e correzione inserita per  $\epsilon_m$  e  $c_f$ , detti "eliocronometri", impiegati per regolare gli orologi meccanici.

Particolare rinomanza ebbero gli eliocronometri usati dalle ferrovie francesi per dare l'ora al movimento dei treni.

Resta il fatto che l'esigenza e la giustificazione degli eliocronometri decadde soprattutto con l'invenzione di Marconi, che rese possibile la diffusione dei segnali orari via radio.

#### 74) *Il giardino con le ore del mondo*

Se la ricerca dell'ora-media-fuso-estiva, di cui si è detto prima, appare, sia pure con qualche eccezione, una inutile acrobazia sulla pelle dell'orologio solare, un'altra applicazione del concetto di mobilità dell'orologio solare mi sembra invece divertente e meritevole di segnalazione.

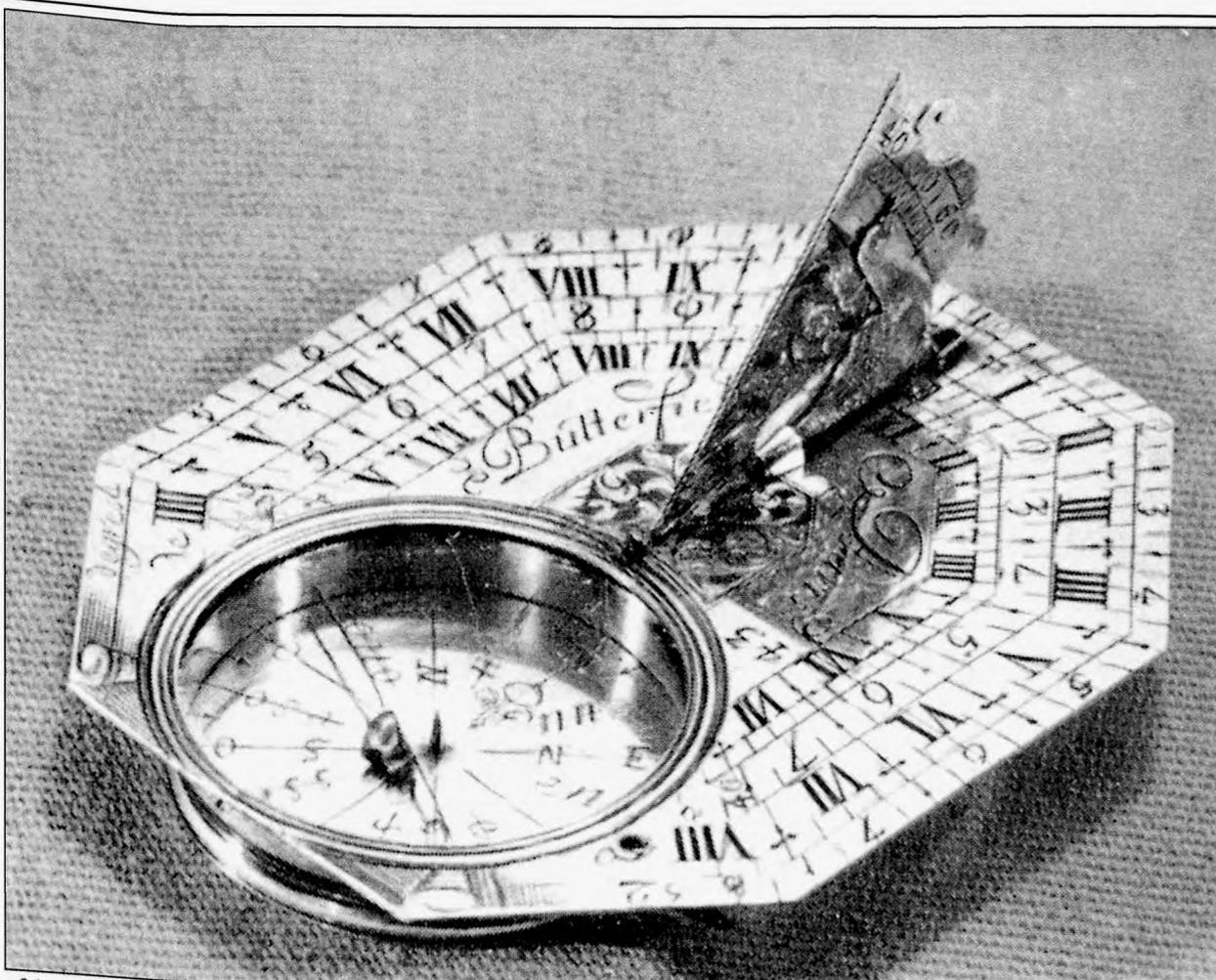
Si tratta di realizzare nella stessa località una raccolta di orologi solari ognuno dei quali marchi l'ora locale di una diversa città del mondo.

La collezione si può realizzare in vari modi. Ad esempio gli orologi si possono fare tutti eguali, calcolandoli per la nostra latitudine (o per una stessa latitudine costante), e quindi si ruotano intorno all'asse-stilo ciascuno di tanto quanto è la  $\Delta\lambda$  rispetto al nostro luogo per riportarli alla "longitudine di residenza" di ciascuno. Essi daranno così le varie ore locali, pur sempre valide su tutto il meridiano che ciascuno di essi rappresenta; gli intervalli di longitudine  $\Delta\lambda$  possono essere tutti eguali oppure riferirsi irregolarmente alle varie città del mondo cui intestare i vari quadranti.

Con altra soluzione, i vari orologi si possono costruire in modo che ciascuno sia orizzontale al paese che rappresenta; poi, per orientarli correttamente nel nostro giardino, dopo averli posti orizzontali, bisognerà ruotarli di ogni  $\Delta\lambda$  intorno allo stilo e di ogni  $\Delta\varphi$  nel piano meridiano. In tal modo ciascun orologio torna ad essere parallelo ad un suo compagno che fosse orizzontale al "luogo di residenza"; la sua posizione cioè corrisponde a quella che si otterrebbe prendendo un orologio orizzontale nella città che rappresenta e trasferendolo senza rotazioni nel nostro giardino; si è visto che dopo questo tipo di spostamento ciascun quadrante continua a segnare l'ora locale del luogo di origine. Una collezione realizzata con questo criterio indicherà anche la giacitura dell'orizzonte delle varie città considerate, con un interessante confronto fra di esse alla luce della curvatura terrestre.

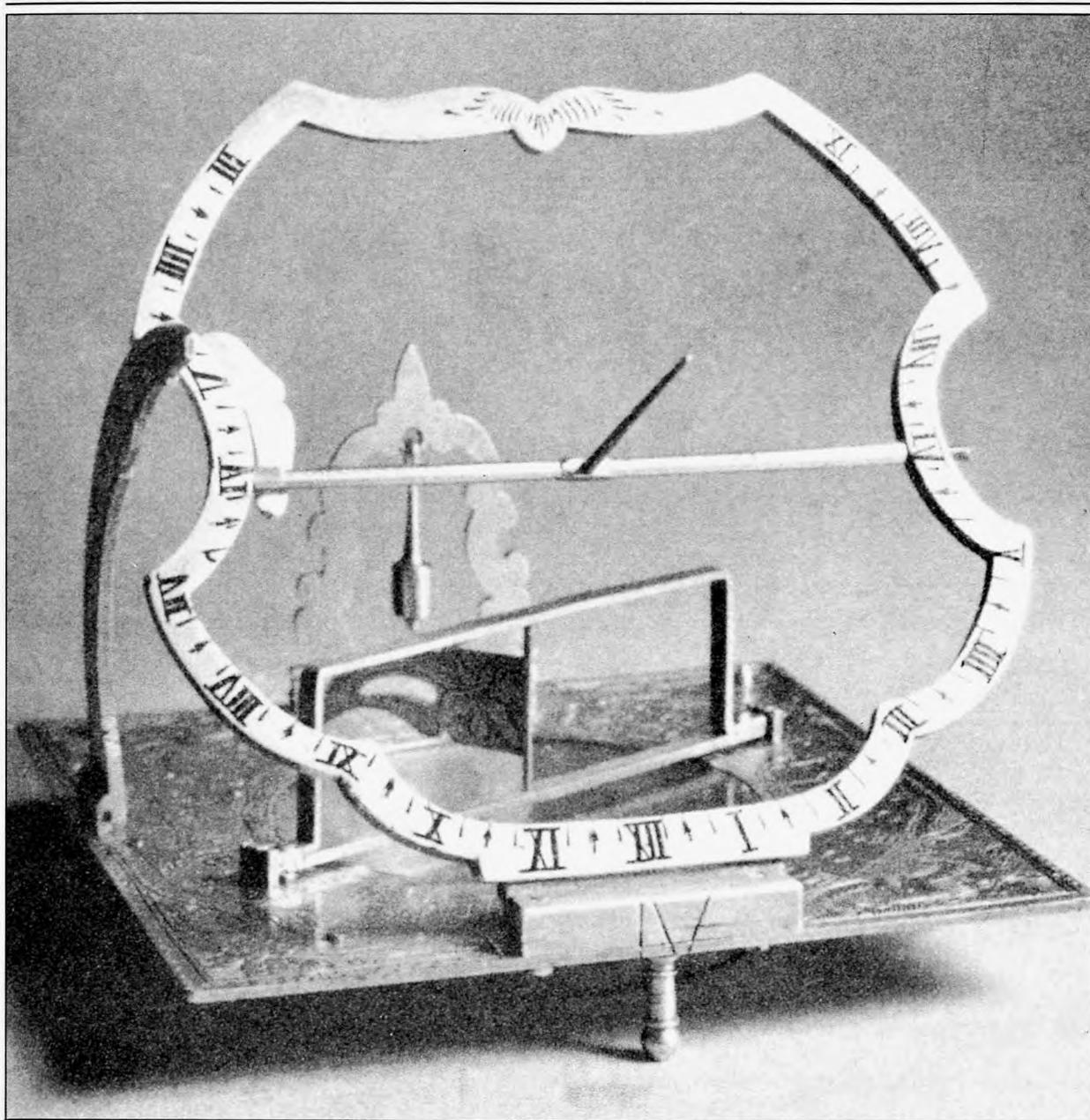
Anche in questo "divertimento" occorre badare un po' all'illuminazione. Si pensi a tale proposito che le ore del sorgere  $t_S$  e del tramonto  $t_T$  del Sole che illumina la collezione del nostro giardino sono quelle valide per la latitudine in cui noi ci troviamo; al contrario le ore locali di entrata  $t_E$  e di uscita  $t_U$ , calcolate con il consueto sistema, sono quelle valide nel "luogo di residenza" di cui ciascun orologio segna l'ora; occorre perciò trasformarle in "ore locali del nostro giardino", correggendole con la  $\Delta\lambda$  prima di fare il confronto S-E-T-U per stabilire il periodo di illuminazione di ciascun orologio nella nostra località; il risultato potrebbe essere sorprendente, poiché è facile notare che ciascun quadrante potrà segnare anche ore che al "luogo di residenza" sono notturne ma che nel nostro giardino sono invece soleggiate.

I commenti sulla illuminazione suggeriscono una nota finale; se i quadranti originali sono orizzontali, il transito dall'una all'altra faccia di ciascun quadro indica l'ora del sorgere o del tramonto del Sole nel "luogo di residenza" dell'orologio; perciò è conveniente che i vari quadranti solari siano disegnati su entrambe le facce del piano-quadro (ore limiti quelle del sorgere e tramonto nel nostro luogo) in modo da sfruttare tutto l'arco diurno in cui il Sole illumina il nostro "giardino con le ore del mondo" anche se alcune delle ore segnate saranno notturne al luogo di residenza.



31

31, Intorno al 1700 ebbero grande diffusione questi piccoli orologi portatili detti "Butterfield" dal nome del loro fabbricante originario, francese. Si tratta di strumenti universali, in cui la latitudine si regola cambiando l'inclinazione dello stilo, mentre l'ora si legge sui quadranti disegnati a corona sulla piastra, ciascuno valido per una fascia di latitudine; la bussola serve per l'orientamento dello strumento.



32

32. Orologio equinoziale di Augsburg del 1770, firmato da Larrens Grassil. Come nella maggioranza degli equinoziali, lo stilo centrale si può rovesciare per servire nel periodo in cui la declinazione meridionale porta il Sole al disotto del piano equatoriale.



33

*33, Insolito orologio portatile orizzontale, reso universale incernierando il quadrante su una basetta; su una corona circolare si legge la latitudine di regolazione. Come in tutti i portatili l'orientamento si ottiene con una bussolella.*

## CAP. XVII - DIVAGAZIONI SULLO STILO E SULLE PIÙ COMUNI APPLICAZIONI DEL PASSATO

Si è visto che sul quadrante del nostro orologio la lancetta delle ore è rappresentata dall'ombra rettilinea di una bacchetta (stilo) inserita al centro dell'orologio e inclinata opportunamente di  $\varphi$  sul quadro. Se però ripercorriamo la storia dell'orologio solare troviamo che questo tipo di stilo non è stato né l'unico né il primo "produttore d'ombra" per marcare le ore. In questo capitolo vogliamo sviluppare una rapida panoramica degli stili usati nel passato per gli orologi direzionali, evidenziando per ciascuno di essi i punti che non sono stati ancora toccati nel corso dello studio.

### 75) *Bacchetta perpendicolare al quadro*

La misura del tempo per mezzo dell'ombra è certamente nata osservando lunghezza e/o direzione dell'ombra di un qualsiasi elemento piantato in terra, con nessun riferimento all'asse terrestre. L'uomo primitivo, senza poter dare forma scientifica al fenomeno, si serviva istintivamente dell'ombra del "punto gnomonico" per farsi un'idea del trascorrere del tempo; se all'inizio questo punto gnomonico era all'estremità di un elemento portante qualsiasi, è facile immaginare che ben presto si installò in cima ad un elemento verticale, e, per analogia di pensiero, in cima ad un elemento perpendicolare al quadro, dando origine a quel tipo di stilo che abbiamo chiamato "ortostilo" (102).

In questa comoda posizione il punto gnomonico rimase a lungo, incurante del progresso e radicandosi talmente da governare praticamente tutta la sciografia; non si contano gli oggetti che sono serviti all'uomo come "ortostilo" e con la loro estremità come "punto gnomonico": alberi, pali, obelischi, monumenti, colonne, sino ai chiodini preziosi dei raffinati orologi solari prodotti nei secoli d'oro della sciografia.

I motivi della longevità dell'ortostilo sono facili a intuirsi; a parte la "tradizione", che nelle cose della gnomonica ha sempre avuto grande influenza, l'ortostilo è il produttore d'ombra più facile da installare; il suo montaggio è certamente il modo più istintivo di piantare un "marcatempo a ombra" (103); inoltre bisogna ricordare che la "bacchetta orientata" ha significato solo nel sistema orario civile (astronomico), mentre in tutti gli altri sistemi orari l'orientamento della bacchetta non serve e l'unico punto valido per marcare l'ora è il punto gnomonico. Talvolta anche nei quadranti per le ore civili, rinunciando alla maggior precisione della bacchetta orientata, si è usato l'ortostilo che consente maggiore facilità di installazione. Rammentiamo anche, in questa occasione, che l'ortostilo è lo stilo da impiegare qualora si debba leggere l'ora su una lemniscata del tempo medio (Vds. par. 49).

In qualche caso anche con questo stilo il punto gnomonico materiale è sostituito da un forellino al centro di una piastrina (Vds. successivo par. 79 "foro gnomonico").

(102) La Storia attribuisce la scoperta dell'ortostilo verticale (comunemente detto "gnomone") ad Anassimandro di Mileto, mezzo millennio a.C. È assai probabile invece che Anassimandro, più che l'"inventore", sia stato l'"importatore" in Grecia del criterio di misurare il tempo per mezzo delle ombre usando lo gnomone, come già si faceva da tempo nelle più progredite civiltà mediorientali.

(103) Anche oggi chi vuol provare a realizzare un orologio solare senza conoscerne i principi elementari, la prima cosa che fa è quella di piantare una bacchetta verticale in terra, o perpendicolare al muro di casa.

Si deve notare che con l'ortostilo (fig. 150):

– l'ora si legge sul punto estremo H dell'ombra; tutta la rimanente parte dell'ombra G'H non ha significato (negli orologi orizzontali può servire per indicare l'azimut del Sole);

– le rette orarie continuano a convergere nel centro O dell'orologio, che peraltro lo stilo non evidenzia;

– pur non essendo materializzato né evidente, un triangolo stilare appoggiato ai punti OGG' si può sempre immaginare esistente e connesso a questo tipo di stilo (questo è il motivo per cui gli orologi ortostilari possono essere classificati "direzionali").

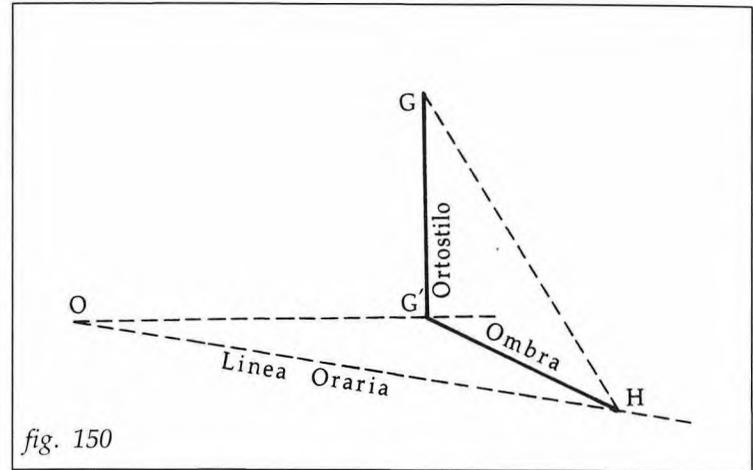


fig. 150

Le applicazioni nel passato di questo tipo di stilo sono infinite, e non sappiamo scegliere quali menzionare. Ricordiamo solo che nei secoli XVI e XVII furono avanzati vari progetti per utilizzare come "gnomoni" per orologi solari tutti gli obelischi egiziani che si trovano nelle piazze di Roma (trasferiti dall'Egitto all'epoca romana, scavati e rimessi in piedi da Sisto V e dai suoi successori); nessuno di tali progetti fu però realizzato. Solo nel 1817 fu disegnata in piazza San Pietro una linea meridiana, che utilizza come ortostilo l'obelisco vaticano situato al centro della piazza; l'obelisco è alto circa 40 metri e la linea meridiana, su cui sono segnati i punti zodiacali e le date corrispondenti, si allunga nella piazza per circa 90 metri (104).

## 76) Elemento strutturale di qualsiasi forma

Quando nel sistema orario civile si rinuncia a dar significato a tutta l'ombra dello stilo lasciando al solo punto gnomonico il compito di marcare l'ora sulle linee orarie, e, più generalmente, in tutti gli altri sistemi orari, lo stilo può assumere qualsiasi forma e natura a patto che il suo punto terminale si trovi esattamente sul punto gnomonico utilizzato per la proiezione delle linee orarie sul quadro. Sulla struttura di questo tipo di stilo si è ovviamente sbizzarrita la fantasia di costruttori e inventori; in qualche caso il punto gnomonico è stato portato su elementi appuntiti di figure le più varie (code di draghi, pinne di delfini e così via).

Anche in questi casi naturalmente il punto gnomonico può essere sostituito dal forellino in mezzo ad una piastrina.

Concettualmente, comunque, questo tipo di stilo rientra a tutti gli effetti nella categoria della "bacchetta perpendicolare al quadro (ortostilo)".

## 77) Bacchetta parallela all'asse terrestre

È questo il tipo di stilo di cui abbiamo più ampiamente parlato in questo studio. Esso rappresenta un importante progresso nella storia della gnomonica e compare intorno al 1400 per opera di ignoti quanto geniali astronomi, probabilmente europei.

(104) Vds. D'Onofrio - bibliografia n. 17.

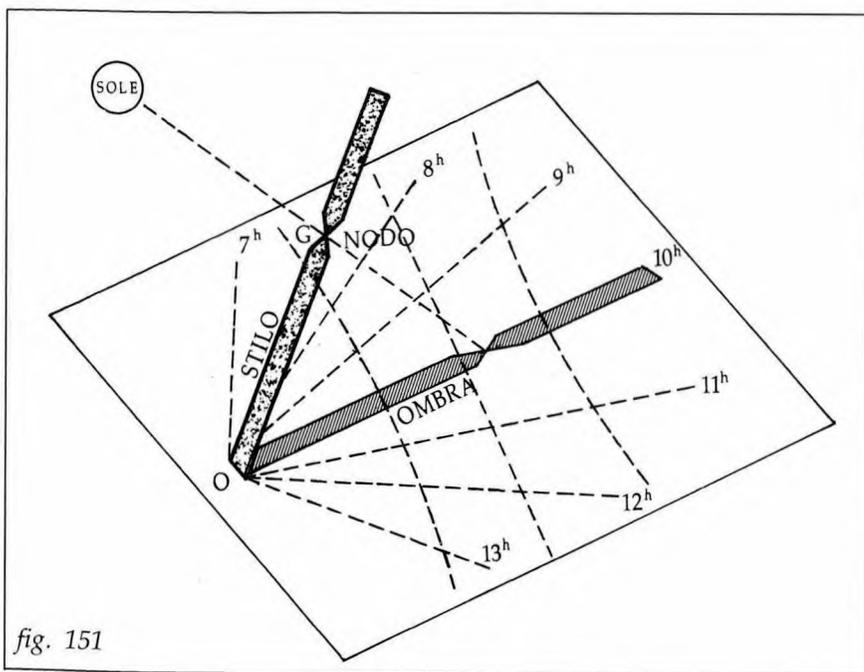
Si è visto che questo stilo si può fare di lunghezza non definita se si vuole che lo strumento marchi solo le linee orarie e non anche le linee diurne (funzioni cioè solo da orologio e non da calendario), ovvero può essere di lunghezza esattamente stabilita se lo strumento deve marcare anche le linee diurne.

Una soluzione intermedia può essere quella (fig. 151) di lasciare lo stilo di lunghezza non definita mettendo sul punto gnomonico G, centro di proiezione, un segno particolare (tacca, perno, indice, ecc.) detto "nodo",

che si renda evidente nell'ombra mentre percorre le linee diurne; in tal caso la lunghezza  $l$  dello stilo nei calcoli va considerata dal centro O dell'orologio fino al nodo. Il vantaggio di questa soluzione è che la maggior lunghezza dello stilo migliora nettamente la lettura dell'ora, senza impedire il funzionamento calendariale dell'orologio.

Il punto gnomonico materiale può essere sostituito dal solito forellino, sia all'estremità dello stilo sia in corrispondenza del nodo.

Questo stilo si presta bene a essere usato in quegli orologi portatili che abbiamo chiamato "universali", per tener conto della variazione della latitudine. Citeremo, tra i tanti che sono stati prodotti, quelli chiamati "Butterfield" (dal nome del costruttore parigino che li rese



popolari alla fine del '600); si tratta di piccoli orologi orizzontali, orientabili con bussola, in cui l'inclinazione dello stilo sul quadro può essere variata meccanicamente in funzione della latitudine; naturalmente per ogni latitudine bisognerebbe usare un fascio orario diverso, ma in pratica sugli orologi di questo tipo se ne disegnavano un numero limitato, diciamo da 3 a 5, ciascuno da usare per una data fascia di latitudini, di ampiezza da  $2^\circ$  a  $6^\circ$ .

Un'altra originale interpretazione di questo tipo di stilo si ritrova in un divertente, semplicissimo orologio solare polare (fig. 152) costituito da un basamento orizzontale su cui sono disposti due elementi piani rettangolari che tra loro si innestano a squadra sulle mediane lunghe; la linea di intersezione  $AA'$  è inclinata sul basamento di un angolo pari alla latitudine  $\varphi$  e orientata al Nord. In questo modo ogni spigolo o margine ( $BB'$ ,  $CC'$ ,  $DD'$ ,  $EE'$ ) di ciascun rettangolo funziona da stilo per un quadrante polare disegnato su una delle superfici degli altri rettangoli, come indicato nella figura 153. Poiché questi stili sono di lunghezza non definita, le iperboli diurne non possono figurare sui quadranti, a meno che non si inserisca su ogni stilo un nodo (tacca o sporgenza).

Anche questo simpatico orologio si presta bene ad essere reso universale; infatti se l'orologio viene costruito portatile, basta sistemare su una delle facce verticali un pendolino che marchi la latitudine su apposita graduazione, e quindi inclinare lo strumento sino a che il

pendolino segni la latitudine locale; in tal caso, come in tutti gli orologi portatili, lo strumento deve potersi orientare al Nord; una bussola incorporata può servire allo scopo.

Il concetto ora esposto (limite di quadrante che fa da stilo su quadrante polare adiacente) ha avuto in passato diverse interpretazioni, anche con superfici non piane, e vari strumenti di questo genere si possono trovare nei musei e nelle collezioni.

Sullo stesso principio si basano quegli orologi chiamati "memorials" dagli anglofoni, spesso situati su stele funebri, che con forme come croci o stelle hanno cominciato a diffondersi nei tempi moderni.

Queste croci o stelle o simili, rivolte al Nord celeste, hanno un rilevante spessore e in questo spessore vengono disegnati quadranti polari che funzionano con l'ombra prodotta dagli spigoli; talvolta altri quadranti vengono disposti sulle facce rivolte al Nord o al Sud.

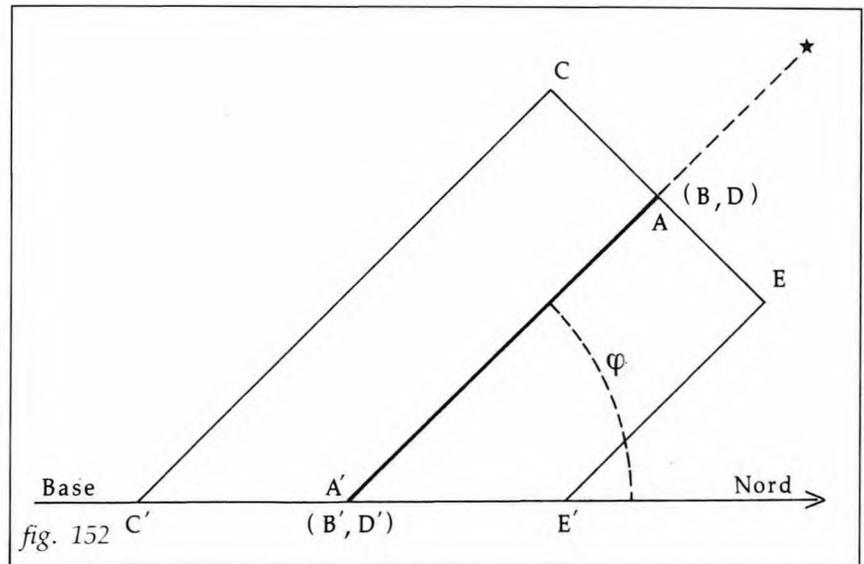
Un dettaglio di un certo interesse in questo tipo di stilo è lo spessore della struttura che lo costituisce.

Se la struttura è sottile e, soprattutto, è sottile il suo margine lineare produttore dell'ombra significativa, si può considerare che lo stilo sia, come deve essere, senza spessore. Se invece questo spessore non appare trascurabile (fig. 154), bisognerà tenerne conto dividendo il quadro in due e allontanando le due parti di tanto quanto è lo spessore dello stilo; lo strumento avrà così due centri e due linee sustilari parallele, e le ore verranno marcate prima e dopo la sustilare da due diversi stili, che nella figura sono gli spigoli  $O_1G_1$  e  $O_2G_2$ .

### 78) Filo teso

Taluni orologi portatili, particolarmente quelli chiamati "dittici", realizzati su due tavolette incernierate (un quadrante verticale e uno orizzontale) che si richiudono per la conservazione, usano come stilo un filo teso tra due opportuni punti di attacco (fig. 155); l'ora viene segnata dall'ombra del filo sui due quadranti (105).

Si tratta, come si vede, di stilo concettualmente analogo alla "bacchetta orientata di lunghezza non definita", e quindi di massima non consente l'uso delle coniche diurne; peraltro queste si potrebbero inserire aggiungendo sul filo un "nodo" nel punto N, ma in questo caso il fascio delle linee diurne rimane diviso tra quadrante verticale e quadrante orizzontale.



(105) Come tutti i portatili, gli strumenti di questo tipo debbono essere orientati per mezzo dell'apposita bussola incorporata.

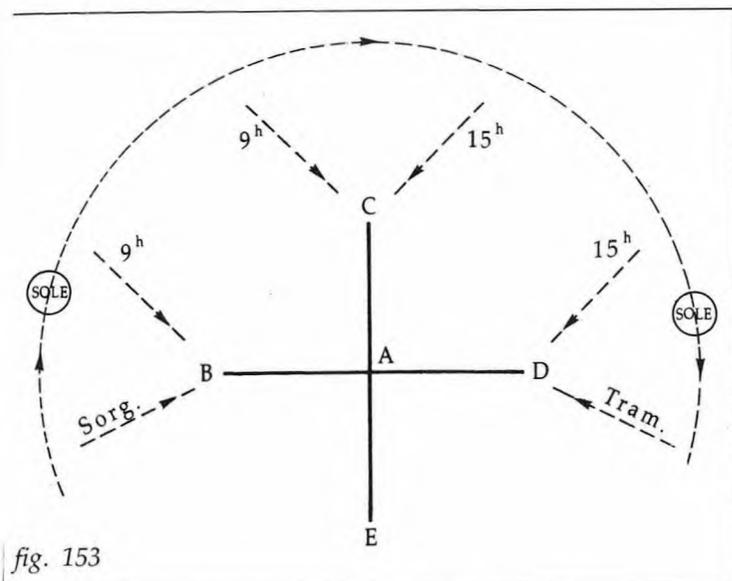


fig. 153

Anche questo stilo si presta bene per rendere universale l'orologio; basta infatti spostare il punto di attacco  $F_1$  del filo, ad esempio usando una serie di fori ognuno valido per una data fascia di latitudine, (fig. 155) per variare l'inclinazione del filo sul quadro e quindi la latitudine di regolazione; naturalmente anche in questo caso per ciascuna fascia di latitudini i quadranti debbono riportare uno specifico fascio di linee orarie, calcolato per la latitudine media di quel fascio.

### 79) Foro gnomonico

Un importante progresso nella storia della gnomonica è stato certamente la sostituzione del punto gnomonico materiale all'estremità dello stilo con un foro ricavato al centro di un elemento piano (106); in tal modo l'ombra sempre un po' sfuocata dell'estremità dello stilo viene sostituita con l'immagine ben più netta della macchia di luce prodotta dai raggi solari attraverso il foro (fig. 157); il risultato è un notevole aumento di precisione, specialmente negli orologi di grandi dimensioni. Il foro può ovviamente essere sostenuto da un elemento portante qualsiasi, anziché dal classico stilo orientato.

Anche in questo caso un triangolo stilare, sebbene non materializzato, pur sempre esiste con tutti gli elementi che gli sono propri (fig. 158) ed è facilmente individuato col foro G, con la sua proiezione  $G'$  sul quadro e col centro O del fascio orario.

Circa i parametri tecnici del foro, la questione è stata sempre dibattuta con risultati anche difforni. Si può pensare che il foro debba essere ricavato in un piano che sia perpendicolare alla linea GE, direzione dei raggi solari al momento dell'ora sustilare nei giorni equinoziali; altri ritengono preferibile che la lastrina col foro sia perpendicolare alla linea GM, essendo M il punto di mezzo del segmento di sustilare tra i solstizi d'inverno e d'estate; altri ancora pensano che essa debba essere parallela al quadro. Forma e dimensioni del foro sono state oggetto di discussione, specialmente nel periodo di gloria del foro gnomonico, quando gli orologi meccanici erano già abbastanza precisi da esigere ottimi segnali orari, mentre la radio non era stata ancora inventata. Tra le varie soluzioni si è anche parlato di fori anulari e di fori ovali.

Qui non vogliamo approfondire gli aspetti tecnici del foro gnomonico; segnaliamo solo che questa evoluzione dello stilo ha consentito di portare l'ora solare all'interno di edifici e luoghi chiusi (fig. 158), situando il foro a parete o a soffitto del locale in cui veniva situato il fascio orario; più frequentemente all'interno del locale si trovava solo la "linea meridiana",

(106) L'invenzione è attribuita al famoso astronomo arabo Alì Ebn Younis, e va quindi datata alla fine del primo millennio d.C.

poiché questa soluzione veniva soprattutto impiegata per ottenere, dovunque fosse necessario, il segnale orario delle ore 12<sup>h</sup> locali astronomiche per regolare ogni giorno (sereno) gli orologi meccanici delle cittadinanze; il segnale orario solare veniva poi divulgato a tutti per mezzo di araldi, vedette, colpi di cannone, ecc.

La maggior espressione di questa esigenza si è concretata nelle grandi "meridiane di precisione" orizzontali che nei secoli XVIII e XIX furono installate, per dare il segnale orario del mezzogiorno, all'interno di basiliche, cattedrali, municipi col quadrante sul pavimento.

In questo caso l'espressione "meridiana" come strumento atto a fornire l'istante del mezzogiorno è del tutto esatta, a differenza di quanto si dice normalmente nel linguaggio comune, in cui "meridiana" è improprio sinonimo di orologio solare.

Possiamo giudicare che le chiese venissero usate a questo scopo sia perché la misura del tempo nel passato è stata, per tradizione culturale, un fatto sostanzialmente liturgico, sia soprattutto perché le grandi dimensioni del locale e la grande altezza del foro gnomonico consentivano particolare precisione nella definizione dell'istante "mezzogiorno".

Tutti questi strumenti appaiono come grandi capolavori di arte e di scienza che ancor oggi danno testimonianza di un glorioso passato e rappresentano senza dubbio il trionfale apice della ricerca dell'ora per mezzo dell'ombra solare (fig. 159).

Tra queste grandi meridiane di precisione mi piace segnalare le principali costruite in Italia, con la speranza che tutte vengano curate, conservate, ripristinate come

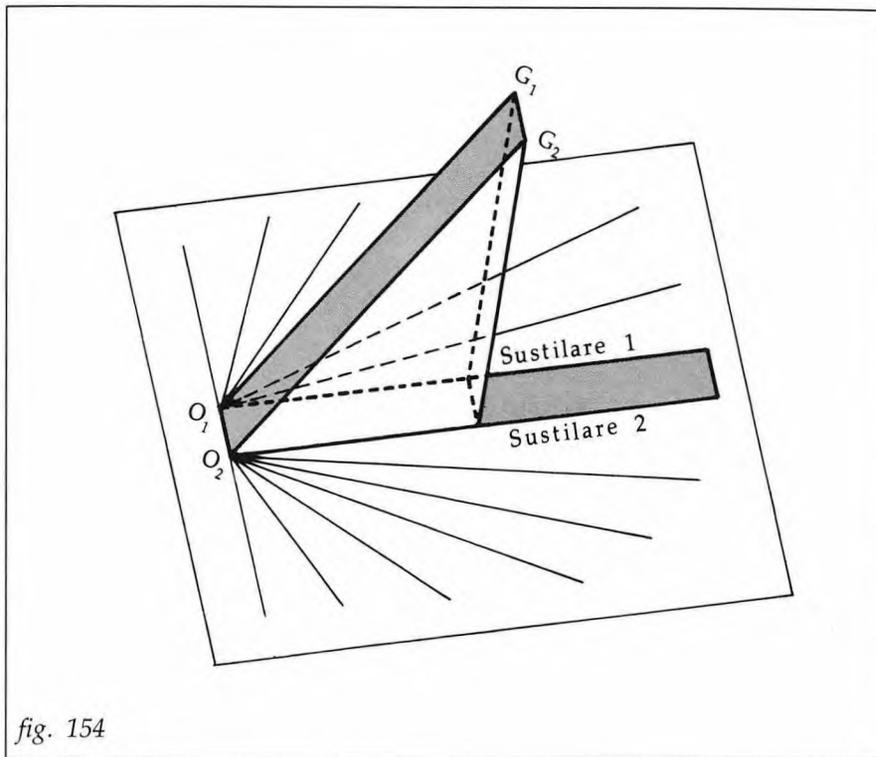


fig. 154

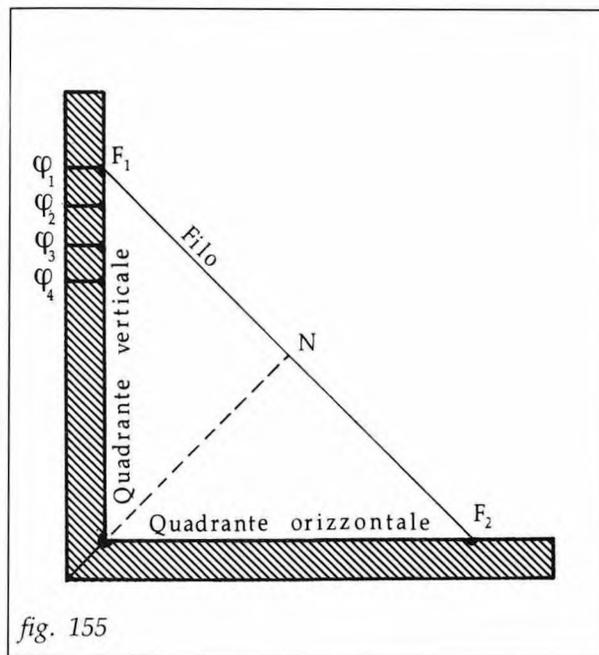
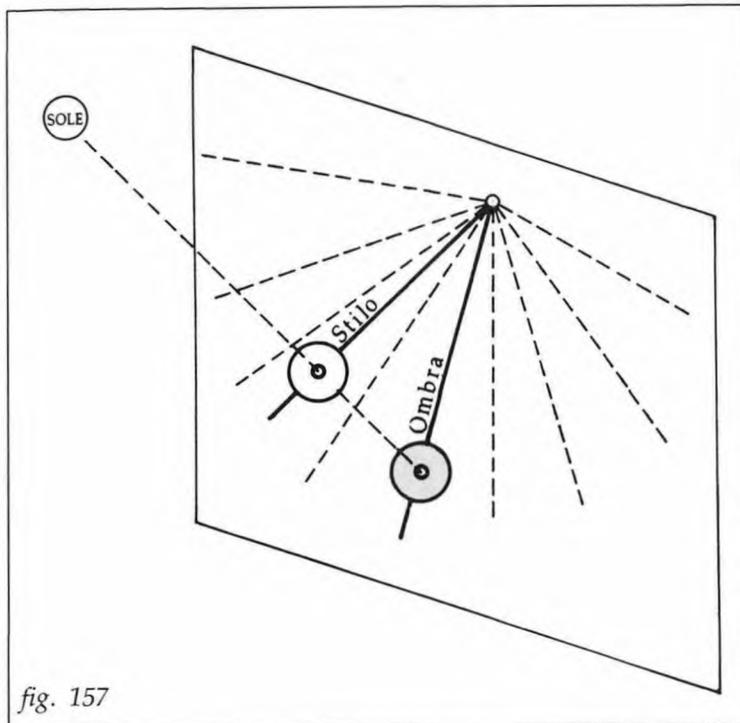


fig. 155



si meritano e come alcune di esse oggi non sono.

— A Firenze: lo “gnomone per il solstizio estivo”, in Santa Maria del Fiore, installato da Paolo del Pozzo Toscanelli (ispiratore e consigliere di Cristoforo Colombo), rettificato da ignoto nel 1510; ripristinato nel 1756 dal gesuita Leonardo Ximenes (107), che vi aggiungeva un tratto di linea meridiana valido circa per un mese a cavallo del solstizio estivo; con i suoi 90 metri di ortostilo è la meridiana più alta del mondo, ed è accreditata di una precisione superiore al mezzo secondo.

— A Bologna: la meridiana di San Petronio, installata da Giovanni Domenico Cassini nel 1655 in sostituzione di quella, poco precisa, che vi aveva posto il padre Egnatio Danti nel 1576, con ortostilo di circa 25 metri; rettificata e ripristinata in varie epoche dallo stesso Cassini (1695), da Guglielmini, da Zanotti; è alta 27.10 metri e lunga 67.72 metri.

— A Roma: la stupenda meridiana nella basilica di Santa Maria degli Angeli, con foro gnomonico alto 20.30 metri, costruita da Francesco Bianchini nel 1702; è chiamata anche “linea clementina” in onore del papa Clemente XI che la fece installare. Recentemente restaurata negli aspetti artistici, è in stato di completo abbandono e incuria sul piano tecnico e scientifico; è veramente un insigne monumento storico astronomico, e meriterebbe molta maggior cura e attenzione.

— A Milano: la meridiana del duomo, ben curata e mantenuta, costruita nel 1786 dagli astronomi di Brera sotto la guida dell’abate Giovanni Angelo De Cesaris e rettificata o controllata in varie epoche (1827, 1921, 1976) (108); è accreditata di una precisione di 1-2 secondi. In questo esemplare è interessante notare che l’ultimo tratto della linea meridiana, corrispondente ai giorni prossimi al solstizio invernale, si “arrampica” sulla parete di faccia perché il pavimento del duomo è insufficiente a contenerla tutta. Si veda anche la nota 114 al par. 82c.

— A Roma: due meridiane di media grandezza, in stato di completo abbandono, in Vaticano, nei locali del Palazzo degli Archivi, e in particolare nella Torre dei Venti. La principale di esse, situata all’interno nella Sala della Meridiana, fu costruita intorno al 1580 dal padre domenicano Egnatio Danti su incarico del papa Gregorio XIII, in vista dei lavori per la famosa riforma del calendario; è alta poco più di 5 metri, e, a causa della limitatezza del locale, manca dell’ultimo tratto prossimo al solstizio invernale. Lo stato di abbandono di

(107) Ximenes - bibliografia n. 53.

(108) Ferrari da Passano e altri - bibliografia n. 25.

questi impianti è particolarmente deplorabile se si pensa che questo osservatorio era impiegato dai dotti astronomi che nel 1582 elaborarono il nuovo calendario per conto di Gregorio XIII.

— A Catania: la meridiana situata nel monastero dei Benedettini, opera del 1830 di Cacciatore, riveduta nel 1841 da Sartorius e Peters; il suo punto gnomonico è alto 23.02 metri.

Grandi meridiane si trovano ancora a Napoli in un salone del Museo Archeologico e a Palermo nel duomo.

Tra le grandi meridiane dei paesi esteri merita certamente particolare menzione quella, ben famosa, situata a Parigi nella chiesa di St. Sulpice, tracciata da Langlois (o Le Monnier?) nel 1743, ma probabilmente di origine anteriore, con il foro gnomonico alto 26 metri; anche questo strumento,

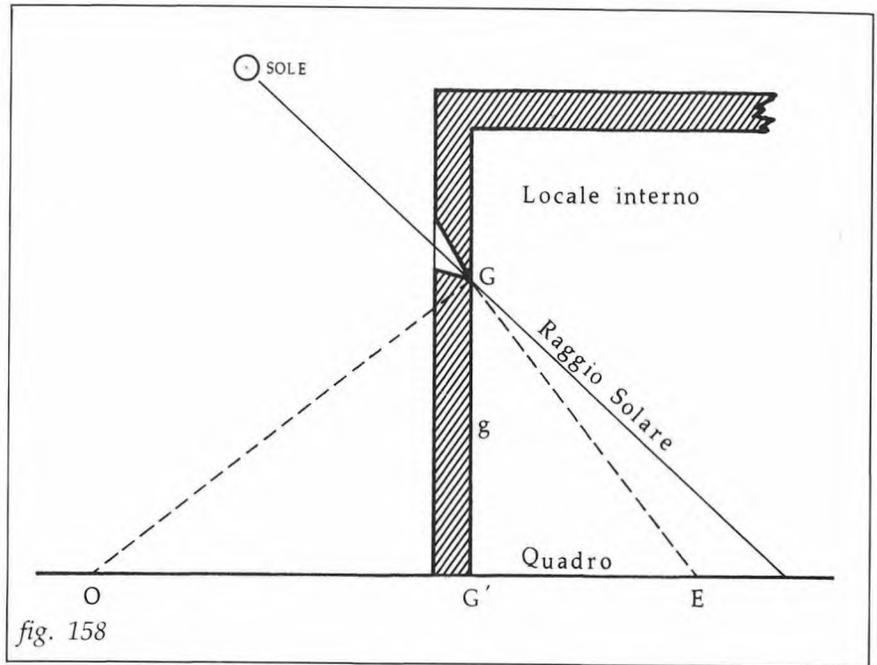
come quello del duomo di Milano, per insufficienza di pavimento riporta l'ultimo tratto invernale della linea meridiana su apposito obelisco presso la parete di fondo.

Grandi meridiane del passato sono ricordate anche a Costantinopoli, costruita nel 1437 da Ulugh Bey, nipote di Tamerlano; a Marsiglia, costruita con 17 metri d'altezza dal famoso Gassendi nel 1636, e ancora a Parigi, installata nell'Osservatorio Astronomico dal solito Cassini.

Nel secolo XIX si registra una grande diffusione delle meridiane di precisione, soprattutto di media altezza; citiamo tra queste solo quella del duomo di Messina, alta quasi 14 metri, opera assai elaborata realizzata nel 1803 dal padre Antonio Iaci, perduta nel terremoto del 1908, ma della quale ci è pervenuta una descrizione molto accurata e dettagliata.

Per chiudere questa panoramica, segnaliamo ancora che un obelisco con foro gnomonico nella sfera cuspidale, ma... senza corrispondente linea meridiana, è quello che a Roma serviva da stilo per l'orologio solare di Augusto (Vds. par. 34e), che Benedetto XIV scavò e che Pio VI rimontò in piazza Montecitorio nel 1792. Il progetto di riutilizzarlo come gnomone per marcare il mezzogiorno su apposita linea meridiana non venne attuato.

Non solo nel campo delle grandi meridiane monumentali ma anche in quello dei piccoli orologi da giardino o portatili il "foro gnomonico" ha conosciuto momenti di meritata fortuna. Un classico esempio di queste applicazioni è stato quell'orologio equinoziale che viene chiamato "anello equinoziale (o equatoriale)" e che ebbe grande diffusione nei secoli XVII e XVIII. Esso riproduce in pratica gli elementi della sfera celeste necessari per la misura dell'ora civile, e quindi è del tutto simile alle antiche sfere armillari, salvo la sostituzione dello stilo-asse terrestre con il foro gnomonico. In succinta descrizione, l'anello equinoziale è costituito da un cerchio metallico verticale (fig. 160) che viene tenuto sospeso nel punto A e che rappresenta il



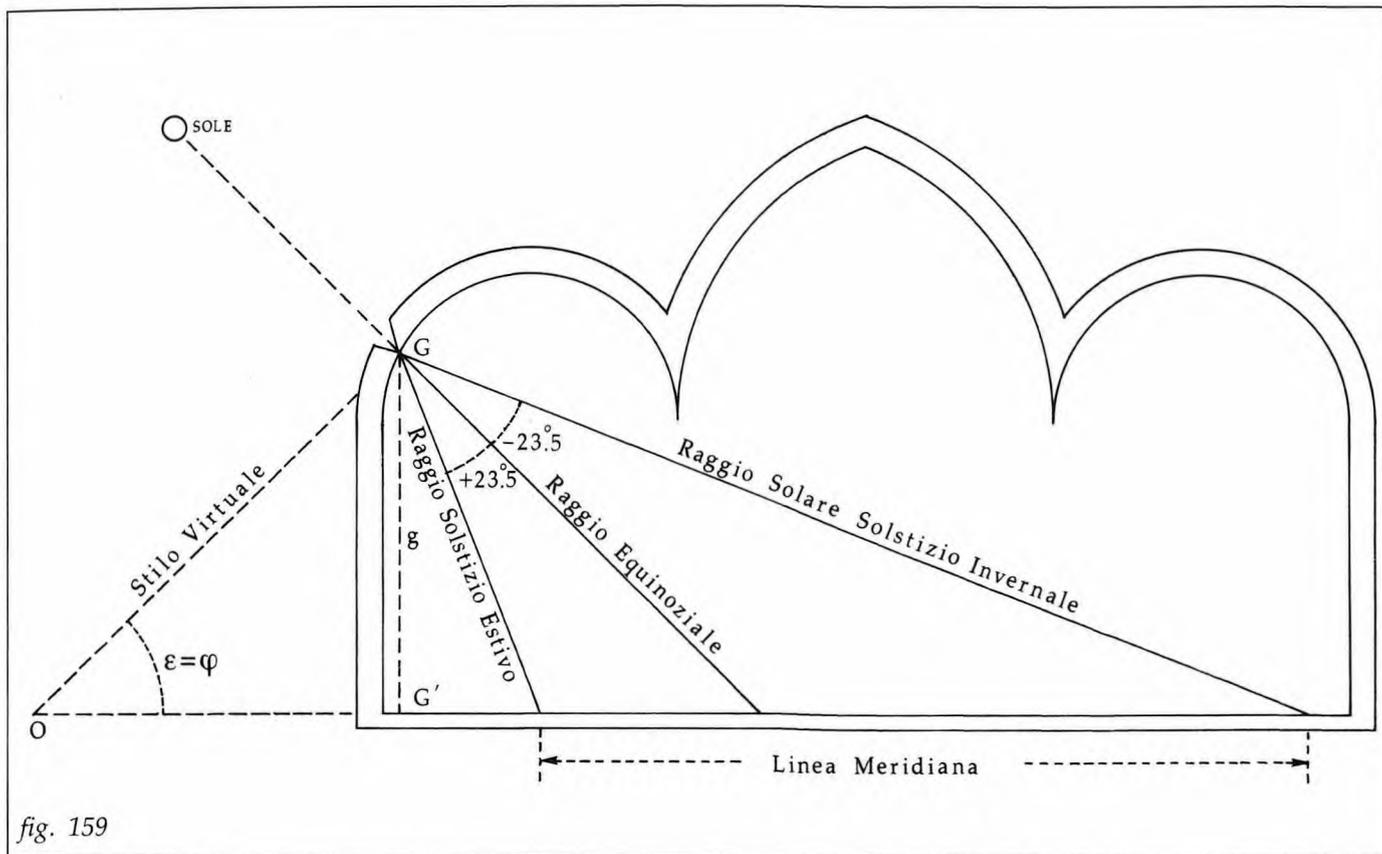


fig. 159

meridiano. Nel suo interno, a una distanza dal diametro verticale pari alla latitudine  $\varphi$ , viene imperniato un secondo anello metallico (punti B e C) disposto nel piano perpendicolare a quello del meridiano e che quindi rappresenta l'equatore; su questo anello viene riportata la scala uniforme delle ore, che inizia con lo 0 nel punto B e girando in senso orario arriva alle 12<sup>h</sup> del mezzogiorno sul punto C e continua poi sull'altro semicerchio sino alle 12<sup>h</sup> della mezzanotte sul punto B. Sull'anello meridiano, a 90° dai perni dell'anello equatoriale, si impernia una lastrina la cui mediana rappresenta l'asse polare (Nord in D e Sud in E); su di essa si apre una feritoia FH graduata con le declinazioni  $\delta$  del Sole come indicato in figura, eventualmente trasformate in mesi o giorni (o decadi), positive verso D e negative verso E; nella feritoia scorre un tassello con un piccolo foro G, il *foro gnomonico*. Lo strumento è reso universale consentendo alla sospensione A di scorrere sul cerchio meridiano per bloccarsi sul valore della latitudine locale  $\varphi$  indicata dalla apposita graduazione sul cerchio meridiano; inoltre l'orologio è reso facilmente trasportabile consentendo a tutti i suoi elementi di ripiegarsi sul piano del cerchio meridiano.

Per l'uso, portato il cerchio equatoriale in posizione perpendicolare al meridiano e regolato sulla data il tassello col foro gnomonico (fig. 161), si ruota lo strumento intorno alla sospensione A sino a che il raggio luminoso che attraversa il foro gnomonico porta la macchietta luminosa sull'anello equinoziale: in quel punto si legge l'ora.

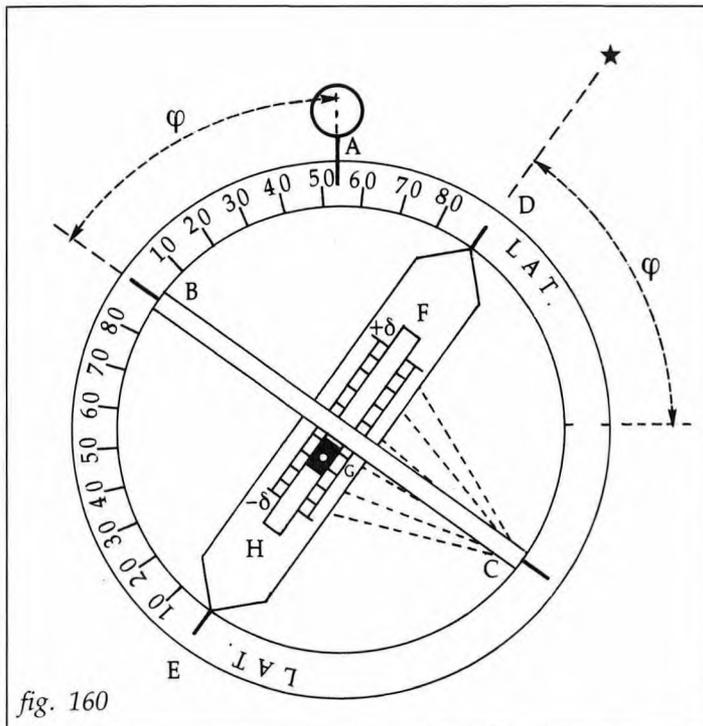


fig. 160

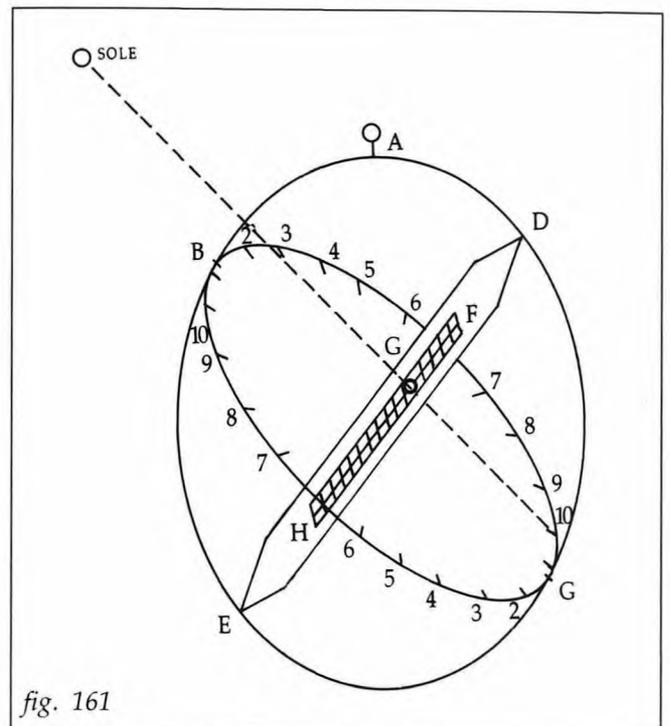


fig. 161

È facile comprendere infatti che, quando lo strumento è ben regolato, il raggio luminoso può cadere sull'equatore solo se il cerchio meridiano coincide con il... meridiano locale e cioè se lo strumento è ben orientato al Nord; esso si orienta da sé. Semplicità, robustezza, precisione, indipendenza dall'orientamento, hanno dato nei secoli d'oro della sciografia giusta fama e diffusione a questo elementare orologio; se commento ammirato si può fare su questi strumenti, v'è da dire che gli artigiani/scienziati dell'epoca anche in questo genere ci hanno tramandato esemplari di incredibile precisione, bellezza, raffinatezza, veri capolavori di scienza, tecnica ed arte.

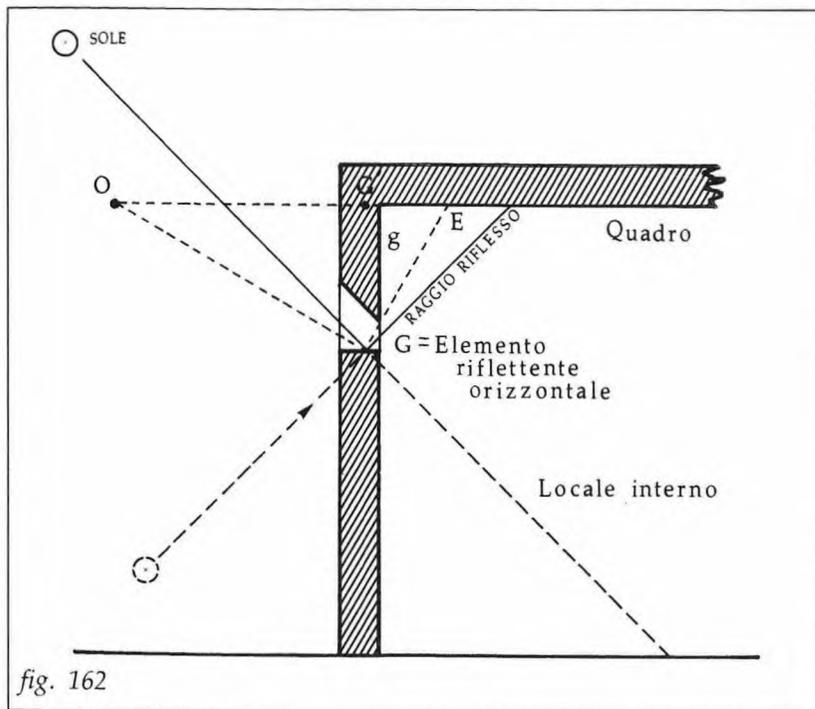
### 80) Piastrina riflettente

Un altro "trucco" per portare l'ora solare all'interno di edifici e luoghi chiusi è stato sviluppato nel XVII secolo; esso consiste nel sistemare un piccolo elemento riflettente, che materializza il punto gnomonico G, in una feritoia praticata nel muro esterno del locale in cui si vuol portare l'ora.

Concettualmente il sistema equivale a tutti gli effetti a quello del "foro gnomonico" che abbiamo appena esposto; anche in questo caso infatti il triangolo stilare è solo virtuale e l'ora viene marcata sul quadro dalla macchietta luminosa prodotta dal passaggio del raggio solare sul punto gnomonico; unica differenza è che la riflessione porta il raggio solare dove può essere più conveniente, come sulle pareti o sul soffitto, anziché sul pavimento del locale come nel caso del semplice foro gnomonico.

La figura 162, insieme con la precedente figura 158, evidenzia questa identità concettuale; naturalmente in questa figura 162 il triangolo stilare deve immaginarsi ribaltato intorno all'orizzontale per G e dimensionato al nuovo valore di g. Di questo tipo di stilo abbiamo dovuto parlare con una certa ampiezza quando si è trattato dei quadranti riflessi (par. 56), quindi qui non ci dilunghiamo; diamo solo qualche cenno sulle "piccole superfici riflettenti" usate nel passato che nella quasi generalità dei casi furono orizzontali.

Il modo più istintivo per ottenere la riflessione del raggio solare è certo quello di farlo incidere su uno *specchietto*; così fu fatto agli inizi, nonostante la difficoltà di dare esatta e stabile posizione al piano riflettente. In epoca più recente (specialmente quando all'ora solare si richiese particolare precisione per ben regolare gli ormai eccellenti orologi meccanici) si passò a impiegare come superficie riflettente il *mercurio*; il liquido era messo in un piccolo recipiente il cui coperchio, con al centro un foro di qualche millimetro, si poteva abbassare sino alla vicinanza immediata del mercurio; il recipiente così preparato era posto sul



davanzale di una finestra o su apposita feritoia del muro e si impiegava per ottenere, con la sua macchietta luminosa riflessa, lo stop orario delle 12<sup>h</sup> indicato su apposita linea meridiana disegnata sul soffitto o sulla parete di faccia (109).

In pratica, per quanto a mia conoscenza, di orologi di questo tipo, detti "catottrici" (cioè "a riflessione"), completi o limitati alla sola linea meridiana, non ne figurano molti nella storia della sciografia (110). Mi piace perciò ricordare qui come una splendida rarità il bellissimo orologio solare catottrico che nel 1644 venne installato nel palazzo Spada a Roma per opera del padre Emmanuel Maignan (111). Da rilevare in questo strumento prezioso che il quadrante è disegnato sulla volta cilindrica del locale, che questo orologio è un altro eccezionale esempio di sovrapposizione sullo stesso quadrante di quattro diversi sistemi orari (civile, itali-

co, babilonese, temporario) e che, in felicissima sintesi di arte, cultura e tecnica, fornisce con la posizione della macchietta luminosa riflessa dallo specchietto un'abbondante messe di informazioni orarie e astronomiche. Un altro "catottrico", sempre del P. Maignan, si trova ancora a Roma nel convento di Trinità dei Monti.

(109) Suggestivi di questo genere venivano ancora pubblicati agli inizi di questo secolo XX, attribuendo al sistema una precisione dell'ordine di 2÷3 secondi (Vds. ad esempio il saggio di Agamennone pubblicato nel 1911 - bibliografia n. 2).

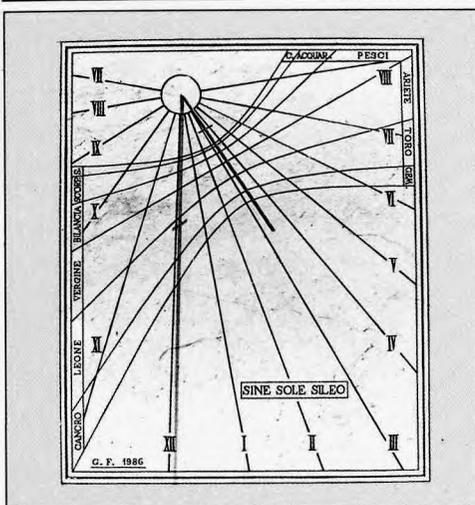
(110) Vds. Taliani - bibliografia n. 50.

(111) Vds. Neppi - bibliografia n. 40.

## LE GRANDI MERIDIANE

1437	COSTANTINOPOLI	S. SOFIA	50 mt	ULUGH BEY
1468	FIRENZE	S. MARIA DEL FIORE	90 mt	P. TOSCANELLI
1576	BOLOGNA	S. PETRONIO	25 mt	E. DANTI
1636	MARSIGLIA	COLLEGIO DELL'ORATORIO	17 mt	P. GASSENDI
1653	BOLOGNA	S. PETRONIO	27 mt	G.D. CASSINI
1702	ROMA	S. MARIA DEGLI ANGELI	20 mt	F. BIANCHINI
1743	PARIGI	S. SULPICE	26 mt	LE MONNIER
1756	FIRENZE	S. MARIA DEL FIORE	90 mt	L. XIMENES
1786	MILANO	DUOMO	24 mt	A. DE CESARIS
1791	NAPOLI	MUSEO NAZIONALE	14 mt	G. CASSELLA
1802	MESSINA	DUOMO	14 mt	A.M. JACI
1830	CATANIA	MONASTERO BENEDETTINO	22 mt	N. CACCIATORE

*Nella storia della gnomonica le grandi meridiane di precisione sono state circa una dozzina, costruite fra il '500 e l'inizio dell'800.*

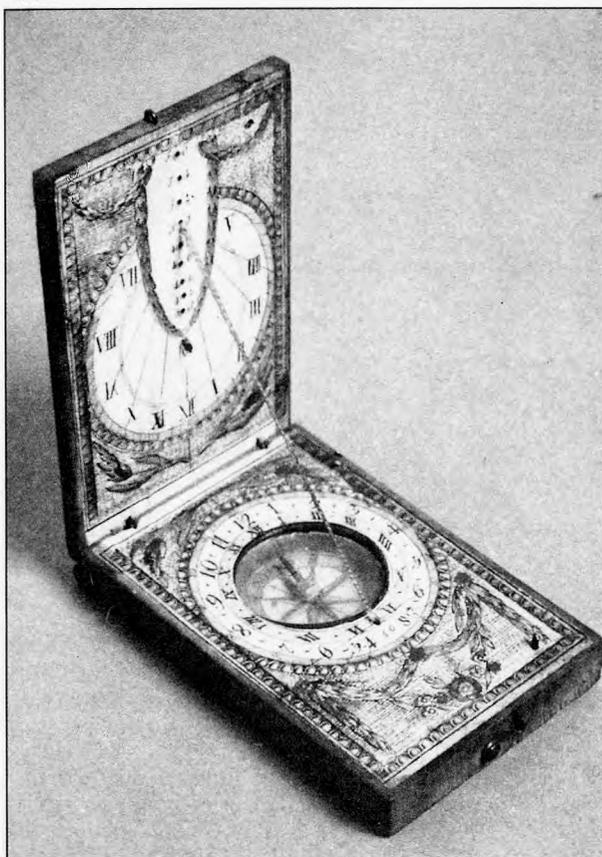


34, Da quando nella gnomonica si usa il sistema orario civile, lo stilo parallelo all'asse terrestre, detto anche stilo polare, è divenuto un elemento sempre presente sull'orologio solare; non fa eccezione questo quadrante verticale, costruito dall'autore per una villa di Grottaferrata (Roma); anche in questo esemplare un "nodo" a metà dello stilo allungato segna la data zodiacale sul fascio delle iperboli diurne.

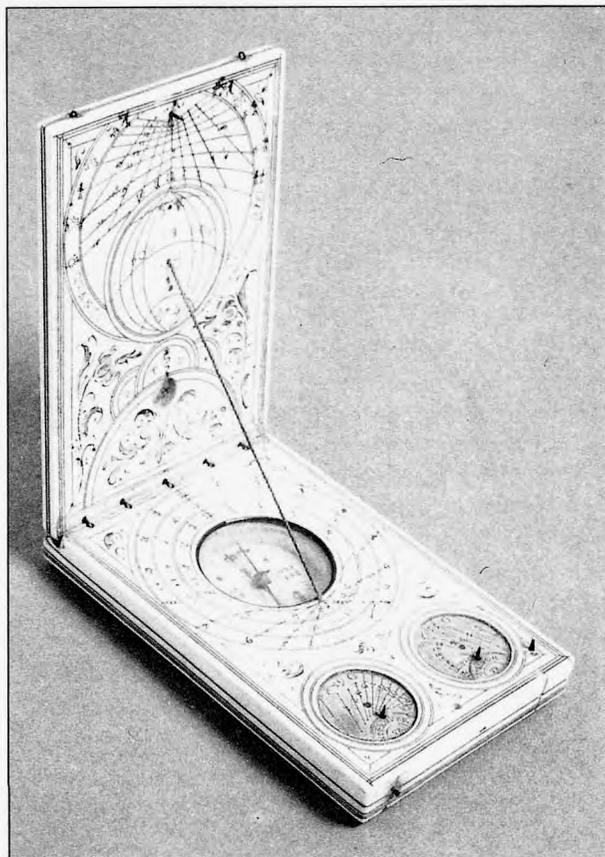
35, Dittico del tardo XVIII secolo, firmato da uno dei Kleininger. Produzione dozzinale in legno e carta stampata. La latitudine si regola tra  $40^\circ$  e  $56^\circ$  spostando l'attacco superiore del filo-stilo.

36, Lo stilo costituito da un filo teso è sempre stato caratteristica costante dei dittici solari.

34



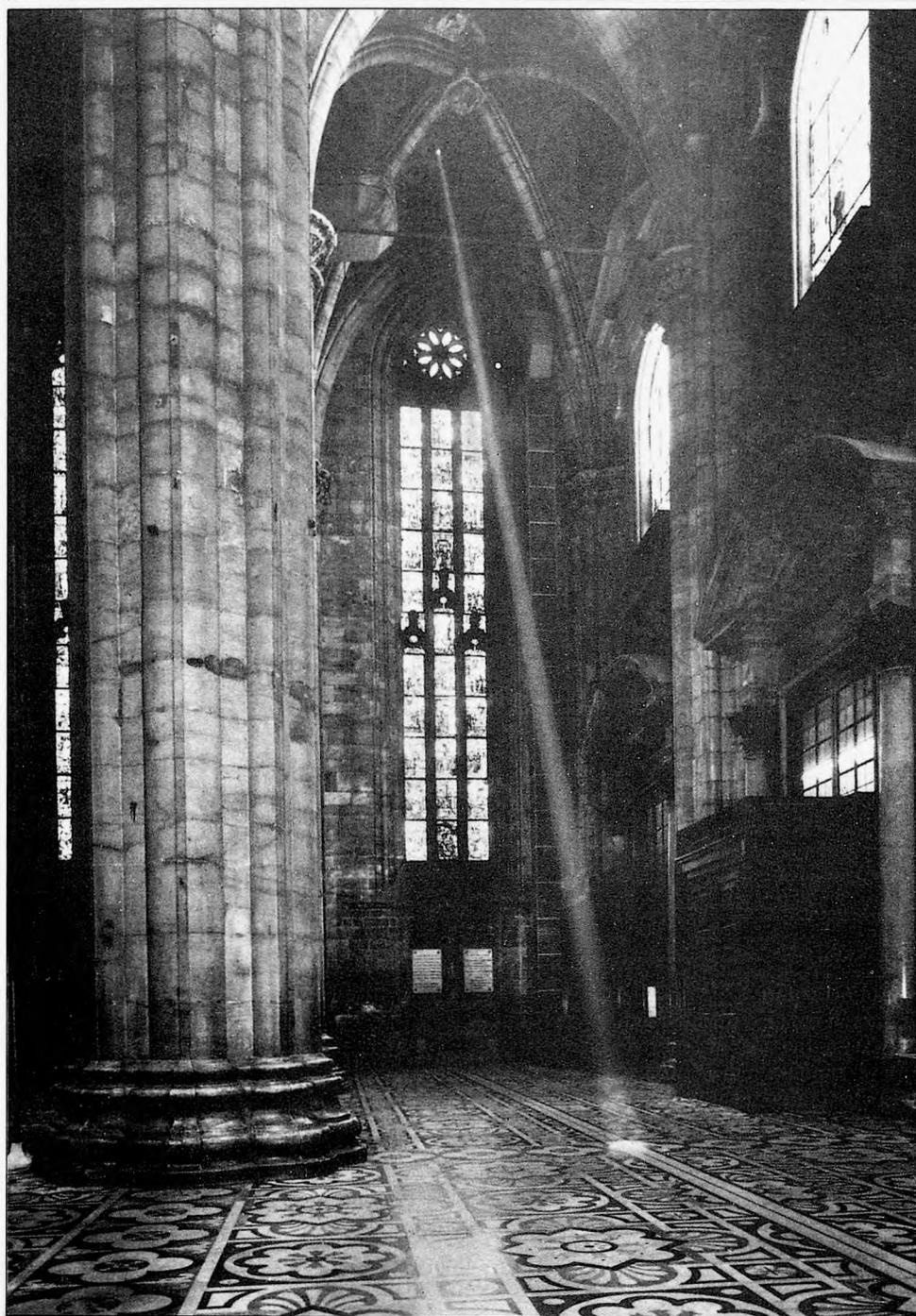
35



36



37, Tra gli stili solari perpendicolari al quadro domina per dimensioni l'obelisco egiziano del faraone Psammetico II, portato a Roma dall'imperatore Augusto nel 10 a.C. per dare l'ombra al suo gigantesco orologio orizzontale di Campo Marzio. Disseppellito, restaurato e trasferito dal papa Pio VI, si trova ora in piazza Montecitorio.



38

38, Nel duomo di Milano il raggio solare che passa attraverso il foro gnomonico a 24 metri di altezza segna il mezzogiorno sulla grande meridiana di precisione che attraversa tutto il pavimento presso l'entrata del tempio.

39, Una lapide murata in S. Maria degli Angeli in Roma fa da titolo per la grande meridiana di Francesco Bianchini.

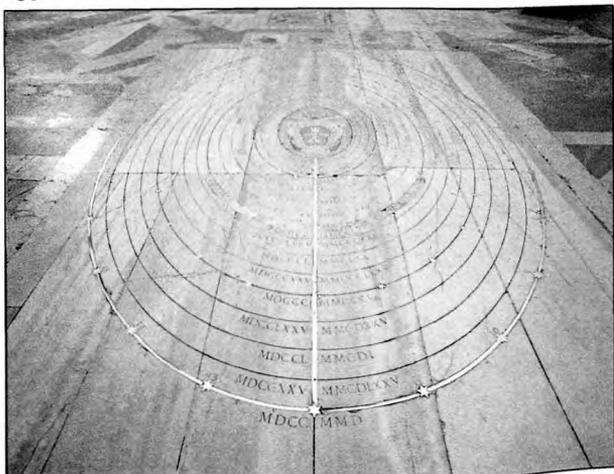
40, Tracciato delle orbite della Stella Polare per gli ottocento anni dal 1700 al 2500, proiettate dal Bianchini sul pavimento di S. Maria degli Angeli in Roma, all'inizio della grande meridiana.

41, Schema della meridiana romana di S. Maria degli Angeli, secondo una stampa disegnata dal suo costruttore Bianchini; sulla destra appare il raggio solare che filtra dal foro gnomonico e tocca il punto iniziale della linea meridiana; sulla sinistra è segnata la visuale della Stella Polare, utilizzata per le ricerche sulla latitudine.

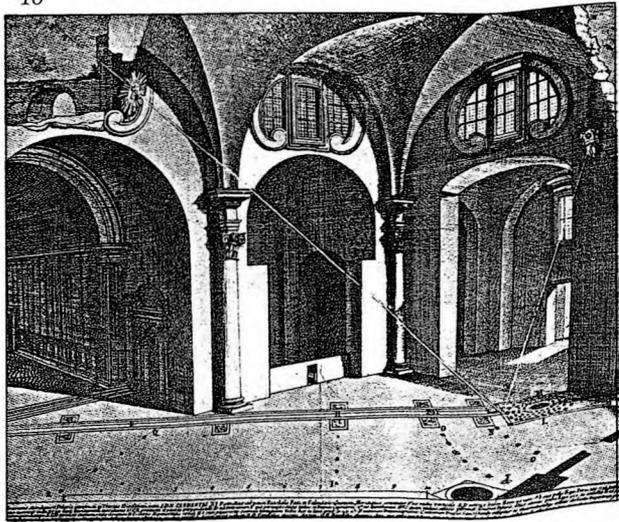
LA MERIDIANA  
DI S. MARIA DEGLI ANGELI

COSTRUITA DA FRANCESCO BIANCHINI  
E INAUGURATA DA CLEMENTE XI IL 6-10-1702  
SERVÌ A REGOLARE GLI OROLOGI DI ROMA  
FINO AL 1846  
QUANDO IL CANNONE  
COMINCIÒ AD ANNUNCIARE IL MEZZODÌ

39



40

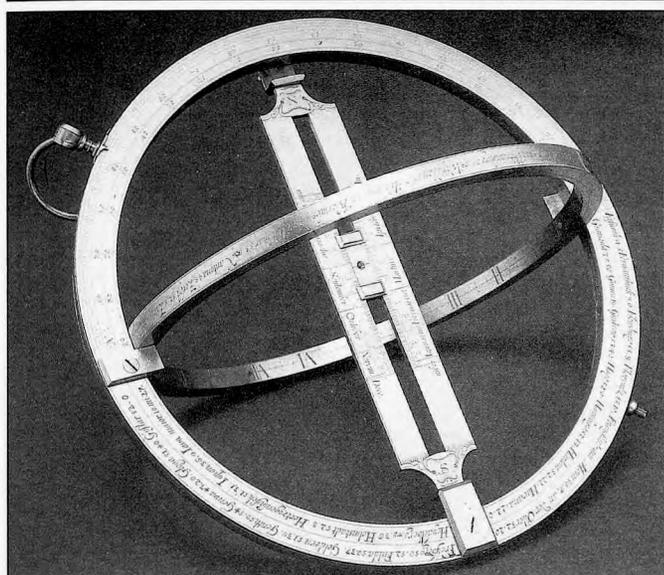


41

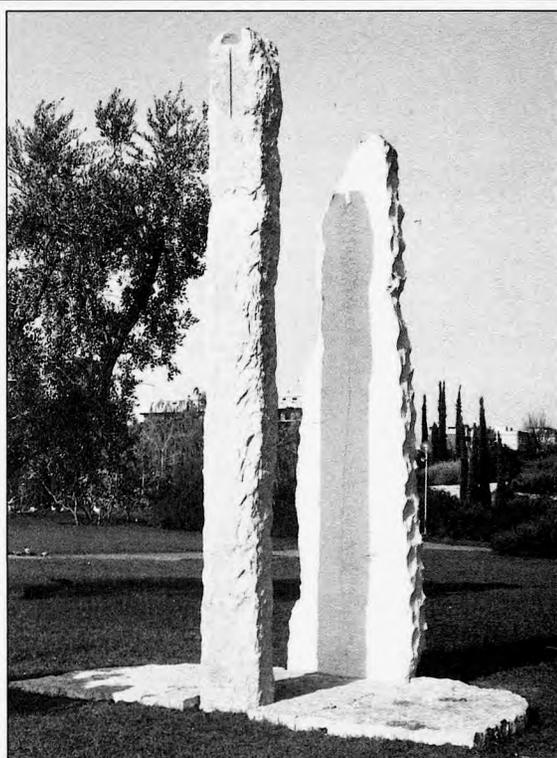
42, Il foro gnomonico della grande meridiana di precisione che si trova nella basilica di Santa Maria degli Angeli in Roma è ricavato al centro dello stemma pontificio di Clemente XI sopra il colonnato; la sua altezza sul pavimento è di 20.30 metri.



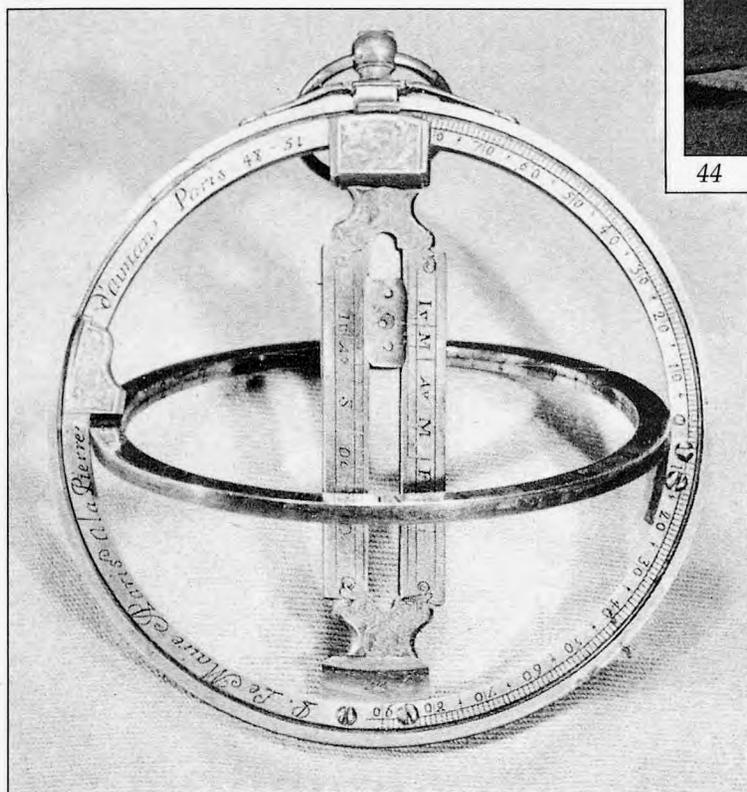
42



43



44



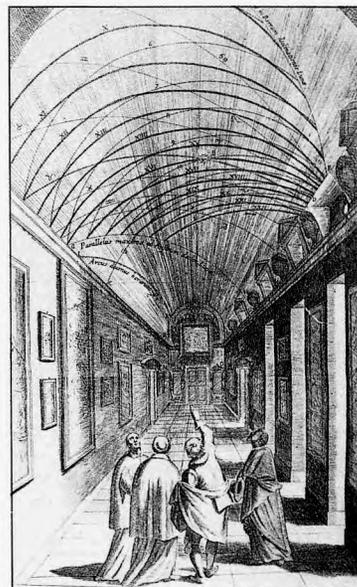
45

43, L'anello equinoziale, detto anche anello astronomico, è un orologio universale che si orienta da sé; come molti strumenti universali del passato, anche questo esemplare riporta un elenco di città con le rispettive latitudini.

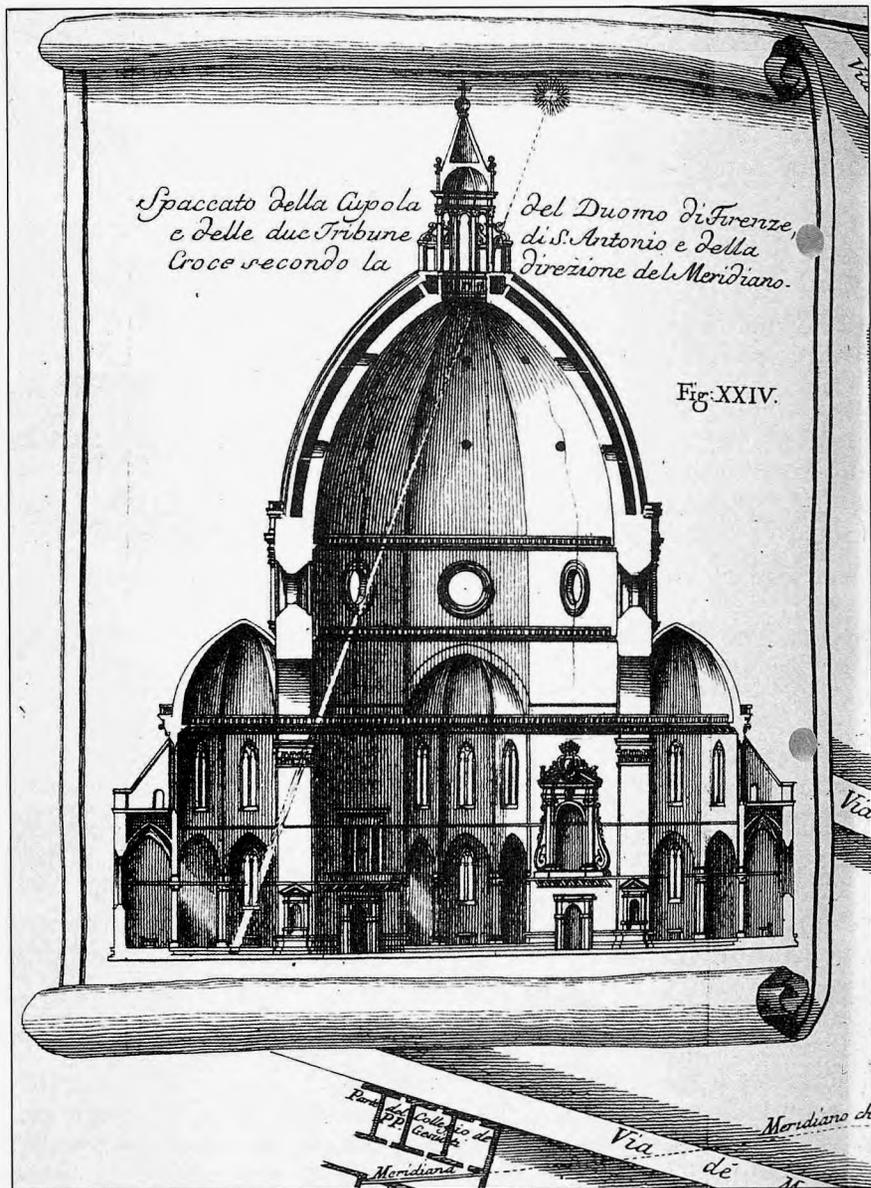
44, Meridiana verticale costruita recentemente da Azzarita e Rini in un parco pubblico di Bari; l'elemento a sinistra fornisce il segnale del mezzogiorno sul pilastro di destra.

45, Anello astronomico francese del 1732 in ottone. Per le sue caratteristiche di praticità e maneggevolezza l'anello astronomico ha avuto grande diffusione nei secoli d'oro della gnomonica.

46, Nel suo testo del 1648 sugli orologi catottrici, Emanuel Maignan illustrava con questo disegno un tracciato gnomonico su galleria cilindrica, del tipo di quelli da lui costruiti a Roma nel palazzo Spada e nel collegio di Trinità dei Monti.



46



47

47, Stampa tratta dal libro di Leonardo Ximenes "Del Nuovo e Vecchio Gnomone Fiorentino". La cattedrale di S. Maria del Fiore in Firenze ospita la più grande meridiana del mondo, col foro gnomonico nella cupola del Brunelleschi a 90 metri di altezza.

## CAP. XVIII - GLI OROLOGI SOLARI PER I SISTEMI ORARI ITALICO, BABILONESE, TEMPORARIO

### 81) *Premessa*

Si è parlato in questo studio della teoria e della pratica di quegli orologi che sono costruiti per segnare le ore civili (o astronomiche), cioè per essere usati con quel sistema orario che divide il giorno in 24 ore eguali facendolo iniziare alla mezzanotte, e che, con qualche perfezionamento, viene tuttora adoperato nel mondo civile.

Questo modo di misurare il tempo non è stato l'unico sistema orario usato dall'uomo nell'evolvere delle civiltà; la storia della cronometria comprende numerosi altri sistemi orari adottati nelle varie epoche dai vari popoli, e alcuni di essi si riflettono ovviamente nella storia dell'orologio solare.

In questo capitolo vogliamo esaminare tre dei principali sistemi orari del passato, dando per essi un cenno storico e le indicazioni per la facile costruzione dei corrispondenti orologi solari. Ciò potrà servire sia per riprodurre a titolo di divertimento e curiosità quadranti funzionanti con quei tipi di ora ormai in pensione, sia soprattutto per capire e apprezzare gli esemplari di strumenti, costruiti per quelle ore, che ci sono stati tramandati e che danno ancora testimonianza del passato sulle mura di vecchie costruzioni e nelle vetrine di tanti musei.

I tre sistemi che vogliamo considerare sono:

- *il sistema orario italico*, che divideva il giorno in 24 ore eguali, e lo faceva iniziare e finire al tramonto del Sole;
- *il sistema orario babilonese*, che divideva il giorno in 24 ore eguali, e lo faceva iniziare e finire al sorgere del Sole;
- *il sistema orario temporario*, che distingueva il giorno-chiaro dalla notte, e divideva ciascuno di questi due periodi diseguali in 12 ore.

### 82) *Un po' di storia*

#### a) *Le origini*

In tema di cronometria è facile immaginare che l'uomo preistorico, — contadino, pastore, cacciatore —, riuscisse a concepire nulla più che l'alternarsi del "giorno-chiaro" e della "notte", divisi dai grandiosi fenomeni naturali della apparizione e della sparizione del Sole. Ancor oggi d'altronde vi sono popolazioni o persone, specie nelle campagne di regioni meno sviluppate, che misurano il trascorrere del tempo solo in termini di giorno-chiaro e notte, sinonimi di lavoro e di riposo.

Le prime fonti storiche indicano che l'uomo, all'alba della sua civilizzazione, inizia vagamente a suddividere in parti il giorno-chiaro, ma probabilmente non va oltre la distinzione tra mattino e pomeriggio; è già comunque un primo apprezzamento geometrico del moto diurno del Sole. In seguito il numero delle divisioni artificiali del giorno aumenta sempre di più col procedere della civilizzazione, ma vale la pena notare che sorgere e tramonto del Sole, fenomeni imponenti facilmente osservabili, rimangono a lungo i momenti principali per iniziare a contare le suddivisioni artificiali della giornata.

b) *Le ore diseguali e il sistema temporario*

I primi a dividere il giorno in 24 parti, cioè 12 ore per il giorno-chiaro e 12 ore per la notte (forse a imitazione della divisione dell'anno in 12 mesi e dello zodiaco in 12 segni) furono probabilmente i Caldei.

Per loro merito tutta la cronometria degli ultimi secoli a.C. è impostata su questo sistema, le cui ore vennero chiamate "temporali" o "temporarie" o "giudaiche" o "antiche" o anche "planetarie".

Poiché la durata del giorno-chiaro varia nel corso dell'anno con la declinazione del Sole, la durata dell'ora temporale diurna era diversa da quella notturna ed era variabile col trascorrere dei giorni; perciò nei vecchi trattati di cosmografia e di sciografia le ore temporali vengono anche chiamate "ore diseguali", per distinguerle dalle "ore eguali" dei successivi sistemi orari equinoziali (Vds. paragrafo c) seguente).

Bisogna notare che le ore diseguali si affermarono nelle civiltà di genti insediate in latitudini poco elevate, dove le diseguaglianze della durata dell'ora erano sempre modeste sia fra giorno e notte, sia fra estate e inverno. Per dare un'idea degli ordini di grandezza delle diseguaglianze tra le varie ore temporali, alla latitudine di Gerusalemme (circa 32°N ovvero, per dirla all'antica, al 4° clima) le ore diurne al solstizio estivo e al solstizio invernale duravano rispettivamente 70 e 50 dei nostri minuti

Il sistema delle ore temporali fu ripreso da tutti i popoli cui i Caldei travasarono direttamente o indirettamente le loro cognizioni scientifiche (per citarne alcuni, i Babilonesi, gli Egizi, i Greci, i Romani, i Giudei); gli orologi solari dell'epoca, prodotti in quelle civiltà, vennero generalmente costruiti per le ore temporali.

Ai tempi di Gesù Cristo questo sistema orario era in uso sia presso gli Ebrei che presso i Romani; essi numeravano le 12 ore del giorno-chiaro "prima ora, seconda ora, terza ora..." fino alla "dodicesima ora", come testimoniano anche i Vangeli quando narrano della passione di Gesù Cristo (112).

Qualche differenza si manifestava nel raggruppamento delle ore notturne; ad esempio i Babilonesi le riunivano in tre gruppi di quattro ore ciascuno, mentre Greci e Romani, e in seguito anche gli Ebrei, le raggruppavano in quattro guardie o vigilie di tre ore ciascuna (durata del servizio di guardia del soldato).

Il sistema cronometrico delle ore diseguali si radicò in modo incisivo nella civiltà dell'uomo; cristiani e musulmani lo usarono per secoli nei loro riti religiosi; Dante conta il tempo in questo modo nella Divina Commedia; i cosmografi del XVI secolo insegnavano ancora nei loro trattati a costruire oriuoli e quadranti anche per le ore diseguali, nonostante la diffusione ormai pressoché generale dei sistemi orari equinoziali con le ore eguali; in sostanza tutta la civiltà occidentale e mediorientale per moltissime generazioni ha vissuto al ritmo delle ore diseguali temporali.

c) *Le ore eguali e i sistemi orari equinoziali (italico, babilonese, civile)*

Furono certamente gli Arabi i primi a divulgare anche per gli usi civili la divisione del giorno in 24 ore eguali, secondo il sistema che venne chiamato "equinoziale". Peraltro ancora

(112) Dice Marco (XV, 25-27) che Gesù fu crocifisso all'ora terza, che dall'ora sesta all'ora nona fu buio su tutta la Terra e che Gesù spirò all'ora nona. La scomparsa della luce solare dall'ora sesta all'ora nona e la morte di Gesù all'ora nona si ritrovano anche in Matteo (XXVII, 45-50) e in Luca (XXIII, 44-46). Notiamo che in prossimità dell'equinozio di primavera le ore temporali terza, sesta, nona corrispondevano alle nostre ore 9<sup>h</sup>, 12<sup>h</sup>, 15<sup>h</sup>, come alcune versioni dei Vangeli traducono, con inutile eccesso di zelo.

per molto tempo il criterio rimase sostanzialmente limitato all'astronomia, mentre per gli usi civili continuava a prevalere il sistema temporale con le sue ore diseguali. Lo sviluppo e la diffusione dell'orologio meccanico, specialmente quello "pubblico" o "da torre", indussero a partire dalla fine del XIII secolo a dare sempre maggior credito ai sistemi equinoziali e ad adottare, sia pur lentamente, la più razionale e meccanizzabile "ora eguale"; ancora nel secolo XVI i due sistemi coesistevano, ma quello equinoziale già prevaleva quasi ovunque a dimostrazione della sua maggiore praticità, soprattutto nei confronti dell'orologio meccanico.

Se il concetto di base del sistema equinoziale è stato sempre quello arabo della divisione del giorno in 24 ore eguali, diversi sono stati i criteri con cui il principio venne applicato nelle varie regioni. I più diffusi sistemi orari che ne derivarono furono:

- quello che, secondo la tradizione biblica, fissava la fine del giorno e l'inizio del giorno successivo al tramonto del Sole, e che venne quasi universalmente chiamato "*italico*" o italiano; il sistema ebbe vastissima diffusione, specialmente nel mondo cattolico;
- quello che stabiliva l'inizio e la fine del giorno al sorgere del Sole, secondo l'uso detto "*babilonese*";
- quello che, ispirandosi al giorno civile romano, si diffuse in Francia e nei paesi a cultura francese, e che iniziava il computo delle 24 ore eguali alla mezzanotte per gli usi civili (al mezzogiorno per gli usi astronomici); questo sistema fu chiamato anche francese o tedesco, e nel nostro studio è stato ampiamente analizzato sotto il più comune nome di "*sistema orario per le ore civili*" (113), spesso chiamate anche *ore astronomiche*.

Senza approfondire l'evoluzione dei vari sistemi orari equinoziali nel corso degli ultimi secoli, che alla fine ha portato la maggioranza dei popoli a usare le ore civili che iniziano alla mezzanotte (114), vogliamo illustrare nelle pagine seguenti come si possano costruire in modo facile orologi solari per le ore italiche e orologi solari per le ore temporali; tratteremo cioè dei due grandi sistemi orari che maggiormente hanno influito sulla civiltà delle generazioni che ci hanno preceduto in queste nostre regioni. Per la sostanziale analogia concettuale uniremo allo studio dell'orologio italico quello dell'orologio babilonese.

Notiamo infine che, mentre non molti strumenti in ore diseguali temporali ci sono pervenuti, le ore italiche si trovano in numerosi orologi solari che ancora oggi marcano il tempo su muri, campanili, chiese, vecchie case, ovvero sui tanti e tanti orologi portatili che nei musei, nelle collezioni e nelle botteghe antiquariali ci ricordano il tempo trascorso. L'intenso travaglio storico della cronometria e la sovrapposizione nel tempo di momenti culturali diversi appaiono evidenti nella maggior parte di questi strumenti, poiché in essi

(113) È questo infatti il tipo di "ora" oggi in uso in tutto il mondo civile. Si noti che questo sistema ha dovuto trascurare il sorgere e il tramonto del Sole come elementi fondamentali nella divisione del giorno, superando così uno dei più radicati tabù che si ritrovano nella storia della cronometria.

(114) Per dare un esempio di transito dal sistema italico a quello civile, ricordiamo che nella Lombardia austriaca ciò avvenne nel 1786. Una grida del Conte di Wilzeck, Commissario Imperiale in Italia, attuava infatti al 1° Dicembre di quell'anno la riforma del tempo disponendo che, per motivi di praticità, fosse esteso alla Lombardia l'uso della cosiddetta ora francese o tedesca che fissava "i due costanti punti del mezzogiorno e della mezzanotte" in luogo dell'ora italica che segnava "il semplice e incerto ingresso della notte". La stessa grida ordinava inoltre che in ogni città fosse costruita una meridiana per regolare gli orologi al mezzogiorno; per opera degli astronomi di Brera nacque così, tra le altre, la grande meridiana che nel duomo di Milano da due secoli segna "lo scorrere del tempo e delle vicende umane" (Vds. bibliografia n. 25 e par. 79).

molto spesso le linee orarie del sistema italico e quelle del sistema civile coesistono in buona armonia, talvolta integrate anche con quelle del sistema babilonese (115).

### 83) Costruzione degli orologi solari per i sistemi orari italico e babilonese

#### a) Descrizione dei sistemi orari

Il sistema orario *italico* è caratterizzato dal fatto che al tramonto del Sole, cioè quando il Sole transita sull'orizzonte a ponente, è sempre l'ora 24<sup>h</sup> (e l'ora 0<sup>h</sup>) qualunque sia il giorno dell'anno.

In realtà, in molte applicazioni l'ora 24<sup>h</sup>- 0<sup>h</sup> si fissava, secondo la tradizione biblica, al termine della luce (inizio del buio o ingresso della notte), cioè circa mezz'ora dopo il tramonto. Per semplicità qui non teniamo conto di questa mezz'ora di crepuscolo; all'atto pratico, come si vedrà, sarà assai facile riportare la linea oraria 24<sup>h</sup>- 0<sup>h</sup>, inizio del fascio orario italico, al termine del crepuscolo, mezz'ora dopo il tramonto, invece di tenerla proprio al tramonto del Sole.

Alcuni trattatisti del Seicento e Settecento per chiarire questo punto chiamavano "Ore italiane secondo il Sole" quelle che iniziavano al tramonto e "Ore italiane secondo l'Orologio a Ruote" quelle che iniziavano mezz'ora dopo il tramonto; dice ad esempio il Luchini (bibl. n. 32) che "... l'uso civile delle Città d'Italia ha introdotto con li Orologi a Ruote o da Torre di cominciare a numerare l'hore mezz'ora dopo che è tramontato il Sole, di maniera che quando li Orologi a Ruote mostrano per esempio l'hore 14 li Orologi a Sole... mostrano appunto l'hore 14½".

Il sistema orario *babilonese* invece marca l'ora 24<sup>h</sup>- 0<sup>h</sup> quando il Sole, in qualsiasi giorno dell'anno, è al sorgere, cioè tocca l'orizzonte a levante.

Se consideriamo la sfera celeste nella figura 163, l'ora 24<sup>h</sup>- 0<sup>h</sup> si verifica nel sistema italico quando il Sole nel suo giro diurno si trova sull'arco di orizzonte W'W', e nel sistema babilonese quando il Sole si trova sull'arco di orizzonte E'E'.

Nel sistema italico il semicircolo orario 23<sup>h</sup> si ottiene ruotando indietro di 1<sup>h</sup> l'arco W'W' sull'arco W''W'', il semicircolo orario 22<sup>h</sup> si ottiene ruotando W'W' ancora 1<sup>h</sup> all'indietro su W'''W''', e così via sino a completare il giro diurno delle 24<sup>h</sup>.

Possiamo quindi dire che il complesso dei semicircoli orari italici sulla sfera celeste si ottiene facendo ruotare col giro diurno del Sole il semicerchio occidentale dell'orizzonte (essendo la parte significativa quella compresa nella fascia zodiacale). Si derivano immediatamente le seguenti deduzioni:

- al passaggio del Sole al meridiano superiore l'ora italica è 18<sup>h</sup> solo nei giorni equinoziali; è meno di 18<sup>h</sup> nei mesi estivi, più di 18<sup>h</sup> nei mesi invernali;

(115) Eccellenti esempi della sovrapposizione di vari sistemi orari sullo stesso orologio si rintracciano sui muri dei chiostri del convento francescano di Trento (orologi solari probabilmente del XVII secolo) e nello stupendo orologio solare cubico su marmo che nel 1628 il privernate Theodosio Rubeo eresse a Roma nel giardino del Quirinale a onore e gloria del papa Urbano VIII Barberini. Esempi completi di sovrapposizione si trovano nell'orologio solare a riflessione costruito nel 1644 dal padre Emmanuel Maignan nel Palazzo Spada a Roma (bibliografia n. 40), e nel quadrante solare verticale in trasparenza dipinto su vetrata nel 1612 dal Mürer a Zurigo; in essi sono tracciate le linee orarie dei 4 sistemi orari temporale, italico, babilonese e civile-astronomico.

Numerose sovrapposizioni di questo tipo si ritrovano anche negli orologi portatili dei secoli XVI e XVII, specialmente nei dittici italiani e tedeschi, nonché nei quadranti sussidiari di molti astrolabi.

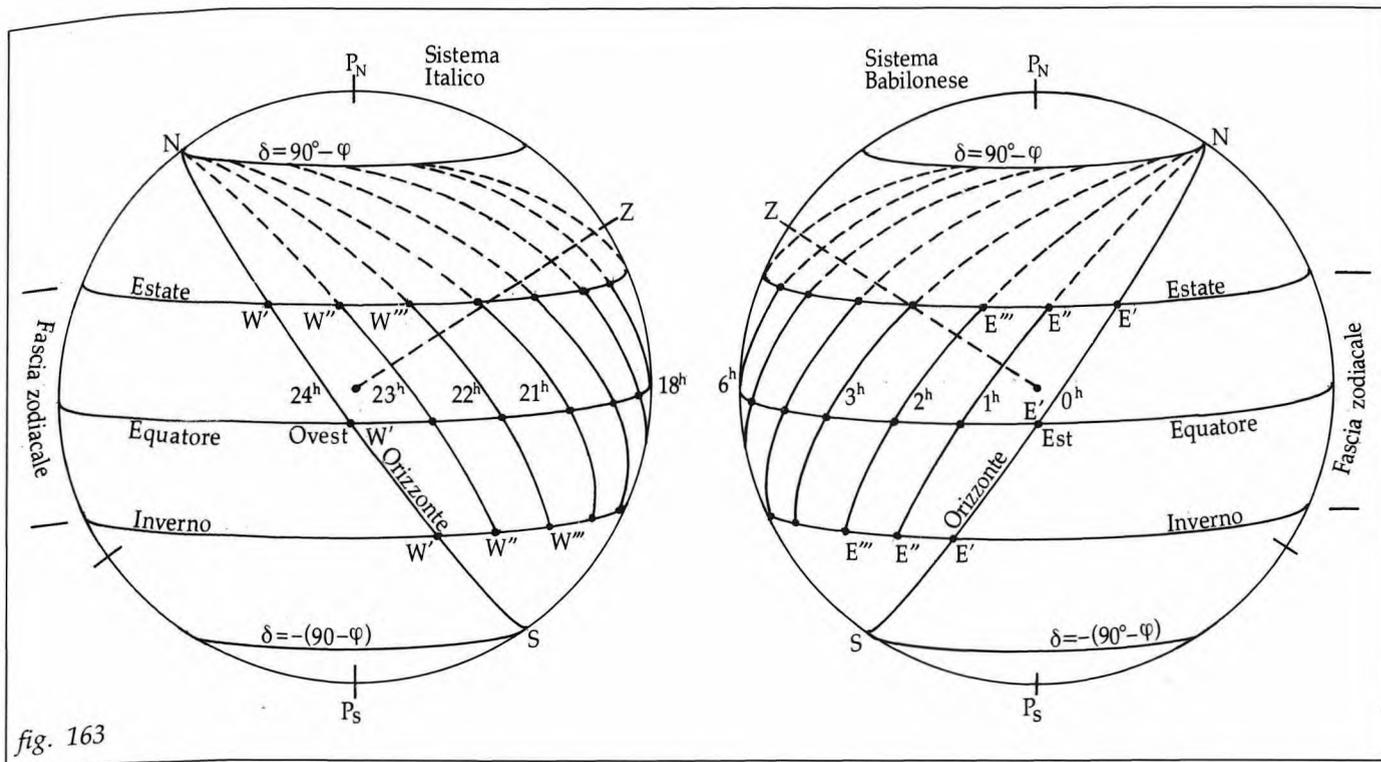


fig. 163

– i cerchi orari italici non hanno un punto comune di origine; essi sono tutti tangenti ai due cerchi di declinazione che limitano le calotte delle stelle circumpolari visibili e invisibili [ $\delta = \pm(90^\circ - \varphi)$ ], e quindi li involuppano.

Se passiamo al sistema babilonese, operando con il semicerchio orientale dell'orizzonte E'E' si ricavano analoghe deduzioni (nei giorni equinoziali il Sole sorge alle 0<sup>h</sup>, passa al meridiano alle 6<sup>h</sup>, tramonta alle 12<sup>h</sup>, ecc.) ma soprattutto si rileva che il fascio dei cerchi orari babilonesi è simmetrico di quello italico rispetto a qualsiasi meridiano o circolo orario civile.

Inoltre, poiché i semicerchi orientale e occidentale dell'orizzonte appartengono allo stesso circolo massimo e portano la stessa ora 24<sup>h</sup>- 0<sup>h</sup> rispettivamente babilonese e italica, vi sarà sempre nel fascio orario italico un semicerchio orario sul prolungamento di uno babilonese e viceversa; essi si toccano nei punti di tangenza sui due cerchi minori che involuppano, e ovviamente sono intestati alla stessa ora.

b) Relazione tra le ore dei vari sistemi orari

Prima di passare alla costruzione di orologi solari per i sistemi orari in questione vogliamo accertare in quale rapporto stiano le ore italiche e babilonesi sia tra loro sia con le ore del sistema civile; tali nozioni saranno necessarie per il seguito dello studio.

Si esamini la figura 164, che mostra la sfera celeste vista dall'alto, col Polo Nord al centro.

In un dato giorno dell'anno, definito dalla declinazione  $\delta$  del Sole, siano:

- P<sub>N</sub>M il meridiano inferiore di una località con zenit in Z;
- P<sub>N</sub>S il semicerchio orario del Sole al sorgere;

- $P_N T$  il semicircolo orario del Sole al tramonto;
- $P_N G$  il semicircolo orario del Sole in un istante generico;
- $2\gamma$  la durata dell'arco notturno in quel dato giorno (116);

si ha pertanto che, sull'equatore, nell'istante generico in questione:

- l'arco  $TMG$  rappresenta l'ora italica  $t_i$ ;
- l'arco  $SG$  rappresenta l'ora babilonese  $t_b$ ;
- l'arco  $MG$  rappresenta l'ora civile  $t_c$ ;

e le relazioni cercate sono quindi:

$$\begin{aligned} t_i &= t_c + \gamma \\ t_b &= t_c - \gamma \\ t_c &= \frac{t_i + t_b}{2} \\ \gamma &= \frac{t_i - t_b}{2} \end{aligned}$$

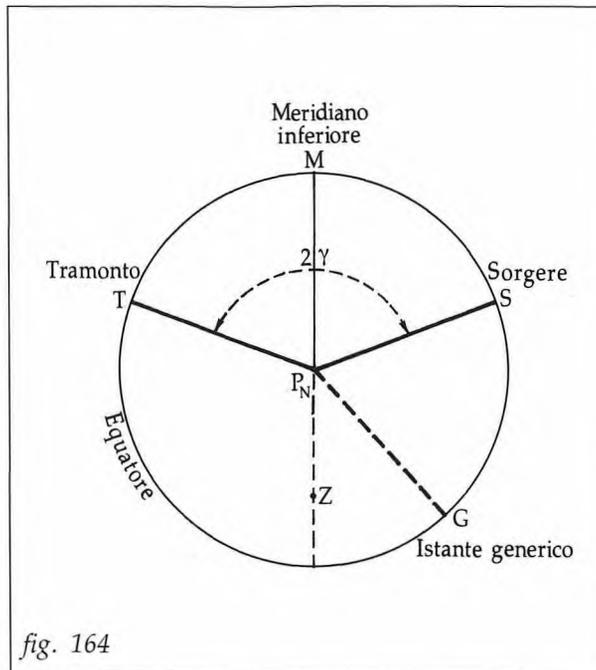


fig. 164

### c) Costruzione degli orologi italico e babilonese

Volendo ora costruire su superficie piana un orologio solare che usi questi sistemi orari, dobbiamo proiettare centrograficamente su un piano qualsiasi i fasci dei semicircoli orari che abbiamo individuato sulla sfera celeste. Nel processo di proiezione valgono le seguenti considerazioni:

- i semicircoli orari sulla sfera sono archi di cerchio massimo; perciò nella proiezione centrografica diventano *linee rette*;
- i cerchi orari non hanno un punto comune a tutti, e involuppano i due cerchi minori che delimitano le stelle circumpolari visibili e invisibili; quindi sul piano non esiste un "centro dell'orologio" origine delle rette orarie, ma queste involuppano la proiezione di uno dei due cerchi limiti delle stelle circumpolari, che è ovviamente una curva conica tangente alla retta orizzonte (117);
- i fasci delle rette orarie nei due sistemi, italico e babilonese, sono simmetrici rispetto alla retta che rappresenta la linea sustilare nel sistema orario civile;
- alle  $0^h$ - $24^h$  la retta oraria italica/babilonese coincide con l'immagine dell'orizzonte, parte occidentale nel sistema italico, parte orientale in quello babilonese.

Passando ora agli aspetti pratici, vediamo quali norme si debbano seguire per la realizzazione di questi quadranti, esaminando in successione i seguenti elementi dell'orologio solare:

- linee orarie e coniche diurne;

(116) L'arco semidiurno  $\alpha$  (e quindi quello seminotturno  $\gamma = 12^h - \alpha$ ) si ottiene con la solita formula  $\cos \alpha = -\operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \delta$ .

(117) Omettendo la facile dimostrazione, la conica da considerare è quella che corrisponde al cerchio limite delle circumpolari visibili o a quello delle circumpolari invisibili secondo che l'elevazione  $\varepsilon$  dello stilo sia positiva o negativa (cioè, in sostanza, secondo che lo stilo punti al Polo Nord o al Polo Sud).

— stilo;  
 — orizzonte e illuminazione;  
 — involuppo delle linee orarie;  
 e fornendo quindi alcuni esempi di costruzione.

d) *Le linee orarie e le coniche diurne*

Supponiamo di aver già costruito un orologio solare per le ore civili su un quadro, comunque inclinato e declinante, per la latitudine  $\varphi$ , con ortostilo di data lunghezza  $g$ ; supponiamo ancora di aver disegnato su questo orologio (fig. 165) una iperbole diurna DD corrispondente a un dato giorno dell'anno, in cui, per la  $\varphi$  data, l'arco semidiurno sia  $\alpha$  e quindi l'arco seminotturno sia  $\gamma = 12^h - \alpha$ .

Per un punto qualsiasi  $C_0$  dell'iperbole DD passano tre linee orarie — l'italica  $t_i$ , la babilonese  $t_b$ , la civile  $t_c$  — le cui ore marcano lo stesso istante nei diversi sistemi orari; esse sono legate dalle relazioni appena trovate:

$$t_i = t_c + \gamma; \quad t_b = t_c - \gamma$$

Si considerino poi due altre iperboli diurne, corrispondenti ad archi seminotturni  $\gamma \pm K$ , essendo  $K$  un numero dato qualsiasi (entro limiti astronomicamente compatibili), e le due altre rette orarie civili  $t_c \pm K$ ; queste quattro linee si incontrano nei punti  $C_1, C_2, C_3, C_4$ .

Nei punti  $C_1$  e  $C_2$  la relazione  $t_i = t_c + \gamma$  vede i due addendi del secondo termine rispettivamente uno aumentato e uno diminuito della stessa quantità  $K$ ; la loro somma resta perciò invariata e quindi la congiungente  $C_1C_0C_2$  rappresenta la linea oraria italice  $t_i$ , che, ricordiamo, è una retta.

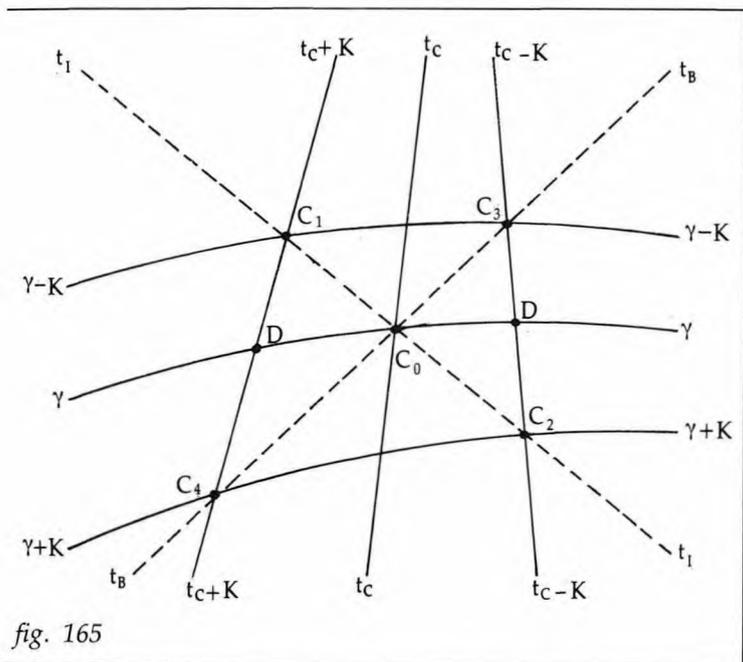


fig. 165

Analogamente nei punti  $C_3$  e  $C_4$  la relazione  $t_b = t_c - \gamma$  vede i due addendi del secondo termine entrambi aumentati o diminuiti della stessa quantità  $K$ ; la loro differenza resta perciò invariata e quindi la congiungente  $C_3C_0C_4$  rappresenta la linea oraria babilonese  $t_b$  (che è una retta anch'essa).

Queste indicazioni ci consentono di segnare sul nostro quadrante civile tante linee orarie italice e babilonesi quante ne vogliamo; basta variare opportunamente il valore di  $K$  per ottenere due fasci di linee orarie nei due sistemi, tra loro simmetrici rispetto alla sustilare.

Nella pratica le linee orarie che servono sono quelle delle ore intere o al massimo delle mezze ore (118); pertanto sulla base

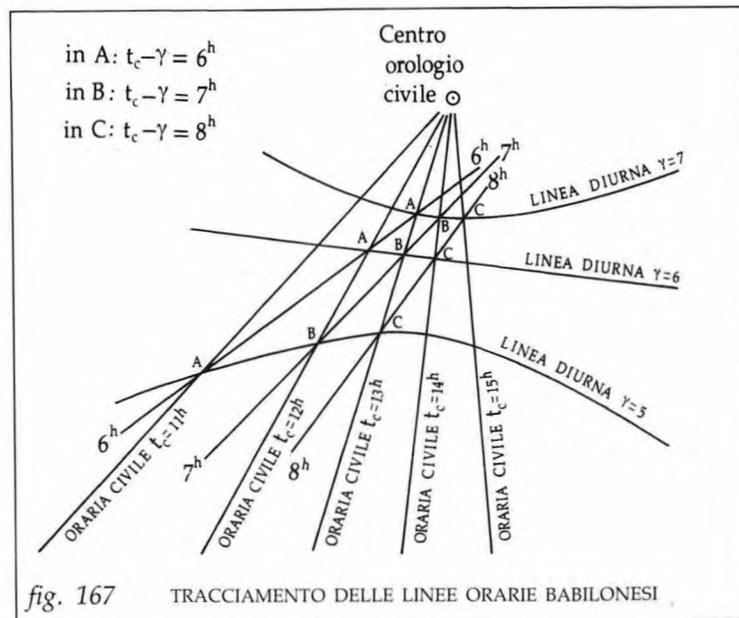
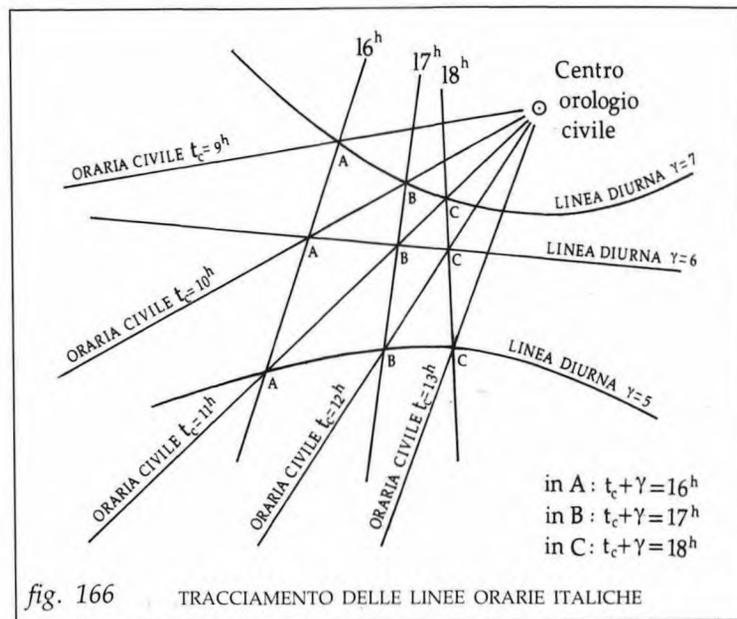
(118) È certamente assai facile estendere il metodo che stiamo proponendo per le suddivisioni dell'ora ogni 15 o 10 minuti o per qualsiasi intervallo di tempo.

dell'analisi appena completata possiamo descrivere come segue il facile metodo pratico per tracciare sull'orologio solare i fasci delle rette orarie italiche e babilonesi, in qualsiasi situazione di inclinazione e declinazione del quadro.

- Si calcola e si disegna un normale orologio solare per le ore civili, con rette orarie ogni ora o ogni mezz'ora, come desiderato.
- Si tracciano su di esso le iperboli diurne, comprese o prossime alla fascia zodiacale, sulle quali l'arco semi-diurno  $\alpha$  sia pari a un numero intero di ore (119) (120); la formuletta da impiegare è sempre  $\cos \alpha = -\operatorname{tg} \gamma \operatorname{tg} \delta$ , da cui  $\operatorname{tg} \delta = -\cos \alpha / \operatorname{tg} \varphi$ ; in quest'ultima si entra con i valori di  $\alpha$  in ore intere prescelti e si ricavano i valori di  $\delta$  delle iperboli da calcolare e disegnare.
- Disegnato il reticolato dell'orologio civile con le iperboli prescelte, si tracciano le linee orarie cercate unendo i punti d'incontro delle iperboli stesse con le linee orarie civili in modo da rispettare:
  - la formuletta  $t_i = t_c + \gamma$  per ottenere le linee italiche (fig. 166);
  - la formuletta  $t_b = t_c - \gamma$  per ottenere le linee babilonesi (fig. 167).

Le linee orarie così ottenute vanno intestate alle varie ore in armonia con le stesse formulette.

- Cancellate quindi le iperboli che sono servite per la costruzione, si calcolano e si disegnano quelle iperboli diurne che si vuole far figurare sul quadrante (ad esempio quelle consuete zodiacali

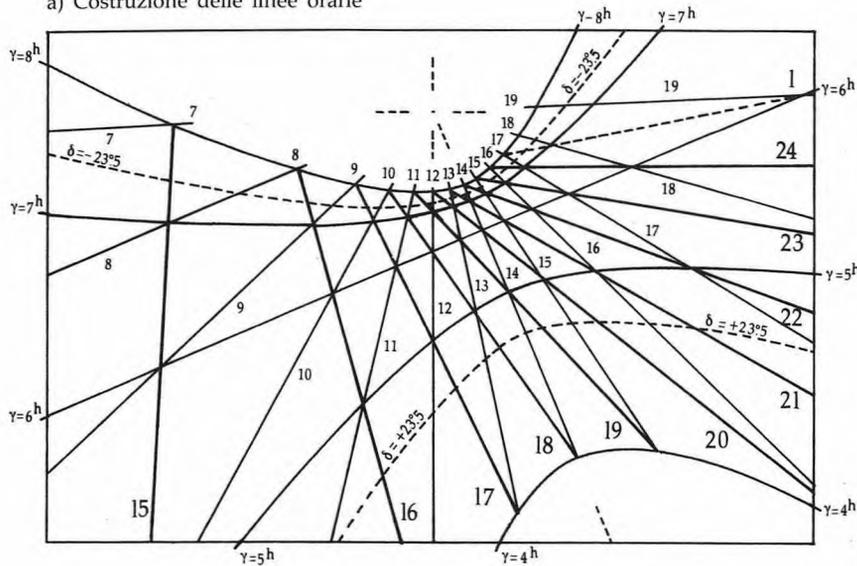


(119) Per le nostre latitudini bastano in generale le iperboli corrispondenti ad archi semidiurni  $\alpha = 6^h$  (equinoziale),  $\alpha = 5^h \div 7^h$ ,  $\alpha = 4^h \div 8^h$ ; alle latitudini più basse bastano le iperboli  $\alpha = 6^h$  e  $\alpha = 5^h \div 7^h$ ; in latitudini più alte può essere conveniente usare l'iperbole  $\alpha = 3^h \div 9^h$  in luogo di una delle precedenti.

(120) Per ottenere particolare precisione o per orologi in cui si vogliono segnare anche le mezze ore si prenderanno le iperboli diurne su cui  $\alpha$  è multiplo della mezz'ora.

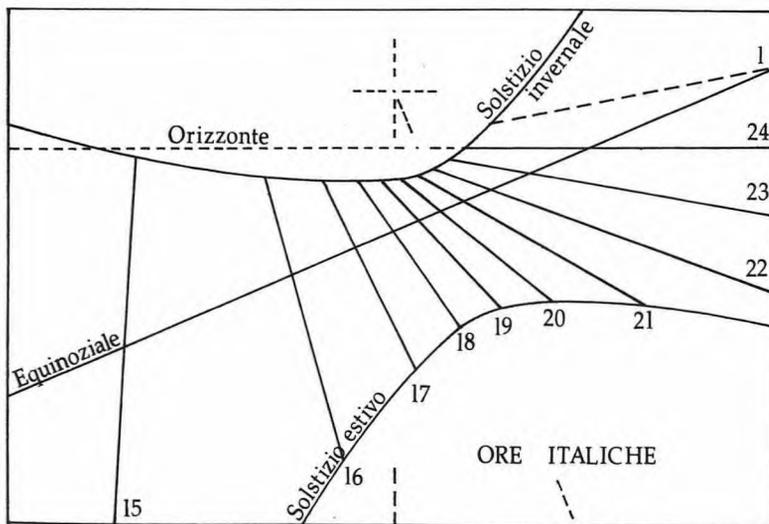
## SISTEMA ORARIO ITALICO

a) Costruzione delle linee orarie



da 7 a 19: ore civili  
da 1 a 15: ore italiane

b) Risultato finale



$0^\circ, \pm 11^\circ.5, \pm 20^\circ, \pm 23^\circ.5$ ). Per tali linee valgono tutte le regole e le indicazioni che sono state illustrate nello studio dei quadranti per le ore civili.

- Le linee orarie civili che sono servite per la costruzione possono ora essere cancellate se si vuole un orologio che serva solo per il sistema orario italiano e/o babilonese, ovvero possono essere lasciate se si vuole che l'orologio marchi anche le ore civili.

Nelle figure 168 e 169 si riportano due esempi completi di tracciamento delle linee orarie rispettivamente italiane e babilonesi, su quadro verticale. La latitudine è  $39^\circ.08$  N; la declinazione gnomonica  $20^\circ$  a ponente, la lunghezza dell'ortostilo 12 mm; le declinazioni usate per le iperbol costruttive sono state:

$$\pm 31^\circ.62 (\alpha = 4^h \div 8^h), \pm 17^\circ.68$$

$$(\alpha = 5^h \div 7^h), 0^\circ (\alpha = 6^h).$$

Nel risultato finale sono state tracciate le sole iperbol solsticiali ( $\pm 23^\circ.5$ ) e la linea equinoziale; le rette orarie civili sono state eliminate, lasciando solo quelle italiane o babilonesi.

Alcune considerazioni possono servire nell'operazione di tracciamento delle linee orarie italiane/babilonesi, aiutando a comprendere quali punti del reticolato civile vanno congiunti nei vari casi.

Anzitutto dall'esame delle

fig. 168

formulette impiegate si ricava che:

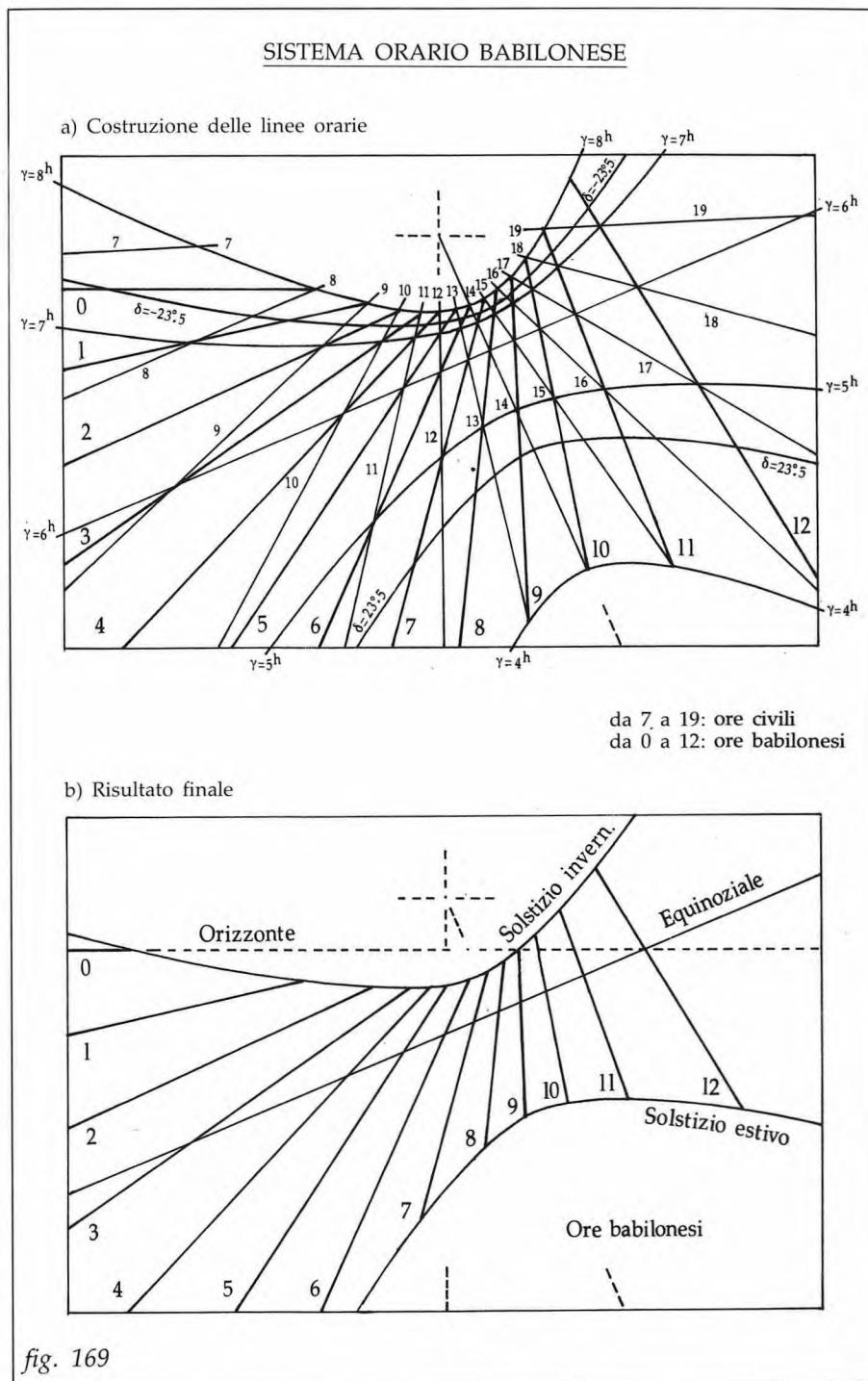
- sulle iperboli diurne corrispondenti a ore intere di arco seminotturno  $\gamma$  si incontrano rette orarie italiche/babilonesi e rette orarie civili che siano entrambe ore intere o entrambe mezz'ore;
- sulle iperboli diurne corrispondenti ad archi seminotturni delle mezz'ore si incontrano rette italiche/babilonesi intestate alle ore intere e rette civili intestate alle mezz'ore, e viceversa.

In secondo luogo si rileva che:

- essendo  $t_c = (t_i + t_b)/2$ , i punti d'incontro delle rette  $t_i$  e  $t_b$  le cui ore hanno somma costante si allineano sulle rette civili  $t_c$  (che passano per il centro dell'orologio civile);
- essendo  $\gamma = (t_i - t_b)/2$ , i punti d'incontro delle rette  $t_i$  e  $t_b$  le cui ore hanno differenza costante si allineano su una linea su cui è costante l'arco semi-diurno: tale linea è una ben determinata conica diurna, per la quale il valore di  $\delta$  si può ricavare con la solita formula:

$$\cos \alpha = - \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \delta.$$

Infine si è visto che sulla sfera i semicerchi orari italico e babilonese intestati alla stessa ora appartengono allo stesso circolo massimo e si incontrano nel punto di tangenza col cerchio minore che inviluppano; perciò le semi-



rette orarie italica e babilonese con la stessa ora appartengono alla stessa retta e si incontrano nel punto di tangenza con la conica involuppo; agli effetti della costruzione quindi i punti di incrocio del reticolato che servono per il disegno di una data linea oraria italica (babilonese) possono servire per il disegno della linea oraria babilonese (italica) che sia intestata alla stessa ora e si trovi pertanto esattamente dalla parte opposta rispetto alla conica involuppo. Negli esempi delle figure 168 e 169, anche se la conica involuppo ancora non compare nel disegno, si trovano in questa situazione le linee orarie intestate alle ore  $0^h$ -  $24^h$  e  $1^h$ ; ancora più evidente è l'esempio della figura 179, nella quale si trovano in questa situazione le ore italiche e babilonesi comprese tra  $9^h$  e  $15^h$ .

Nel caso di quadro orizzontale, un ulteriore ausilio di buona efficacia, o comunque un buon controllo di calcolo e disegno, si ha considerando che su un tale quadro:

- le linee orarie italiche  $t_i$  sono parallele alle linee orarie civili antimeridiane  $t_c$  tali che sia

$$t_c = \frac{1}{2} t_i$$

(ad es. l'italica  $22^h$  è parallela alla civile  $11^h$ )

- le linee orarie babilonesi  $t_b$  sono parallele alle linee orarie civili pomeridiane  $t_c$  (contate da  $0^h$  a  $12^h$ ) tali che sia

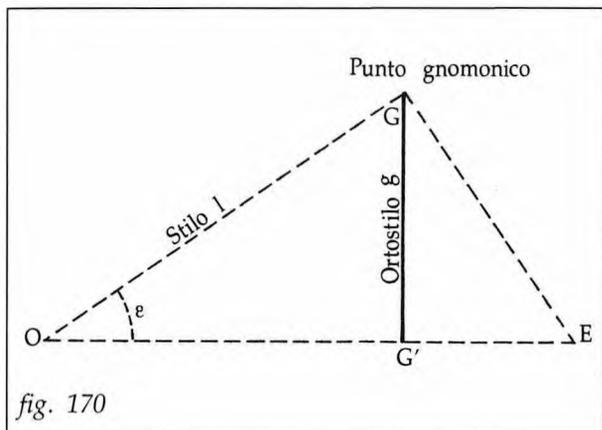
$$t_c = \frac{1}{2} t_b$$

(ad es. la babilonese  $4^h$  è parallela alla civile  $2^h$  P.M.).

#### e) Lo stilo

Da quanto si è detto, è evidente che in questi orologi lo stilo non può avere analogia con quello dei quadranti in ore civili, in cui una bacchetta sorgente dal quadro nel "centro dell'orologio" segna con l'ombra di tutta la sua lunghezza la linea oraria istantanea. Infatti, in mancanza di un centro dell'orologio, l'unico punto valido dello stilo è il suo punto terminale (centro di proiezione e punto gnomonico), e l'ora può essere marcata sulle linee orarie dal solo punto estremità d'ombra dello stilo, che è l'ombra del punto gnomonico.

Si comprende quindi perché i nostri antenati in questi casi usassero normalmente come stilo l'asticella perpendicolare al quadro che abbiamo chiamato "ortostilo" (fig. 170).



Anche in questo caso, peraltro, vale il concetto per il quale si può dare allo stilo un assetto qualsiasi, in forma e posizione, allo scopo di piantarlo nel punto più conveniente, purché la sua estremità G vada a cadere esattamente nel punto gnomonico che definisce l'ortostilo e materializza il punto di proiezione utilizzato nella costruzione del quadro.

Per gli stessi motivi, nella costruzione di questo tipo di orologi, a differenza di come si usa nei quadranti civili, conviene assumere come dato del problema la lunghezza  $g$  dell'ortostilo anziché la lunghezza  $l$  dello stilo. Resta però da osservare che il metodo qui suggerito per la costruzione degli orologi

italici/babilonesi richiede la conoscenza del corrispondente quadrante civile e pertanto un triangolo stilare completo (fig. 170) deve comunque essere individuato, sia pure come mezzo intermediario per la costruzione.

Infine, qualora nel nostro quadrante italico/babilonese si volessero lasciare anche le linee orarie civili (che sono comunque servite per la costruzione), lo stilo si può installare secondo due soluzioni:

- si usa lo stilo OG previsto per il sistema orario civile, correttamente inclinato di  $\varepsilon$  sul quadro; in questo caso l'ombra dello stilo marca con tutta la sua lunghezza le ore civili, mentre marca con il solo suo punto terminale le ore italiane/babilonesi;
- ovvero si usa l'ortostilo GG' perpendicolare al quadro (o un qualsiasi elemento con l'estremità nel punto gnomonico G); in questo caso anche le ore civili saranno indicate sul reticolato civile dal solo punto terminale dell'ombra stilare (121).

#### f) L'orizzonte e l'illuminazione

Anche in questi orologi i concetti di orizzonte e illuminazione meritano attenzione come in quelli civili.

Per quanto riguarda l'orizzonte, non si nota alcuna variante rispetto a quanto già esposto (par. 23): la sua distanza  $h$  dalla base  $G'$  dell'ortostilo è data ancora dalla formuletta

$$h = g \operatorname{tg} i$$

essendo  $h$  da prendere sopra o sotto la base  $G'$  dell'ortostilo secondo che l'inclinazione  $i$  del quadro sia positiva o negativa. Si ricorda che in conseguenza, come d'altronde è intuitivo, la retta orizzonte va all'infinito nei quadranti orizzontali ( $i = 90^\circ$ ), mentre passa per la base dell'ortostilo  $G'$  in quelli verticali ( $i = 0^\circ$ ); lo stesso accade quindi alla retta oraria  $0^h - 24^h$  in entrambi i sistemi orari allo studio (Vds. anche figg. 168, 169, 179, 180).

Quanto all'illuminazione, si osserva che:

- per tutta la durata dell'anno è sempre  $0^h - 24^h$  l'ora del tramonto nel sistema italico e l'ora del sorgere nel sistema babilonese;
- l'esame della figura 164 (o delle formulette conseguenti) indica che l'ora italica al sorgere è pari al valore dell'arco notturno  $2\gamma$ , mentre l'ora babilonese al tramonto è pari all'arco diurno  $2\alpha$ ; pertanto il periodo di illuminazione risulta:
  - nel sistema italico: da  $2\gamma$  a  $24^h$
  - nel sistema babilonese: da  $0^h$  a  $2\alpha$ .

Agli effetti del calcolo delle ore estreme di accensione, occorre prendere i valori di  $\alpha$  e  $\gamma$  corrispondenti ai giorni in cui si verificano le ore estreme di accensione nel sistema civile (par. 42).

In alternativa si possono calcolare i dati relativi all'illuminazione in ore civili, e quindi trasformarli in ore italiane/babilonesi con le formulette indicate in precedenza (capoverso b).

#### g) L'involuppo delle linee orarie

Un buon contributo al disegno dei quadranti italiani e babilonesi può esser dato dalla conoscenza di quella particolare curva conica che rappresenta l'involuppo delle rette orarie.

(121) Era questa la soluzione generalmente adottata dai meridianisti del passato quando sovrapponevano sullo stesso quadrante linee orarie italiane e civili.

In linea di concetto, essendo questa conica la proiezione di un cerchio di declinazione (quello che delimita la calotta delle stelle circumpolari visibili o invisibili) la cui nota declinazione è  $\pm(90^\circ - \varphi)$  (fig. 171), la sua individuazione rientra nella teoria generale delle coniche diurne, ampiamente sviluppata in precedenza al capitolo IX. Potremo perciò dire, senza ripetere l'analisi, che queste curve-inviluppo, tangenti all'orizzonte:

— sono iperboli, parabole, ellissi secondo che sia, come nel caso generale,  $|\varepsilon| + |\delta| \leq 90^\circ$ , condizione che in questo caso particolare in cui  $\delta = \pm(90^\circ - \varphi)$  diviene:

$$|\varepsilon| \leq \varphi$$

— si calcolano e si disegnano seguendo le indicazioni già date al capitolo IX per le curve diurne dei quadranti in ore civili, assumendo per  $\delta$  il valore  $\pm(90^\circ - \varphi)$ , con lo stesso segno di  $\varepsilon$ .

Null'altro vi sarebbe da aggiungere se non valesse la pena di esaminare la conica-inviluppo in dettaglio in alcuni casi particolari tra i più comuni, come ad esempio nei quadranti orizzontale, verticale diretto, equinoziale.

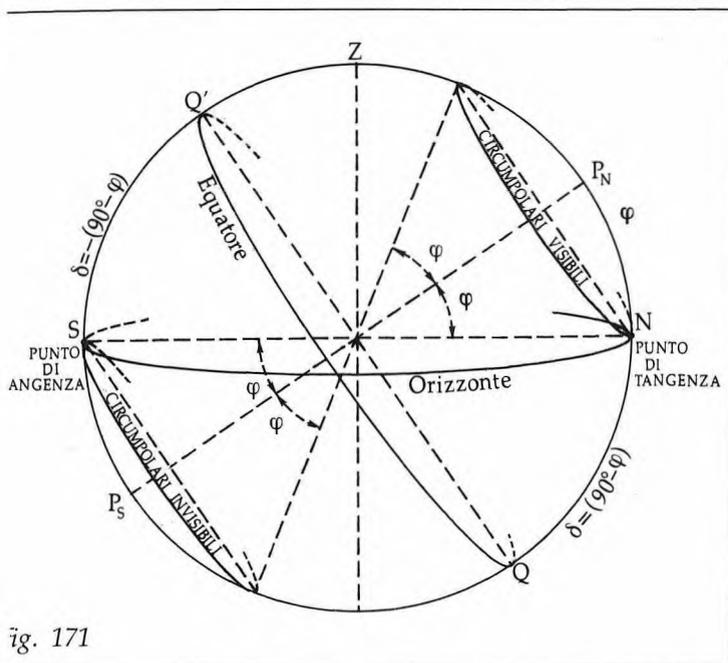


fig. 171

#### Inviluppo delle linee orarie su quadrante orizzontale

In questo caso si ha  $\varepsilon$  positivo e eguale a  $\varphi$ , per cui la condizione  $|\varepsilon| \leq \varphi$  appena enunciata diviene la identità  $\varepsilon = \varphi$ ; ciò significa che la conica-inviluppo è sempre una parabola e corrisponde alla declinazione  $\delta = 90^\circ - \varphi$ . Questo risultato, d'altronde, si può anche ricavare direttamente dalla figura 172.

#### Inviluppo delle linee orarie su quadrante verticale diretto ( $d = 0^\circ$ )

In questo caso si ha  $\varepsilon = -(90^\circ - \varphi)$ , e quindi la condizione  $|\varepsilon| \leq \varphi$  diviene  $\varphi \geq 45^\circ$ ; perciò la curva involuppo è una iperbole alle latitudini superiori a  $45^\circ$ , una parabola alla latitudine  $45^\circ$ , una ellisse alle latitudini inferiori a  $45^\circ$ . La figura 173 illustra sommariamente le tre situazioni, in cui, essendo  $\varepsilon$  negativa, la conica-inviluppo, tangente all'orizzonte, è quella che proietta il cerchio limite delle stelle circumpolari invisibili.

Il calcolo e il disegno dei tre tipi di conica

seguono le norme generali indicate al capitolo IX, assumendo per la declinazione il valore  $\delta = -(90^\circ - \varphi)$ .

#### Inviluppo delle linee orarie su quadrante equinoziale

In questo caso si ha  $|\varepsilon| = 90^\circ$ ; la condizione  $|\varepsilon| \leq \varphi$  che definisce il tipo di conica diviene  $90^\circ \leq \varphi$  che è sempre verificata nella terza alternativa e ci indica quindi che la curva è sempre un'ellisse. Se però riprendiamo le regole generali indicate per l'ellisse al capitolo IX e le applichiamo a questo caso particolare, troviamo che i due vertici dell'ellisse distano entrambi dal centro O del quadrante civile di  $B_s = g \operatorname{tg} \varphi$ ; ciò significa che l'ellisse-inviluppo

degenera in un cerchio tangente all'orizzonte, con centro in  $O$  e raggio  $r = g \operatorname{tg} \varphi$ ; ovviamente  $r$  è eguale alla distanza  $h$  dell'orizzonte dal centro  $O$ . Lo stesso risultato si ottiene direttamente dalla figura 174, che illustra la situazione in questo caso.

h) Metodi alternativi per il tracciamento delle linee orarie italiche e babilonesi

h-1) Un altro sistema per il tracciamento di queste linee orarie merita di essere segnalato (se non altro perché è stato usato da autori del passato), anche se a me sembra apparentemente più semplice ma forse meno preciso.

In linea concettuale il metodo applica i criteri espressi nella figura 163. Supponiamo di avere individuato sul nostro quadrante le tre linee diurne dei solstizi e dell'equinozio; calcoliamo le ore del tramonto in quei tre giorni e siano  $t_1, t_2, t_3$ ; i punti corrispondenti sulle tre coniche diurne giacciono sull'orizzonte (lato tramonto) e la retta che li unisce, coincidente con l'orizzonte, rappresenta la linea oraria italica  $0^h \div 24^h$ . Calcoliamo ora le linee orarie civili che precedono le tre ore  $t_1, t_2, t_3$  di  $1^h, 2^h, 3^h$  eccetera, e cioè le linee orarie corrispondenti alle ore civili:

$$\begin{aligned} t_1 - 1^h, t_1 - 2^h, t_1 - 3^h, \text{ ecc.} \\ t_2 - 1^h, t_2 - 2^h, t_2 - 3^h, \text{ ecc.} \\ t_3 - 1^h, t_3 - 2^h, t_3 - 3^h, \text{ ecc.;} \end{aligned}$$

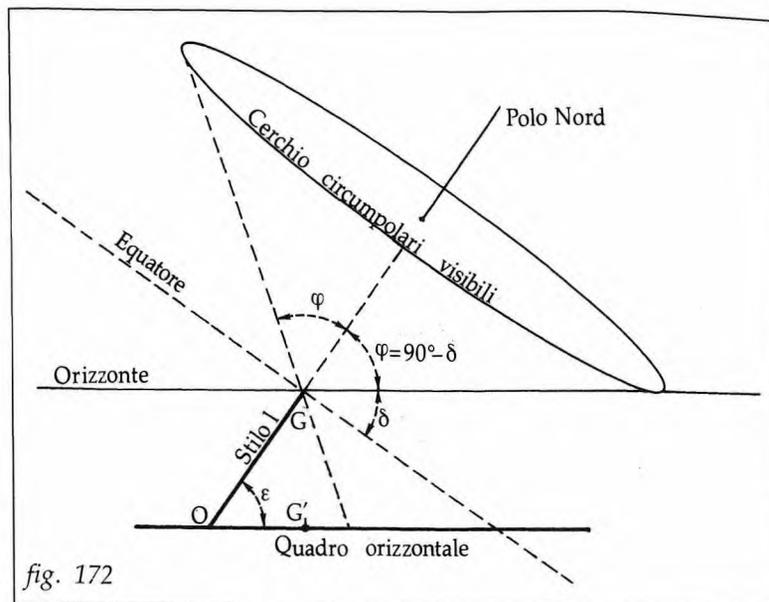


fig. 172

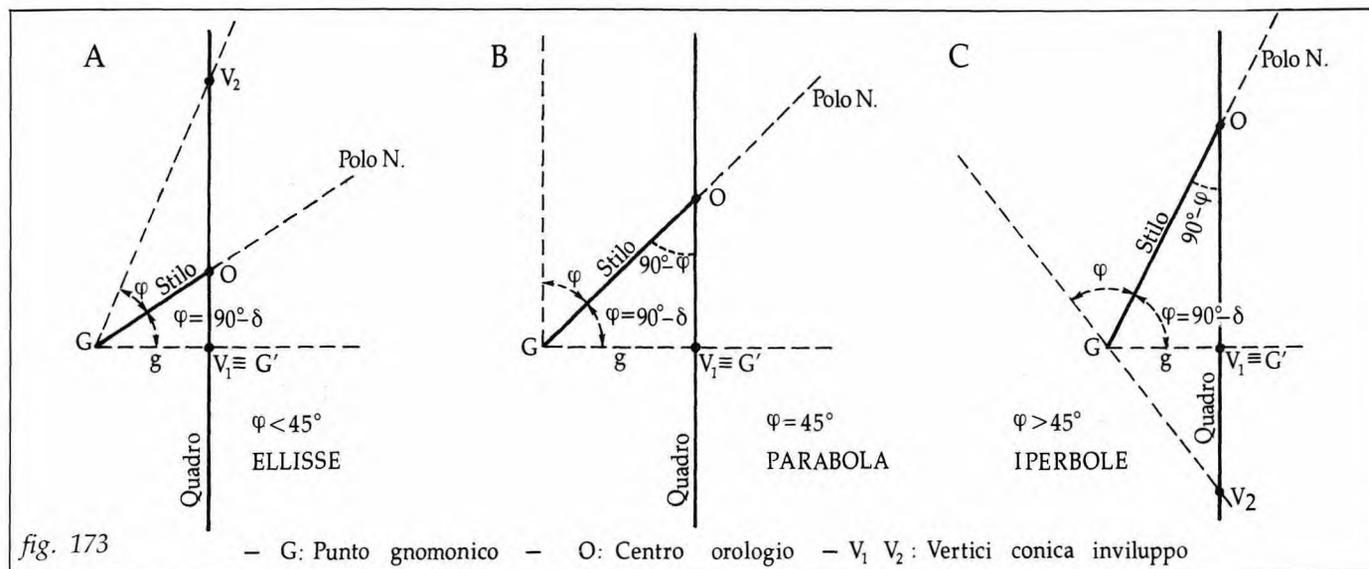


fig. 173

— G: Punto gnomonico — O: Centro orologio —  $V_1 V_2$ : Vertici conica involuppo

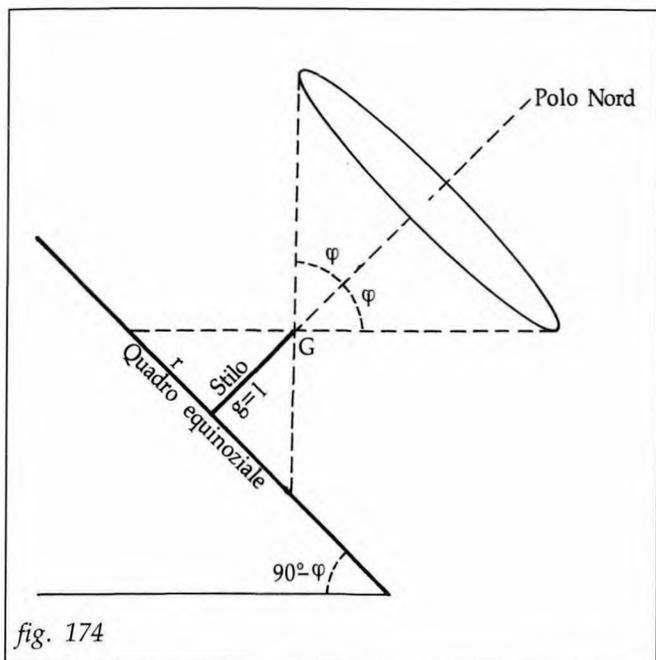


fig. 174

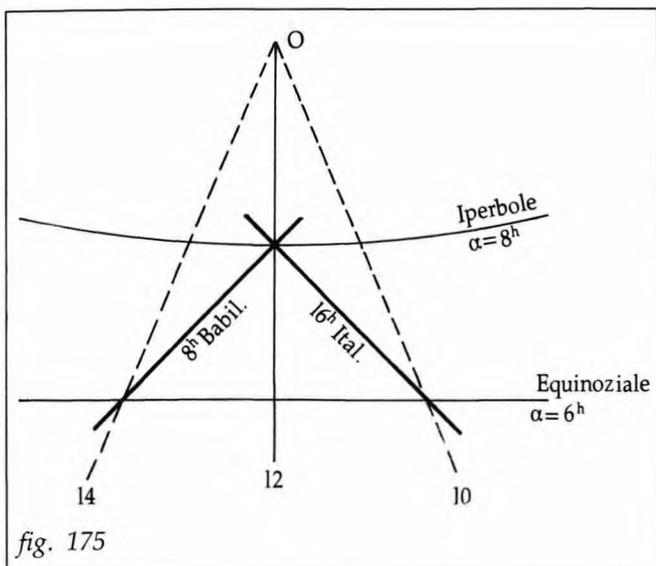


fig. 175

alle 4<sup>h</sup> e alle 20<sup>h</sup>, mentre quando  $\alpha = 6^h$  sorgere e tramonto sono alle 6<sup>h</sup> e alle 18<sup>h</sup>.

*Linee babilonesi.* Se il Sole sorge alle 4<sup>h</sup>, il punto in cui la linea civile 12<sup>h</sup> tocca l'iperbole segnata è un punto della oraria 8<sup>h</sup> babilonese perché il Sole è sorto 8 ore prima; il punto in cui

segniamo i punti corrispondenti sulle iperboli solstiziali e sulla retta equinoziale (su quest'ultima le ore saranno sempre 18<sup>h</sup>, 17<sup>h</sup>, 16<sup>h</sup>, ecc.) e congiungiamo con linee rette i punti che distano di un egual numero di ore dal tramonto; avremo così ottenuto le linee orarie italiche 23<sup>h</sup>, 22<sup>h</sup>, 21<sup>h</sup>, e così via risalendo sino alle ore del sorgere.

Il metodo ovviamente è applicabile anche se la linea-orizzonte dalla parte del tramonto non figura nel disegno del nostro quadrante.

Identico metodo si può seguire per il sistema orario babilonese, partendo dalle tre ore del sorgere ai solstizi e all'equinozio, e aggiungendo (anziché togliere) 1<sup>h</sup>, 2<sup>h</sup>, 3<sup>h</sup>, ecc.

Dal punto di vista del lavoro questo metodo alternativo evita il calcolo e il tracciamento di qualche iperbole ausiliaria, ma richiede in compenso il calcolo e il tracciamento di un gran numero di linee orarie civili ausiliarie. La precisione del risultato si può naturalmente aumentare operando su un numero maggiore di iperboli (ad esempio su tutte le sette coniche zodiacali).

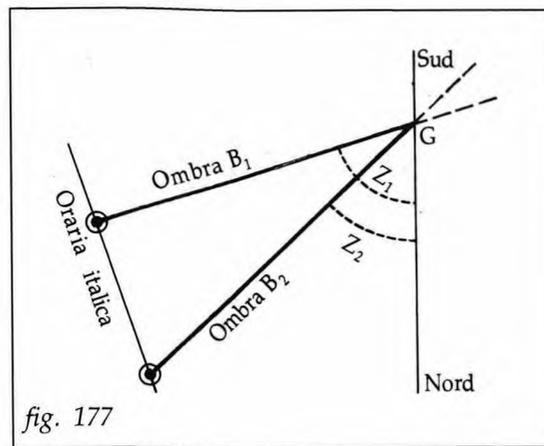
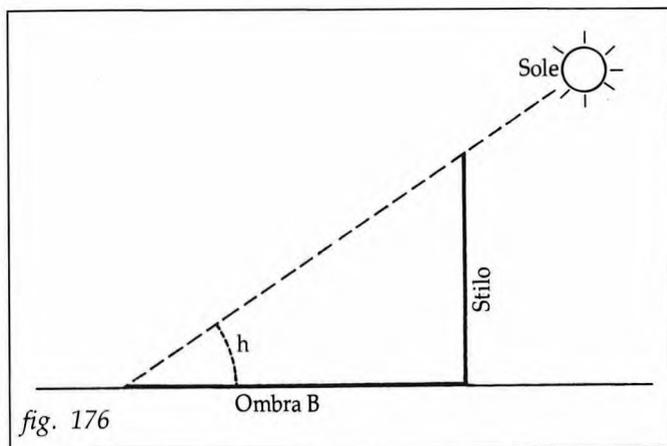
h-2) Nel suo "Cours de Mathématiques" l'Ozanam (122) suggerisce un altro metodo per il tracciamento delle linee italiche e babilonesi sui quadri orizzontali (metodo valido anche per i quadri comunque inclinati).

Si disegna dapprima un orologio con le linee orarie civili, sul quale si tracciano l'equinoziale e una iperbole diurna corrispondente a un valore intero di arco semidiurno  $\alpha$ , per esempio quella in cui è  $\alpha = 8^h$  (fig. 175). Le linee orarie babilonesi e italiche, che sono rette, si individuano cercandone i due punti in cui esse tagliano la detta iperbole ( $\alpha = 8^h$ ) e l'equinoziale ( $\alpha = 6^h$ ); a tale scopo si ricorda che quando  $\alpha = 8^h$  il Sole sorge e tramonta

(122) Ozanam, bibliografia n. 41

l'equinoziale tocca l'ora civile 14<sup>h</sup> è un altro punto dell'oraria 8<sup>h</sup> babilonese perché anche in questo caso il Sole è sorto da 8 ore; pertanto unendo i due punti così trovati si ottiene la babilonese 8<sup>h</sup>. In modo analogo si procede per le altre ore babilonesi.

*Linee italiche.* La procedura è identica; il punto in cui l'oraria civile 12<sup>h</sup> incontra l'iperbole segnata è un punto dell'oraria 16<sup>h</sup> italica, perché quando è in quel punto il Sole è tramontato



16 ore prima; il punto in cui l'equinoziale tocca l'ora civile 10<sup>h</sup> è un altro punto della oraria 16<sup>h</sup> perché anche in questo momento il Sole è tramontato 16 ore prima; unendo i due punti così trovati si ottiene l'oraria 16<sup>h</sup> italica e in modo analogo si procede per le altre linee italiche.

Si osserva peraltro che tale metodo è identico, concettualmente e praticamente, a quello da noi proposto in precedenza.

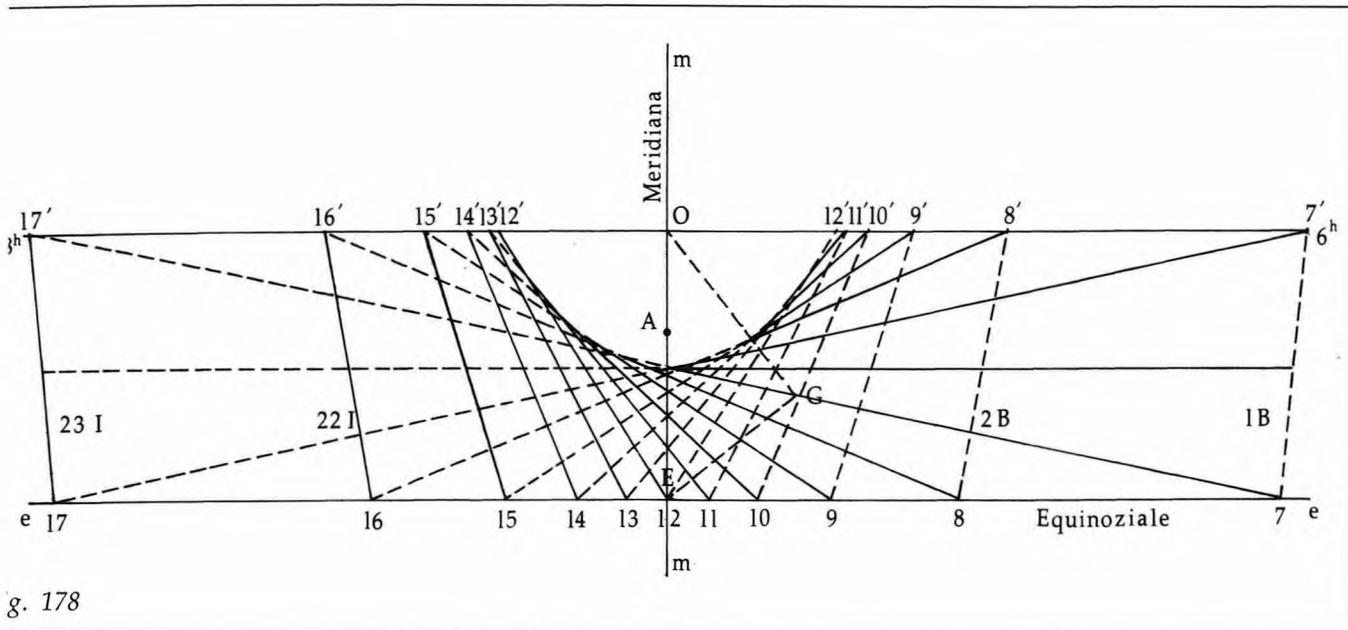
h-3) Ancora per il caso di quadro orizzontale citiamo sommariamente un altro metodo analitico per il tracciamento delle linee orarie italiche (e babilonesi), poiché esso veniva talvolta usato nei tempi passati, specialmente mediante l'uso di apposite tavole. Tale metodo impiega, come elementi di passaggio, le coordinate altazimutali del Sole altezza  $h$  e azimuth  $Z$ .

Si inizia trasformando le ore italiche in ore civili con la solita formuletta  $t_c = t_i - \gamma$ ; quindi per ciascuna ora italica si scelgono due o tre declinazioni del Sole, generalmente quelle solstiziali ed equinoziale, e con i dati  $\varphi$ ,  $\delta$ ,  $t_c$  (quest'ultimo trasformato in  $P$ ) si calcolano le corrispondenti coordinate altezza  $h$  e azimuth  $Z$  del Sole. Le altezze  $h$  si trasformano in "lunghezze d'ombra" con la semplice formuletta  $B = g \cdot \operatorname{tg} h$  (123), (fig. 176) in cui:

$$\begin{aligned} B &= \text{lunghezza dell'ombra} \\ g &= \text{lunghezza dell'ortostilo} \\ h &= \text{altezza del Sole.} \end{aligned}$$

Si riportano quindi sul quadrante le coppie di valori  $B$  e  $Z$  come indicato nella figura 177; si ottengono in tal modo due o tre punti per ciascuna linea oraria, unendo i quali si ottiene l'italica cercata.

(123) Si veda anche il cap. XXIX, "Orologi solari d'altezza a stilo".



Nella pratica del passato questa procedura era piuttosto diffusa, al punto che, per evitare i calcoli, esistevano tavole che per ogni ora italica e per ogni latitudine (passo di 1 grado) e per le declinazioni zodiacali fornivano azimut e altezza del Sole; altre tavole servivano per il passaggio dall'altezza alla lunghezza d'ombra in percentuale della lunghezza dello stilo.

Procedure analoghe, con altezza e azimut come elementi di passaggio, venivano usate anche per il disegno di orologi italici/babilonesi su quadri verticali, ma la loro complessità, unita allo scarso valore pratico, ci induce a non descriverle (124).

h-4) Sempre per il caso di quadranti orizzontali, i nostri avi usavano anche una simpatica procedura esclusivamente grafica, che troviamo descritta, ad esempio, nel già citato volume del canonico Taliani (125); qui la menzioniamo come curiosità per completezza di informazione, senza darne per brevità la dimostrazione.

Si abbia un orologio solare orizzontale per le ore civili (fig. 178), con il suo triangolo stilare OGE, l'equinoziale ee e la retta oraria  $6^h - 18^h$  parallele tra loro, e la meridiana mm che le seca in E e in O.

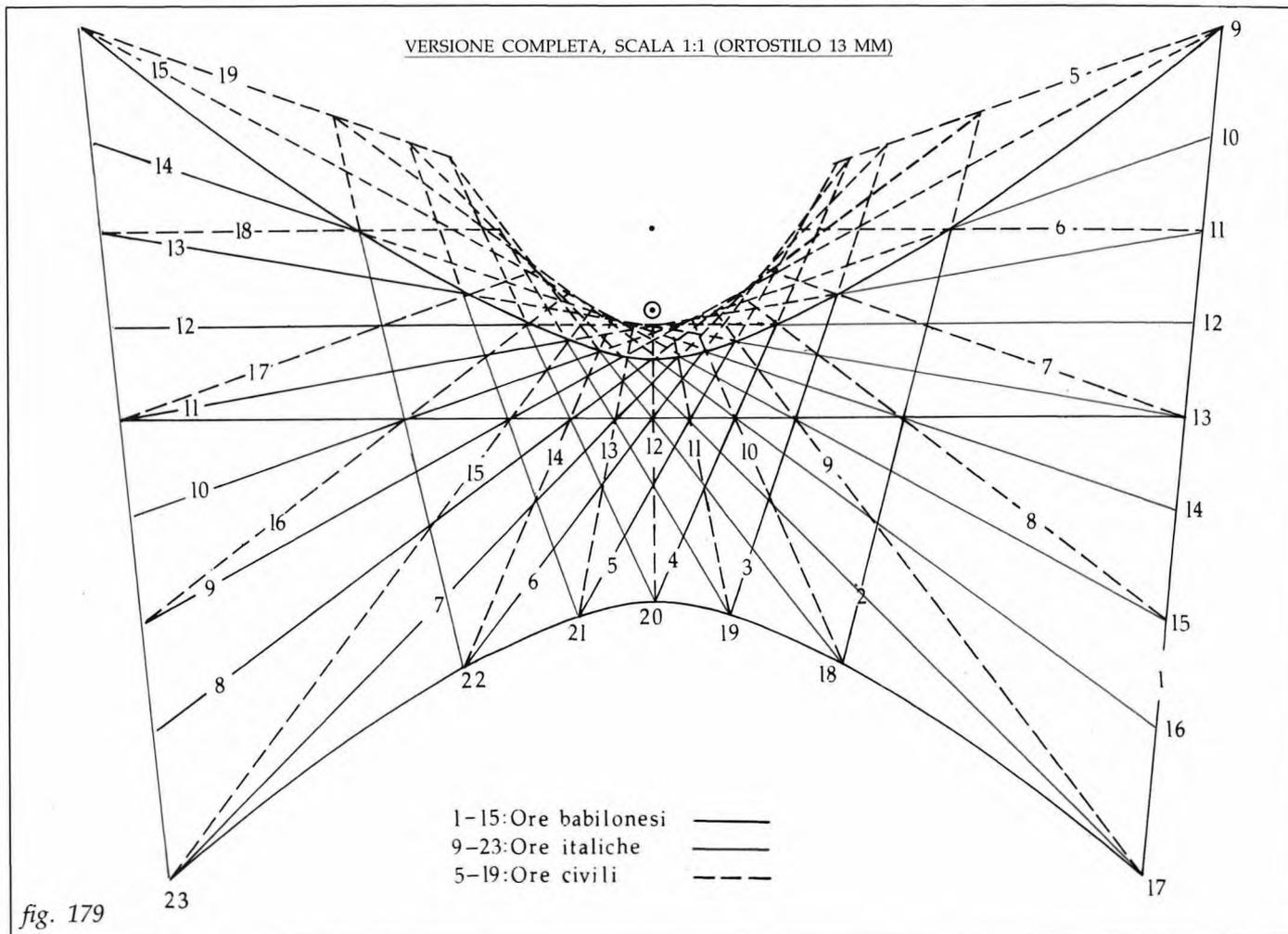
Siano i punti 7, 8, ..., 17 le intersezioni delle corrispondenti linee orarie civili sull'equinoziale (non disegnate).

Si riporti da E verso O la lunghezza di EG trovando il punto A.

Si prendano i segmenti A7, A8, A9, A10, A11, A12, e si riportino sulla oraria delle  $6^h$  a partire da O, trovando i punti 7', 8', ..., 12'. Si ripeta l'operazione sulla oraria delle  $18^h$ , trovando i simmetrici punti 12', 13', ..., 17'.

(124) Procedure di questo tipo sono descritte, ad esempio nei trattati di Scanavacca (1688), bibliografia n. 47 e Luchini (1730), bibliografia n. 32.

(125) Taliani, bibliografia n. 50.



Si congiungano ora:

- con una prima serie di rette i punti corrispondenti 7-7', 8-8', ..., 12-12', 12-12', ..., 16-16', 17-17';
- con una seconda serie di rette i punti simmetricamente opposti sulle due parallele, come 7-17', 8-16', 9-15', 10-14', 11-13', 12-12', 12-12', ..., 17-7'; e si completi il reticolato con una retta parallela alle due rette ee e 6<sup>h</sup>-18<sup>h</sup>, e da esse equidistante.

Si sono definiti in tal modo due fasci di semirette che avvolgono la conica-inviluppo, originando su di essa. Il fascio inclinato a sinistra e segnato con linee intere è quello delle linee orarie italiane, quello inclinato a destra e segnato con linee tratteggiate è il fascio delle linee orarie babilonesi; i due gruppi di linee orarie dovranno essere numerati come detto in precedenza, iniziando come mostrato nella figura.

Tutte le linee orarie, naturalmente, vanno poi allungate sotto l'equinoziale e delimitate secondo come richiesto dalla scorniciatura che si vuol dare al quadrante.

VERSIONE RIDOTTA, SCALA 1:3 (PER QUADRANTI DI OROLOGI DITTICI)

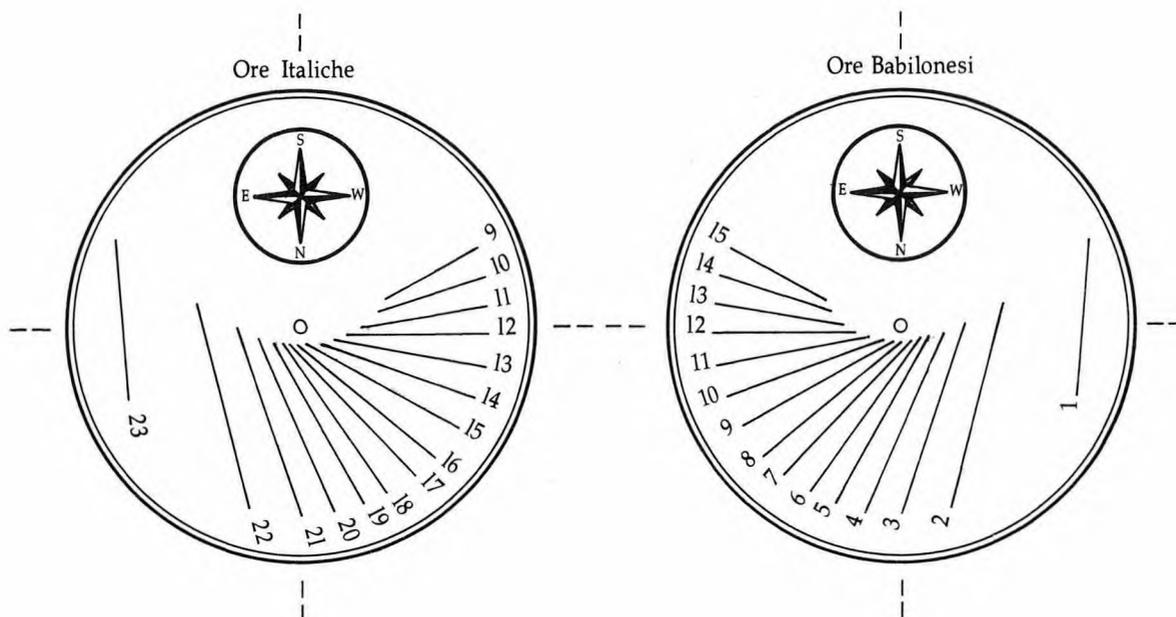


fig. 179 a - b

i) Esempi di orologi solari per i sistemi orari italico e babilonese

Per completare l'argomento dei sistemi orari italico e babilonese riportiamo cinque esempi di calcolo e disegno di orologi solari di questo tipo. Nei primi quattro esempi continuiamo a considerare l'inizio del giorno italico al tramonto; qualora lo si volesse porre mezz'ora dopo il tramonto, come detto all'inizio di questo tema, basta anticipare di mezz'ora le intestazioni delle linee orarie italiche, così come è stato fatto nel quinto e ultimo esempio.

— 1° Esempio

Quadrante *orizzontale* con le linee orarie dei tre sistemi italico, babilonese, civile, per la latitudine  $49^{\circ}\text{N}$  e con le due iperboli solstiziali. Di questo quadrante diamo anche altre due versioni a scala ridotta (figg. 179a e 179b) con le sole ore italiche e le sole ore babilonesi, secondo lo schema spesso usato negli orologi portatili "dittici" e similari (a scopo didattico e per maggior chiarezza la scala del disegno è stata tenuta più grande di quanto normalmente usato nei "dittici").

— 2° Esempio

Quadrante *verticale declinante* con le ore italiche e babilonesi, per la latitudine di  $42^{\circ}\text{N}$ . In questo esempio la conica-inviluppo non è stata utilizzata.

– 3° Esempio

Quadrante *equinoziale* con le ore dei tre sistemi italico, babilonese, civile, limitato alla parte settentrionale (mesi estivi). In questo esempio si vedono due fasi della realizzazione: la costruzione e il risultato finale.

– 4° Esempio

Quadrante *polare verticale*, con le ore italiche e civili, per la latitudine 46°N. Questo orologio si ispira a quelli situati nei chiostri del convento francescano di Trento.

– 5° Esempio

Registriamo in questo esempio (fig. 183) una interessante soluzione per la sovrapposizione sullo stesso quadrante delle linee orarie italiche e civili. Se si usa come stilo la «bacchetta orientata», le linee orarie civili partono dal centro dell'orologio e possono quindi essere limitate alla iperbole solstiziale più vicina al centro, senza farle entrare nella zona zodiacale; a questo punto si possono far iniziare le linee italiche, che arrivano sino all'altra iperbole solstiziale e su di esse l'ora sarà indicata dall'estremità dello stilo. In tal modo lo strumento indica ore civili e italiche senza che i due fasci orari si interferiscano. L'aspetto estetico risulta ottimale se la latitudine è tale da determinare l'incontro delle linee orarie civili e italiche con buona approssimazione sull'iperbole più vicina al centro dell'orologio.

Il calcolo non viene riportato perché è simile a quello del primo esempio (126).

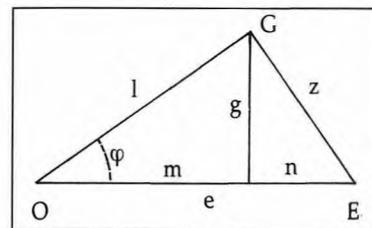
**1° ESEMPIO DI CALCOLO E DISEGNO DI UN OROLOGIO SOLARE  
PER IL SISTEMA ORARIO ITALICO (e babilonese e civile)  
– Quadrante orizzontale –**

**DATI:**

Latitudine:  $\varphi = 49^{\circ}.0N$  (127)  
Ortostilo:  $g = 13.0$  mm

**TRIANGOLO STILARE**

$g =$	$= 13.0$	$m = g/\operatorname{tg} \varphi$	$= 11.30$
$l = g/\operatorname{sen} \varphi$	$= 17.23$	$n = g \cdot \operatorname{tg} \varphi$	$= 14.96$
$z = g/\operatorname{cos} \varphi$	$= 19.82$	$e = 2g/\operatorname{sen} 2\varphi$	$= 26.26$



**ILLUMINAZIONE MASSIMA** (solstizio estivo)

$$\begin{aligned} (\cos \alpha &= -\operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \delta) \\ \alpha &= 8^h \\ t \text{ sorg/tram} &= 4^h \div 20^h \end{aligned}$$

(126) Uno strumento portatile orizzontale di questo tipo è stato visto a Taranto (collezione Rochira); è firmato Scialpi e datato 1850.

(127) La  $\varphi$  è tale che una delle  $\delta$  selezionate ( $\alpha = 4^h \div 8^h$ ) è eguale a una delle  $\delta$  zodiacali ( $\delta = \pm 23^{\circ}.5$ ).

**LINEE ORARIE (128)**

$$\operatorname{tg} \omega = \operatorname{tg} \Delta t \operatorname{sen} \varphi$$

$t^h$	$\Delta t$ ( $t - t_0$ )	$\omega$	Intercetti su $D=80$ mm	
4 <sup>h</sup>	-120°	-127.42	-61.2	B
5	-105	-109.55	-28.4	
6	-90	-90	0	
7	-75	-70.45	+28.4	
8	-60	-52.58	+61.2	
9	-45	-37.04	-60.4	A
10	-30	-23.54	-34.9	
11	-15	-11.43	-16.2	
12	0	0	0	

B: laterale;  $I = -D/\operatorname{tg} \omega$ ;      A: in basso;  $I = D \operatorname{tg} \omega$

**PARABOLA INVILUPPO**

Vertice:  $B_s = 13.1$  ( $B_s = g/\operatorname{sen} 2 \varphi$ )

Punti parabola ( $y = \pm \sqrt{2g \operatorname{tg} \varphi} \cdot \sqrt{x}$ )

x	0	10	20	40	60	80
y	0	17.3	24.5	34.6	42.4	48.9

**RICERCA DELLE  $\delta$  CHE DANNO ARCO SEMIDIURNO  $\alpha$  IN ORE INTERE**

$$\operatorname{tg} \delta = -\cos \alpha / \operatorname{tg} \varphi$$

$\alpha^h$	4 <sup>h</sup> -8 <sup>h</sup>	5 <sup>h</sup> -7 <sup>h</sup>	6 <sup>h</sup>
$\alpha^\circ$	60°-20°	75°-105°	90°
$\delta$	$\pm 23^\circ.49$	$\pm 12^\circ.68$	0°

**CONICHE DIURNE**

– Tipo delle coniche: tutte iperboli, perché è sempre  $|\varepsilon| + |\delta| < 90^\circ$ .

– Elementi di base

$$B_s = \frac{g}{\operatorname{sen} \varphi} \cdot \frac{\cos \delta}{\cos (\varphi - \delta)} \quad \left| \quad \begin{array}{l} 2c = (B_{S2} + B_{S1}) \\ 2a = (B_{S2} - B_{S1}) \\ b = a \operatorname{tg} \eta \end{array} \right.$$

$$\cos \eta = \frac{\operatorname{sen} \delta}{\cos \varphi}$$

(128) Le ore da 13<sup>h</sup> a 20<sup>h</sup> non vengono calcolate perché il fascio pomeridiano è simmetrico di quello antimeridiano.

	$\delta$	+23°.49	+12°.68	0°	-12°.68	-23°.49
Ombre sust.	$\varphi-\delta$	25°.51	36°.32	49°.00	61°.68	72°.49
Centri	$B_s$	17.5042	20.8572	26.2556	35.4242	52.5065
	$c$	35.0	28.1	26.3		
	$\Delta c$	8.7	1.8			
Asintoti	$\eta$	52°.5874	70°.4529			
Parametro	$a$	17.5011	7.2835			
Parametro	$b$	22.8801	20.5143			

– Punti iperboli (calcolo delle x) 
$$x = \frac{a}{b} \sqrt{b^2 + y^2} \pm \Delta c$$

$\delta$ $\Delta c$ $y$	x riferiti all'asse		x riferiti all'equinoziale			
	23°.49	12°.68	+23°.49 (-8.7)	+12°.68 (-1.8)	-12°.68 (+1.8)	-23°.49 (+8.7)
0	17.5	7.3	8.8	5.5	9.1	26.2
10	19.1	8.1	10.4	6.3	9.9	27.8
20	23.2	10.2	14.5	8.4	12.0	31.9
40	35.2	16.0	26.5	14.2	17.8	43.9
60	49.1	22.5	40.4	20.7	24.3	57.8
80	63.6	29.3	54.9	27.5	31.1	72.3

DISEGNO: figure 179, 179a, 179b.

**2° ESEMPIO DI CALCOLO E DISEGNO DI UN OROLOGIO SOLARE  
PER IL SISTEMA ORARIO ITALICO (e babilonese)  
– Quadrante verticale declinante –**

DATI:

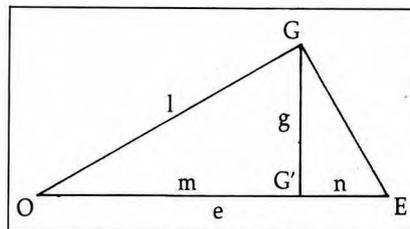
Latitudine:	$\varphi = 42^\circ\text{N}$ (Roma)	Declinazione:	$d = 30^\circ\text{W}$
Ortostilo:	$g = 25$ mm	Inclinazione:	$i = 0^\circ$

ELEMENTI DI BASE (per il quadrante civile)

Elevazione stilo	Angolo sustilare	Ora sustilare
$\text{sen } \varepsilon = -\cos \varphi \cos \delta$	$\text{sen } \sigma = \frac{\text{sen } d}{\cos \varepsilon} \cos \varphi$	$\text{sen } P_\sigma = \frac{\text{sen } d}{\cos \varepsilon}$
$\varepsilon = -40°.0595$	$\sigma = 29°.0437$ $\sigma' = 209°.0437$ (antiorario)	$P_\sigma = 40°.7888\text{W}$ $t_\sigma = 220°.7888$ $= 14^h.7193$

**TRIANGOLO STILARE**

Stilo	: l = g/sen ε	= 38.845
Ortostilo	: g =	= 25.0
Sottostilo	: m = g/tg ε	= 29.7
	: n = g tg ε	= 21.0
Equinoziale	: e = 2 g/sen 2ε	= 50.7

**ILLUMINAZIONE**

– Declinazione  $\delta_{or}$  per asintoto orizzontale ( $\text{sen } \delta_{or} = \text{sen } d \cos \varphi$ );

$$\delta_{or} = 21^\circ.8, \text{ minore di } 23^\circ.5$$

– Illuminazione (si calcola per le  $\delta$ :  $0^\circ, \pm 21^\circ.8, \pm 23^\circ.5$ )

$$\cos \alpha = -\text{tg } \varphi \text{ tg } \delta; \quad \cos \alpha' = -\text{tg } \varepsilon \text{ tg } \delta; \quad t_{S,T} = 12 \mp \alpha; \quad t_{E,U} = t_\sigma \mp \alpha'$$

$\delta^\circ$	$\alpha$	$\gamma$	$\alpha'$	Sorgere	Entrata	Tramonto	Uscita
+23°.5	7 <sup>h</sup> .5	4 <sup>h</sup> .5	4 <sup>h</sup> .6	4 <sup>h</sup> .5	<u>10<sup>h</sup>.1</u>	19 <sup>h</sup> .5	<u>19<sup>h</sup>.3</u>
+21°.8	7.4	4.6	4.7	4.6	<u>10.0</u>	<u>19.4</u>	<u>19.4</u>
0	6	6	6	6	<u>8.7</u>	<u>18.0</u>	<u>20.7</u>
-21°.8	4.6	7.4	7.3	<u>7.4</u>	<u>7.4</u>	<u>16.6</u>	22.0
-23°.5	4.5	7.5	7.4	<u>7.5</u>	<u>7.3</u>	<u>16.5</u>	22.1

– Ore limiti:

Civili: 7.4 - 19.4; Italiche: 14.8 - 24; Babilonesi: 0 - 14.8

**RETTE ORARIE CIVILI** ( $\text{tg } \omega = \text{sen } \varepsilon \text{ tg } \Delta t$ )

$t^h$	$t^\circ$	$\Delta t$	$\omega$	Intercetti I	
7 <sup>h</sup>	105°	-115°.7888		+60.1	B
8		-100.7888		+23.7	
9		-85.7888		-9.2	
10		-70.7888		-43.3	
11		-55.7888		+75.7	A
12		-40.7888		+44.4	
13		-25.7888		+24.9	
14		-10.7888		+9.8	
15		+4.2112		-3.8	
16		+19.2112		-17.9	
17	+34.2112	-35.0			
18	+49.2112	-59.7			
19	285°	+64.2112		-106.6	

Intercetti su  $D = 80 \text{ mm}$ :

A (in basso):  $I = D \text{ tg } \omega = D \text{ sen } \varepsilon \text{ tg } \Delta t$

B (laterale):  $I = \frac{-D}{\text{tg } \omega} = -D \frac{1}{\text{sen } \varepsilon \text{ tg } \Delta t}$

**RICERCA DELLE  $\delta$  CHE DANNO ARCO SEMIDIURNO  $\alpha$  IN ORE INTERE**

$tg \delta = - \cos \alpha / tg \varphi$

$\alpha^h$	4 <sup>h</sup> - 8 <sup>h</sup>	5 <sup>h</sup> - 7 <sup>h</sup>	6 <sup>h</sup>
$\alpha^\circ$	60° - 120°	75° - 105°	90°
$\delta$	$\pm 29^\circ.04$	$\pm 16^\circ.04$	0°

**CONICHE DIURNE**

si calcolano per le  $\delta : 0^\circ, \pm 16^\circ.04, \pm 23^\circ.5, \pm 29^\circ.04$

– *Tipo delle coniche:* tutte iperboli, perché è sempre  $|\epsilon| + |\delta| < 90^\circ$ .

– *Elementi di base*

(Per le formule, si veda il 1° esempio, ponendo  $\epsilon$  al posto di  $\varphi$ )

	$\delta$	+29° .04	+23° .5	+16° .04	0°	-16° .04	-23° .5	-29° .04
$\epsilon - \delta$		-69.0995	-63.5595	-56.0995	-40.0595	-24.0195	-16.5595	-11.0195
Ombre sustilari	$B_s$	95.1978	80.0039	66.9342	50.7528	40.8720	37.1646	34.5994
Centri	$c$	64.9	58.6	53.9	50.8			
	$\Delta c$	14.1	7.8	3.1				
Asintoti	$\eta$	50.6376	58.6017	68.8378				
Parametro	$a$	30.2992	21.4196	13.0311				
Parametro	$b$	36.9362	35.0933	33.6620				

– *Punti iperboli (calcolo delle x)*

		x riferiti all'asse			x riferiti all'equinoziale						
$\delta$	$y$	29° .04	23° .5	16° .04	-29° .04	-23° .5	-16° .04	+29° .04	+23° .5	+16° .04	$\delta$
					(-14.1)	(-7.8)	(-3.1)	(+14.1)	(+7.8)	(+3.1)	$\Delta c$
0		30.3	21.4	13.0	16.2	13.6	9.9	44.4	29.2	16.1	
10		31.4	22.3	13.6	17.3	14.5	10.5	45.5	30.1	16.7	
20		34.5	24.7	15.2	20.4	16.9	12.1	48.6	32.5	18.3	
40		44.7	32.5	20.2	30.6	24.7	17.1	58.8	40.3	23.3	
60		57.8	42.4	26.6	43.7	34.6	23.5	71.9	50.2	29.7	
80		72.3	53.3	33.6	58.2	45.5	30.5	86.4	61.1	36.7	
100		87.4	64.7	40.8	73.3	56.9	37.7	101.5	72.5	43.9	

**DISEGNO:** figura 180.

Si nota bene l'andamento avvolgente a sinistra del fascio orario italico e a destra del fascio orario babilonese.

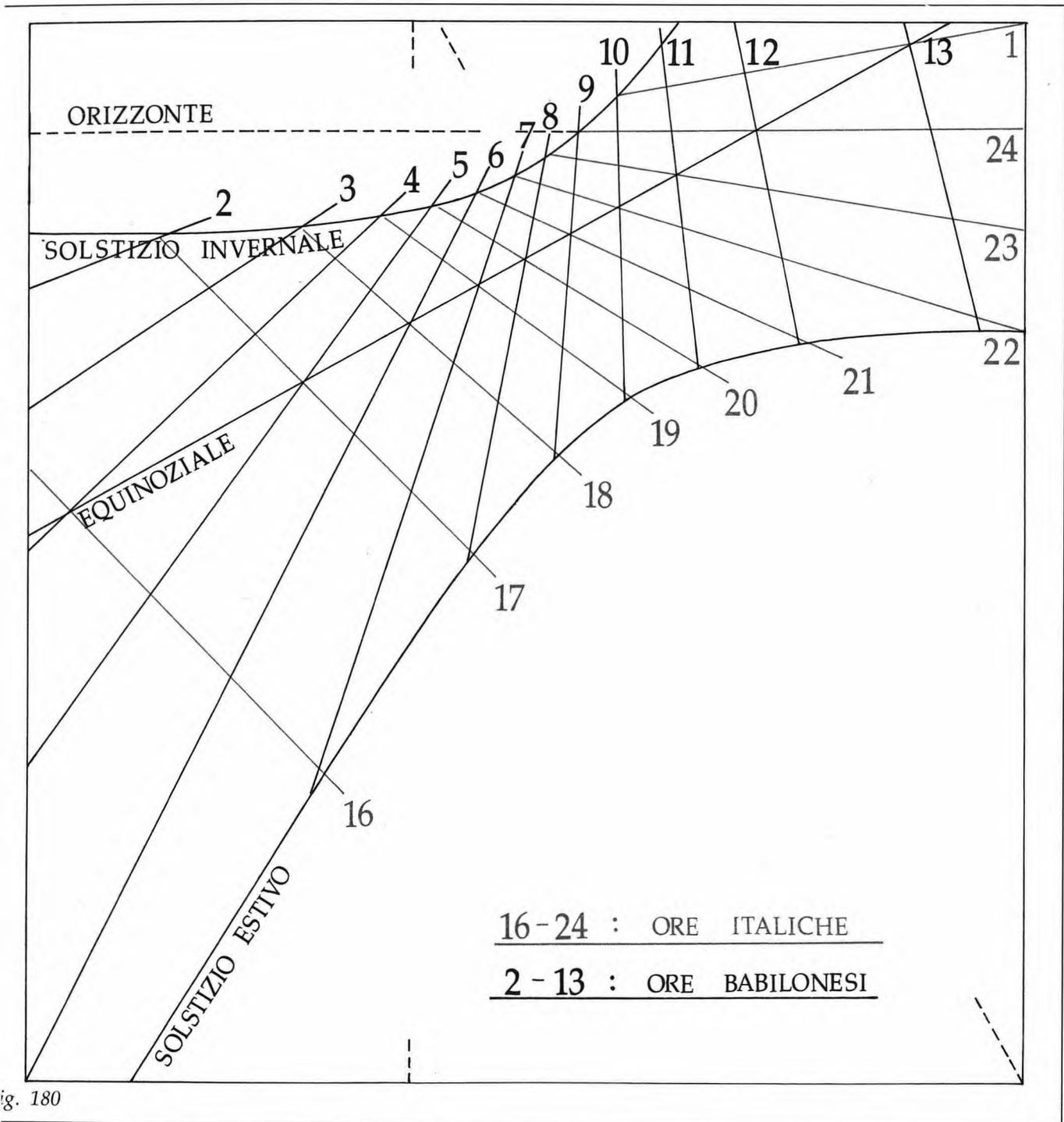


fig. 180

**3° ESEMPIO DI CALCOLO E DISEGNO DI UN OROLOGIO SOLARE  
PER IL SISTEMA ORARIO ITALICO (e babilonese e civile)  
— Quadrante equinoziale, quadro superiore —**

**DATI:**

Latitudine :  $\varphi = 42^{\circ}.0N$  (Roma)  
Ortostilo :  $g = 15.0$  mm

**RICERCA DELLE  $\delta$  CHE DANNO ARCHI SEMIDIURNI  $\alpha$  IN ORE INTERE**

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{-\cos \alpha}{\operatorname{tg} \varphi}$$

$\alpha^h$	$8^h$	$7^h$
$\alpha^{\circ}$	$120^{\circ}$	$105^{\circ}$
$\delta$	$+29^{\circ}.04$	$+16^{\circ}.04$

**LINEE ORARIE CIVILI:**

egualmente intervallate di  $15^{\circ}$ .

**RAGGI DEI CERCHI DIURNI (selezionati e zodiacali)**

$$r = \frac{g}{\operatorname{tg} \delta}$$

Declinazione $\delta$	Raggio r
$+29^{\circ}.04$ , selezionata per $\alpha = 8^h$	27.0 mm
$+23^{\circ}.5$ , zodiacale	34.5
$+20^{\circ}$ , zodiacale	41.2
$+16^{\circ}.04$ , selezionata per $\alpha = 7^h$	52.2
$+11^{\circ}.5$ , zodiacale	73.7

**ORIZZONTE E RAGGIO DEL CERCHIO INVILUPPO**

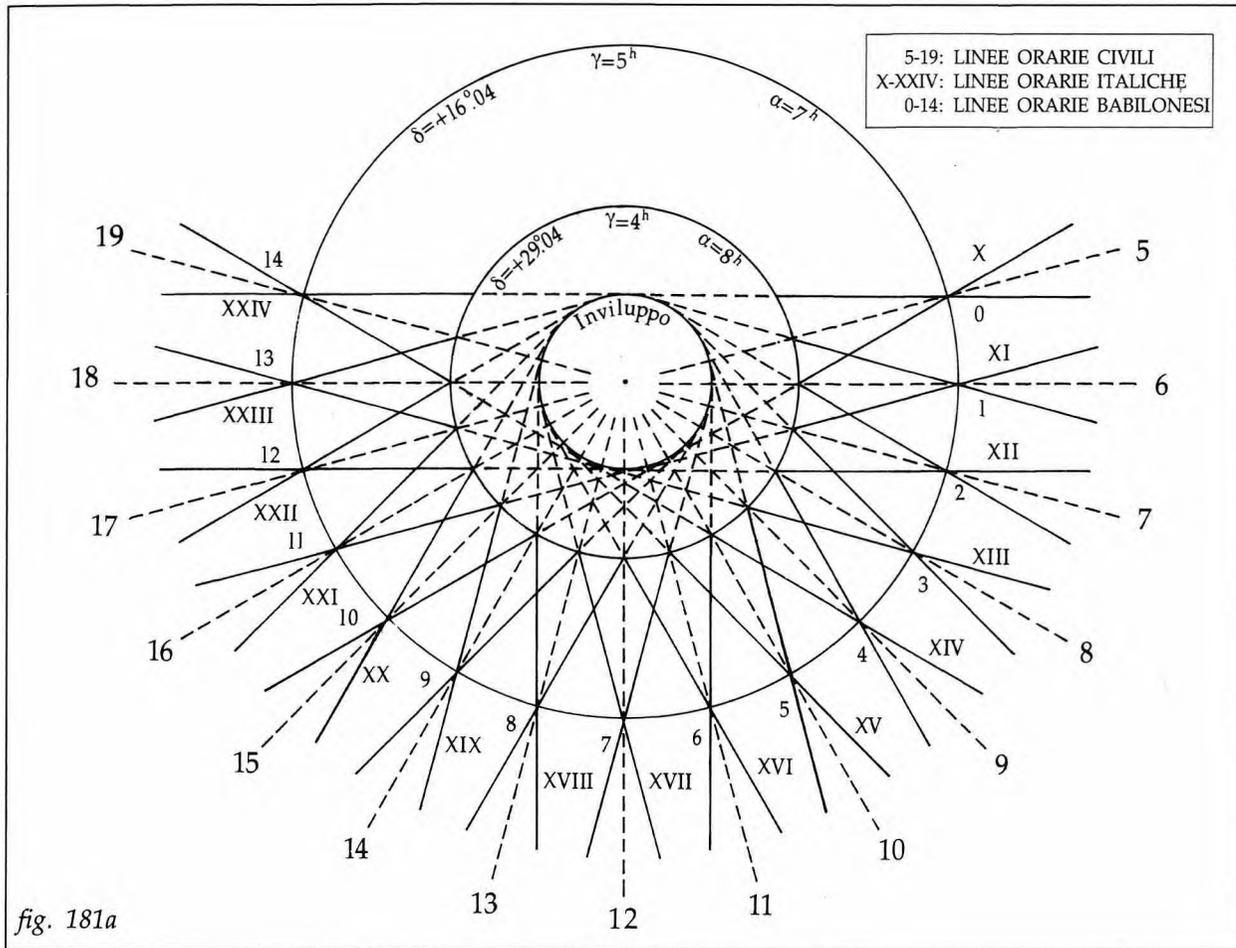
$(h = r = g \operatorname{tg} \varphi)$   
 $h = r = 13.5$  mm

**ILLUMINAZIONE MASSIMA (solstiziale); ORE CIVILI**

$$\cos \alpha = -\operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \delta$$

$\alpha$	Sorgere	Tramonto
$7^h.5$	$t_c = 4^h.5$	$t_c = 19^h.5$

**DISEGNO:** figura 181a, costruzione  
figura 181b, risultato



**4° ESEMPIO DI CALCOLO E DISEGNO DI UN OROLOGIO SOLARE  
PER IL SISTEMA ORARIO ITALICO (e civile)  
— Quadrante polare verticale —**

**DATI (129):**

Latitudine:  $\varphi = 46^{\circ}.0$  (Trento)  
Ortostilo:  $g = 30$  mm

Inclinazione:  $i = 0^{\circ}$   
Declinazione:  $d = 90^{\circ}E$

**ELEMENTI DI BASE**

Elevazione stilo $\text{sen } \varepsilon = 0^{\circ}$	Angolo sustilare $\text{sen } \sigma = \text{sen } d \cos \varphi$	Ora sustilare $\text{sen } P_{\sigma} = \text{sen } d \cos i$	Orizzonte $h = g \text{ tg } i$
$\varepsilon = 0^{\circ}$	$\sigma = 44^{\circ}$ o $224^{\circ}$ (senso orario)	$P_{\sigma} = 90^{\circ}$ $t_{\sigma} = 90^{\circ} = 6^h$	$h = 0$

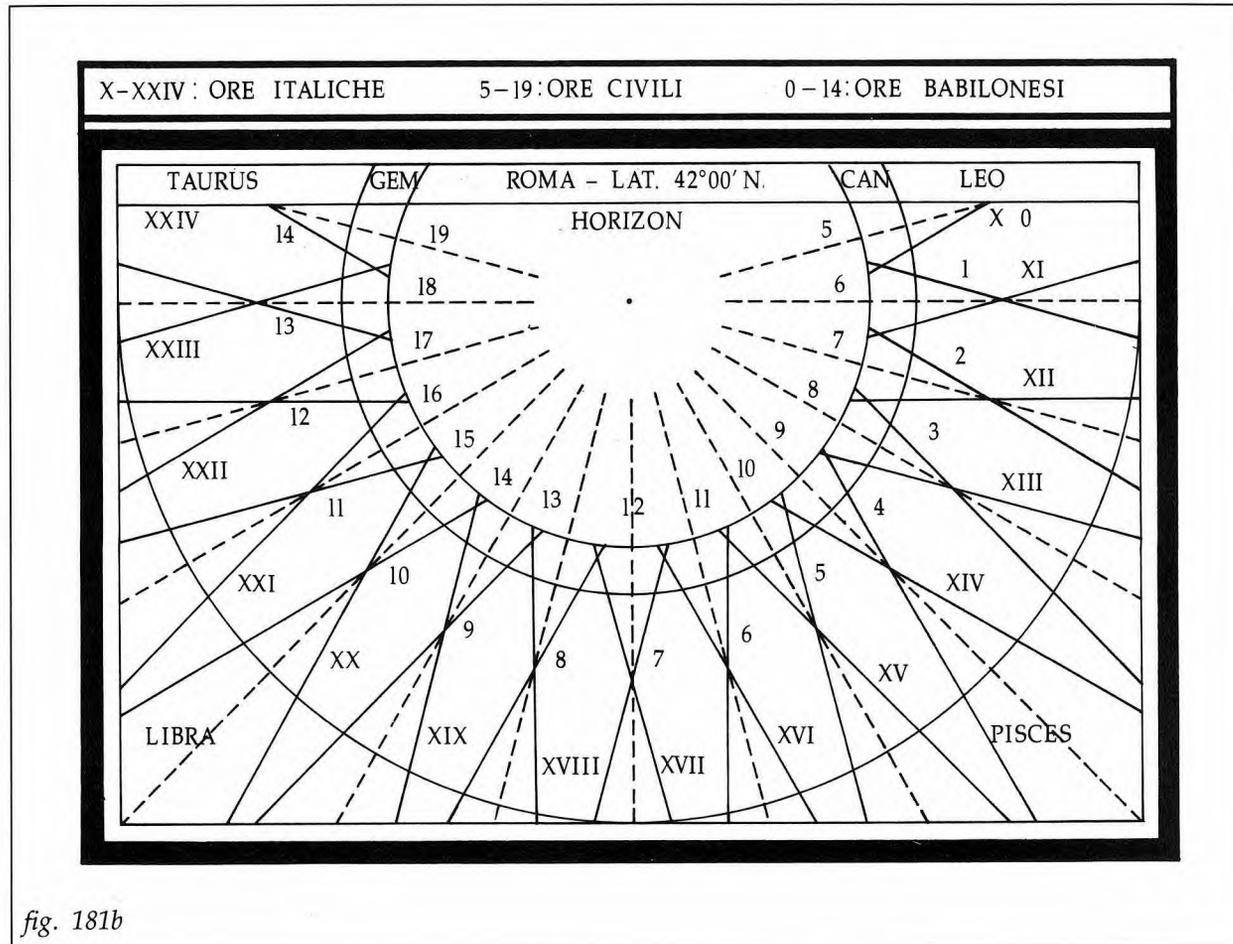


fig. 181b

**ILLUMINAZIONE E ORE ESTREME (civili)**

- Declinazione  $\delta_{or}$  per asintoto orizzontale ( $\text{sen } \delta_{or} = \cos \varphi \text{ sen } d$ ):  
 $\delta_{or} = 44^\circ$ , maggiore di  $23^\circ.5$
- Illuminazione (si calcola per le  $\delta$  solstiziali  $\pm 23^\circ.5$ )

$\delta$	$\alpha$	$\alpha'$	Sorgere	Entrata	Tramonto	Uscita
$+23^\circ.5$	$7^h.8$	$6^h$	$4^h.2$	$0^h$	$19^h.8$	$12^h.0$
$-23^\circ.5$	$4^h.2$	$6^h$	$7^h.8$	$0^h$	$16^h.2$	$12^h.0$

- Ore estreme:  $4^h.2 - 12^h$ ; si segnano le ore da  $4^h$  a  $11^h$ .

(129) La condizione  $\cos d = \text{tg } i \text{ tg } \varphi$  è rispettata, provando che l'orologio è polare.

**RETTE ORARIE CIVILI** (Distanza D dalla sustilare, ora 6<sup>h</sup>)

$$D = g \operatorname{tg} \Delta t$$

t <sup>h</sup>	4	5	6	7	8	9	10	11
$\Delta t^h (t - t_0)$	-2 <sup>h</sup>	-1 <sup>h</sup>	0 <sup>h</sup>	+1 <sup>h</sup>	+2 <sup>h</sup>	+3 <sup>h</sup>	+4 <sup>h</sup>	+5 <sup>h</sup>
$\Delta t^\circ$	-30°	-15°	0°	15°	30°	45°	60°	75°
D (mm)	-17.3	-8.0	0	8.0	17.3	30.0	52.0	112.0

**RICERCA DELLE  $\delta$  CHE DANNO ARCHI SEMIDIURNI  $\alpha$  IN ORE INTERE**

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{-\cos \alpha}{\operatorname{tg} \varphi}$$

$\alpha^h$	8 <sup>h</sup> - 4 <sup>h</sup>	7 <sup>h</sup> - 5 <sup>h</sup>
$\alpha^\circ$	120° - 60°	105° - 75°
$\delta$	±25°.77	±14°.03

**CONICHE DIURNE**

- *Scelta delle coniche*: si calcolano le curve corrispondenti alle declinazioni:  
 $\delta = \pm 25^\circ.77$  e  $\pm 14^\circ.03$ , per costruire le orarie italiane;  
 $\delta = \pm 23^\circ.5$ , per aiutare a delimitare il disegno.
- *Tipo delle coniche*: sono tutte iperboli perché è sempre  $|\varepsilon| + |\delta| < 90^\circ$ .
- *Punti iperboli* (calcolo delle x)

$$x = \operatorname{tg} \delta \sqrt{g^2 + y^2}$$

$\delta \backslash y$	0	8.0	17.3	30.0	52.0	112.0
±14°.03	7.5	7.8	8.7	10.6	15.0	29.0
±23°.5	13.0	13.5	15.1	18.4	26.1	50.4
±25°.77	14.5	15.0	16.7	20.5	29.0	56.0

**DISEGNO**: figura 182.

**5° ESEMPIO DI DISEGNO (calcolo omesso) DI UN OROLOGIO SOLARE  
PER IL SISTEMA ORARIO ITALICO (e civile)  
— Quadrante orizzontale —**

**DATI**:

- Località: Agro di Barletta
- Latitudine:  $\varphi = 41^\circ 21' N = 41^\circ.35N$ .
- Ortostilo:  $g = 30 \text{ mm}$
- Inizio ore italiane: mezz'ora dopo il tramonto.

**CALCOLO**:

Omesso (schema eguale a quello del primo esempio).

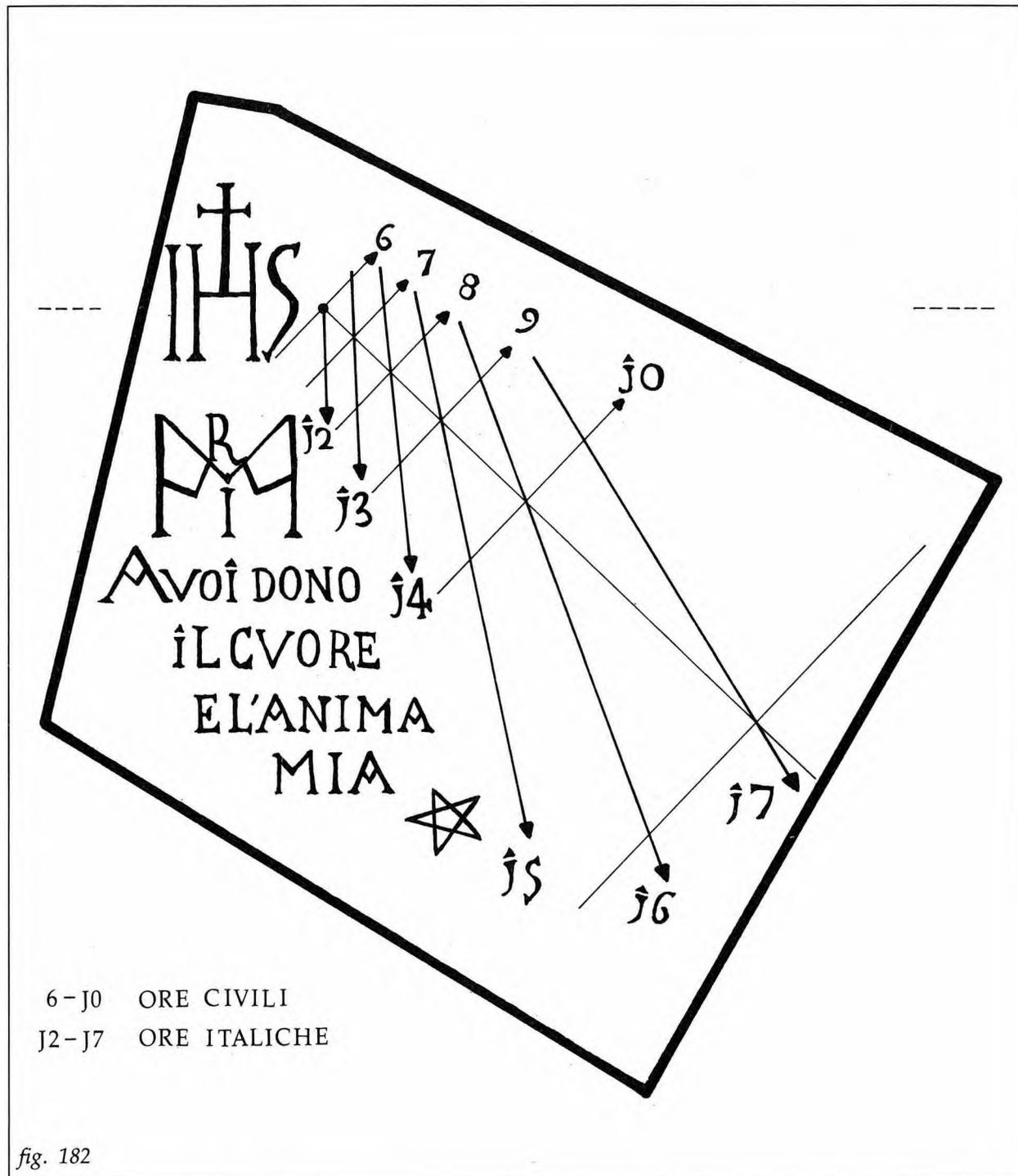
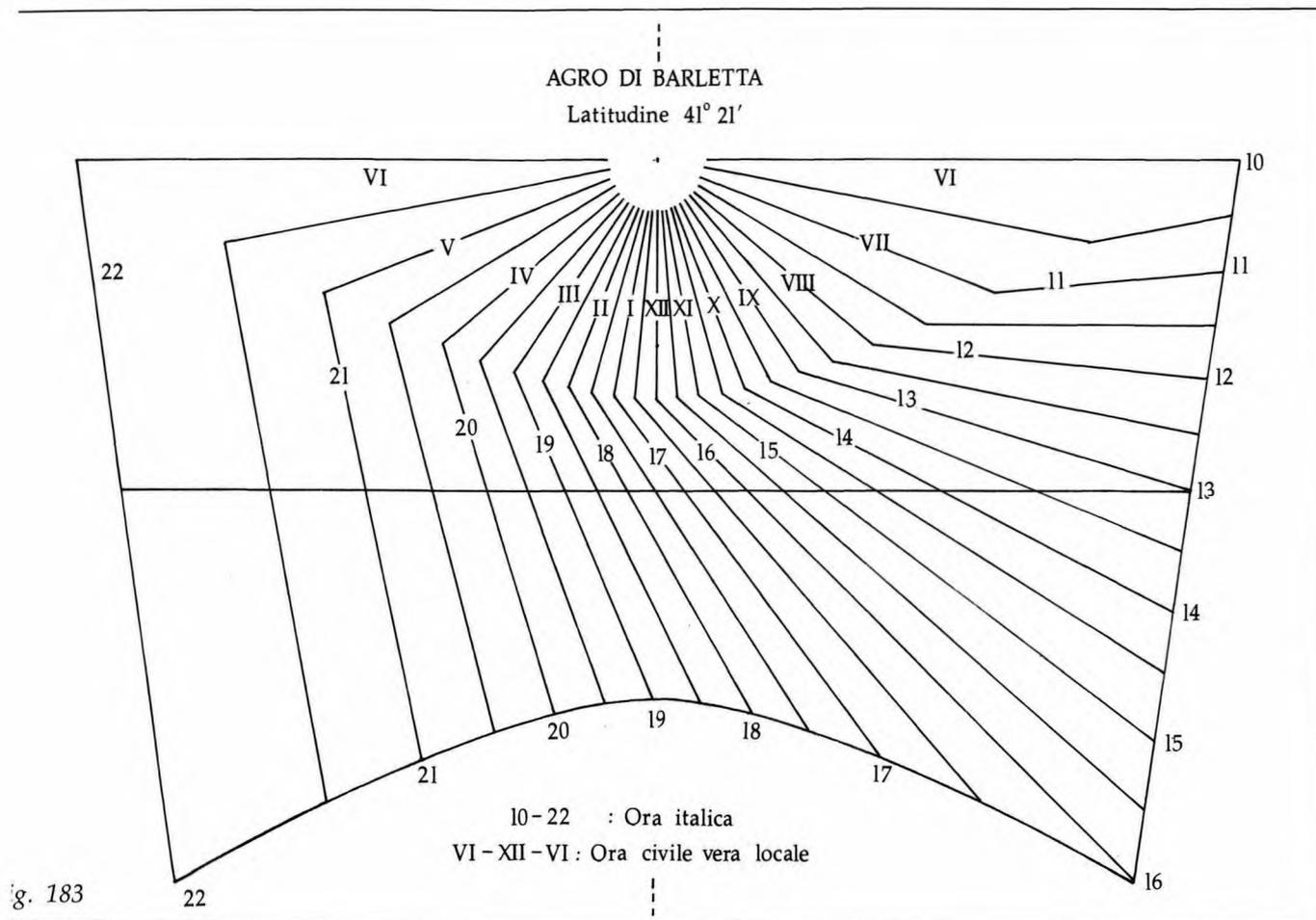


fig. 182



DISEGNO: figura 183

#### 84) Costruzione degli orologi solari per il sistema orario temporario

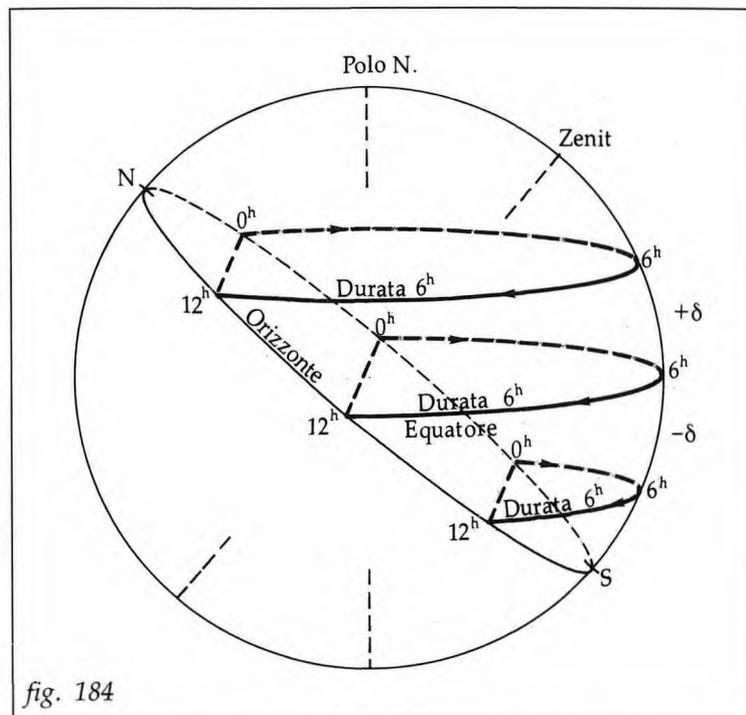
##### a) Descrizione del sistema orario (130)

Il sistema temporario è caratterizzato dal fatto che divide in dodici parti eguali il giorno-chiaro (131) e in dodici parti eguali la notte, indipendentemente dalla data dell'anno. Si deduce da tale criterio che (fig. 184):

(130) Il sistema orario temporario viene anche chiamato *temporale* o *giudaico* o *planetario* o delle *ore antiche* o, più genericamente, delle *ore diseguali*.

(131) Nel seguito di questa trattazione, quando non vi sia possibilità di equivoco, chiameremo il giorno-chiaro semplicemente "giorno".

- l'ora  $0^h$ , inizio del conteggio, si verifica sempre al sorgere del Sole;
- l'ora  $6^h$  si verifica sempre al passaggio del Sole in meridiano e segna la metà della giornata;
- l'ora  $12^h$ , fine della giornata, si verifica sempre al tramonto del Sole;
- il fascio dei semicircoli orari è diviso in due parti, simmetriche rispetto al meridiano superiore;
- gli archi d'orizzonte orientale e occidentale rappresentano i semicircoli orari  $0^h$  e  $12^h$ , e il meridiano superiore rappresenta il semicircolo orario  $6^h$ ;
- la durata dell'ora diurna, alla stessa data, è diversa dalla durata dell'ora notturna;
- la durata dell'ora varia di giorno in giorno in funzione della declinazione del Sole; quella diurna risulta più lunga, eguale, più corta dell'ora civile rispettivamente nei mesi estivi ( $\delta$  positiva), nei giorni equinoziali ( $\delta$  nulla), e nei mesi invernali ( $\delta$  negativa).



Per ottenere nella figura 185 le varie linee orarie diurne del sistema sulla sfera si deve dividere in sei parti eguali ciascun arco semidiurno MT dei cerchi di declinazione e quindi unire i punti di divisione corrispondenti. Non approfondiamo la forma di queste linee orarie sulla sfera, ma osserviamo che:

- le linee delle ore  $0^h - 6^h - 12^h$ , che coincidono rispettivamente con l'orizzonte orientale, con il meridiano e con l'orizzonte occidentale, sono archi di cerchio massimo;
- le altre linee orarie sono curve che certamente non appartengono né a cerchi massimi né a cerchi minori;
- tutte le linee orarie convergono sul punto cardinale Sud dell'orizzonte e raggiungono, egualmente distanziate di  $30^\circ$  (pari a  $2^h$ ) il cerchio limite delle stelle circumpolari visibili (dove divengono archi di cerchio massimo e convergono sul Polo Nord).

#### b) Costruzione dell'orologio temporario

Il quadrante su piano per questo tipo di sistema orario si ottiene, come in tutti gli altri casi, con la proiezione centrografica della sfera celeste su un piano comunque orientato, assumendo come centro di proiezione il punto gnomonico, estremità dello stilo.

Anche in questo caso, come nei sistemi orari italico e babilonese, il metodo più pratico che possiamo suggerire per il disegno del quadrante è quello di costruire le linee orarie per punti, seguendo il criterio espresso nelle figure 184 e 185.

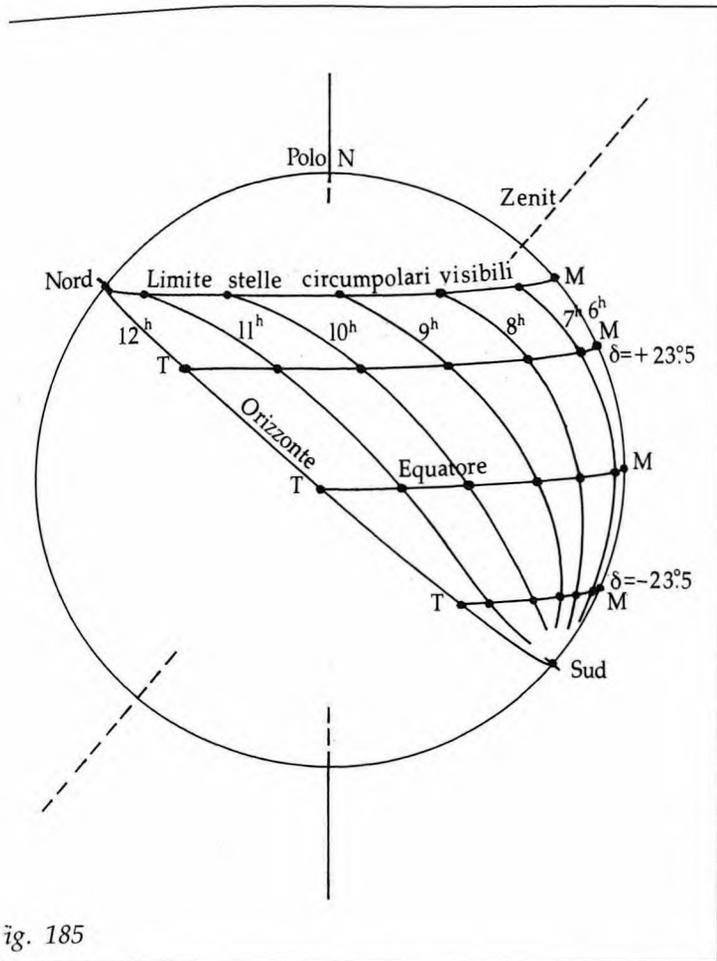


fig. 185

186). La durata di un'ora temporaria  $H_g$  su questa conica è la dodicesima parte della durata dell'arco diurno  $2\alpha$ ; quindi:

$$H_g = \frac{\alpha}{6} \text{ ore}$$

e, moltiplicando per 60:

$$H_g = 10 \alpha \text{ minuti;}$$

se quindi nella nostra iperbole diurna segniamo a partire dalla meridiana le linee orarie intestate ai minuti:

$$\pm 1 \times 10 \alpha, \pm 2 \times 10 \alpha, \pm 3 \times 10 \alpha, \text{ ecc.}$$

(132) Clavio, nel suo famoso trattato (bibliografia n. 12) le definisce "linee rette", ma ciò a rigore non è corretto.

Sotto l'aspetto puramente descrittivo, per quanto si è detto, le linee orarie temporarie sul piano sono delle curve non coniche che incontrano sull'equinoziale le corrispondenti linee civili diminuite di  $6^h$ . Affermiamo subito, senza approfondire l'analisi, che entro la fascia zodiacale (che ci interessa), e a latitudini non troppo elevate, le deviazioni di queste curve dalla linea retta sono normalmente trascurabili (132); pertanto, a meno che i necessari controlli suggeriscano il contrario caso per caso, le linee orarie temporarie sul piano si potranno considerare come linee rette.

Il tracciamento delle linee orarie è immediato per quelle intestate alle ore  $0^h$ ,  $6^h$ ,  $12^h$ ; esse infatti sono rette anche in teoria e coincidono rispettivamente con l'orizzonte Est, con la linea meridiana e con l'orizzonte Ovest. Quanto alle altre linee orarie, occorre ricercare per ciascuna di esse un adeguato numero di punti su cui avviare la linea oraria; al limite tali punti potrebbero essere anche solo due per ogni linea oraria; converrà però che essi siano in numero maggiore, sia per controllo, sia per garantire che nel caso trattato le linee orarie siano effettivamente confondibili con linee rette.

Il procedimento per la ricerca di questi punti è piuttosto semplice. Supponiamo di aver individuato una iperbole diurna corrispondente ad un arco semidiurno  $\alpha$  (fig.

abbiamo individuato i punti  $G_1, G_2, G_3$ , ecc. in cui passano le linee orarie temporarie che distano da entrambi i lati meridiana 1, 2, 3 ecc. ore temporarie. Ripetendo l'operazione su altre iperboli (133, 134) usando per ciascuna di esse il suo specifico valore di  $\alpha$ , troveremo per ciascuna linea oraria temporaria una serie di punti, congiungendo i quali si ottiene il suo tracciato.

Quanto alla numerazione delle linee orarie, basta rammentare che la meridiana è l'ora temporaria  $6^a$ , l'orizzonte Est è l'ora 0 e l'orizzonte Ovest è l'ora  $12^a$ ; le altre linee orarie si numerano in conseguenza.

Alla fine otterremo un tracciato che in teoria si dovrebbe presentare come in figura 187 (le curvature sono state accentuate) ma che in realtà si presenta come in figura 188.

In pratica converrà che l'arco semidiurno  $\alpha$  da considerare corrisponda a un numero intero

di ore (o al massimo di mezz'ore); in tal modo le linee orarie civili da individuare, distanziate di  $10\alpha$  minuti, sono multiple di  $10^m$  (o al massimo di  $5^m$ ). Ciò significa anche che le iperboli diurne da prendere in considerazione sono concettualmente le stesse che si usano nella costruzione degli orologi italici e babilonesi.

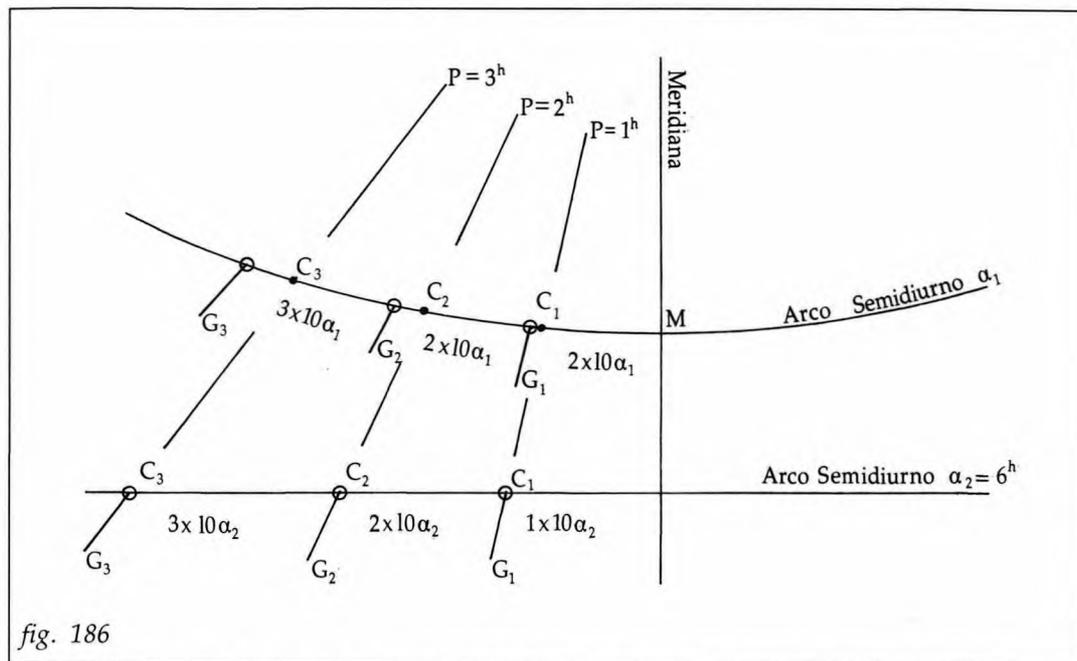
La selezione delle linee orarie civili da considerare può essere agevolata dalla tabella riportata di seguito, che vale in tutte le circostanze, per archi semidiurni tra  $4^h$  e  $8^h$ . In essa per ogni linea oraria temporaria  $t_g$  si indica quale linea oraria civile  $t_c$  occorre considerare su ciascuna iperbole diurna intestata a un dato valore di  $\alpha$ . Naturalmente in ogni caso specifico bisogna poi passare dagli  $\alpha$  alle declinazioni  $\delta$  con la solita formula  $\text{tg } \delta = -\cos \alpha / \text{tg } \varphi$  per poter procedere al disegno delle iperboli.

In sostanza la tabella tabula l'espressione

$$t_c = t_g \frac{\alpha}{6} + \gamma$$

(133) Particolarmente semplice si presenta l'operazione sulla linea equinoziale, dove  $10\alpha$  vale 60 minuti (fig. 186).

(134) Vale la pena notare che, agli effetti della costruzione, si possono usare anche declinazioni  $\delta$  del Sole teoriche, cioè al di fuori della fascia zodiacale  $\pm 23^\circ.5$ .



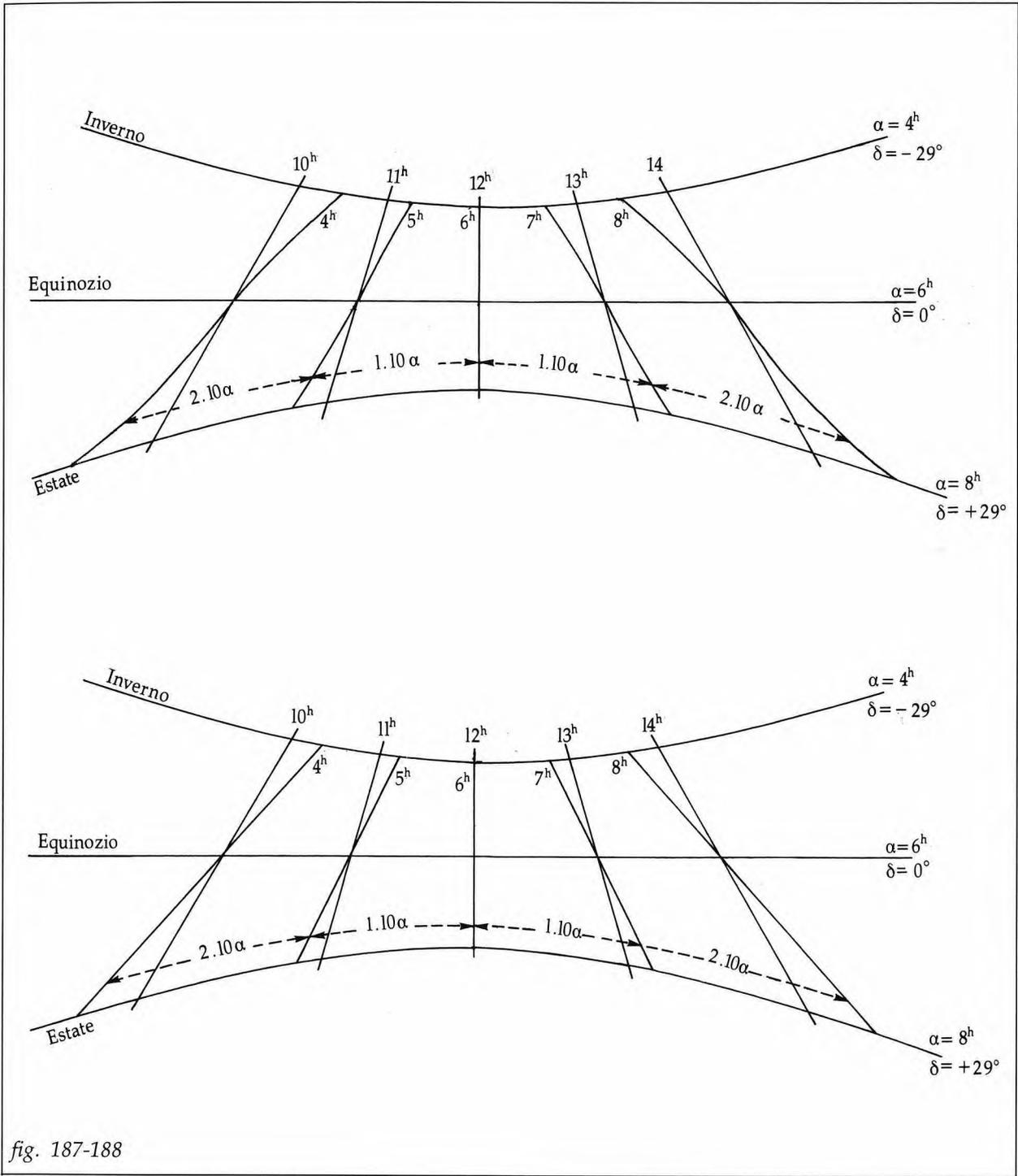


fig. 187-188

TABELLA PER IL CALCOLO DELLE LINEE ORARIE TEMPORARIE (O GIUDAICHE)

Arco semidiurno $\alpha$	4 <sup>h</sup>	4 <sup>h.5</sup>	5 <sup>h</sup>	5 <sup>h.5</sup>	6 <sup>h</sup>	6 <sup>h.5</sup>	7 <sup>h</sup>	7 <sup>h.5</sup>	8 <sup>h</sup>	
Arco seminotturno $\gamma$	8 <sup>h</sup>	7 <sup>h.5</sup>	7 <sup>h</sup>	6 <sup>h.5</sup>	6 <sup>h</sup>	5 <sup>h.5</sup>	5 <sup>h</sup>	4 <sup>h.5</sup>	4 <sup>h</sup>	
Durata ora temporaria (H <sub>g</sub> = 10 $\alpha$ minuti)	40 <sup>m</sup>	45 <sup>m</sup>	50 <sup>m</sup>	55 <sup>m</sup>	60 <sup>m</sup>	65 <sup>m</sup>	70 <sup>m</sup>	75 <sup>m</sup>	80 <sup>m</sup>	
Ora temporaria $t_g$	Ore civili (ore e minuti) $t_c$									
A.M.	0 <sup>h</sup>	8 <sup>h</sup>	7 <sup>h</sup> 30	7 <sup>h</sup>	6 <sup>h</sup> 30	6 <sup>h</sup>	5 <sup>h</sup> 30	5 <sup>h</sup>	4 <sup>h</sup> 30	4 <sup>h</sup>
	1 <sup>h</sup>	8 40	8 15	7 50	7 25	7	6 35	6 10	5 45	5 20
	2 <sup>h</sup>	9 20	9	8 40	8 20	8	7 40	7 20	7	6 40
	3 <sup>h</sup>	10	9 45	9 30	9 15	9	8 45	8 30	8 15	8
	4 <sup>h</sup>	10 40	10 30	10 20	10 10	10	9 50	9 40	9 30	9 20
	5 <sup>h</sup>	11 20	11 15	11 10	11 05	11	10 55	10 50	10 45	10 40
6 <sup>h</sup>	12	12	12	12	12	12	12	12	12	
P.M.	7 <sup>h</sup>	12 40	12 45	12 50	12 55	13	13 05	13 10	13 15	13 20
	8 <sup>h</sup>	13 20	13 30	13 40	13 50	14	14 10	14 20	14 30	14 40
	9 <sup>h</sup>	14	14 15	14 30	14 45	15	15 15	15 30	15 45	16
	10 <sup>h</sup>	14 40	15	15 20	15 40	16	16 20	16 40	17	17 20
	11 <sup>h</sup>	15 20	15 45	16 10	16 35	17	17 25	17 50	18 15	18 40
	12 <sup>h</sup>	16	16 30	17	17 30	18	18 30	19	19 30	20

per valori di  $\alpha$  compresi tra 4<sup>h</sup> e 8<sup>h</sup> con passo di mezz'ora e per valori di ore temporarie  $t_g$  tra 0<sup>h</sup> e 12<sup>h</sup> con passo di un'ora. Nella disposizione della tabella ogni colonna si riferisce a una specifica iperbole diurna, intestata al corrispondente arco semidiurno  $\alpha$ , e fornisce un "punto" per ciascuna linea oraria temporaria; il numero di colonne da usare in ciascun caso dipenderà dalla specifica situazione e dal grado di precisione che si vuol conseguire, tenendo presente che in ogni caso noi consideriamo che le linee orarie giudaiche siano linee rette. Ogni riga invece si riferisce ad una data linea oraria temporaria, e su di essa si trovano i valori delle orarie civili che incontrano quella data linea temporaria su ciascuna iperbole, indicata in colonna.

A titolo di esempio disegniamo la linea oraria temporaria delle ore 9<sup>h</sup>; la figura 189 indica come essa viene costruita usando la tabella appena descritta; in successione bisogna:

- sulla riga dell'ora temporaria 9<sup>h</sup>, individuare e disegnare le linee orarie civili ivi indicate; nel nostro caso quindi le linee orarie civili:

$$t_c = 14^h - 14^h15 - 14^h30 - 14^h45 - 15^h - 15^h15 - 15^h30 - 15^h45 - 16^h$$

(nella figura sono state tracciate solo quelle multiple di mezz'ora; per le altre vi è solo il trattino utile);

- prendere gli archi semidiurni  $\alpha$  che intestano le colonne, e per ognuno calcolare la  $\delta$  corrispondente, in base alla latitudine; in questo caso, assumendo  $\varphi = 30^\circ.76$ , si hanno i seguenti valori delle  $\delta$ :

$\alpha$	4 <sup>h</sup>	4 <sup>h.5</sup>	5 <sup>h</sup>	5 <sup>h.5</sup>	6 <sup>h</sup>	6 <sup>h.5</sup>	7 <sup>h</sup>	7 <sup>h.5</sup>	8 <sup>h</sup>
$\delta$	-40°	-32°.8	-23°.5	-12°.4	0°	+12°.4	+23°.5	+32°.8	+40°

- disegnare le iperboli diurne corrispondenti alle declinazioni così individuate;
- unire i punti in cui ciascuna iperbole incontra la linea oraria civile indicata nella tabella; a maggior chiarimento i punti in questione sono quelli in cui si incontrano linee orarie civili  $t_c$  e iperboli diurne  $\delta$  come segue:

$t_c$	14 <sup>h</sup>	14 <sup>h</sup> .15	14 <sup>h</sup> .30	14 <sup>h</sup> .45	15 <sup>h</sup>	15 <sup>h</sup> .15	15 <sup>h</sup> .30	15 <sup>h</sup> .45	16 <sup>h</sup>
$\delta$	-40°	-32°.8	-23°.5	-12°.4	0	+12°.4	+23°.5	+32°.8	+40°

Bisogna notare che in questo esempio della figura 189 abbiamo utilizzato tutti i nove punti offerti dalla tabella; in pratica, ricordando che le linee orarie temporarie sono rette, per tracciarle può bastare un numero inferiore di punti, da selezionare tra quelli indicati nella tabella; peraltro, dovendo disegnare tutto il fascio orario temporario, il risparmio di calcolo raramente sarà significativo.

Un altro punto per ciascuna linea temporaria si può avere tracciando la conica che proietta il cerchio limite delle stelle circumpolari visibili; su di esso, infatti, si è visto che le linee temporarie arrivano equamente distanziate di 30° per ogni ora; in sostanza questa operazione equivale a tutti gli effetti a inserire nella tabella appena descritta la colonna intestata all'arco semidiurno 12<sup>h</sup>.

Un ulteriore punto per ciascuna linea oraria giudaica si può avere evidenziando, all'incrocio dell'orizzonte con la linea meridiana, il punto cardinale Sud; si è visto infatti che in esso convergono tutte le linee orarie temporarie.

Si noti peraltro che frequentemente sia il punto cardinale Sud che il cerchio limite delle circumpolari visibili cadono fuori della fascia equinoziale e perciò restano fuori delle zone nelle quali possiamo considerare rettilinee le linee orarie temporarie; il loro inserimento nel processo costruttivo dell'orologio può quindi essere utile solo per valutare come e dove nelle linee temporarie si manifestino deviazioni dalla retta non più accettabili (si vedano a tale proposito i successivi esempi n. 3 e n. 4).

Indichiamo ora alcuni suggerimenti per agevolare l'esecuzione del calcolo e del disegno.

- Una notevole semplificazione del lavoro si ottiene considerando che negli intervalli tra le ore intere civili (o le mezze ore civili) le linee orarie intermedie dei 10<sup>m</sup> o dei 5<sup>m</sup> si possono avere, specie in prossimità della sustilare e della sua normale ovvero quando le dimensioni del disegno non sono molto grandi, dividendo l'intervallo in parti eguali, senza sviluppare tutto il calcolo.
- Nell'esecuzione del disegno le linee orarie intermedie possono essere limitate a un trattino in vicinanza dell'iperbole con cui si cerca l'incrocio (come è evidente negli esempi delle figure 189 e 190).
- Se l'orologio è simmetrico rispetto alla meridiana, come accade nei quadranti orizzontali e in quelli in cui la declinazione gnomonica è 0° o 180°, è sufficiente calcolare solo una metà del fascio orario, da una o dall'altra parte della meridiana, che è l'oraria 12<sup>h</sup> civile e 6<sup>a</sup> temporaria.

Disegnato il fascio orario temporario, si passa a cancellare tutte le iperboli costruttive e si sostituiscono eventualmente con quelle che si desidera far apparire, ad esempio tutte quelle zodiacali o alcune di esse; infine il quadro si finisce cancellando le linee orarie civili, ovvero lasciandole o completandole con il passo desiderato.

c) *Lo stilo*

Possiamo qui ripetere integralmente quanto si è detto sullo stilo trattando dei sistemi orari italico e babilonese. In sintesi anche in questo caso l'unico punto valido di qualsiasi elemento produttore di ombre è il punto gnomonico, coincidente con il centro di proiezione; pertanto lo stilo da impiegare è l'"ortostilo" o un elemento di qualsiasi forma che abbia la sua estremità coincidente con il punto gnomonico; l'ora viene individuata sul fascio orario dall'ombra del solo punto terminale dell'elemento produttore d'ombra o del punto che si è assunto come centro di proiezione (punto-luce, nodo, ecc.).

d) *Esempi di calcolo e disegno di orologi solari per il sistema orario temporario*

Il metodo di costruzione dell'orologio temporario che qui abbiamo suggerito è generale e può essere usato per quadri comunque inclinati e declinanti. Lasciamo al lettore l'interpretazione della sua applicazione nei vari casi, ricordando solo che nel quadro orizzontale le linee orarie  $0^h$  e  $12^h$  non sono rappresentabili perché vanno all'infinito, mentre negli altri quadri coincidono con l'orizzonte.

Per illustrare la teoria con la pratica, riportiamo qui quattro esempi di calcolo e disegno di orologi solari per il sistema orario temporario.

1° *Esempio*

Si tratta di un *quadrante orizzontale* per una latitudine inclusa nella Palestina, che mostra i due fasci orari civile e temporario. A scopo didattico la latitudine è stata scelta in modo che una delle iperboli costruttive coincida con l'iperbole solstiziale  $\pm 23^\circ.5$ . Inoltre il calcolo è stato sviluppato con una certa sovrabbondanza di punti su cui avviare le rette orarie temporarie; in pratica almeno le iperboli  $\delta = \pm 40^\circ$  ( $\alpha = 4^h \div 8^h$ ) si potevano tranquillamente trascurare senza danni.

Il disegno è stato diviso in due sezioni; la metà di destra mostra il processo costruttivo,

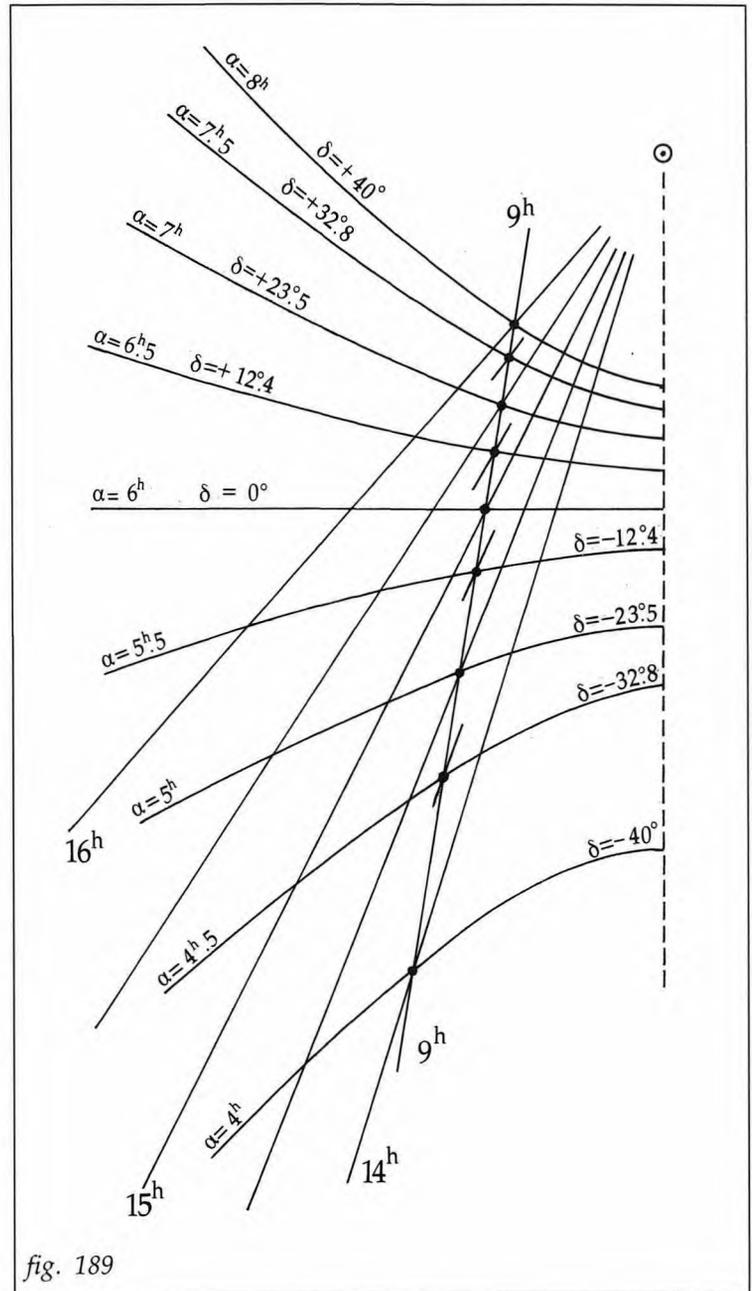


fig. 189

quella di sinistra fa vedere il risultato finale, in cui sono state lasciate le sole iperboli solstiziali e, per confronto, le linee orarie civili col passo di 1<sup>h</sup>.

Rammentando che il sistema orario temporario è quello usato nei riferimenti cronologici dei Vangeli, nel disegno sono state evidenziate le ore terza e nona, rispettivamente momenti di inizio e fine della passione di Gesù Cristo nel giorno della sua crocifissione.

### 2° Esempio

È un *quadrante equinoziale* per la latitudine di 42°, che riporta i due fasci orari temporario e civile. Il calcolo non viene riportato perché esso è ripreso integralmente dal terzo esempio di orologio italico; quanto alle linee temporarie, per esse è stata utilizzata la tabella apposita che abbiamo appena descritto.

Anche se non molto significativo, questo quadrante è stato riportato perché evidenzia bene:

- la giacitura sull'orizzonte della linea oraria iniziale delle ore 0<sup>h</sup> e di quella finale delle ore 24<sup>h</sup>, e quindi la loro orizzontalità;
- il fatto che, fuori della fascia zodiacale, anche alle medie latitudini la curvatura delle linee orarie temporarie diventa sensibile, e la semplificazione di considerarle rettilinee non è più accettabile.

### 3° Esempio

Questo esempio sviluppa un *quadrante polare diretto* per la latitudine di 30°.75N (135); pertanto si ha inclinazione  $i = +59^{\circ}25'$  e declinazione  $d = 0^{\circ}$ . I fasci orari considerati sono quelli civile e temporario. Anche questo quadrante non sembra nel suo complesso molto significativo, ma lo si riporta perché in esso appaiono con evidenza:

- la convergenza delle linee temporarie sul punto cardinale Sud;
- le deviazioni dall'andamento rettilineo delle linee orarie temporarie quando esse si allontanano dalla fascia zodiacale anche dalla parte del punto cardinale Sud.

### 4° Esempio (*Horologium Solarium Augusti*)

Molto simile allo schema del 1° esempio, questo esempio mostra una ricostruzione del gigantesco orologio orizzontale in ore temporarie posto da Augusto in Campo Marzio e ricostruito poi da Domiziano nello stesso luogo. Di questo esempio, omettendo il calcolo, si riporta solo il disegno nella figura 193; la latitudine usata è 41°.9 (Roma).

A titolo di curiosità l'orologio originale, tuttora sepolto a 6 ÷ 8 metri sotto le case del centro di Roma (136):

- si serviva come ortostilo dell'obelisco che ora è in piazza Montecitorio, col punto gnomonico alto sul quadro circa 29 metri per l'orologio di Augusto e circa 27.40 per quello di Domiziano;

(135) Anche in questo caso il valore della latitudine è stato scelto in modo da attribuire un arco semidiurno  $\alpha$  in ore intere (5<sup>h</sup> - 7<sup>h</sup>) all'iperbole corrispondente alla declinazione zodiacale  $\pm 23^{\circ}.5'$ .

(136) Le notizie qui riportate sono largamente riprese dalle recenti relazioni sugli studi e sugli scavi del prof. Edmund Buchner (*Römische Mitteilungen* 87, 1980), scopritore tra l'altro dell'orologio di Domiziano, soprastante a quello di Augusto. Ricerche e scavi sono tuttora in corso da parte degli stessi archeologi germanici guidati dal prof. Buchner e dal prof. Rakob.

- era delimitato da una figura forse rettangolare, di circa 165 x 75 metri, essendo tra l'altro tagliati gli spigoli verso Nord (linea tratteggiata in figura);
- portava, con lettere di bronzo, le scritte in greco dei segni zodiacali (forse anche tradotte in latino) e altre scritte calendariali e commemorative;
- serviva bene anche da calendario, poiché aveva le linee diurne segnate giorno per giorno; forse riportava anche indicazioni sulle divisioni del calendario (mesi, etc.); si vedano anche i riferimenti al paragrafo 34.

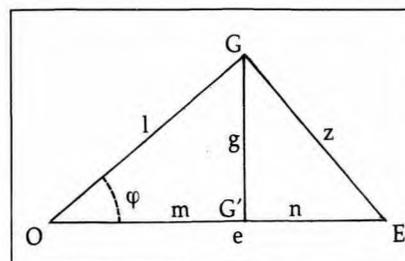
**1° ESEMPIO DI CALCOLO E DISEGNO DI UN OROLOGIO SOLARE  
PER IL SISTEMA ORARIO TEMPORARIO (e civile)  
– Quadrante orizzontale –**

**DATI:**

Latitudine:  $\varphi = 30^{\circ}45'N = 30^{\circ}.75N$  (Palestina)  
Ortostilo:  $g = 20$  mm

**TRIANGOLO STILARE**

Ortostilo :  $g = 20.0$   
Stilo :  $l = g/\sin \varphi = 39.12$   
Sottostilo :  $m = g/\tan \varphi = 33.62$   
              :  $n = g \tan \varphi = 11.90$   
Equinoziale :  $e = 2g/\sin 2\varphi = 45.52$   
              :  $z = g/\cos \varphi = 23.27$



**ILLUMINAZIONE (ore civili)**

$\delta$	$\alpha$	Sorgere	Tramonto
+23°.5	7 <sup>h</sup> .0	5 <sup>h</sup> .0	19 <sup>h</sup> .0
-23°.5	5 <sup>h</sup> .0	7 <sup>h</sup> .0	17 <sup>h</sup> .0

*Ore estreme:*

- civili: 5<sup>h</sup> - 17<sup>h</sup>
- giudaiche: 0<sup>h</sup> - 12<sup>h</sup>

**RICERCA DELLE  $\delta$  CHE DANNO ARCHI DIURNI IN ORE INTERE**

$$\operatorname{tg} \delta = - \frac{\cos \alpha}{\operatorname{tg} \varphi}$$

$2\alpha$	8 <sup>h</sup> - 16 <sup>h</sup>	9 <sup>h</sup> - 15 <sup>h</sup>	10 <sup>h</sup> - 14 <sup>h</sup>	11 <sup>h</sup> - 13 <sup>h</sup>	12 <sup>h</sup>
$\alpha^h$	4 <sup>h</sup> - 8 <sup>h</sup>	4 <sup>h</sup> .5 - 7 <sup>h</sup> .5	5 <sup>h</sup> - 7 <sup>h</sup>	5 <sup>h</sup> .5 - 6 <sup>h</sup> .5	6 <sup>h</sup>
$\alpha^\circ$	60° - 120°	67°.5 - 112°.5	75° - 105°	82°.5 - 97°.5	90°
$\delta$	$\pm 40^\circ$	$\pm 32^\circ.8$	$\pm 23^\circ.5$	$\pm 12^\circ.4$	0°

### CONICHE DIURNE

– Tipo delle coniche: tutte iperboli, perché è sempre  $|\varepsilon| + |\delta| < 90^\circ$

– Elementi di base

	$\delta$	40°	32°.8	23°.5	12°.4	0°	-12°.4	-23°.5	-32°.8	-40°
Ombre sustilari	$\varphi - \delta$	-9.25	-2.05	7.25	18.35	30.75	43.15	54.25	63.55	70.75
Centri	$B_s$	30.3625	32.9040	36.1645	40.2543	45.5198	52.3701	61.4042	73.8252	90.8963
	$c$	60.6	53.4	48.8	46.3	45.5				
	$\Delta c$	15.1	7.9	3.3	0.8					
Asintoti	$\eta$	41°.5874	50°.9256	62°.3556	75°.5305					
Parametro	$a$	30.2669	20.4606	12.6198	6.0579					
Parametro	$b$	26.8603	25.1998	24.0940	23.4757					

– Punti iperboli (calcolo delle  $x$ )

$$x = \pm \frac{a}{b} \sqrt{y^2 + b^2} \pm \Delta c$$

$y \backslash \delta$	x riferiti all'asse				$\delta$	x riferiti all'equinoziale								
	$\pm 40^\circ$	$\pm 32^\circ.8$	$\pm 23^\circ.5$	$\pm 12^\circ.4$		$\Delta c$	+40°	+32°.8	+23°.5	+12°.4		-12°.4	-23°.5	-32°.8
						-15.1	-7.9	-3.3	-0.8		+0.8	+3.3	+7.9	+15.1
0	30.3	20.5	12.6	6.1		15.2	12.6	9.3	5.3		6.9	15.9	28.4	45.4
10	32.3	22.0	13.7	6.6		17.2	14.1	10.4	5.8		7.4	17.0	29.9	47.4
30	45.4	31.8	20.2	9.8		30.3	23.9	16.9	9.0		10.6	23.5	39.7	60.5
50	64.0	45.5	29.1	14.3		48.9	37.6	25.8	13.5		15.1	32.4	53.4	79.1
70	84.5	60.4	38.8	19.1		69.4	52.5	35.5	18.3		19.9	42.1	68.3	99.6
100	116.7	83.7	53.9	26.5		101.6	75.8	50.6	25.7		27.3	57.2	91.6	131.8

### RICERCA DELLE ORE CIVILI NECESSARIE PER TRACCIARE LE ORE TEMPORARIE

$$\gamma = 12^h - \alpha; H_g = 10 \alpha; t_c = t_g \cdot \frac{\alpha}{6} + \gamma$$

$\alpha$	4 <sup>h</sup>	4 <sup>h</sup> .5	5 <sup>h</sup>	5 <sup>h</sup> .5	6 <sup>h</sup>	6 <sup>h</sup> .5	7 <sup>h</sup>	7 <sup>h</sup> .5	8 <sup>h</sup>
$\gamma$	8 <sup>h</sup>	7 <sup>h</sup> .5	7 <sup>h</sup>	6 <sup>h</sup> .5	6 <sup>h</sup>	5 <sup>h</sup> .5	5 <sup>h</sup>	4 <sup>h</sup> .5	4 <sup>h</sup>
$H_g$	40 <sup>m</sup>	45 <sup>m</sup>	50 <sup>m</sup>	55 <sup>m</sup>	60 <sup>m</sup>	65 <sup>m</sup>	70 <sup>m</sup>	75 <sup>m</sup>	80 <sup>m</sup>
$t_g$	ORE CIVILI $t_c$ (ore e minuti)								
1	8 40	8 15	7 50	7 25	7	6 35	6 10	5 45	5 20
2	9 20	9	8 40	8 20	8	7 40	7 20	7	6 40
3	10 00	9 45	9 30	9 15	9	8 45	8 30	8 15	8
4	10 40	10 30	10 20	10 10	10	9 50	9 40	9 30	9 20
5	11 20	11 15	11 10	11 05	11	10 55	10 50	10 45	10 40

### LINEE ORARIE CIVILI

(Ore e mezze ore intere, più quelle richieste nel prospetto precedente - Solo fascio AM, essendo quello PM simmetrico)

$$t_{\sigma} = 180^{\circ}$$

$$\operatorname{tg} \omega = \operatorname{sen} \varphi \operatorname{tg} \Delta t$$

$t^h$	$\Delta t^{\circ}$ ( $t-t_{\sigma}$ )	Intercetti I su $D = 100$		$t^h$	$\Delta t^{\circ}$ ( $t-t_{\sigma}$ )	Intercetti I su $D = 100$	
5 20	-100	-34.5	B	9 00	-45	-51.1	A
30	-97.5	-25.7		15	-41.25	-44.8	
45	-93.75	-12.8		20	-40	-42.9	
6 00	-90	0		30	-37.5	-39.2	
10	-87.5	+8.5		40	-35	-35.8	
30	-82.5	+25.7		45	-33.75	-34.2	
35	-81.25	+30.1		50	-32.5	-32.6	
40	-80	+34.5		10 00	-30	-29.5	
7 00	-75	+52.4		10	-27.5	-26.6	
20	-70	+71.2		20	-25	-23.8	
25	-68.75	+76.1	30	-22.5	-21.2		
30	-67.5	+81.0	40	-20	-18.6		
40	-65	+91.2	45	-18.75	-17.4		
50	-62.5	+101.8	50	-17.5	-16.1		
8 00	-60	-88.6	55	-16.25	-14.9		
15	-56.25	-76.5	11 00	-15	-13.7		
20	-55	-73.0	05	-13.75	-12.5		
30	-52.5	-66.6	10	-12.5	-11.3		
40	-50	-60.9	15	-11.25	-10.2		
45	-48.75	-58.3	20	-10	-9.0		
			30	-7.5	-6.7		

Intercetti:

B: laterale,  $I = D/\operatorname{tg} \omega$ ;

A: in basso,  $I = D \operatorname{tg} \omega$

DISEGNO: figura 190

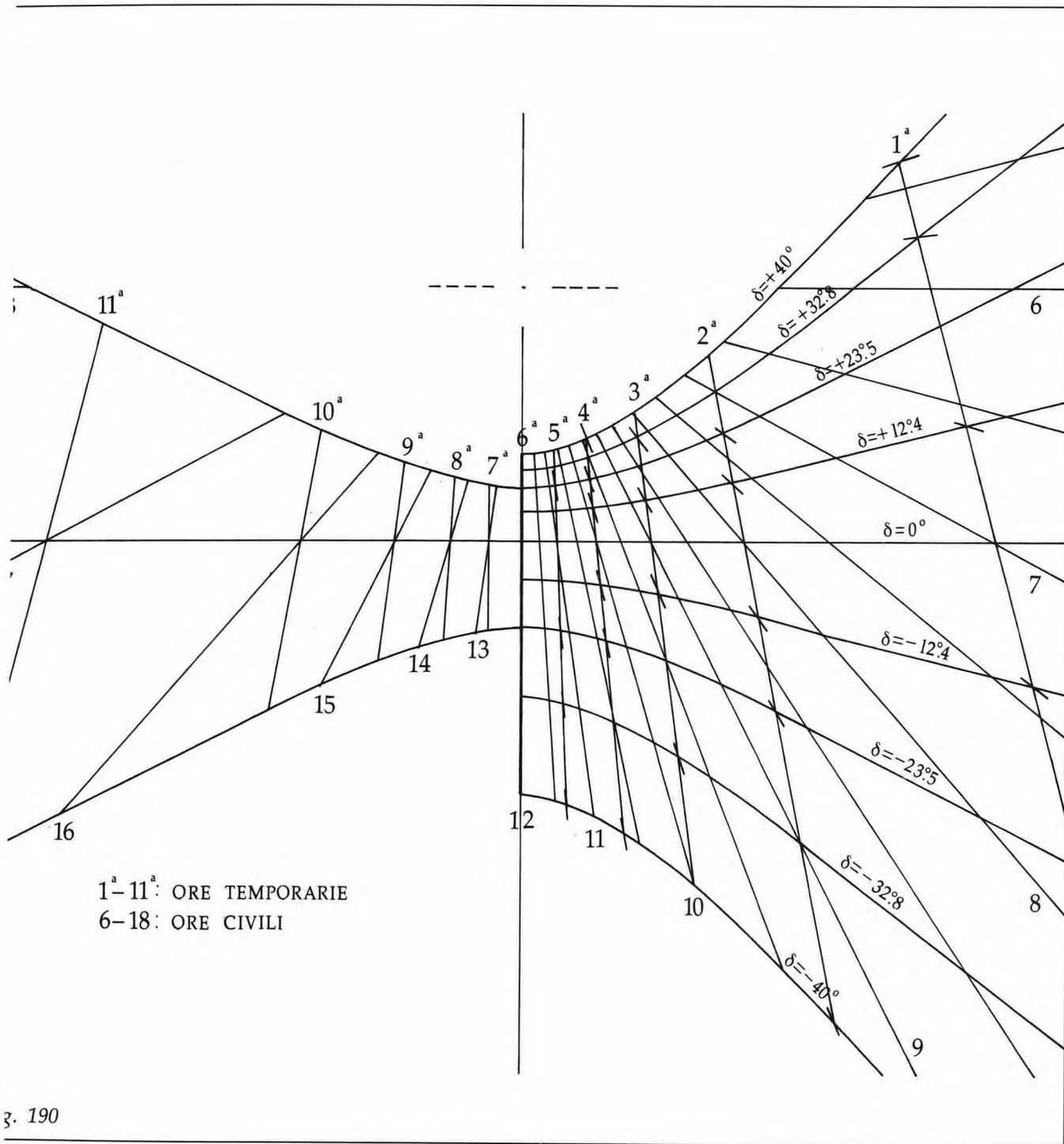
### 2° ESEMPIO DI CALCOLO E DISEGNO DI UN OROLOGIO SOLARE PER IL SISTEMA ORARIO TEMPORARIO (e civile)

— Quadrante equinoziale —  
(Solo quadro superiore;  $i = + \varphi$ )

DATI:

Latitudine:  $\varphi = 42^{\circ}.0N$

Ortostilo:  $g = 15.0 \text{ mm}$



0<sup>h</sup>-12<sup>h</sup>: Ore temporarie  
5<sup>h</sup>-19<sup>h</sup>: Ore civili

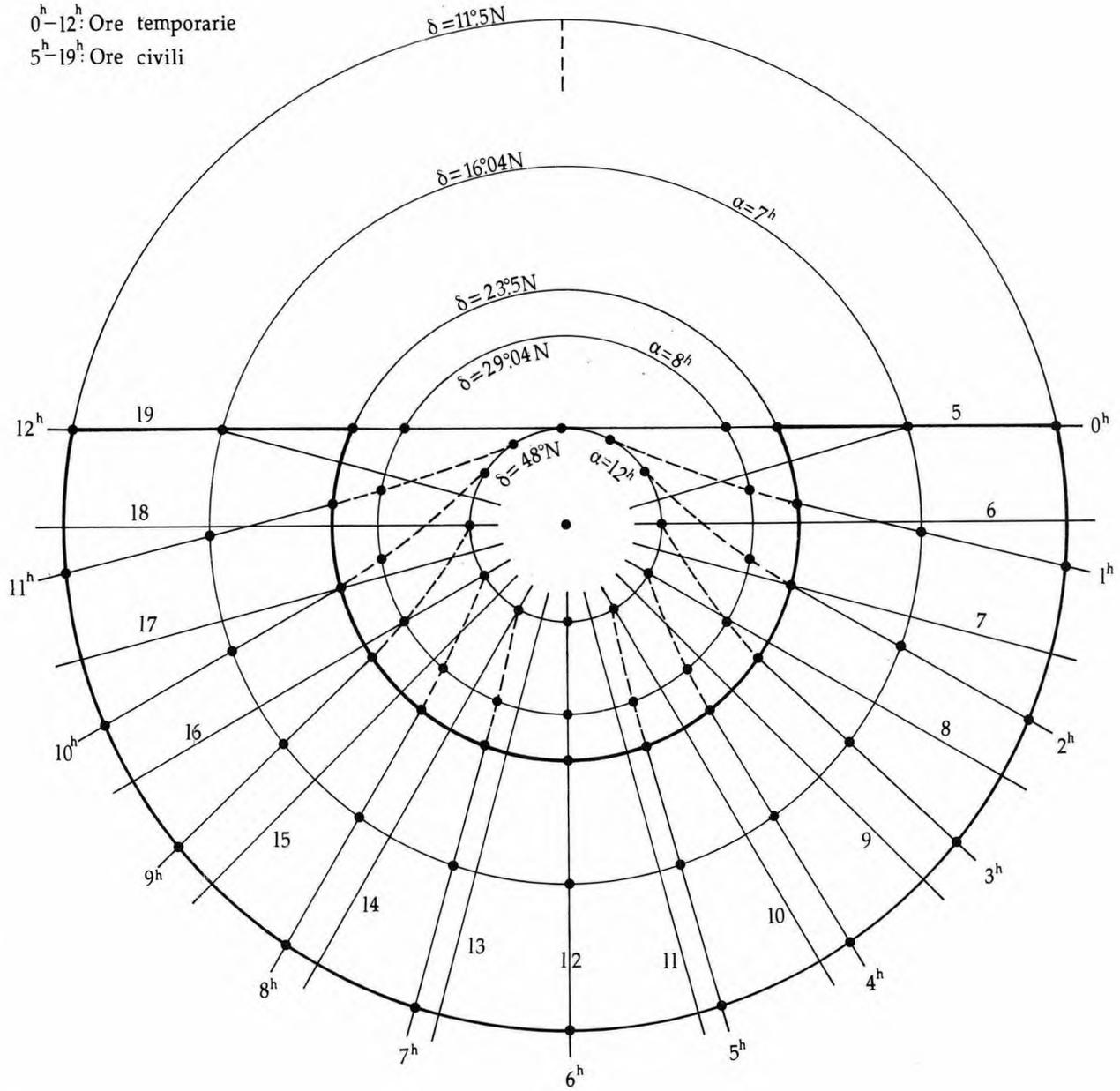


fig. 191

SELEZIONE  $\delta$  DEL SOLE  
 LINEE ORARIE CIVILI  
 CONICHE DIURNE  
 ORIZZONTE  
 CONICA INVILUPPO  
 ILLUMINAZIONE

Vds. esempio numero 3 di orologi per le ore italiane (par. 83)

LINEE ORARIE TEMPORARIE

È stata usata l'apposita tabella, descritta nel testo.

DISEGNO: figura 191.

### 3° ESEMPIO DI CALCOLO E DISEGNO DI UN OROLOGIO SOLARE PER IL SISTEMA TEMPORARIO (e civile) — Quadrante polare diretto —

DATI:

Latitudine:  $\varphi = 30^{\circ}.75N$  | Inclinazione:  $i = + 59^{\circ}25 (= 90^{\circ} - \varphi)$   
 Ortostilo:  $g = 15 \text{ mm}$  | Declinazione:  $\delta = 0^{\circ}$

CONDIZIONE DI POLARITÀ:

$\cos d = \text{tg } i \text{ tg } \varphi$ : verificata;  $\varepsilon = 0^{\circ}$ .

ANGOLO E ORA SUSTILARE:

$\sigma = 180^{\circ}$ ,  $t_{\sigma} = 12^{\text{h}}$

LINEE ORARIE CIVILI (per il quadro civile)

$$D = g \cdot \text{tg } \Delta t$$

t	11 <sup>h</sup>	10 <sup>h</sup>	9 <sup>h</sup>	8 <sup>h</sup>	7 <sup>h</sup>
$\Delta t$	1 <sup>h</sup>	2 <sup>h</sup>	3 <sup>h</sup>	4 <sup>h</sup>	5 <sup>h</sup>
D	4.0	8.7	15.0	26.0	56.0

ORIZZONTE:

$h = g \text{ tg } i = 25.2$  (sopra)

RICERCA DELLE  $\delta$  DA IMPIEGARE

$$\text{tg } \delta = - \frac{\cos \alpha}{\text{tg } \varphi}$$

Archi semidiurni $\alpha$	$\delta$	Note
5 <sup>h</sup> - 7 <sup>h</sup> (selezionato)	$\pm 23^{\circ}.5$	É anche zodiacale
4 <sup>h</sup> - 8 <sup>h</sup> (selezionato)	$\pm 40^{\circ}.0$	
12 <sup>h</sup> (circumpolare)	$+ 59^{\circ}.25$	

**IPERBOLI DIURNE** (tutte iperboli perché è sempre  $|\epsilon| + |\delta| < 90^\circ$ )

$$x = \text{tg } \delta \sqrt{g^2 + y^2}$$

$\delta \backslash y$	0	10	20	40	60	90
+59°.25	+25.2	30.3	42.0	71.8	104.0	153.4
±40°	±12.6	15.1	21.0	35.8	51.9	76.6
±23°.5	±6.5	7.8	10.9	18.6	26.9	39.7

**RICERCA ORE CIVILI NECESSARIE PER TRACCIARE LE ORE TEMPORARIE**

(Solo fascio A.M. perché quello P.M. è simmetrico)

$$\gamma = 12^h - \alpha; \quad t_c = t_g \cdot \frac{\alpha}{6} + \gamma \quad (\text{Vds. apposita tabella nel testo})$$

$\alpha$	4 <sup>h</sup>	5 <sup>h</sup>	6 <sup>h</sup>	7 <sup>h</sup>	8 <sup>h</sup>
$t_g$	ORE CIVILI $t_c$				
0 <sup>h</sup>	8	7	6	5	4
1 <sup>h</sup>	8 40	7 50	7	6 10	5 20
2 <sup>h</sup>	9 20	8 40	8	7 20	6 40
3 <sup>h</sup>	10	9 30	9	8 30	8
4 <sup>h</sup>	10 40	10 20	10	9 40	9 20
5 <sup>h</sup>	11 20	11 10	11	10 50	10 40
6 <sup>h</sup>	12	12	12	12	12

Le ore civili minori di 7<sup>h</sup> si escludono perché tendono all'infinito.

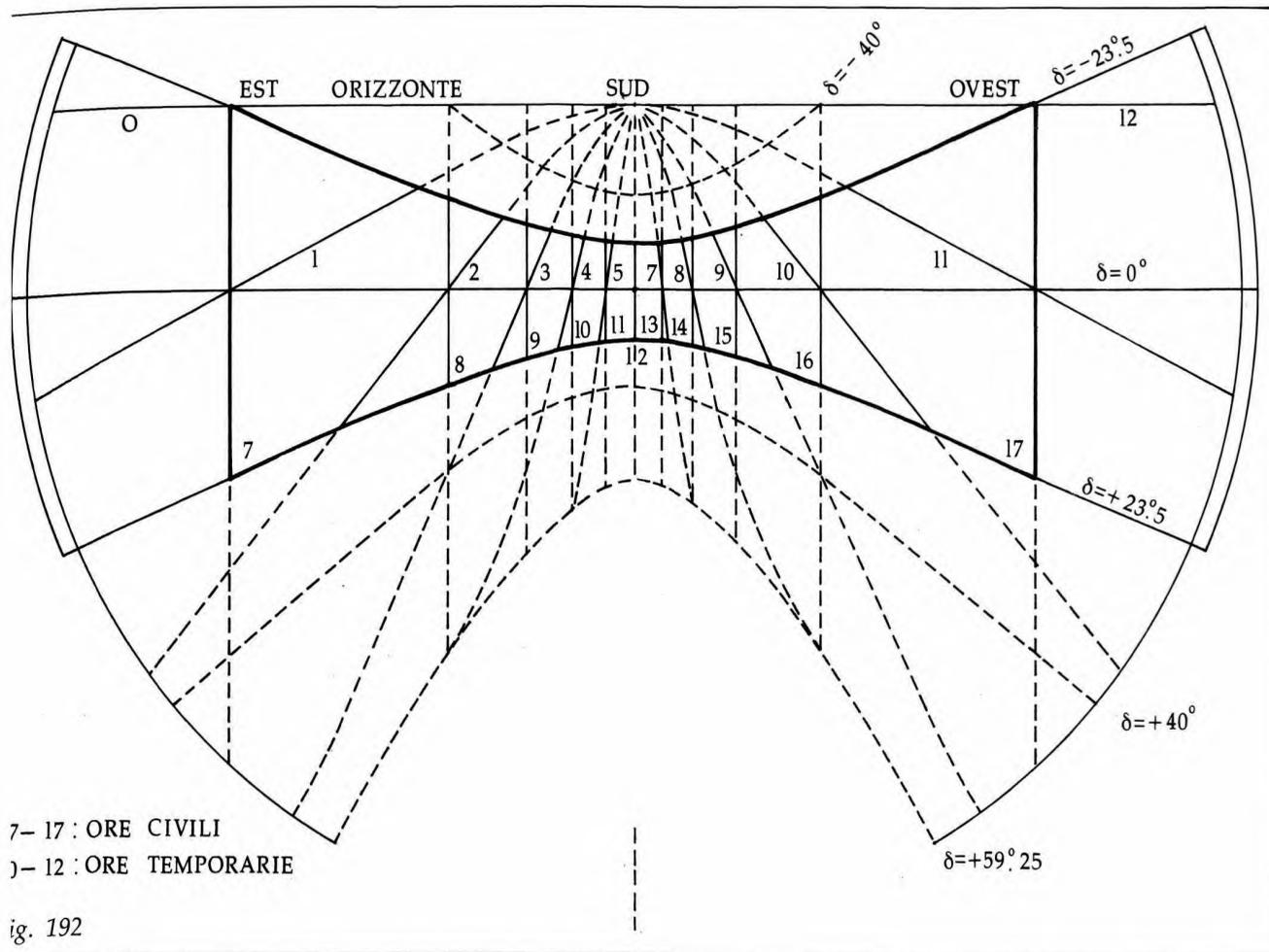
Le ore civili maggiori di 10<sup>h</sup> si escludono perché gli intervalli si possono dividere in parti eguali.

**LINEE ORARIE CIVILI** (costruttive)

$D = g \text{ tg } \Delta t$ . Ore e mezze ore intere più quelle richieste dal prospetto precedente.

$t^h$	$\Delta t^\circ$	D (mm)	$t^h$	$\Delta t^\circ$	D (mm)
7	75°	56.0	9 20	40°	12.6
7 20	70°	41.2	9 30	37°.5	11.5
7 30	67°.5	36.2	9 40	35°	10.5
7 50	62°.5	28.8	10	30°	8.7
8	60°	26.0	10 30	22°.5	6.2
8 30	52°.5	19.5	11	15°	4.0
8 40	50°	17.9	11 30	7°.5	2.0
9	45°	15.0	12	0°	0

**DISEGNO:** figura 192.



**4° ESEMPIO DI DISEGNO DI UN OROLOGIO SOLARE  
PER IL SISTEMA ORARIO TEMPORARIO  
— Quadrante orizzontale —**

Omettendo il calcolo (simile a quello del 1° esempio) la figura 193 indica un ipotetico disegno dell'orologio solare costruito da Augusto in Campo Marzio nella Roma Imperiale. La linea tratteggiata orizzontale nella zona bassa delimita gli spigoli settentrionali che presumibilmente erano stati omessi in quanto zone periferiche poco utili.

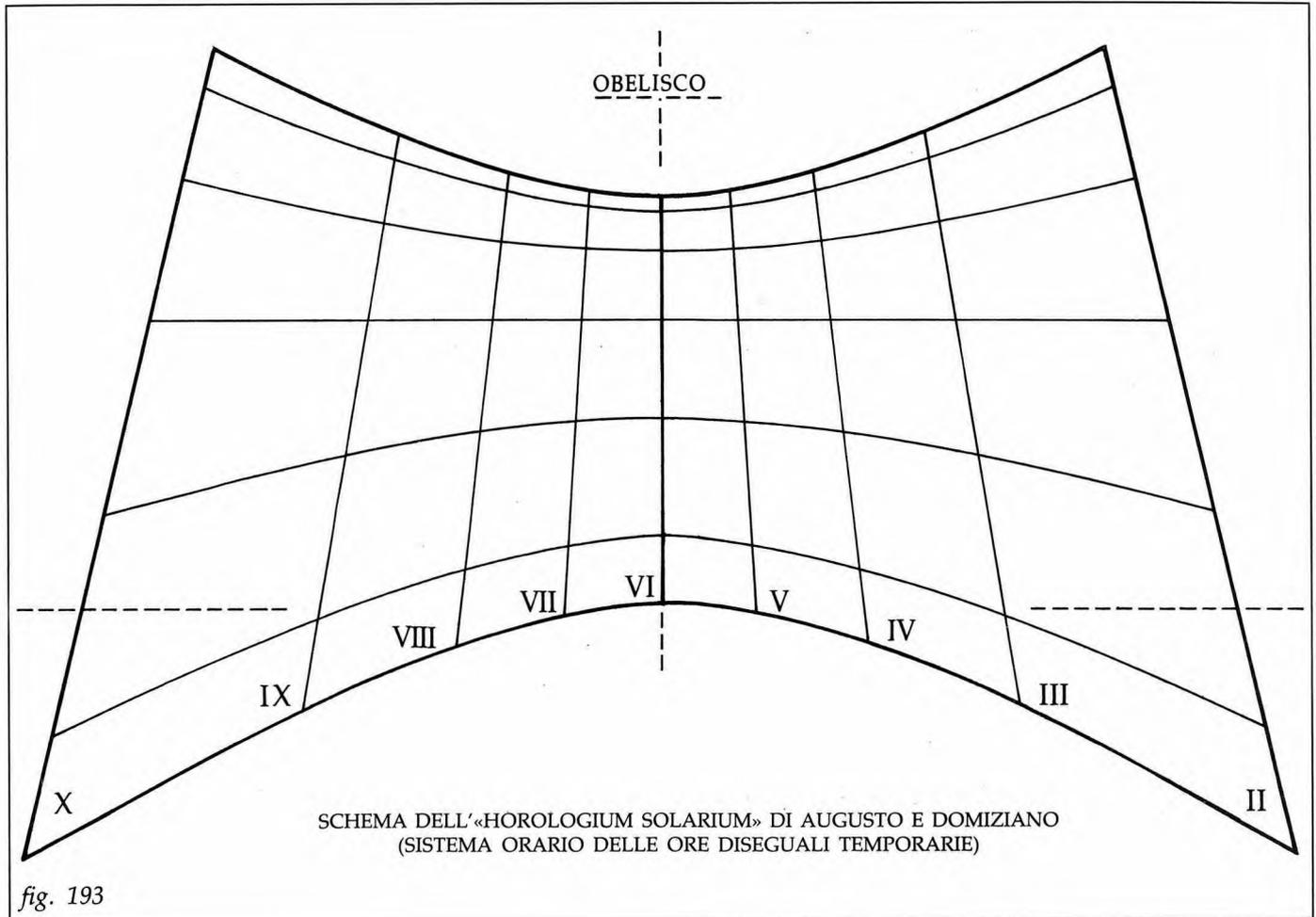
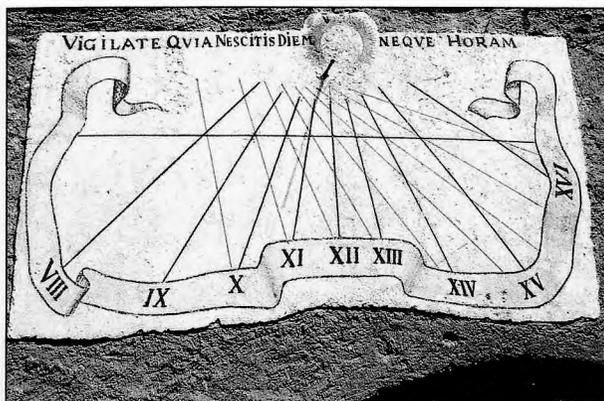


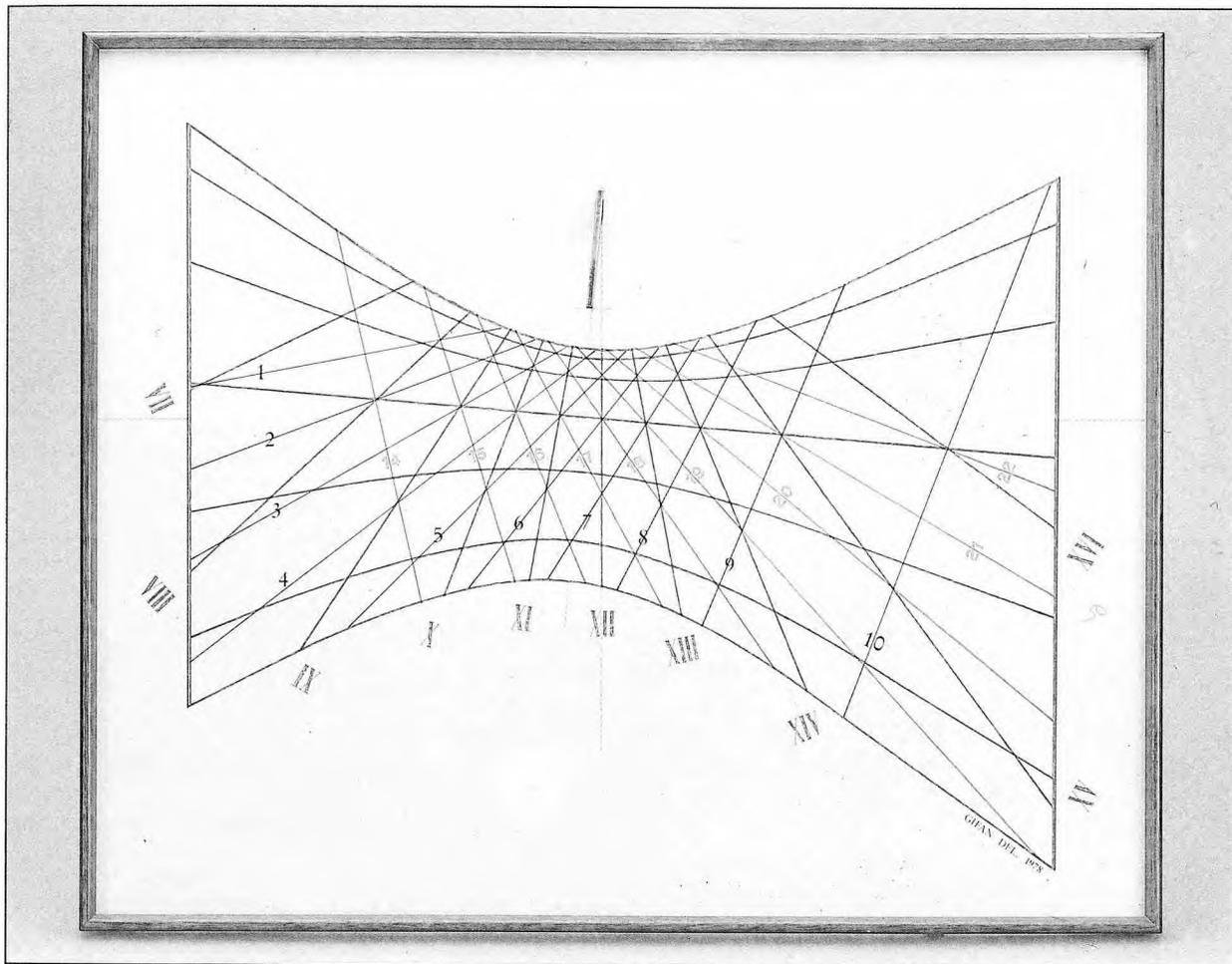
fig. 193



48

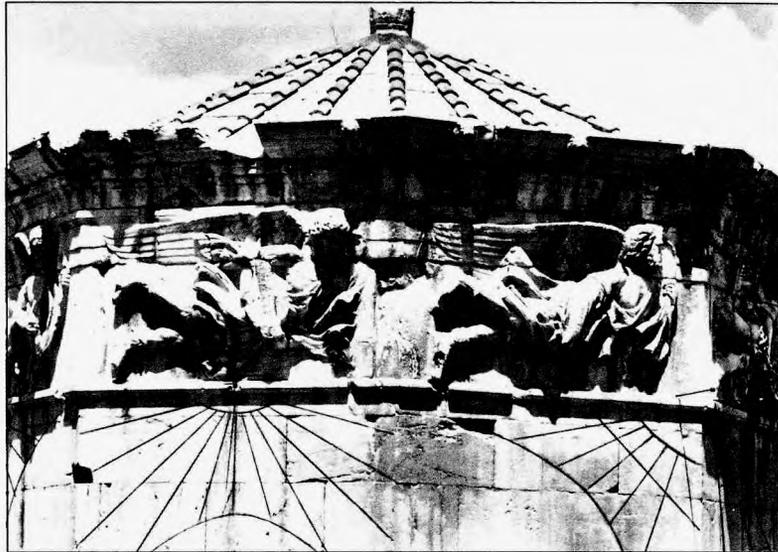
48, Ore italiane e ore civili si incrociano in questo quadrante murale che figura nel chiostro del convento dei frati francescani di Trento. La retta equinoziale segnala che la declinazione del muro è quasi  $0^\circ$ . Il motto è tipico di questi orologi conventuali.

49, Modello di orologio verticale con le linee orarie di tre sistemi: civile (convergenti al centro), italico (avvolgenti a sinistra), babilonese (avvolgenti a destra).



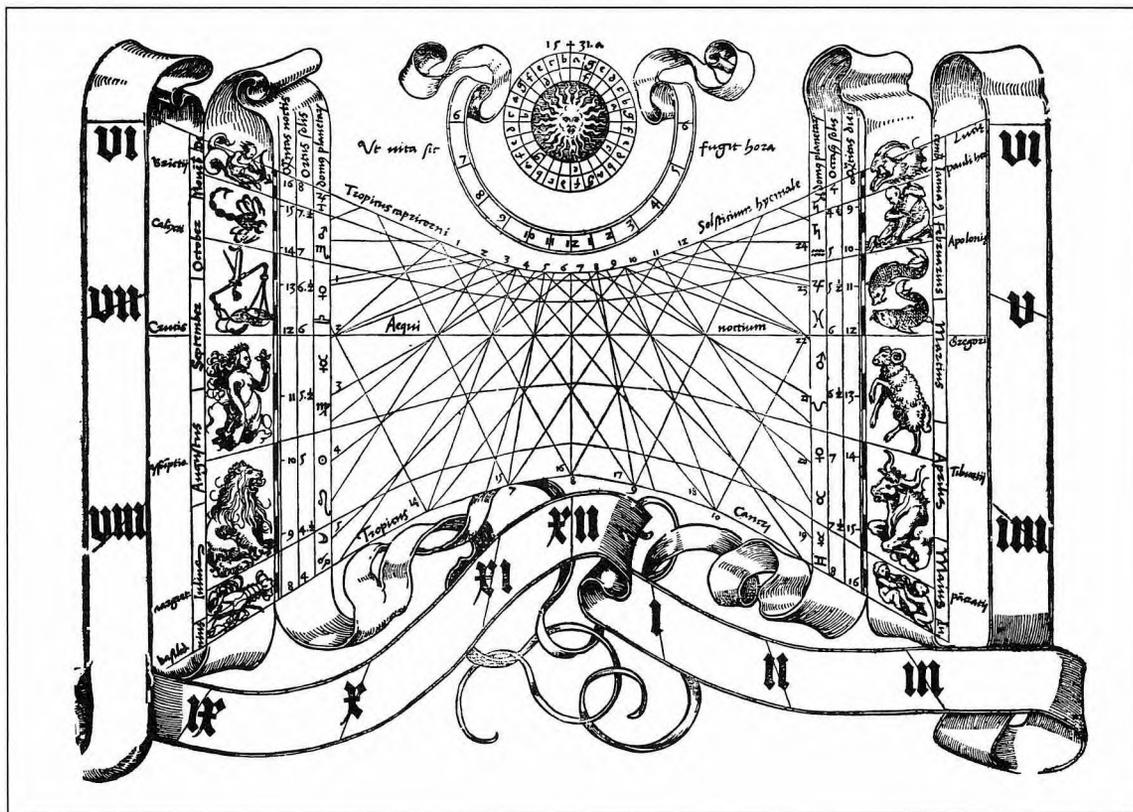
49

50, In questo particolare della Torre dei Venti di Atene si vede la parte superiore della costruzione con le figure alate che rappresentano Notos, il vento del Sud, ed Euros, il vento del Sud-Est. Sotto di esse vi sono due degli otto orologi solari, le cui tracce sono state rinforzate per renderle meglio visibili (foto da "Rohr, Les Cadrans Solaires").



50

51, Progetto di orologio verticale tratto dalla "Cosmographia Universalis" (1544) del religioso protestante Sebastiano Munster; sul quadro, tra varie informazioni astronomiche, astrologiche, calendariali, si incrociano le linee orarie di quattro sistemi: temporario, italico, babilonese, civile.



51

## CAP. XIX - SOLUZIONE GENERALE GEOMETRICA PER LA COSTRUZIONE DEGLI OROLOGI SOLARI

### 85) Introduzione

Si è detto in precedenza che, tra le varie metodologie per costruire orologi solari, quella trigonometrica, che abbiamo ampiamente sviluppato e illustrato, è normalmente preferibile per la sua semplicità e precisione, mentre quella geometrica, che risolve il problema in via grafica, non consente sufficiente precisione.

Poiché d'altra parte qualcuno potrebbe essere allergico alla trigonometria o essere talmente buon disegnatore da conseguire con le operazioni grafiche risultati molto migliori di

quanto io ritenga, riportiamo in questo capitolo, senza troppi approfondimenti, un procedimento grafico per la costruzione geometrica degli orologi solari nel caso generale, cioè con inclinazione e declinazione qualsiasi (137).

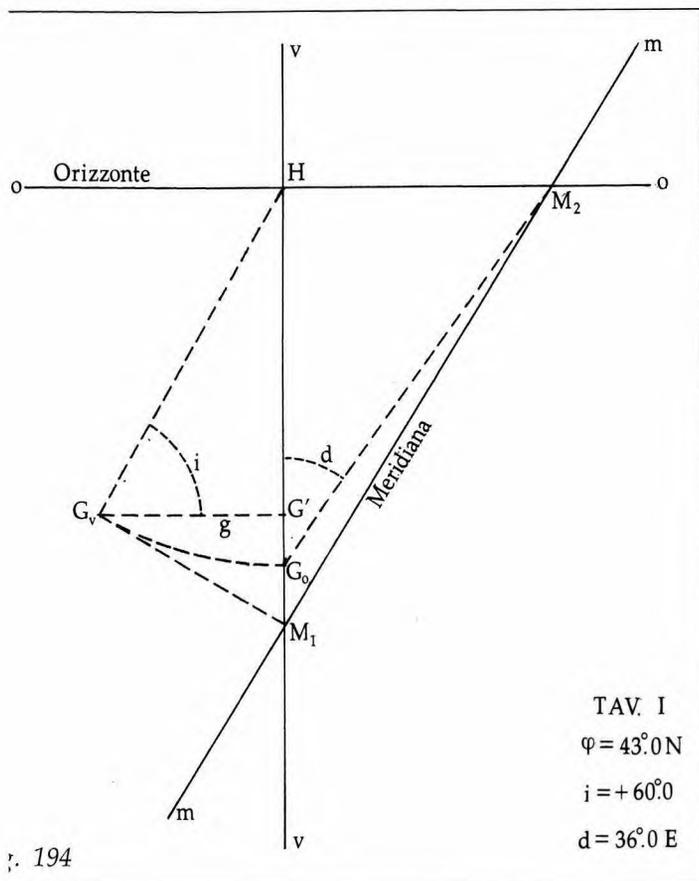
Rimandiamo a quanto già esposto in sede di "soluzione trigonometrica" per quanto si riferisce a definizioni, concetti di base, simboli. Ricordiamo qui soltanto quanto ha tratto con la variabilità dei tre dati che condizionano ogni orologio solare:

- la *latitudine*  $\varphi$  varia da  $0^\circ$  a  $90^\circ$  (138);
- la *declinazione gnomonica*  $d$  varia da  $0^\circ$  a  $180^\circ$  Est e da  $0^\circ$  a  $180^\circ$  Ovest;
- l'*inclinazione*  $i$  varia da  $0^\circ$  a  $+90^\circ$  e da  $0^\circ$  a  $-90^\circ$ .

Quanto allo stilo, in questo tipo di soluzione conviene assumere come dato la lunghezza dell'*ortostilo*  $g$ .

Il piano su cui sviluppiamo la costruzione grafica è naturalmente il *quadro dell'orologio*; su di esso è innestato perpendicolarmente l'*ortostilo*, in cui l'estremità libera è il punto gnomonico  $G$  e l'intersezione con il quadro è la sua proiezione  $G'$ .

Gli altri piani che dovremo considerare nello sviluppo della costruzione sono:



p. 194

(137) Il procedimento che illustriamo si ispira a quello descritto da G. Cicconetti nel suo Trattato di Geodesia e Topografia (bibliografia n. 11).

(138) Anche in questo caso limitiamo lo studio all'emisfero Nord.

- il piano orizzontale che passa per G; la sua intersezione col quadro è la *linea orizzonte oo*;
- il piano verticale che passa per G e contiene l'ortostilo; la sua intersezione con il quadro è la *linea di massima pendenza vv*;
- il piano meridiano che passa per G; la sua intersezione:
  - col quadro è la *linea meridiana mm*;
  - col piano orizzontale è la *linea Nord-Sud sull'orizzonte, detta anche orizzontale-meridiana*;
- il piano equatoriale che passa per G; la sua intersezione col quadro è la *linea equinoziale ee*.

La ricerca degli elementi che costituiscono l'orologio solare procederà nella seguente successione:

- orizzonte e meridiana;
- sustilare e equinoziale;
- linee orarie;
- coniche diurne;
- triangolo stilare.

Naturalmente la costruzione completa può essere sviluppata sul quadro tutta di seguito, ma per dare chiarezza al disegno la divideremo in quattro fasi successive e separate.

L'esempio con cui accompagneremo la descrizione del caso generale presenta i seguenti dati:

- latitudine :  $\varphi = 43^{\circ}.0N$
- declinazione :  $d = 36^{\circ}.0E$
- inclinazione :  $i = + 60^{\circ}.0$
- ortostilo :  $g = 25 \text{ mm}$

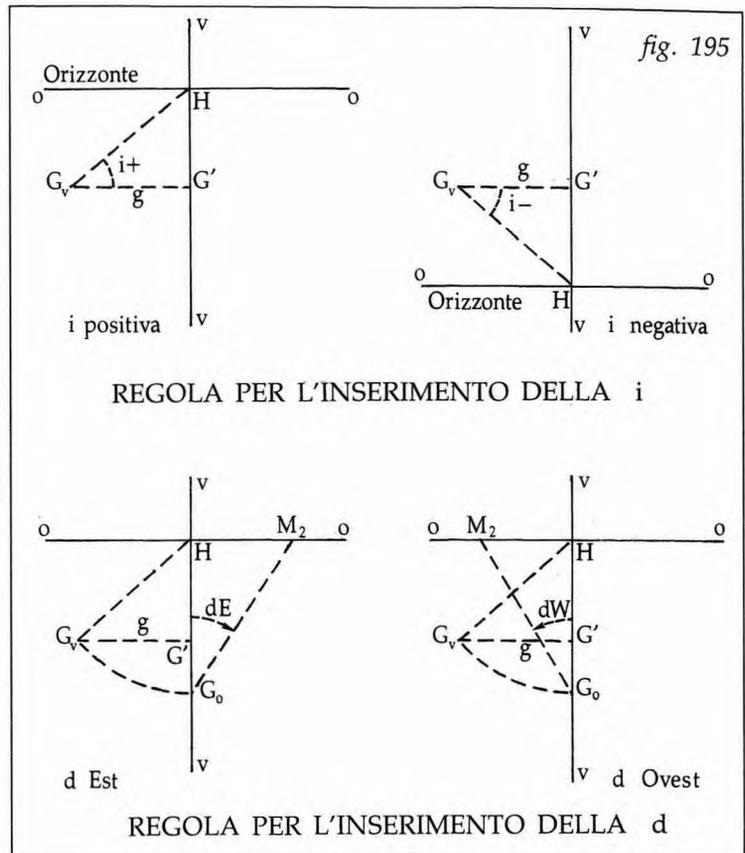
Infine, per completare lo studio, dopo aver descritto la costruzione dell'orologio nel caso generale, esamineremo, come casi particolari, i quadranti orizzontali e verticali, nei quali (come nella soluzione trigonometrica) le operazioni si semplificano perché i dati  $d$  e  $i$  hanno valori particolari.

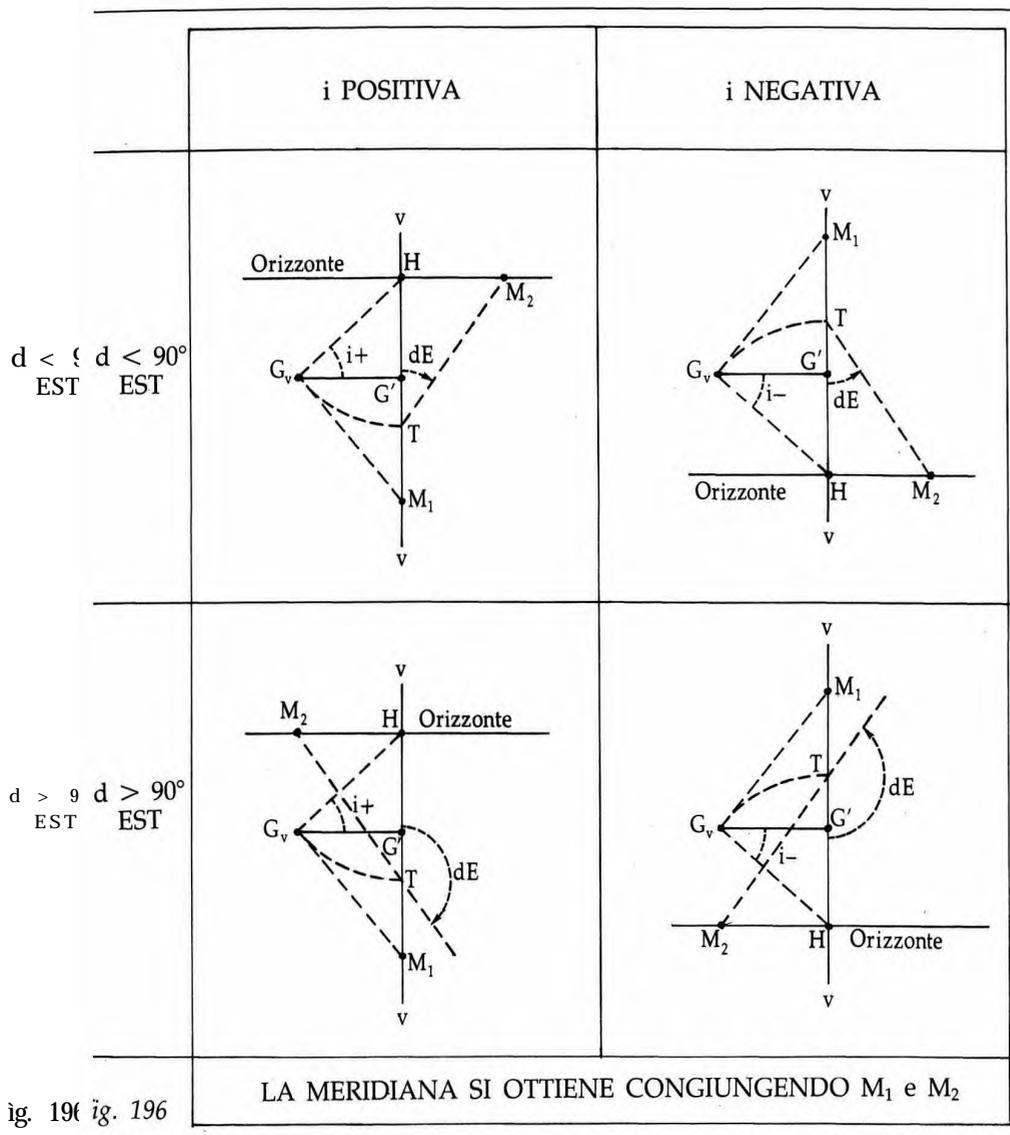
### 86) Il caso generale: orientamento qualsiasi del quadro

#### a) Orizzonte e meridiana

Sia  $G'$  (tav. I, fig. 194) la base dell'ortostilo  $g$ , proiezione del punto gnomonico  $G$  sul quadro, e  $vv$  la linea di massima pendenza del quadro.

Si ribalti  $G$  intorno a  $vv$ , ottenendo  $G_v$  a distanza  $g$  da  $G'$ .





Si conduca da  $G_v$  la retta che forma con  $G_v G'$  un angolo eguale all'inclinazione  $i$ ; l'angolo  $i$  va preso sopra o sotto la  $G_v G'$  secondo che la  $i$  sia positiva o negativa. Nel punto  $H$  in cui detta retta incontra la  $vv$  si conduca la perpendicolare  $oo$  alla  $vv$ ; questa retta  $oo$  è l'orizzonte.

Per tracciare la meridiana ne individuiamo due punti. Anzitutto, poiché il piano meridiano è perpendicolare all'orizzonte e quindi è verticale, un punto lo troviamo conducendo da  $G_v$  la normale a  $G_v H$ ; dove essa incontra la  $vv$  si trova un punto della meridiana, che chiamiamo  $M_1$ .

Il secondo punto  $M_2$  lo ricerchiamo come intersezione della meridiana con l'orizzonte; a tale scopo consideriamo la linea meridiana-orizzontale  $GM_2$ , cioè l'orizzontale Nord-Sud; essa è inclinata sulla  $GH$  di un angolo pari alla declinazione gnomonica  $d$ , perciò per ottenere il secondo punto  $M_2$  della meridiana:

- si ribalti  $G$  intorno  $oo$  in  $G_0$ ;
- si conduca da  $G_0$  la retta inclinata di  $d$  sulla  $G_0 H$ ; tale retta va presa a destra o a sinistra della  $G_0 H$  secondo che  $d$  sia Est o Ovest;

il punto in cui detta retta incontra l'orizzonte  $oo$  è il cercato punto  $M_2$ . La meridiana  $mm$  si ottiene congiungendo  $M_1$  e  $M_2$ .

Le due regole che abbiamo enunciato per l'inserimento della  $i$  e della  $d$  sono illustrate nella figura 195.

Per meglio chiarire le regole da seguire per assecondare i dati, riportiamo nella figura 196 le quattro situazioni che si possono verificare per declinazione Est, a seconda che siano:

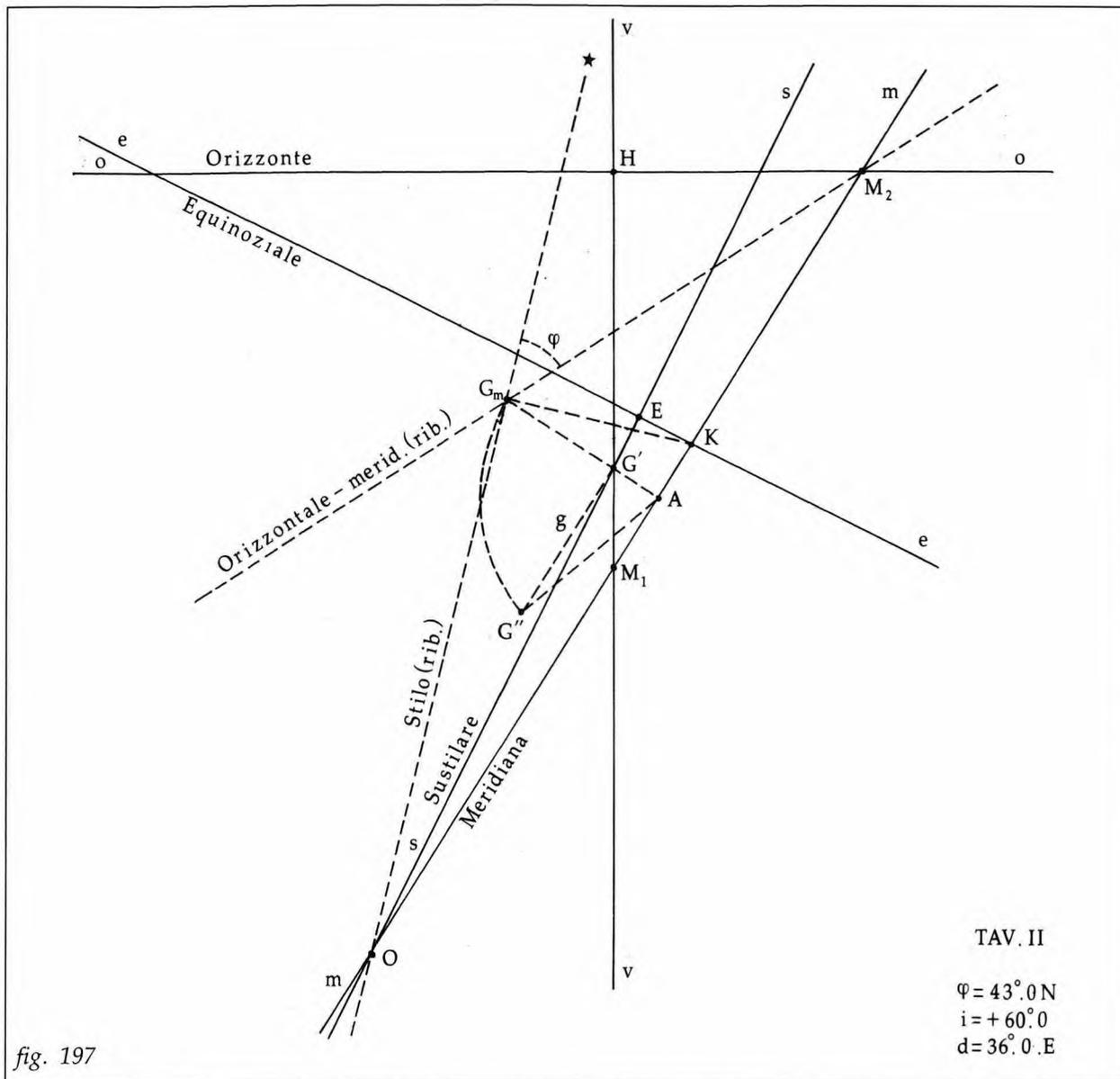
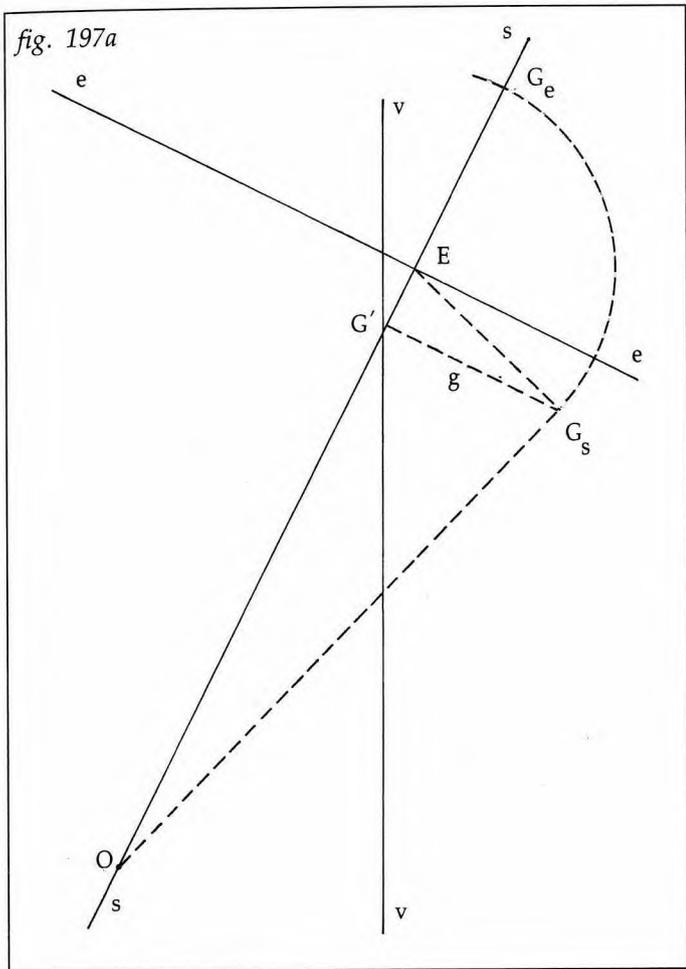


fig. 197

–  $i$  positiva o negativa;  
 –  $d$  minore o maggiore di  $90^{\circ}$ ;  
 i quattro grafici, quando la  $d$  è Ovest, sono simmetrici rispetto alla verticale  $vv$ .

*b) Sustilare ed equinoziale*

La sustilare è la proiezione dello stilo sul quadro, perciò vediamo dapprima come possiamo individuare lo stilo, ricordando che esso è contenuto nel piano del meridiano, passa



per il punto gnomonico  $G$  ed è inclinato sull'orizzonte di un angolo pari alla latitudine  $\varphi$ .

Ribaltiamo il punto gnomonico  $G$  intorno alla meridiana  $mm$  (tav. II, fig. 197); a tal fine tracciamo da  $G'$ :

- la parallela a  $mm$ , su cui da  $G'$  stacciamo la lunghezza dell'ortostilo  $g$  trovando  $G''$ ;
- la normale a  $mm$ , che incontra la  $mm$  in  $A$ .

Con centro in  $A$  e raggio  $AG''$  si intercetta la  $AG'$  trovando  $G_m$  che è il ribaltamento di  $G$  intorno a  $mm$ .

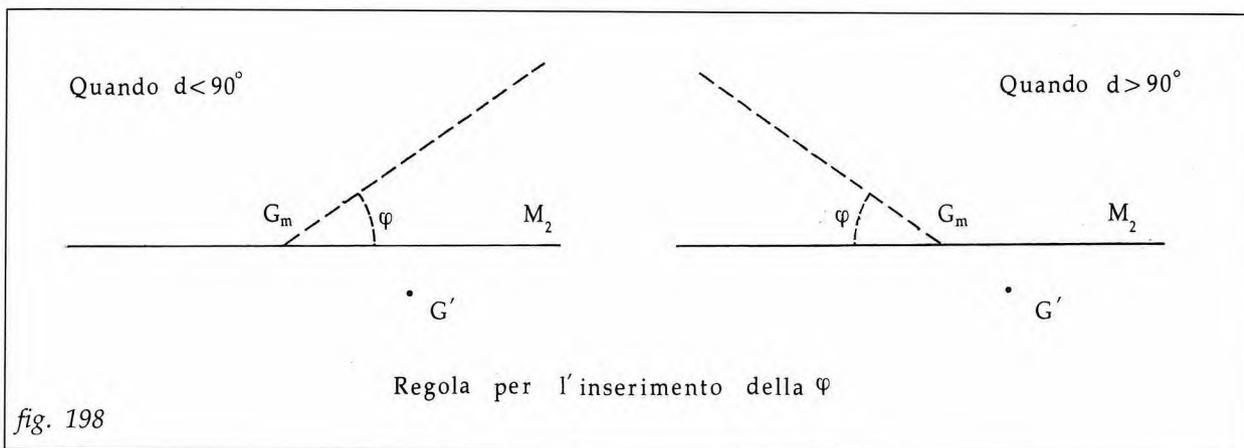
Poiché  $G$  ed  $M_2$  appartengono sia al piano meridiano che al piano orizzontale, la  $GM_2$  è la "orizzontale-meridiana" e la  $G_mM_2$  è il suo ribaltamento intorno  $mm$ ; perciò tracciando da  $G_m$  una retta inclinata di  $\varphi$  al disopra di  $G_mM_2$  troviamo (ribaltata intorno a  $mm$ ) la retta che da  $G$  "punta" al Polo Nord e quindi contiene lo stilo; il punto  $O$  in cui essa incontra la meridiana è il centro dell'orologio.

Si deduce che:

- $OG$  è lo stilo e  $OG_m$  è il suo ribaltamento intorno  $mm$ ;
- $OG'$  è la proiezione dello stilo sul quadro, e quindi è la *sustilare*  $ss$ .

Si dimostra facilmente (dimostrazione omessa) che nel prendere l'angolo  $\varphi$  bisogna seguire la seguente regola (fig. 198):

- $\varphi$  va preso da  $G_m$  verso  $M_2$  se  $d < 90^\circ$ ;
- $\varphi$  va preso da  $G_m$  dalla parte opposta di  $M_2$  se  $d > 90^\circ$ .



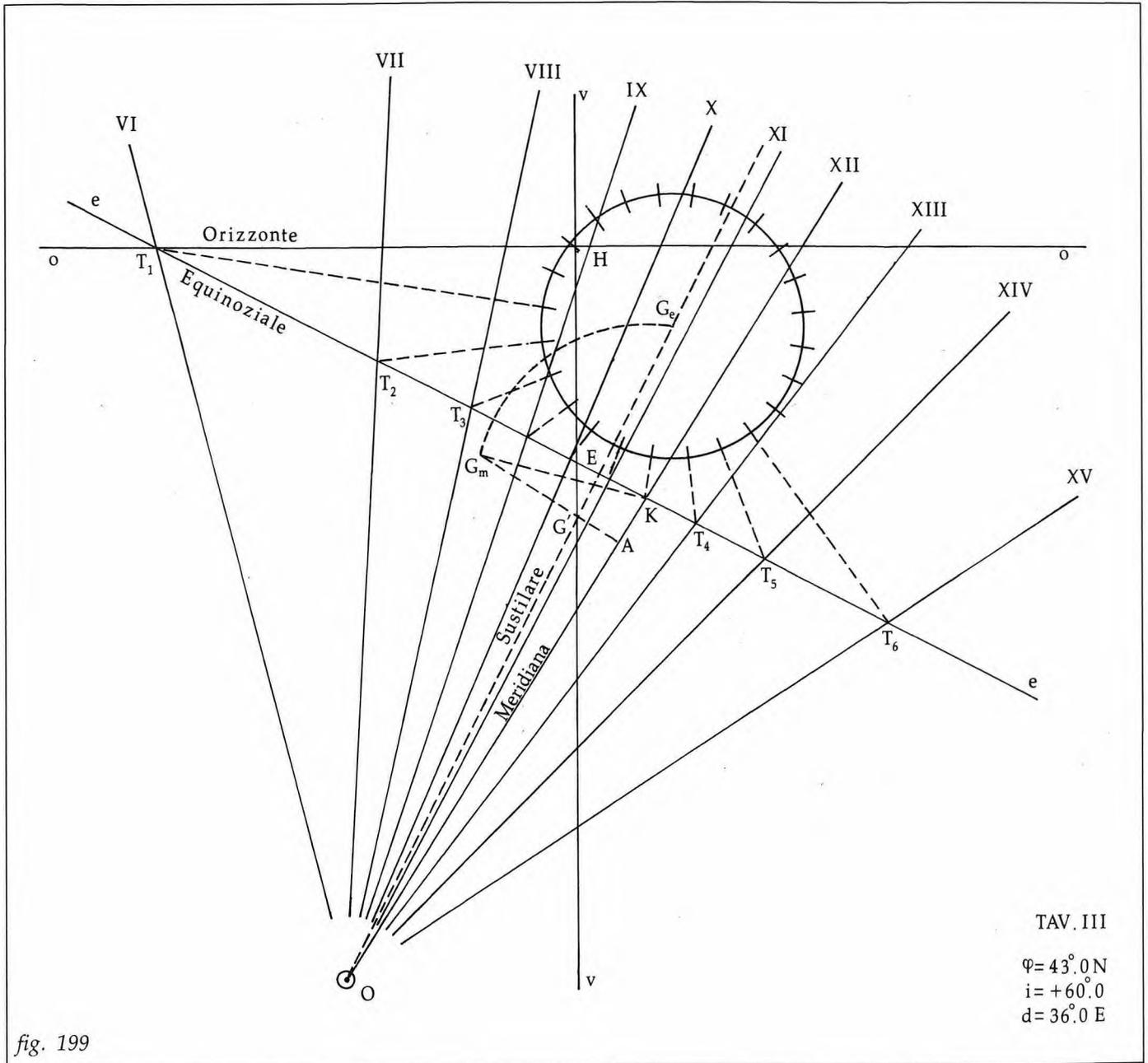


fig. 199

La *linea equinoziale* è perpendicolare alla *sustilare*, perciò per tracciarla basta conoscere un solo punto; a tal fine per  $G_m$  (tav. II, fig. 197) si porti la normale a  $OG_m$  che incontra la meridiana  $mm$  in  $K$ ; l'*equinoziale* passa per  $K$  e la si ottiene tracciando per  $K$  la perpendicolare alla *sustilare*  $OG'$ .

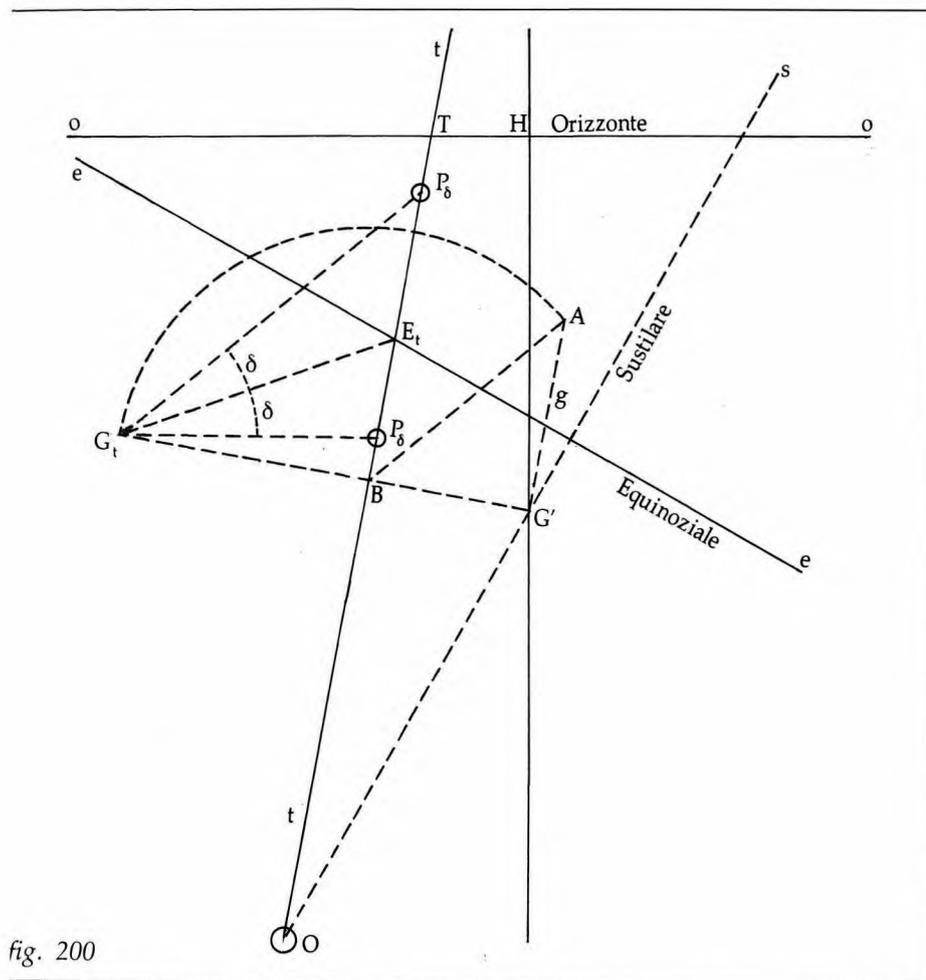


fig. 200

In alternativa, per ottenere l'equinoziale si può anche ribaltare  $G$  intorno alla sustilare  $ss$  ottenendo il punto  $G_s$  (fig. 197a); la perpendicolare a  $OG_s$  per  $G_s$  incontra la sustilare  $ss$  in  $E$ ; la perpendicolare a  $ss$  per  $E$  è l'equinoziale. Con questa costruzione si ottiene anche il triangolo stilare completo  $OEG_s$ .

c) *Semirette orarie*

Le semirette orarie (con "passo" di  $1^h$ ) sono le tracce sul quadro dei semipiani orari, che hanno origine sull'asse polare e distano tra loro di  $15^\circ$ . Le tracce di questi semipiani orari sul piano equatoriale mantengono l'equidistanza di  $15^\circ$ . Allora, per trovare le semirette orarie sul quadro, ribaltiamo il piano equatoriale  $Gee$  intorno alla sua traccia  $ee$  (tav. III, fig. 199). Il punto gnomonico  $G$  si ribalta sulla sustilare nel punto  $G_e$  che dista da  $K$  quanto  $KG_m$  (139, 140); tracciata una circonferenza con centro  $G_e$  e raggio qualsiasi, dividiamola in 24 archi di

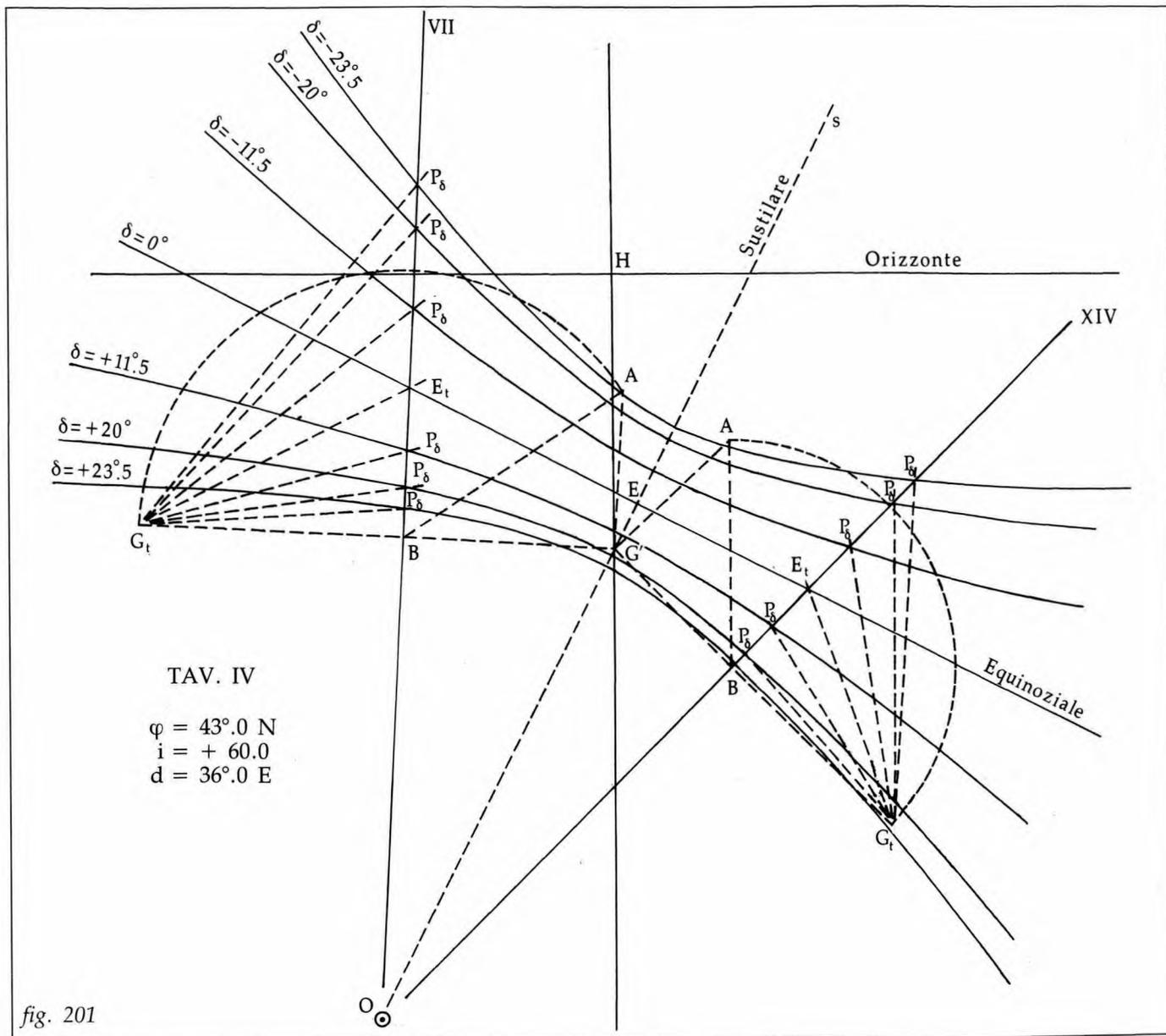
$15^\circ$  ciascuno a partire da  $G_eK$  e conduciamo dal centro  $G_e$  le radiali corrispondenti; queste radiali sono le tracce ribaltate dei semipiani orari sul piano equatoriale, e incontrano l'equinoziale negli stessi punti  $T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6$ , ecc. in cui la incontrano i semipiani orari; poiché, d'altronde, gli stessi semipiani orari passano tutti per  $O$ , le semirette  $OT_1, OT_2, OT_3$ , ecc. sono le cercate linee orarie del nostro orologio, con passo di  $1^h$  (141). Esse possono essere numerate considerando che la  $OK$  è la meridiana e porta il numero  $12^h$  e tenendo conto del senso di rotazione del Sole; si ricorda anche che l'oraria  $6^h$  o  $18^h$  passa per il punto d'incontro tra orizzonte ed equinoziale.

(139) Il ribaltamento di  $G$  intorno  $ee$  si può effettuare anche in altro modo:

- sulla parallela per  $G'$  alla  $ee$  staccare da  $G'$  un segmento  $G'G''$  di lunghezza  $g$ ;
- con centro in  $E$  e raggio  $EG''$  intercettare la sustilare; il punto di intersezione è il cercato punto  $G_e$ .

(140) Se si è già trovato  $G_s$  con la costruzione precedente (fig. 197a), cioè se si è già trovato il triangolo stilare, per avere  $G_e$  basta intercettare la sustilare  $ss$  facendo centro in  $E$  e raggio  $EG_s$ ; questa costruzione mi sembra più "istintiva".

(141) Il "passo" può essere scelto come si vuole, modificando in conseguenza la suddivisione della circonferenza con centro  $G_e$ .



d) *Coniche diurne*

Le coniche diurne si tracciano individuando i punti in cui esse incontrano le varie semirette orarie uscenti dal centro O dell'orologio.

Il principio con il quale si conduce questa costruzione è illustrato nella figura 200, dove tt è una semiretta oraria generica uscente da O, sulla quale vogliamo trovare i punti in cui essa è secata dalla conica diurne di declinazione  $\pm\delta$ .

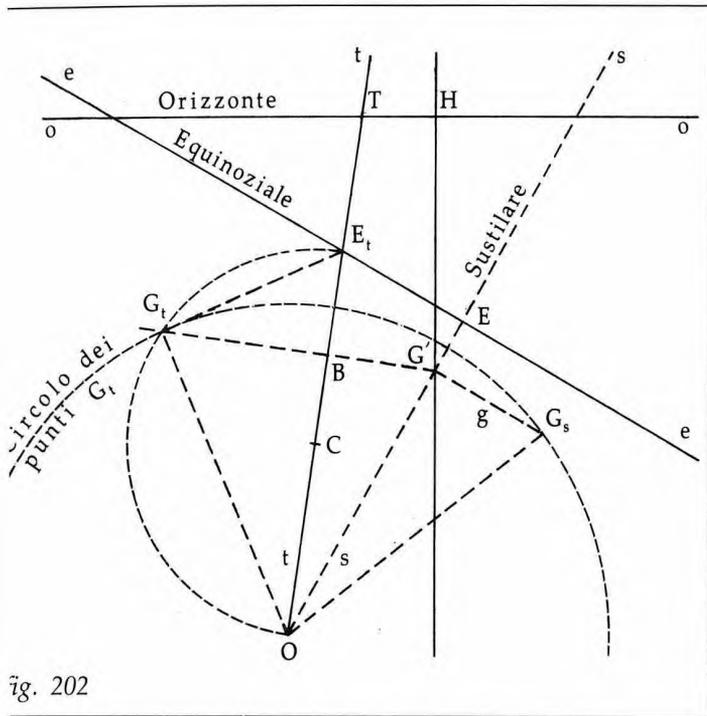


fig. 202

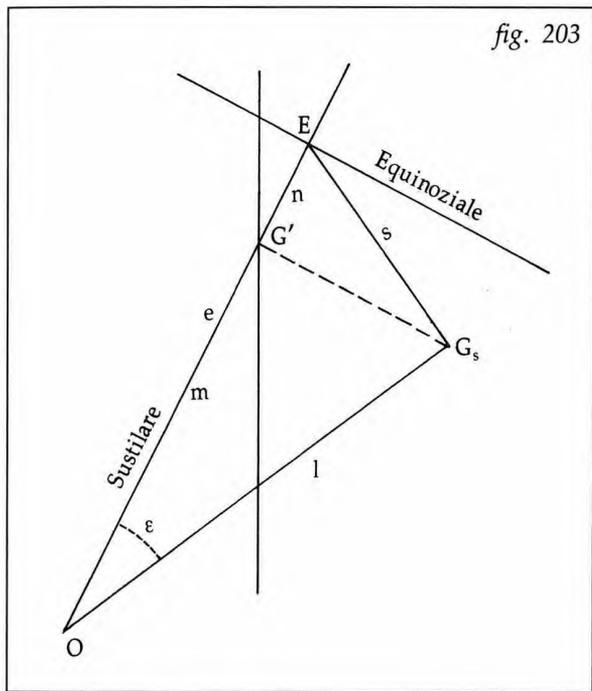


fig. 203

A tale scopo si ribalti intorno alla  $tt$  il punto gnomonico  $G$ ; per far ciò, da  $G'$  conduciamo il segmento  $G'A$  parallelo a  $tt$  e lungo quanto l'ortostilo  $g$ , e sempre da  $G'$  portiamo la perpendicolare alla  $tt$  che incontra  $tt$  in  $B$ .

Con centro in  $B$  e raggio  $BA$  si intercetti la  $G'B$ ; il punto  $G_t$  che così troviamo è il ribaltamento di  $G$  intorno a  $tt$ ; congiunto  $G_t$  con il punto  $E_t$  in cui la  $tt$  incontra l'equinoziale  $ee$ , da entrambe le parti di  $G_tE_t$  si conducano da  $G_t$  le rette inclinate di  $\delta$  sulla  $G_tE_t$ ; i punti  $P_\delta$  in cui queste rette incontrano la  $tt$  sono i due punti cercati, in cui la curva diurna  $\pm\delta$  taglia la  $tt$ .

Ripetendo la costruzione per varie rette  $tt$ , la curva diurna  $\pm\delta$  si può disegnare per punti.

Nella tav. IV (fig. 201) la costruzione (che continua quella delle tavole I - II - III) è sviluppata per trovare i punti  $P_\delta$  su due linee orarie, quelle delle ore VII e XIV, per il tracciamento delle iperboli diurne relative alle declinazioni zodiacali  $\pm 11^\circ.5$ ,  $\pm 20^\circ$ ,  $\pm 23^\circ.5$ .

In pratica converrà fare la costruzione anche sulla sustilare, per rintracciare i vertici delle coniche.

La ricerca dei punti  $G_t$  si può semplificare notando che il segmento  $OG_t$  (figura 201 e 202) è in tutti i casi il ribaltamento del segmento  $OG$ , che è costante (è lo stilo) e quindi i segmenti  $OG_t$  sono di lunghezza fissa, pari a  $OG$ ; in conseguenza tutti i punti  $G_t$  si trovano sul cerchio che ha centro  $O$  e raggio  $OG$ .

Per trovare la lunghezza di  $OG$  basta ribaltare  $G$  intorno alla sustilare  $ss$  in  $G_s$ ;  $OG_s$  è il cercato raggio  $OG$ .

Ogni singolo punto  $G_t$ , relativo a una data retta oraria  $tt$ , si troverà quindi all'intersezione del suddetto cerchio con la perpendicolare per  $G'$  alla retta oraria  $tt$  in questione.

Una ulteriore variante nella ricerca dei punti  $G_t$  si può seguire considerando che l'angolo  $OG_tE_t$  (fig. 202) è necessariamente retto (è l'angolo fra l'asse terrestre e un raggio sul

piano equatoriale); perciò  $G_t$  si trova anche sul cerchio che ha per diametro  $OE_t$ .

e) *Triangolo stilare*

A questo punto, disponendo della sustilare  $e$ , su di essa, del centro dell'orologio  $O$ , della base dello stilo  $G'$  e del punto equinoziale  $E$ , l'individuazione del triangolo stilare completo è del tutto elementare.

Come già fatto nella figura 202, si ribalti  $G$  intorno alla sustilare (fig. 203) ottenendo  $G_s$ : il triangolo  $OEG_s$  è il triangolo stilare, in cui si ritrovano tutti i suoi elementi già individuati in sede di analisi trigonometrica:

- $OG_s$  : stilo  $l$
- $G'G_s$  : ortostilo  $g$
- $OG'$  : sottostilo  $m$
- $G'E$  :  $n$
- $OE$  : distanza equinoziale  $e$
- $G_sE$  :  $z$
- $\widehat{OG_s}$  : elevazione stilo  $\varepsilon$

**87) I casi particolari:  
quadranti orizzontali e verticali**

a) *Quadro orizzontale*

Quando il quadro è orizzontale (inclinazione  $i = 90^\circ$ ) la linea di massima pendenza  $vv$  manca e l'orizzonte va all'infinito. Meridiana  $mm$  e sustilare  $ss$  passano per  $G'$ , coincidono e si identificano con la linea Nord-Sud del piano orizzontale locale. Il quadrante perciò è simmetrico anche rispetto a  $mm$ .

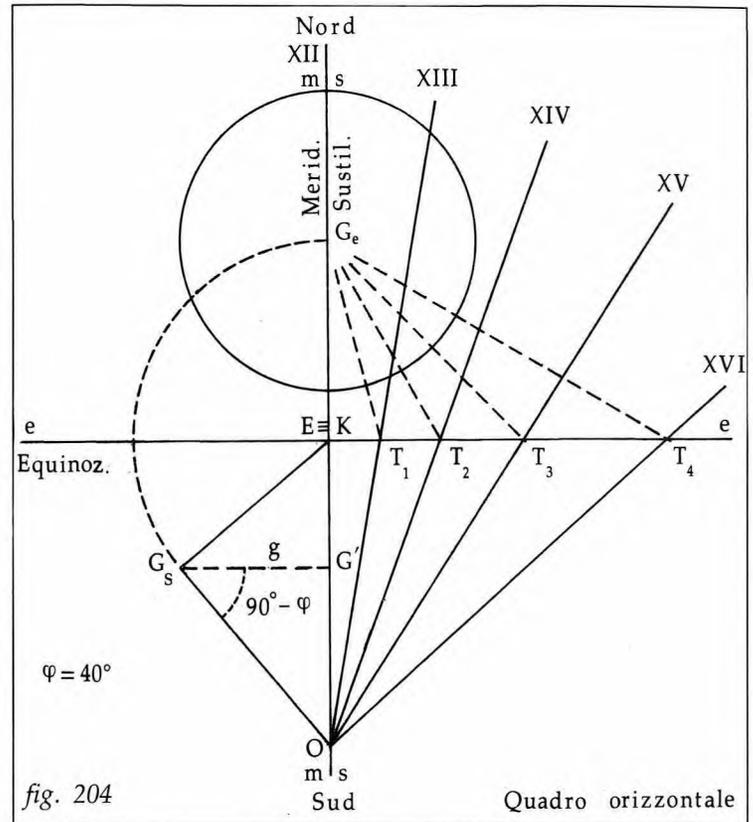
Il triangolo stilare si individua subito (fig. 204), ribaltando  $G$  intorno alla sustilare  $ss$  in  $G_s$ ; conducendo da  $G_s$  verso Sud la retta che forma con  $G_sG'$  l'angolo  $90^\circ - \varphi$  si trova su  $ss$  il punto  $O$ , centro dell'orologio; conducendo poi da  $G_s$  la normale a  $G_sO$  si trova sulla  $ss$  il punto  $E$  che con  $O$  e  $G_s$  completa il triangolo stilare.

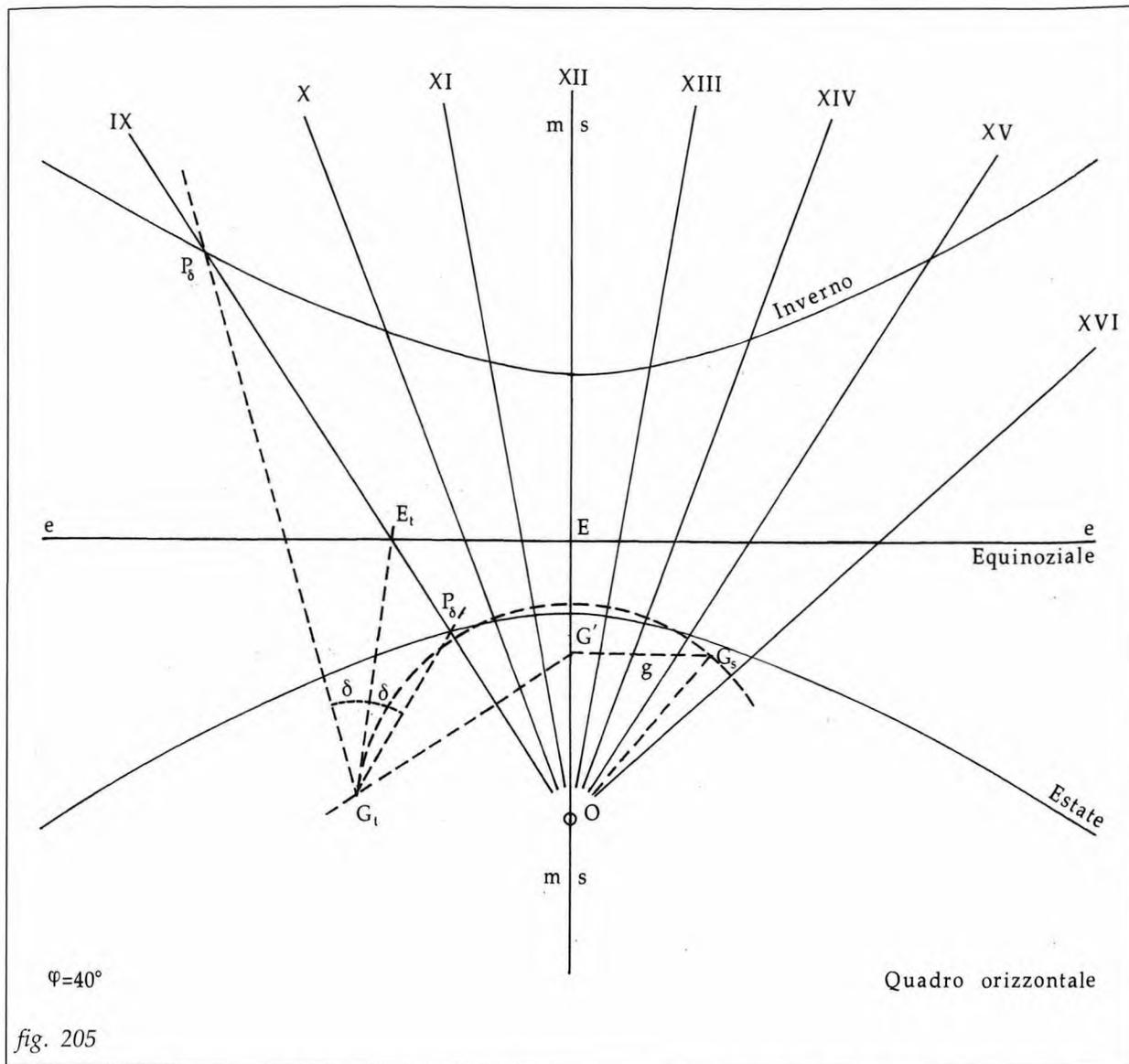
La perpendicolare a  $ss$  per  $E$  è l'equinoziale.

Per disegnare le linee orarie (fig. 204), il punto  $G_e$ , ribaltamento di  $G$  intorno all'equinoziale, si ottiene intercettando  $ss$  con il cerchio di centro  $K \equiv E$  e di raggio  $KG_s$ . Disegnato quindi il cerchio di centro  $G_e$  e raggio arbitrario, lo si suddivide in 24 parti eguali iniziando dal raggio  $G_eK$ , e si procede come nel caso generale (in figura si sono tracciate 4 linee orarie corrispondenti ai punti  $T_1, T_2, T_3, T_4$ ).

Anche per le coniche diurne si procede come nel caso generale. Per ciascuna linea oraria (fig. 205) il punto  $G_t$  si ottiene ribaltando  $G$  intorno alla linea oraria stessa (142); congiunto  $G_t$

(142) Ovvero, come si è visto nel caso generale, tracciando il cerchio dei punti  $G_t$  con centro  $O$  e raggio  $OG_s$ .





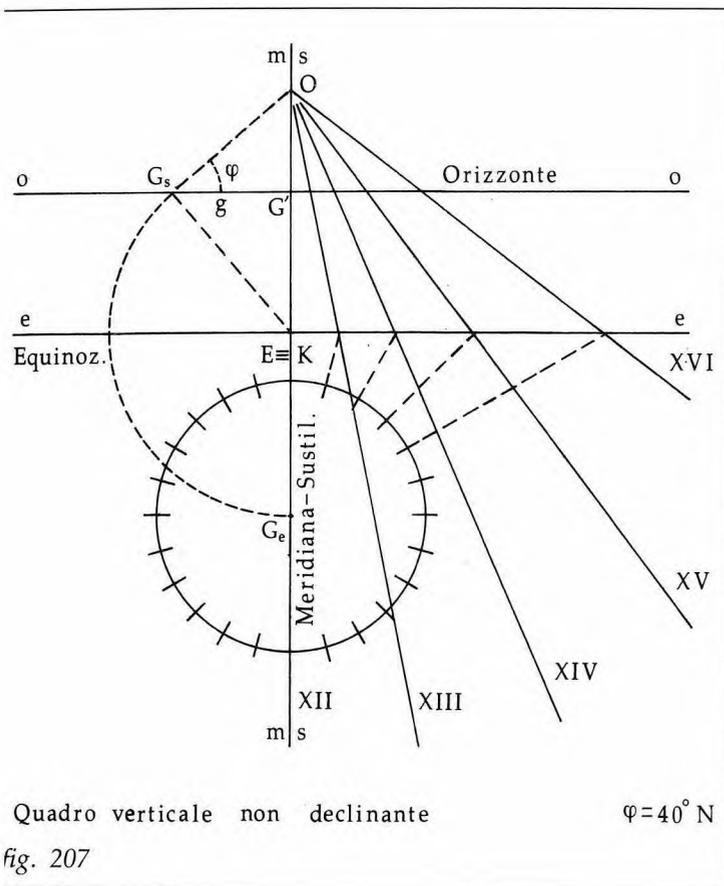
con il punto  $E_t$  in cui l'oraria incontra l'equinoziale, si inclina la  $G_t E_t$  di quanto è  $\pm \delta$ , individuando sulla linea oraria i punti  $P_\delta$  della conica, che si costruisce per punti.

b) Quadro verticale declinante

Come si è visto, è il tipico caso di orologio solare da muro, ed è caratterizzato da inclinazione  $i = 0^\circ$ .

L'orizzonte  $oo$  (fig. 206), in questo caso passa per  $G'$  e la meridiana è verticale (perché il punto  $M_1$  va all'infinito in direzione di  $vv$ ); per avere l'altro punto  $M_2$  della meridiana





(orizzontale); dove essa incontra la  $mm$  vi è il punto  $O$ , centro dell'orologio. La  $OG'$  è la sustilare  $ss$ .

La perpendicolare alla  $OG_m$  per  $G_m$  incontra la meridiana  $mm$  nel punto  $K$ , e la perpendicolare alla sustilare  $ss$  per  $K$  è l'equinoziale  $ee$ .

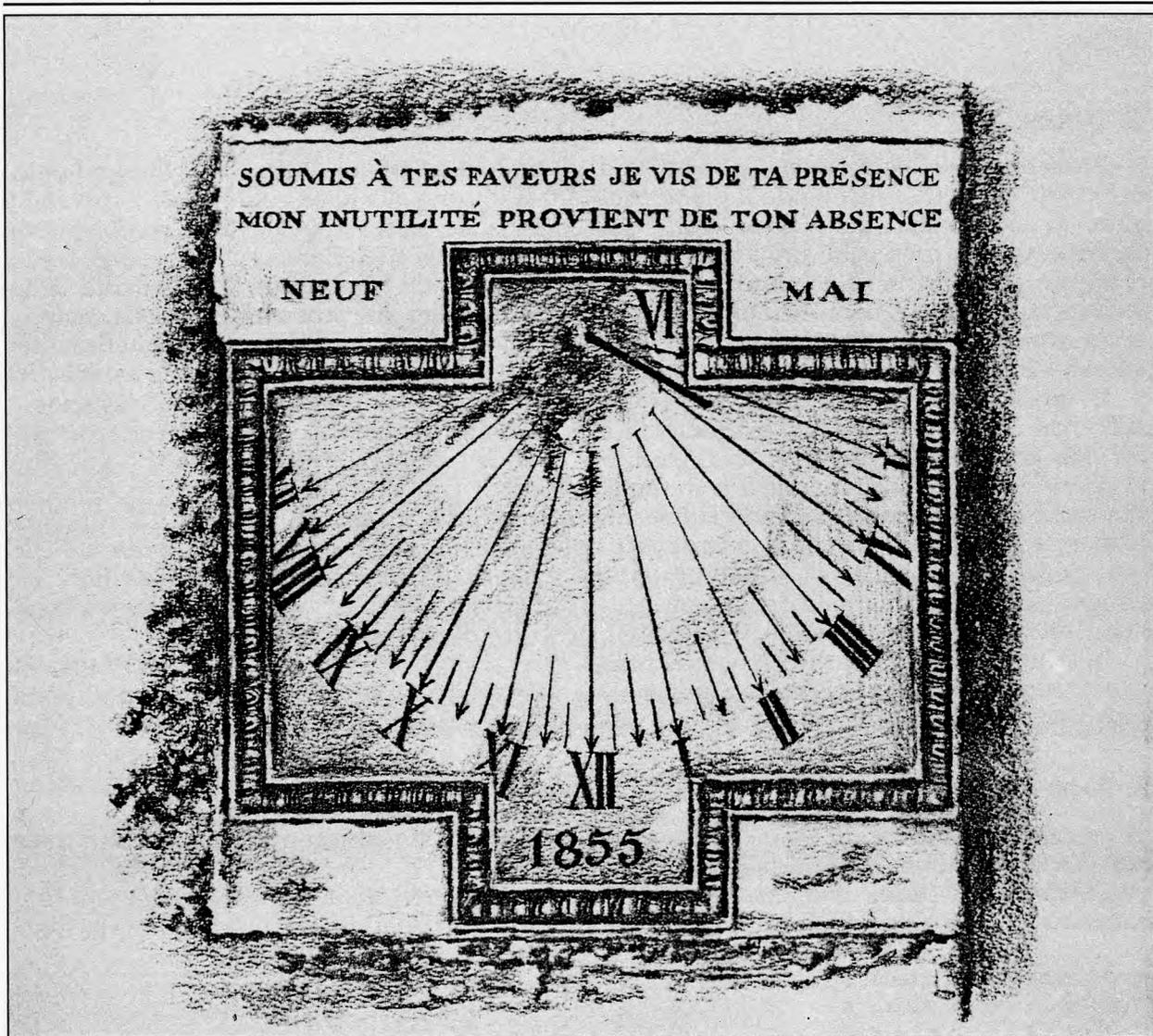
Per tracciare le linee orarie ribaltiamo  $G$  intorno all'equinoziale  $ee$ , ottenendo  $G_e$  come intersezione di  $ss$  con il cerchio di centro  $K$  e raggio  $KG_m$ .  $G_e$  è il centro della circonferenza di raggio arbitrario che serve per il tracciamento delle linee orarie, come indicato nel caso generale.

Anche per il tracciamento delle coniche diurne si seguono le norme indicate per il caso generale.

c) *Quadro verticale diretto (non declinante)*

Nel caso in cui oltre che  $i = 0^\circ$  sia anche  $d = 0^\circ$  (quadro verticale diretto), la meridiana oltre che essere verticale passa per  $G'$  e diviene asse di simmetria del quadro. La costruzione dell'orologio (sino alle linee orarie) si presenta come nella figura 207.

Si noti che la costruzione evidenzia subito il triangolo stilare  $OEG_s$ , in cui  $G_s$  è il ribaltamento di  $G$  intorno  $ss$ .



52

52, Semplice orologio verticale con le sole linee orarie, tracciato nel 1855 su un muro di La Salle (Valle d'Aosta).

## CAP. XX - DIVAGAZIONI GEOMETRICHE SULLE LINEE ORARIE

88) *Generalità*

Trattando della costruzione geometrica degli orologi solari si è visto che il disegno delle linee orarie si effettua ribaltando il piano equatoriale intorno alla linea equinoziale e trovando quindi le intersezioni delle linee orarie sull'equinoziale stessa. Anche in passato questa soluzione veniva pressoché universalmente seguita da quei meridianisti che avevano scelto procedure geometriche per i loro lavori. Peraltro la grande importanza e popolarità della gnomonica e il conseguente continuo lavoro degli scienziati sui problemi di questa materia hanno prodotto una vastissima gamma di elaborazioni per il tracciamento geometrico dei quadranti e in particolare delle linee orarie.

In questo capitolo riportiamo, come divertenti curiosità, alcune di queste "divagazioni" sulle linee orarie. Per semplicità limitiamo l'esposizione al caso del quadrante orizzontale, lasciando al lettore il facile compito di giudicare quando e come le stesse soluzioni si possono estendere ai quadranti verticali o comunque orientati; tale estensione, quando è valida, è elementare e si effettua sostituendo la linea meridiana con la linea sustilare, l'ora 12<sup>h</sup> con l'ora sustilare, e la latitudine  $\varphi$  con l'elevazione  $\varepsilon$  dello stilo. Peraltro occorre tenere presente che anche quando l'estensione di queste procedure ai quadranti generici è teoricamente fattibile, in questi casi normalmente le ore equamente distanziate di 15° in 15° dalla sustilare non sono le ore intere, e ciò può rendere le soluzioni descritte di scarso valore pratico.

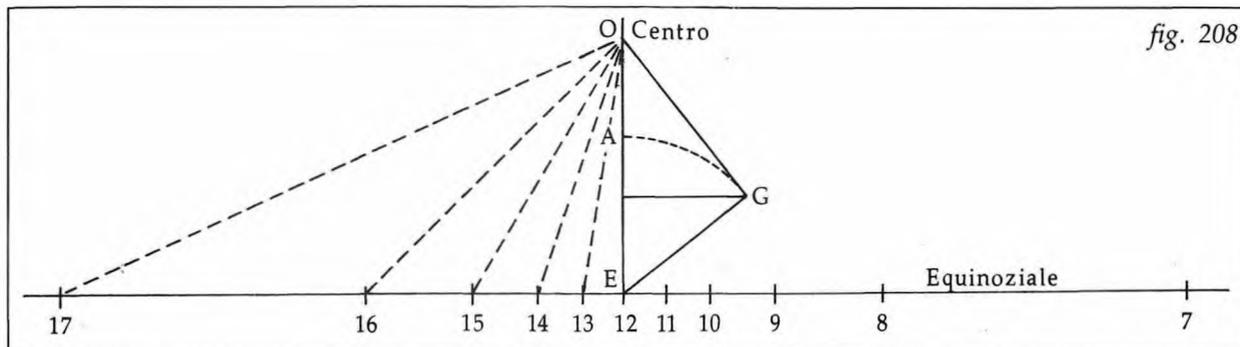
Inoltre, contrariamente alla nostra prassi, pur avendole verificate non riportiamo le dimostrazioni dei procedimenti, sia per motivi di brevità sia perché in molti casi esse sono elementari.

89) *Relazioni tra gli intercetti delle linee orarie*

Anzitutto evidenziamo alcune relazioni particolari che si verificano tra gli intercetti delle linee orarie sulla linea equinoziale (fig. 208).

Chiamando i punti di intersezione con gli stessi numeri delle rispettive linee orarie e ribaltando intorno all'equinoziale il punto gnomonico G in A si hanno le seguenti relazioni:

distanza 7 - 8 eguale a	8 - A
distanza 7 - 8 eguale a	9 - 15
distanza 7 - 8 eguale a	8 - 13
distanza 7 - 10 eguale al doppio di	9 - 14
distanza 7 - 11 eguale al doppio di	8 - 12
distanza 7 - 15 eguale al triplo di	9 - 14
distanza 8 - 10 eguale a	10 - A
distanza 8 - 10 eguale a	10 - 14
distanza 8 - 10 eguale a un terzo di	8 - 16
distanza 8 - 10 eguale al doppio di	10 - 12
distanza 8 - 12 eguale al triplo di	10 - 12
distanza 8 - 13 eguale a	9 - 15
distanza 8 - 16 eguale al triplo di	10 - 14
distanza 9 - 12 eguale a	12 - A

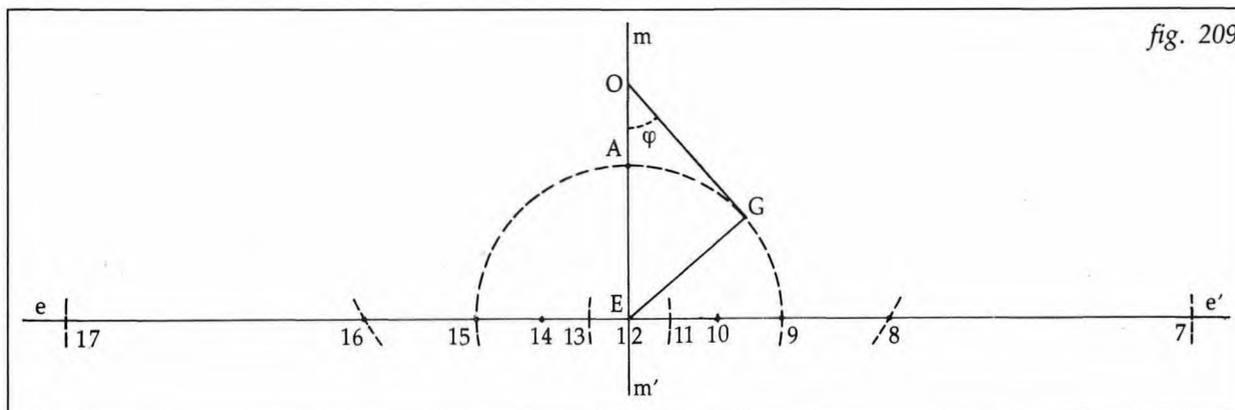


**90) Prima costruzione geometrica alternativa delle linee orarie**

Su un piano orizzontale si prenda una retta  $mm'$  come linea meridiana (fig. 209), su di essa si costruisca il triangolo stilare ribaltato  $OGE$  e per  $E$  si tracci l'equinoziale  $ee'$ . Da  $E$  si riporti verso  $O$  la lunghezza  $EG$  trovando il punto  $A$ . Si trovano ora le semirette orarie (che partono tutte da  $O$ ) individuando i punti in cui esse intercettano l'equinoziale, nel seguente modo:

- ore 9 e 15: dal punto  $E$  si prendono, da entrambe le parti, le distanze pari a  $EA$  (o  $EG$ );
- ore 8 e 16: si intercetta l'equinoziale, da entrambe le parti di  $E$ , facendo centro in  $A$  con raggio pari al doppio di  $EA$  (o doppio di  $EG$  o pari a 9-15);
- ore 7 e 13: si intercetta l'equinoziale, da entrambe le parti di  $E$ , facendo centro nel punto 8 e raggio ancora pari al doppio di  $EA$  (o doppio di  $EG$  o pari a 9-15);
- ore 11 e 17: si intercetta l'equinoziale, da entrambe le parti di  $E$ , facendo centro nel punto 16 e raggio ancora pari al doppio di  $EA$  (o doppio di  $EG$  o pari a 9-15);
- ore 10 e 14: si prende sull'equinoziale, a partire da  $E$ , a destra il segmento  $E-10$  pari a un terzo di  $E-8$ , a sinistra il segmento  $E-14$  pari a un terzo di  $E-16$ .

Le linee orarie si tracciano congiungendo il centro  $O$  dell'orologio con i punti orari così individuati sull'equinoziale; il diagramma si completa con le linee orarie 6 e 18, che sono ovviamente parallele all'equinoziale.



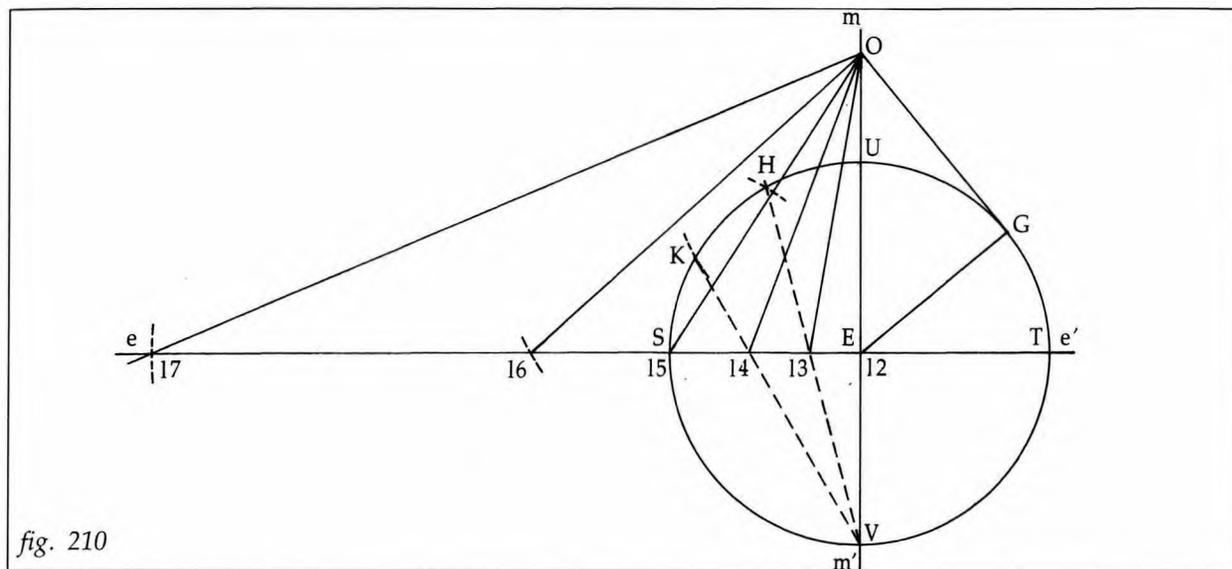


fig. 210

### 91) Seconda costruzione geometrica alternativa delle linee orarie

Su un quadro orizzontale si prenda una retta  $mm'$  come linea meridiana (fig. 210), su di essa si costruisca il triangolo stilare ribaltato  $OGE$  e per  $E$  si tracci l'equinoziale  $ee'$ . Con centro  $E$  e raggio  $EG$  si tracci il cerchio  $USVT$ . Si trovano ora le semirette orarie (che partono tutte da  $O$ ) individuando i punti in cui esse intercettano l'equinoziale, nel seguente modo:

- ora 13: con centro  $S$  e raggio  $EG$  si taglia in  $H$  l'arco  $SU$ ; si congiunge  $H$  con  $V$ , e il punto 13 in cui la  $HV$  taglia l'equinoziale è il punto cercato;
- ora 14: con centro  $U$  e raggio  $EG$  si taglia in  $K$  l'arco  $SU$ ; si congiunge  $K$  con  $V$ ; il punto 14 in cui  $KV$  taglia l'equinoziale è il punto cercato;
- ora 15: il punto cercato è  $S$ ;
- ora 16: con centro  $K$  e raggio  $EG$  si taglia l'equinoziale in 16 che è il punto cercato;
- ora 17: da 16 si riporta sull'equinoziale verso  $e$  un segmento doppio di  $EG$  trovando il punto 17, che è il punto cercato.

I punti delle ore 11, 10, 9, 8, 7 sono simmetrici a quelli trovati rispetto ad  $E$ . Le linee orarie si tracciano congiungendo il centro  $O$  dell'orologio con i punti così individuati sull'equinoziale.

Le linee orarie 6 e 18 sono parallele all'equinoziale per  $O$ . Le linee orarie 5 e 19 sono i prolungamenti delle linee orarie 17 e 7.

### 92) Terza costruzione geometrica alternativa delle linee orarie (145)

Su un quadro orizzontale vi siano (fig. 211) la meridiana  $OM$  e il triangolo stilare  $OGE$ ,

(145) Questa costruzione verrebbe attribuita al meridianista inglese del XVIII sec. James Ferguson (1710-1776), ma non ho elementi per confermarlo.



### Costruzione delle scale

Le scale da predisporre sono due:

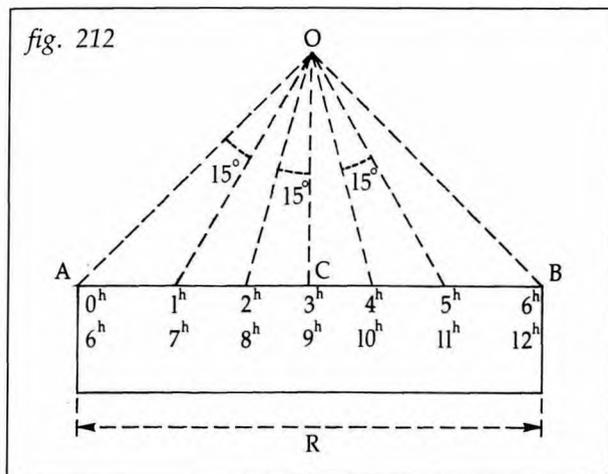
- una scala delle ore;
- una scala delle latitudini.

La *scala delle ore* si costruisce (fig. 212) su un regolo AB di data lunghezza R (che diventa il parametro dello strumento); si traccia il triangolo rettangolo isoscele AOB e nel settore di  $90^\circ$  AOB si tracciano i raggi inclinati di  $15^\circ$  tra loro; i punti in cui questi raggi incontrano la retta AB si numerano con le ore come indicato in figura (siccome la scala è simmetrica rispetto al centro C, una o entrambe le graduazioni possono essere rovesciate senza danno); gli intervalli fra le ore si dividono analogamente in intervalli minori, ad esempio di 5 minuti.

La *scala delle latitudini* si costruisce con la formula:

$$x = \frac{R \operatorname{sen} \varphi}{\sqrt{1 + \operatorname{sen}^2 \varphi}}$$

in cui R è la lunghezza della precedente scala delle ore e  $\varphi$  è la latitudine, da far variare tra  $0^\circ$  e  $90^\circ$ . In via sommaria il valore di



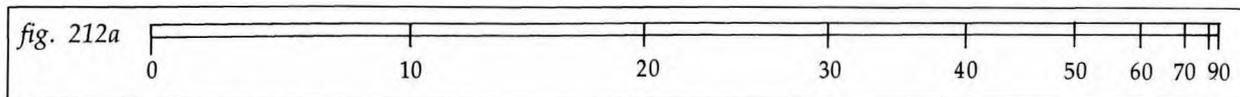
$$\frac{\operatorname{sen} \varphi}{\sqrt{1 + \operatorname{sen}^2 \varphi}}$$

risulta come segue:

$\varphi$	x
0	0.000
10	0.171
20	0.324
30	0.447
40	0.541

$\varphi$	x
50	0.608
60	0.655
70	0.685
80	0.702
90	0.707

per cui la scala delle latitudini (che può essere riportata sullo stesso regolo della scala delle ore) assume un aspetto di questo tipo:



Osserviamo che il valore di x per  $\varphi = 90^\circ$  è

$$\frac{R}{\sqrt{2}},$$

e quindi la lunghezza totale della scala delle latitudini da  $0^\circ$  a  $90^\circ$  è pari alla lunghezza del lato AO del triangolo AOB della figura 212.

Uso delle scale

Esaminiamo dapprima il caso del *quadro orizzontale*; si abbiano (fig. 213) il centro dell'orologio O, la linea delle 12<sup>h</sup> (meridiana e sustilare) e la linea delle ore 6<sup>h</sup>-6<sup>h</sup>, perpendicolare per O alla meridiana.

Con la "scala delle latitudini" si riporti il valore di x corrispondente alla latitudine φ del luogo sulle due orarie delle 6<sup>h</sup> a partire da O trovando M e N. Si disponga ora il regolo delle ore AB una volta in modo che una estremità sia su M e l'altra sulla meridiana, e una volta in modo che una estremità sia su N e l'altra sulla meridiana; congiungendo O con le tacche orarie sulla scala delle ore si ottengono le linee orarie (147).

Nel caso di quadrante *comunque inclinato declinante* si opera analogamente sostituendo la latitudine φ con la elevazione ε dello stilo, e la meridiana e l'oraria 6<sup>h</sup>-6<sup>h</sup> con la sustilare e la sua perpendicolare per O. Pertanto occorre individuare dapprima gli elementi fondamentali dell'orologio:

- ε elevazione dello stilo
- σ angolo sustilare
- t<sub>o</sub> ora sustilare.

Si determinano quindi i Δt delle ore che si vogliono segnare rispetto alla sustilare (Δt = t - t<sub>o</sub>), e si tracciano sul quadro (fig. 214):

- il centro dell'orologio O;
- la sustilare (inclinata di σ sulla verticale);
- la retta PQ, perpendicolare per O alla sustilare.

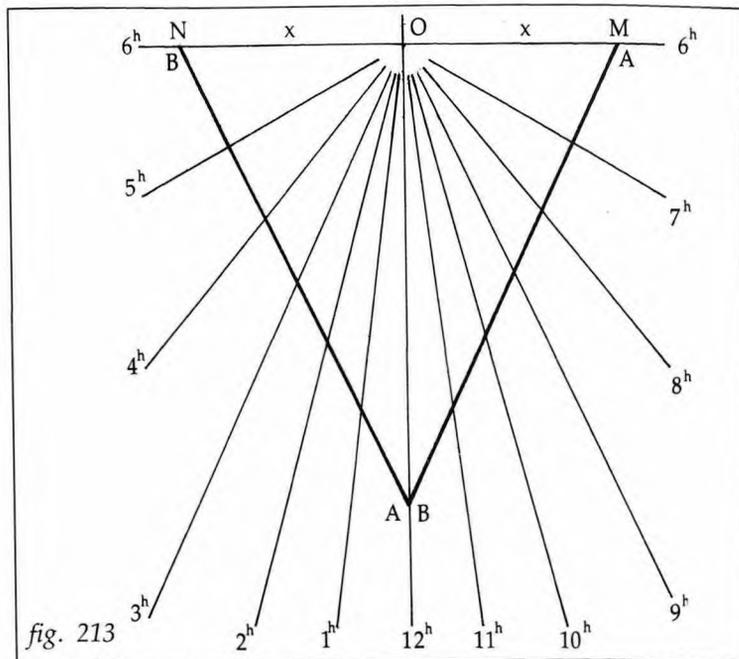
Si prendono poi sulla PQ i punti MN che distano da O quanto è la ε presa sulla scala delle latitudini. Ciò fatto si dispone la scala delle ore in modo che una estremità stia su M (o N) e l'altra tocchi la sustilare come indicato in figura.

Naturalmente delle quattro possibili posizioni si useranno quelle utili, in relazione alle ore limiti.

Congiungendo O con le graduazioni Δt prese sulla scala delle ore si ottengono le linee orarie.

Da entrambi i lati della sustilare si userà la scala 0<sup>h</sup> - 6<sup>h</sup> da A a M (e N) per le orarie con i Δt < 6<sup>h</sup>, e la scala 6<sup>h</sup> - 12<sup>h</sup> da M (e N) a B per i Δt > 6<sup>h</sup>.

Per stabilire da quale parte della sustilare si debbono portare i vari Δt, basta ricordare che le ore aumentano o diminuiscono in senso orario secondo che ε sia positivo o negativo. Infine le linee orarie ottenute si numerano secondo i Δt da cui originano.



(147) Si noti l'analogia di questa costruzione con quella indicata nel paragrafo seguente sotto il titolo "Tracciamento delle linee orarie poco inclinate sull'equinoziale", 2° caso.



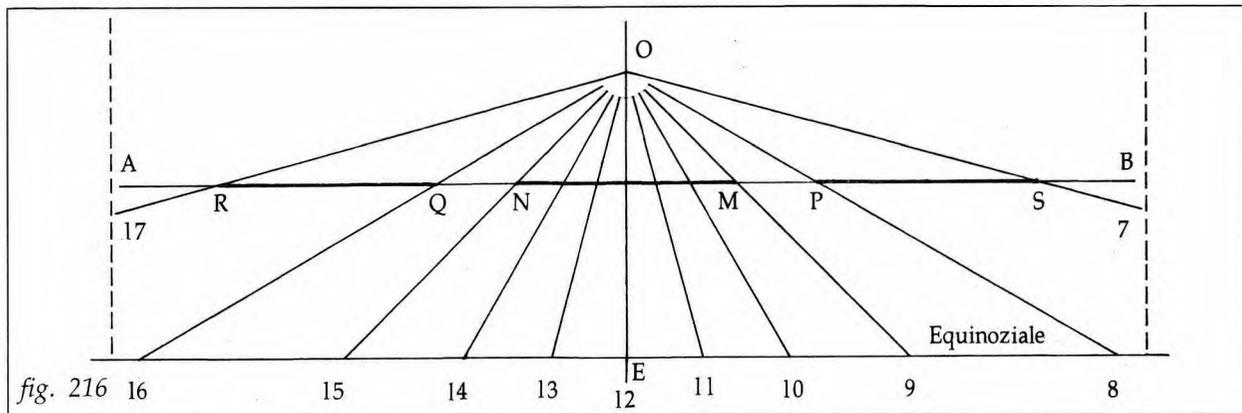
Per ovviare a questo inconveniente i meridianisti “geometrici” del passato hanno escogitato vari “trucchi”, alcuni dei quali esponiamo in questo paragrafo.

a) Quando le linee orarie delle 7<sup>h</sup> e delle 17<sup>h</sup> non intercettano l’equinoziale entro i limiti del disegno si può seguire la seguente procedura (fig. 216):

- si traccia una parallela AB all’equinoziale, a distanza arbitraria minore di OE, che intercetta le orarie 9 e 15 nei punti M e N, e le orarie 8 e 16 nei punti P e Q;
- si prende la distanza MN e la si riporta sulla parallela AB a partire da Q verso A trovando R, e a partire da P verso B trovando S;
- congiungendo O con R e con S si hanno le orarie 17 e 7.

La dimostrazione si ricava dalle relazioni tra gli intercetti delle linee orarie esposte nel precedente par. 89.

b) Un altro di questi “trucchi” si può usare quando su un quadro orizzontale si abbiano le orarie 12, 13, 14, 15 e si vogliano tracciare le orarie 16 e 17, che intercettano l’equinoziale fuori dal disegno (fig. 217).



Per un qualsiasi punto S dell’oraria 15 (o 9 se si opera nella zona antimeridiana del quadro) si traccia la retta NM simmetrica della 15, cioè parallela all’oraria 9; siano B e C i punti in cui questa retta incontra le orarie 14 e 13. Da S verso M si riportano le distanze SB e SC ottenendo i punti B’ e C’. Congiungendo il centro O con B’ e C’ si hanno le orarie 16 e 17 (eventualmente, per controllo, dalla oraria 12 si può ottenere in modo analogo l’oraria 18).

c) Quest’altra costruzione, di concetto e impiego analoghi alla precedente e talvolta usata nel passato, viene ancora riportata, inspiegabilmente, da autori contemporanei come metodo normale (sic!) per la costruzione degli orologi orizzontali.

Su un quadro orizzontale si abbiano (fig. 218) la meridiana OM, il triangolo stilare OGE, l’equinoziale ee’ e l’oraria delle 6-18 ad essa parallela.

Da E si riporti EG sulla meridiana trovando A; con centro A e raggio arbitrario si disegni un cerchio e su di esso a partire dalla meridiana e da entrambe le parti si prendano tre archi consecutivi di 15°; i raggi per i punti di divisione incontrano la equinoziale nei punti 9, 10, 11

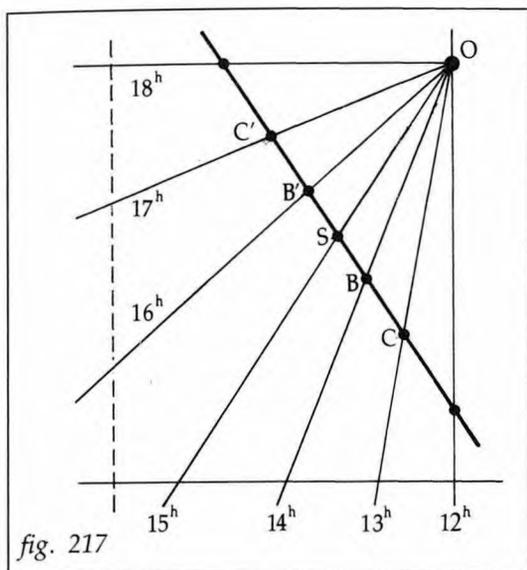


fig. 217

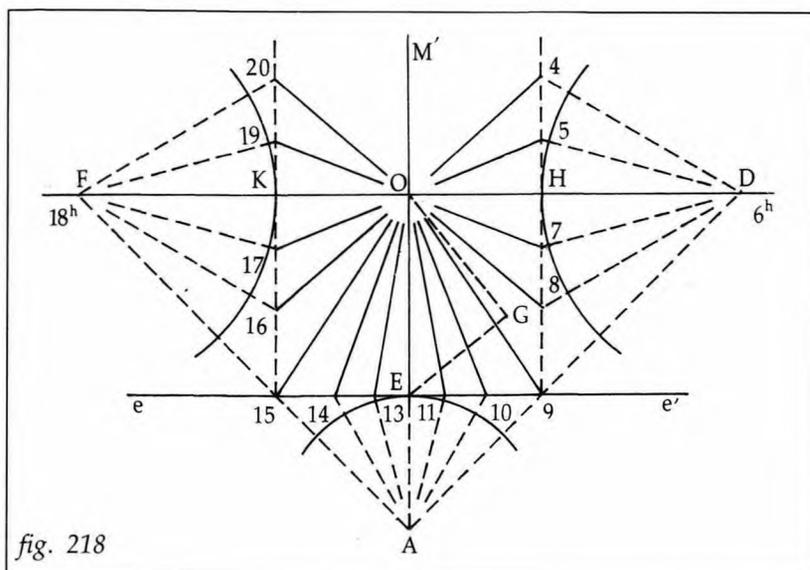


fig. 218

e 13, 14, 15 che, congiunti con il centro O danno le corrispondenti linee orarie dalle 9<sup>h</sup> alle 15<sup>h</sup>.

E sin qui nulla di nuovo.

Si prolunghino ora i raggi A-9 e A-15 sino a incontrare in D e F le orarie delle 6 e delle 18; dai punti 9 e 15 si traccino le parallele alla meridiana 9-H e 15-K. Prendendo D e F come centri si ripeta la costruzione già fatta con centro A, iniziando a contare gli archi di 15° dalle orarie 6 e 18; sulle rette 9-H e 15-K si trovano così i punti orari che, congiunti con il centro O dell'orologio danno la serie di orarie 4, 5, 6, 7, 8 e la serie di orarie 16, 17, 18, 19, 20, come indicato nella figura.

La dimostrazione è semplice, e si può effettuare considerando la similitudine dei triangoli OK 16 e OEB.

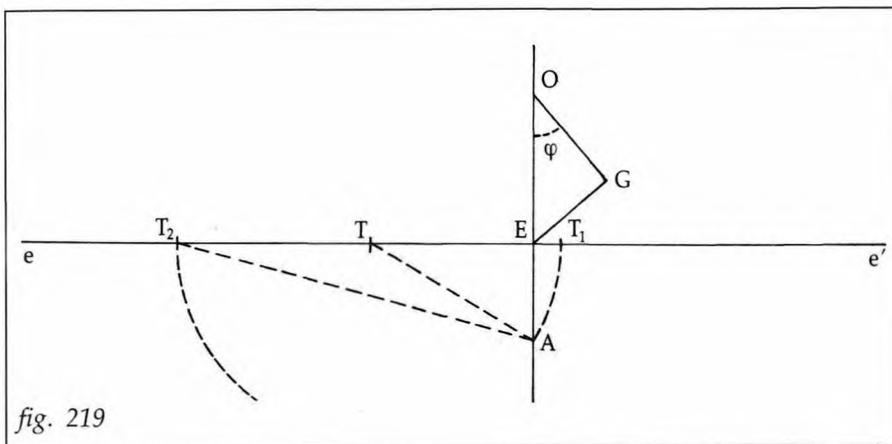


fig. 219

### 95) Tracciamento rapido delle linee orarie delle mezze ore e dei quarti d'ora

Su un quadro orizzontale si abbiano (fig. 219) la meridiana OE, il triangolo stilare OGE e l'equinoziale  $ee'$ . Sia A il ribaltamento di G sulla meridiana intorno all'equinoziale; A è il "centro dell'equatore", da cui si tracciano i raggi di 15° in 15° per trovare i punti orari sull'equinoziale.

Si prenda sull'equinoziale il

punto orario  $T$  relativo a un'ora *intera dispari* e si riporti la distanza  $TA$  sull'equinoziale da entrambe le parti di  $T$ , trovando i punti  $T_1$  e  $T_2$ ; questi due punti sono i punti orari di due mezz'ore, le cui linee orarie si ottengono unendo  $T_1$  e  $T_2$  con il centro  $O$ . Ripetendo l'operazione con i punti orari di tutte le *ore dispari* si completa il fascio delle linee orarie delle mezz'ore.

Eseguendo l'operazione partendo dai punti orari delle mezz'ore si ottengono i punti orari dei minuti 15 e 45 di ogni ora.

Questa costruzione è valida solo se l'ora della sustilare è un'ora intera; quindi vale per i quadri orizzontali, per quelli verticali diretti, e in generale per tutti i quadri diretti; non vale invece per i quadri declinanti, salvo circostanze fortuite che attribuiscono all'ora sustilare un valore intero di ore.

La dimostrazione della costruzione è elementare e si effettua esaminando i due triangoli isosceli  $TAT_1$  e  $TAT_2$ .

## CAP. XXI - SOLUZIONI SEMPLIFICATE PER LA COSTRUZIONE DI OROLOGI SOLARI SUL MURO DI CASA

### 96) *Introduzione*

Dopo aver analizzato a fondo una soluzione generale trigonometrica per la costruzione di orologi solari direzionali e dopo aver scorso rapidamente una soluzione generale geometrica, mi piace tener conto anche di coloro i quali, allergici sia alla trigonometria che alla geometria proiettiva, vorrebbero egualmente costruirsi un orologio solare "domestico" sul muro di casa. Presentiamo perciò, a chiusura di tutte le nostre elucubrazioni in merito agli orologi solari su superfici piane, due soluzioni semplificate, molto facili e ben accessibili anche ai non-addetti ai lavori, per disegnare un orologio solare (senza coniche diurne) su una parete verticale comunque orientata.

Entrambe queste soluzioni non richiedono nemmeno la conoscenza della declinazione del muro (cioè del suo orientamento); però possono essere impiegate solo su pareti che siano rivolte nel settore da Est verso Ovest passando per Sud. La prima soluzione richiede l'esecuzione di poche facili operazioni di geometria elementare; la seconda invece è totalmente empirica e si serve solo del transito del Sole sulla parete.

In entrambi i casi bisogna conoscere la latitudine e la longitudine del luogo in cui si opera, coordinate geografiche che, se non si conoscono in altro modo, debbono essere ricavate da una carta geografica o da un atlante.

### 97) *Nozioni rapide sull'ora solare*

Per coloro che non vogliono addentrarsi nei capitoli precedenti, troppo complicati, riassumiamo qui, in parole facili, alcune necessarie nozioni sull'ora solare.

Gli orologi solari segnano l'ora solare vera, che qui chiamiamo "ora solare".

Gli orologi meccanici che portiamo al polso segnano (quando vanno bene) l'ora media del fuso, che qui chiamiamo "ora civile".

Tra le due ore vi è una differenza dovuta sia alle irregolarità di marcia del Sole sia all'unificazione dell'ora nell'interno di ciascun fuso orario; questa differenza può arrivare sino a tre quarti d'ora. Perciò per passare dall'*ora solare* all'*ora civile* occorre "correggere" l'ora solare con due correzioni; di esse una dipende dalla data e l'altra dipende dalla longitudine geografica del luogo. Le due correzioni sono fornite, in minuti, nelle due tabelline della pagina seguente.

### 98) *Costruzione dell'orologio con procedura geometrica semplificata*

Occorre anzitutto delimitare approssimativamente la zona del muro su cui si vuol disegnare l'orologio; generalmente conviene che sia un rettangolo un po' più alto che largo (fig. 225). Bisogna poi effettuare cinque operazioni per trovare: la linea meridiana, il centro dell'orologio, la linea equinoziale, le linee orarie, lo stilo.

La costruzione viene illustrata sia con figure parziali per ciascuna operazione, sia con una figura complessiva (fig. 225) che riunisce in un solo disegno tutte le operazioni; in tutte le

1<sup>a</sup> CORREZIONE

Data	Correzione
1 Gennaio	+3
15 Gennaio	+9
1 Febbraio	+14
15 Febbraio	+14
1 Marzo	+12
15 Marzo	+9
1 Aprile	+4
15 Aprile	0
1 Maggio	-3
15 Maggio	-4
1 Giugno	-2
15 Giugno	0
1 Luglio	+4
15 Luglio	+6
1 Agosto	+6
15 Agosto	+5
1 Settembre	0
15 Settembre	-5
1 Ottobre	-10
15 Ottobre	-14
1 Novembre	-16
15 Novembre	-15
1 Dicembre	-11
15 Dicembre	-5

2<sup>a</sup> CORREZIONE

Longitudine Est	Correzione
7°	+32
8°	+28
9°	+24
10°	+20
11°	+16
12°	+12
13°	+8
14°	+4
15°	0
16°	-4
17°	-8
18°	-12
19°	-16
20°	-20
21°	-24

NOTE:

- in estate inserire una terza correzione di +1<sup>h</sup> per tenere conto della cosiddetta "ora estiva";  
 - per passare da "ora civile" a "ora solare", cambiare il segno delle correzioni.

figure le linee tratteggiate sono provvisorie e alla fine vanno cancellate; quelle a tratto intero sono definitive e rappresentano il disegno finale dell'orologio.

La linea meridiana

Scegliere sul muro un punto A che sia a circa 3/4 dell'altezza del rettangolo e prossimo alla mezzeria verticale, ma un po' spostato a destra o a sinistra secondo che l'orientamento del muro tenda rispettivamente verso l'Est o verso l'Ovest (nelle nostre figure si considera un muro leggermente declinante all'Est).

Piantare nel punto A una verga o stecca sottile, che chiamiamo "falso-stilo", lunga circa 1/5 dell'altezza del rettangolo, e disposta in modo che sia ben perpendicolare alla parete; ciò va verificato facendo ruotare intorno alla verga una squadra appoggiata al muro. Tracciare per il punto A una retta orizzontale ZZ' (fig. 220) da verificare con livella e una verticale AV, da verificare con filo a piombo o squadre.

Trovare, usando le due tabelline per la correzione dell'ora appena indicate, l'ora civile che corrisponde all'ora

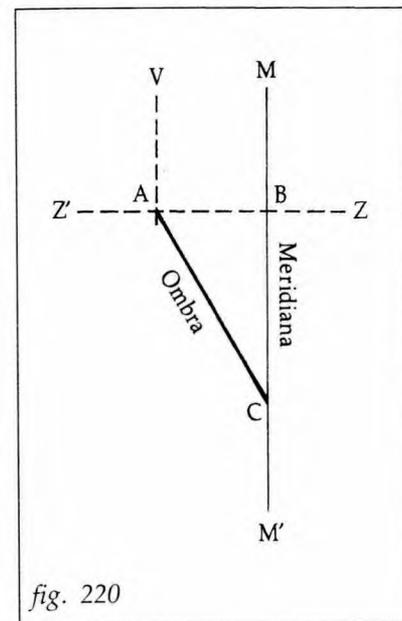


fig. 220

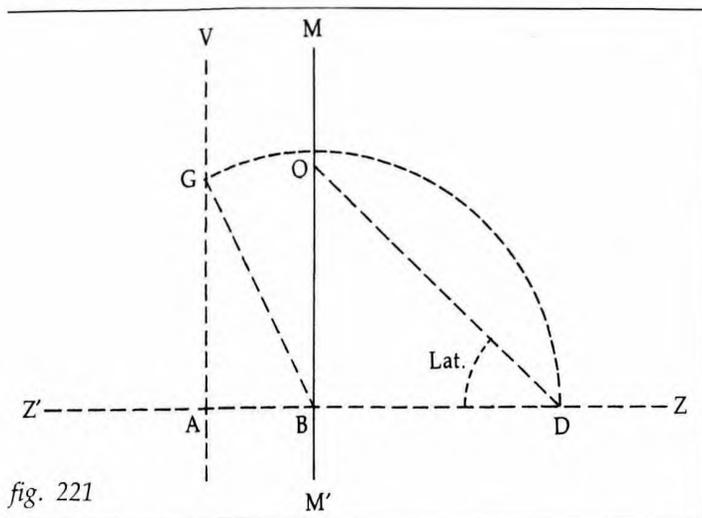


fig. 221

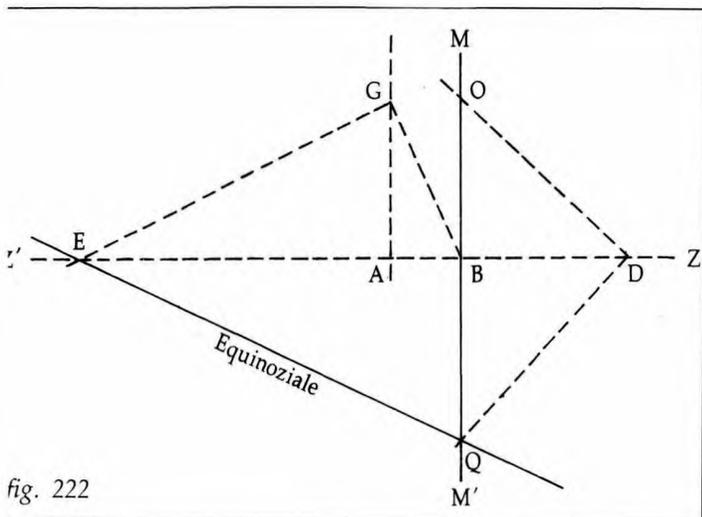


fig. 222

nozi, 21/22 Marzo e 22/23 Settembre. In questa costruzione l'equinoziale serve solo per il successivo tracciamento delle linee orarie e quindi alla fine può essere cancellata o lasciata, a piacimento.

### Le linee orarie

Nella zona inferiore del rettangolo (fig. 223) tracciare due brevi archi di cerchio, uno con centro in E e raggio EG, l'altro con centro in Q e raggio QD; essi si incontrano nel punto F. Se

(148) Ad esempio, se la longitudine è  $14^\circ$  Est e la data 1 Marzo, la correzione totale è +16 minuti, e l'ora civile ricercata è  $12^{\text{h}}16^{\text{m}}$ .

solare  $12^{\text{h}}00^{\text{m}}$  (148). Supponiamo che tale ora sia  $12^{\text{h}}16^{\text{m}}$ ; allora, quando un orologio da polso ben regolato indica le  $12^{\text{h}}16^{\text{m}}$ , segnare sul muro il punto C dove cade l'ombra dell'estremo del falso-stilo (fig. 220); per mezzo di un filo a piombo tracciare per questo punto C una retta verticale  $MM'$ ; è questa la "meridiana", cioè la linea oraria delle ore  $12^{\text{h}}$ . Indichiamo con B il punto dove la meridiana incontra l'orizzontale  $ZZ'$ .

### Il centro dell'orologio (fig. 221)

Sulla linea verticale AV prendere a partire da A un segmento AG lungo esattamente quanto il falso-stilo. Congiungere B con G e riportare la lunghezza BG sull'orizzontale  $ZZ'$  a partire da B verso Z, trovando così il punto D. Da D tracciare una retta che formi con la DB, verso l'alto, un angolo eguale alla latitudine del luogo; essa incontra la meridiana  $MM'$  nel punto O; è questo il cosiddetto "centro dell'orologio" da cui si dipartiranno tutte le linee orarie.

### La linea equinoziale (fig. 222)

Tracciare da G la perpendicolare alla BG; essa incontra l'orizzontale  $ZZ'$  nel punto E. Tracciare da D la perpendicolare alla OD; essa incontra la meridiana  $MM'$  nel punto Q.

Congiungere con una retta definitiva i punti E e Q; è questa la "linea equinoziale", cioè la linea che viene percorsa dall'estremità dell'ombra dello stilo nei giorni degli equi-

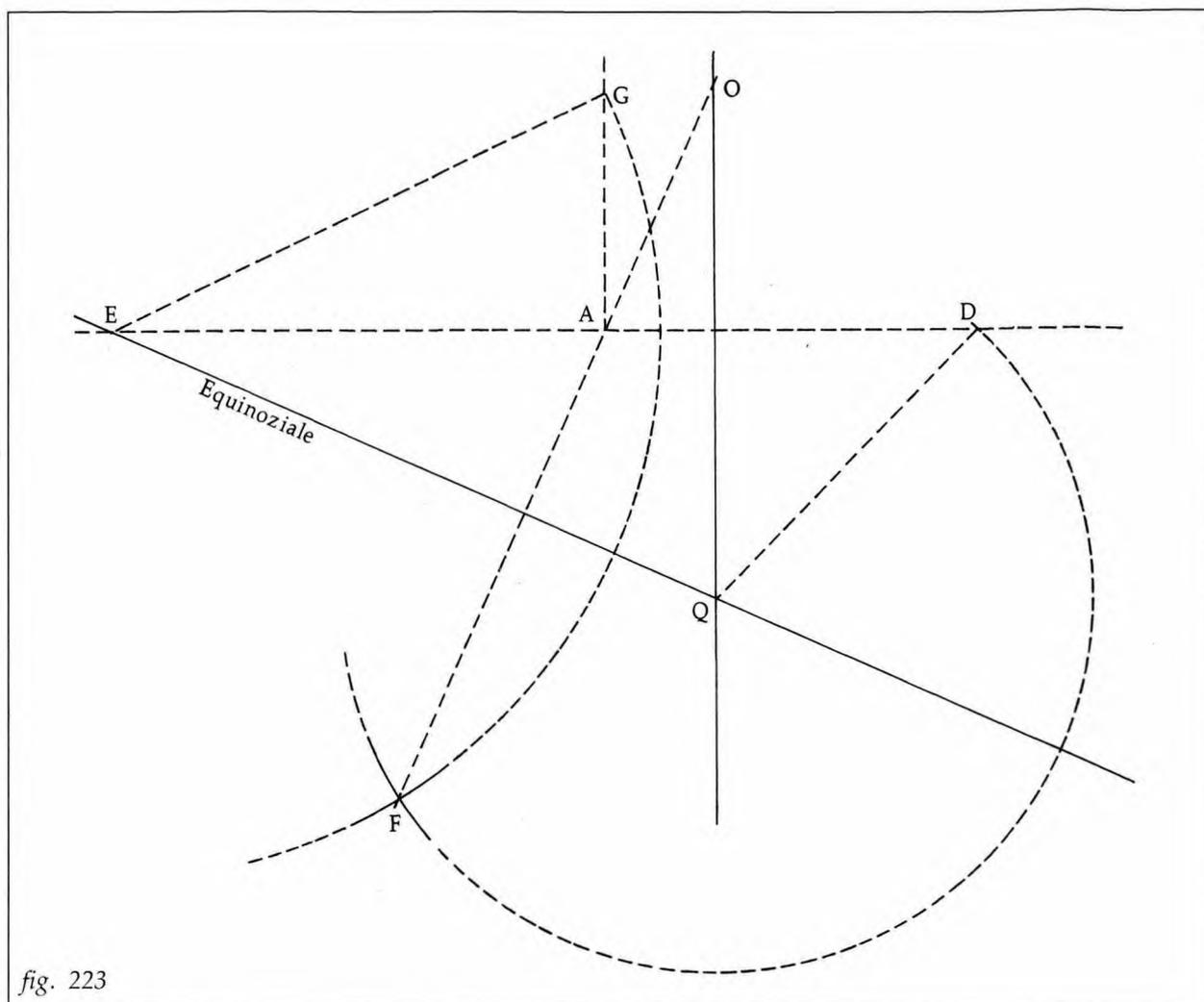


fig. 223

la costruzione è stata fatta bene, i punti O, A, ed F debbono risultare allineati su una stessa retta, perpendicolare all'equinoziale EQ e le rette FE e FQ debbono risultare perpendicolari fra loro.

Con centro in F (fig. 224) tracciare un cerchio di raggio arbitrario che sia il più grande possibile ma che, per chiarezza, non interferisca con l'equinoziale; è questo il cosiddetto "cerchio delle ore". A partire dalla FE o dalla FQ dividere il cerchio delle ore in archi di  $15^\circ$  (sono necessarie solo le divisioni per le quali il prolungamento del raggio corrispondente possa incontrare l'equinoziale); numerare i punti di divisione, a partire dalla FQ, in senso orario in successione con i numeri 12, 13, 14, ecc., e in senso antiorario in successione con i numeri 12, 11, 10, 9, ecc.

Prolungare i raggi corrispondenti ai punti numerati sino a che incontrino l'equinoziale, e marcare i punti d'incontro con i numeri corrispondenti; a partire dal punto O tracciare le rette

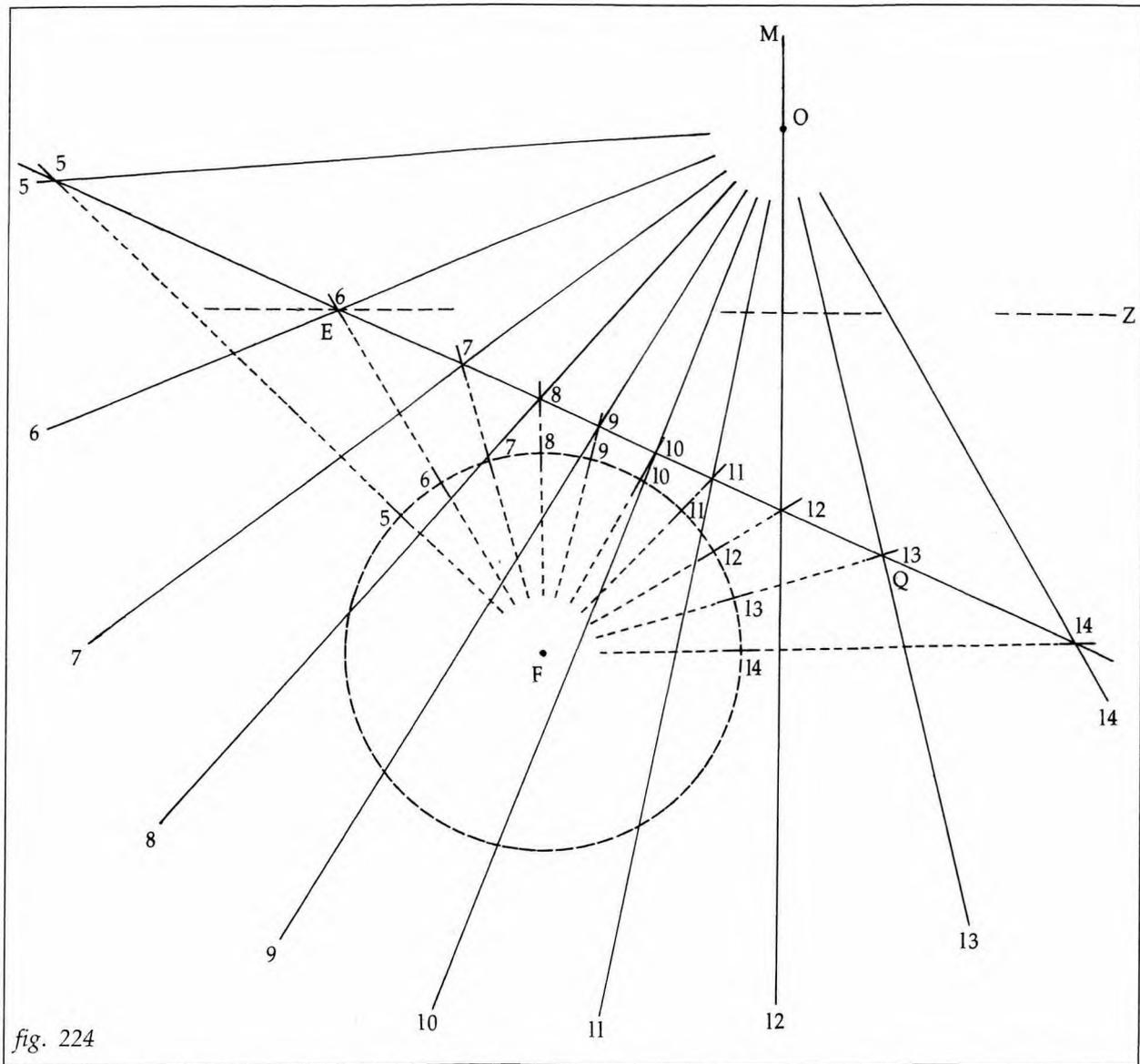


fig. 224

che passino per i punti dell'equinoziale così numerati; sono queste le "rette orarie" definitive che vanno intestate a margine del quadro con le ore corrispondenti ai numeri da cui sono originate.

#### Lo stilo

Piantare in  $O$  una bacchetta lunga quanto il segmento  $OD$ , sistemandola in modo che la sua estremità libera tocchi l'estremità libera del falso-stilo; questo è lo "stilo" definitivo, la cui

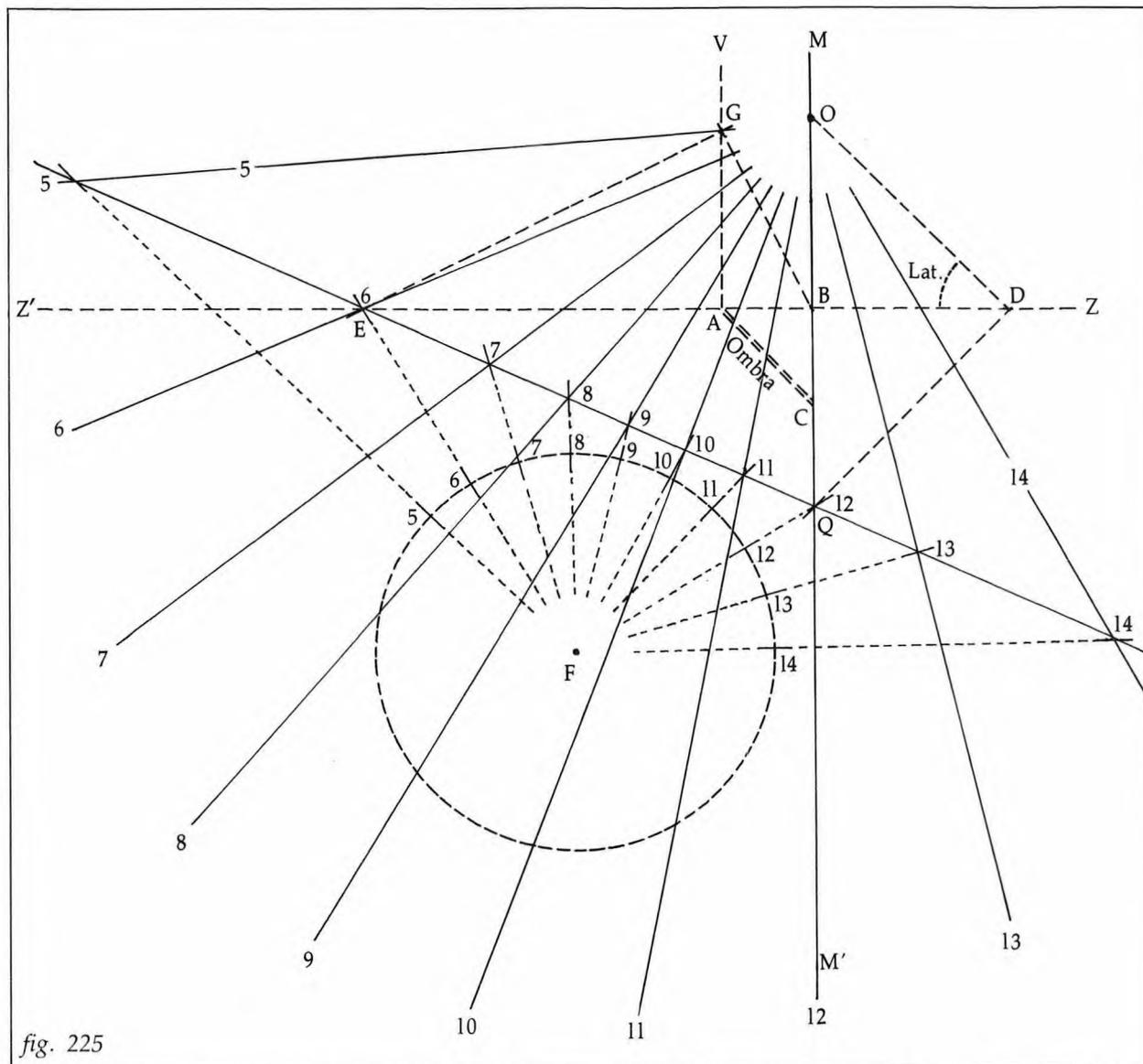


fig. 225

ombra segnerà l'ora sul fascio delle linee orarie. Infine togliere il falso-stilo usato per la costruzione, che ora è divenuto inutile.

#### *L'aspetto ornamentale*

Si lascia ovviamente alla fantasia e al gusto di ciascuno il completamento dell'opera sotto l'aspetto ornamentale ed estetico (cornici, margini definitivi, dati, motti, numeri, colori, caratteri, ecc.).

Si consiglia comunque di fare una prima costruzione provvisoria su una tavola o cartone applicato alla parete, allo scopo di valutare la migliore disposizione dei margini, la migliore lunghezza del falso-stilo (che influisce sulle dimensioni dell'orologio), gli ornamenti, il taglio da dare all'opera e così via.

*Nota 1)* Lo stilo può essere allungato oltre l'estremità del falso-stilo (si suggerisce una lunghezza doppia di OD); ciò allunga la sua ombra e quindi migliora la lettura dell'ora; però in tal caso, se si è lasciata in sito la linea equinoziale e si vuole che l'ombra marchi anche i giorni equinoziali, occorre disporre sullo stilo, nel punto in cui toccava l'estremità del falso-stilo, un segnalino che marcherà i giorni equinoziali; questo segnalino può anche essere l'estremità del falso-stilo, lasciato al suo posto. Se l'equinoziale è stata cancellata, ovviamente questo segnalino è inutile.

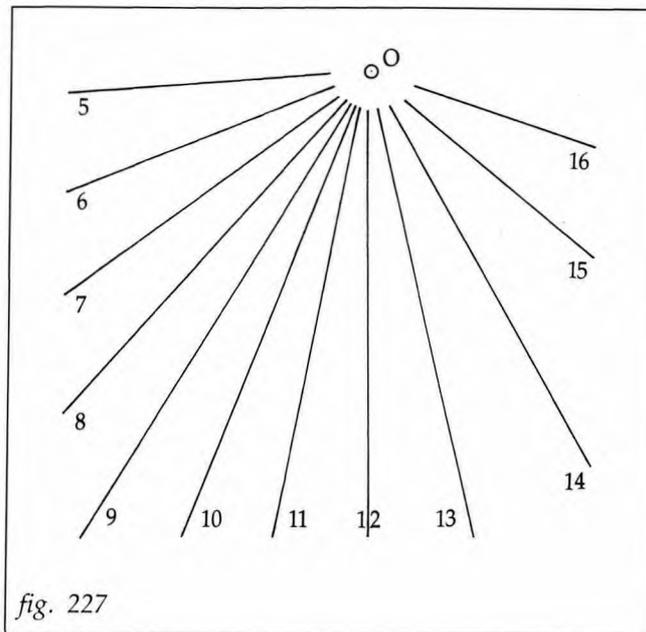
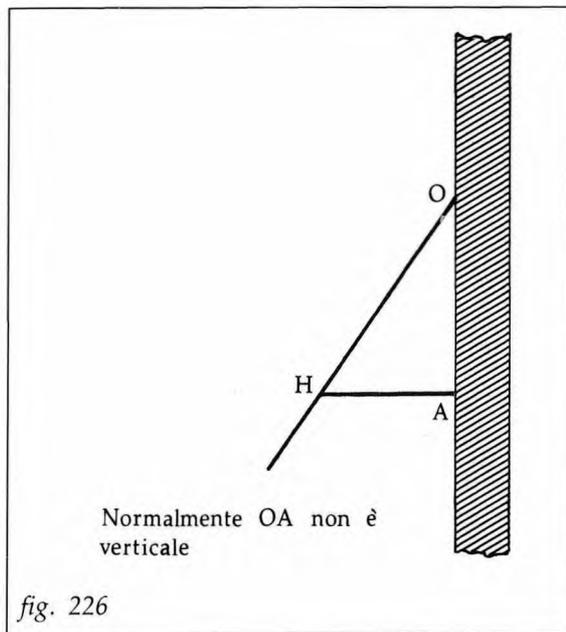
*Nota 2)* Come si è visto, il valore della declinazione del muro non è stato necessario per la costruzione. Se però per curiosità si desidera conoscere questo valore, basta misurare l'angolo  $\widehat{AGB}$ , che materializza appunto la declinazione della parete (orientale se B cade a destra di A, occidentale in caso contrario).

*Nota 3)* Nel caso di declinazione occidentale del muro, la costruzione ora illustrata darebbe un risultato speculare rispetto a quello della figura 225. Il primo sintomo che la declinazione è occidentale si ha quando l'ombra del falso-stilo a mezzogiorno cade a sinistra della verticale AV.

### 99) Costruzione dell'orologio con procedura empirica

Seguendo le istruzioni esposte nel precedente paragrafo 98 (leggere solo le parti relative alla meridiana e al centro dell'orologio):

– installare sul muro un "falso-stilo" perpendicolare alla parete;



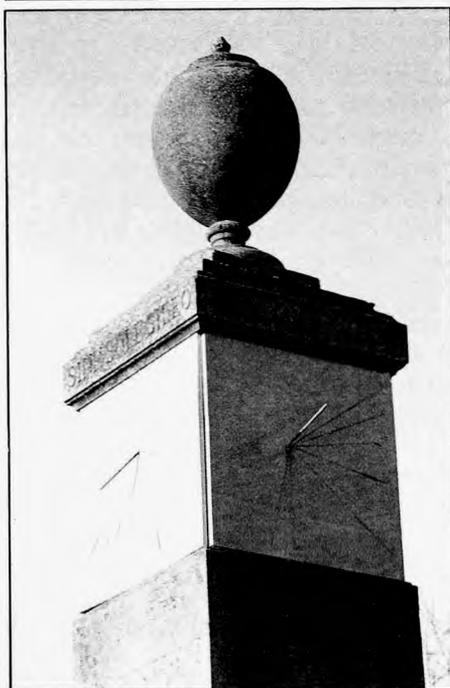
- disegnare la "linea meridiana", usando l'ombra del falso stilo a mezzogiorno;
- segnare il "centro dell'orologio", introducendo la latitudine locale.

Trascurando le successive istruzioni, passare subito all'installazione dello "stilo" definitivo; a tale scopo (fig. 226) infiggere o fissare bene al muro, nel centro dell'orologio O appena trovato, una solida asticella che all'altra estremità appoggi sull'estremità libera H del falso-stilo. Questa nuova asticella può anche sporgere oltre il punto H. Essa è lo stilo definitivo, la cui ombra sul muro segnerà le ore.

La vecchia asticella AH perpendicolare al muro (falso-stilo) ora non serve più e può essere tolta o lasciata, a piacimento.

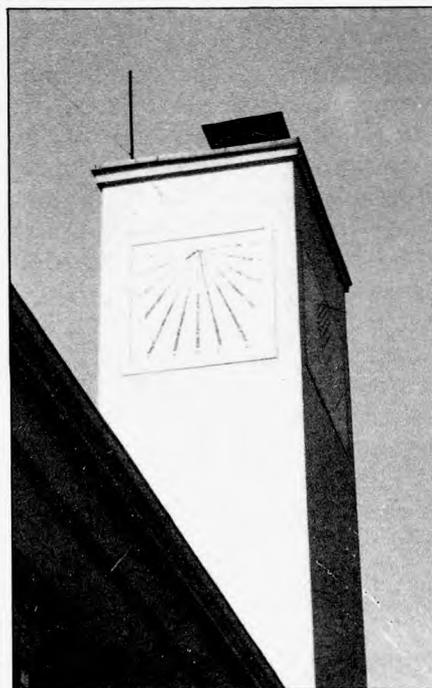
Procedere ora al disegno delle "linee orarie", da eseguire nel corso di una giornata soleggiata; per il periodo del giorno in cui la parete è illuminata dal Sole (tener conto che tale periodo varia con la stagione) prendere le ore solari intere 6<sup>h</sup>, 7<sup>h</sup>, 8<sup>h</sup>, 9<sup>h</sup>, ecc. e trasformarle in ore civili con le due correzioni ricavate nelle precedenti tabelline per la correzione dell'ora. Infine nei momenti in cui un orologio da polso ben regolato segna le ore civili così trovate, tracciare sul muro (fig. 227) l'ombra dello stilo (che naturalmente inizia al centro O dell'orologio) e intitolare ciascuna linea all'ora solare corrispondente. È questo il fascio delle linee orarie; l'orologio solare è finito.

Anche in questo caso l'"aspetto ornamentale" è lasciato ovviamente alla fantasia e al gusto del costruttore, come indicato al termine del precedente paragrafo 98.



53

53, Tre semplicissimi quadranti con le sole linee orarie, disposti su una colonnina, danno il nome alla "Via dei Tre Orologi" a Roma.



54

54, Semplici orologi verticali con le sole linee orarie sulla torretta dell'ambasciata d'Italia ad Ankara.

## CAP. XXII - GLI OROLOGI SOLARI SU SUPERFICI NON PIANE

*100) Generalità e cenni storici*

Abbiamo sinora trattato di orologi solari con il quadro disegnato su superfici piane; come accennato all'inizio dello studio, sono questi gli strumenti di cui nel corso dei secoli la gnomonica si è occupata in misura decisamente prevalente. Peraltro anche gli orologi tracciati su superfici non piane hanno avuto il loro spazio nella storia della misura del tempo per mezzo delle ombre, e ne diamo un cenno in questo capitolo.

Dobbiamo anzitutto notare che proprio nella superficie concava di una mezza sfera è nato, nella civiltà caldea o ellenica, il primo orologio solare "serio" (III secolo a.C.), soluzione semplice e del tutto istintiva poiché il quadrante non faceva altro che riprodurre, rovesciata in proiezione centrografica, la volta o sfera celeste sulla quale si svolgono i fenomeni astronomici collegati alla misura del tempo. Si trattava dell'"emisfero" (l'"hemisferium" dei latini) comunemente detto "di Beroso", cui fecero seguito l'"emiciclo" (hemicyclium) ricavato dal primo con la soppressione dell'inutile zona esterna al tropico del Cancro (fig. 228) (149) e il "cono" (conus) di Dionysodoro, ricavato con gli stessi criteri in una superficie concava conica; di quest'ultimo la figura 229 indica il concetto costruttivo e la figura 230 mostra uno schizzo d'insieme.

A questo proposito dobbiamo notare che una certa confusione regna nell'attribuzione dell'invenzione di questi strumenti e nella loro denominazione. Vitruvio (1° sec. a.C.) nella sua lista di orologi allora conosciuti assegna l'"hemisferium" ad Aristarco di Samo (310-230 a.C.) e l'"hemicyclium" al babilonese Beroso (330-? a.C.); altri autori danno a Beroso il merito di entrambi (l'unicità dell'autore sembrerebbe logica data l'identità concettuale dei due strumenti); altre attribuzioni circolano pure nei testi, ma sembrano meno attendibili.

Poiché né Vitruvio né altri spiegano con precisione come si presentavano questi strumenti, sussistono dubbi anche sulla corrispondenza tra nomi e oggetti; di massima possiamo accettare le denominazioni che abbiamo indicato per emiciclo, emisfero e cono, e, in mancanza di testimonianze più attendibili, dobbiamo seguire Vitruvio dando credito dell'emisfero ad Aristarco di Samo, dell'emiciclo al babilonese Beroso, e del cono a Dionysodoro (di Amiso?).

In tutti questi strumenti cavi (150) lo stilo, verticale nell'emisfero e orizzontale negli altri, segna l'ora con l'ombra del solo suo punto estremo; le linee orarie dividono i due tropici e l'equatore in dodici parti eguali da orizzonte a orizzonte e quindi indicano le ore diseguali del sistema orario temporario (Vds. cap. XVIII) comunemente usate da Greci e Romani a quei tempi.

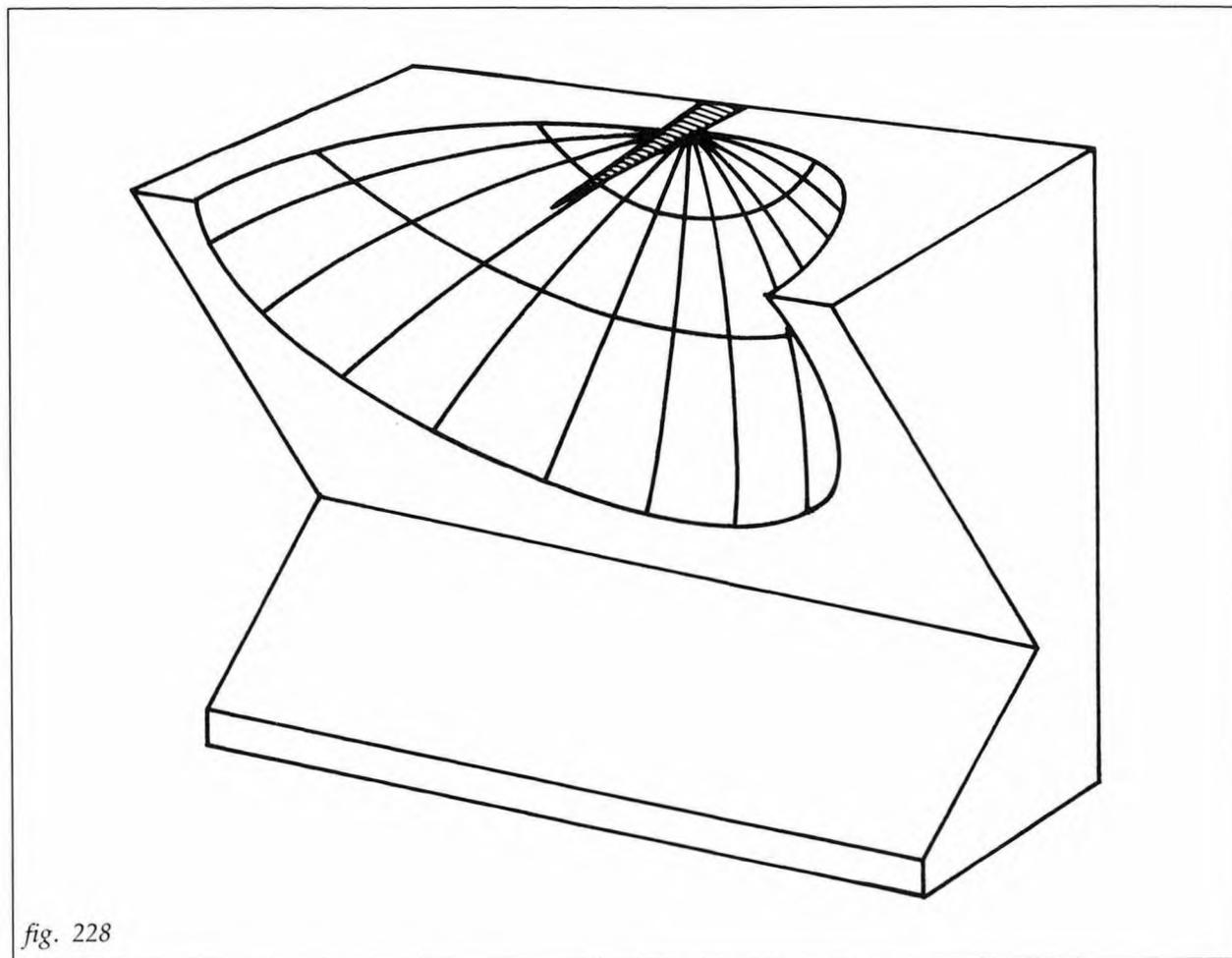
La costruzione di questi orologi cavi è concettualmente semplice, specie nelle versioni emisfero/emiciclo in cui le linee del quadrante sono cerchi con i centri facilmente individuabili.

Emisferi, emicicli, coni ebbero grande popolarità e diffusione. Un buon numero di essi è

(149) Con lo stesso concetto si sarebbe potuta sopprimere anche la zona esterna al tropico del Capricorno.

(150) È incerto se la denominazione greca "scaphe" (cavo), usata nell'antichità, si riferisse solo all'emiciclo o all'emisfero, o in generale a tutti gli orologi solari concavi, ottenuti scavando la pietra.

stato portato alla luce a Pompei e la Storia afferma, con l'autorevole penna di Al Battani, che nel X secolo gli Arabi usavano ancora questo tipo di orologi. Dobbiamo peraltro riconoscere che dopo queste forme semplici di orologi su superfici curve, fiorite nella civiltà ellenistica e diffuse in quella romana e araba, l'orologio solare fisso lascia le superfici curve e si stabilisce sostanzialmente su superfici piane. Il suo ritorno su quadri non piani diviene solo saltuario, con l'impiego di superfici curve regolari, quali quelle interne ed esterne della sfera, del cilindro e del cono.



### 101) Sfera, cilindro e cono

Il tracciamento di un orologio solare sull'esterno della sfera è altrettanto semplice quanto la costruzione delle sfere concave di Beroso e Aristarco. Come stilo si usa il prolungamento esterno del diametro della sfera parallelo all'asse terrestre (fig. 231); le linee orarie sono 24

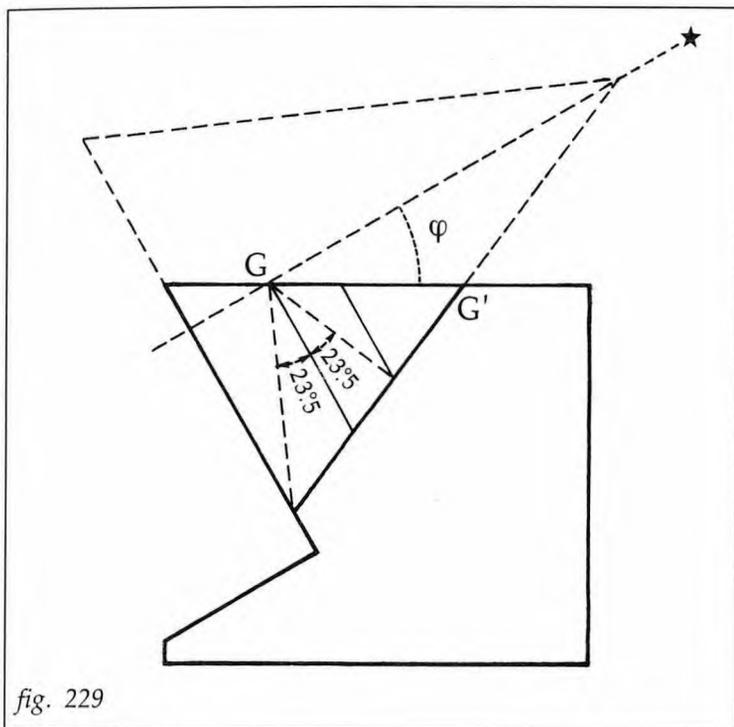


fig. 229

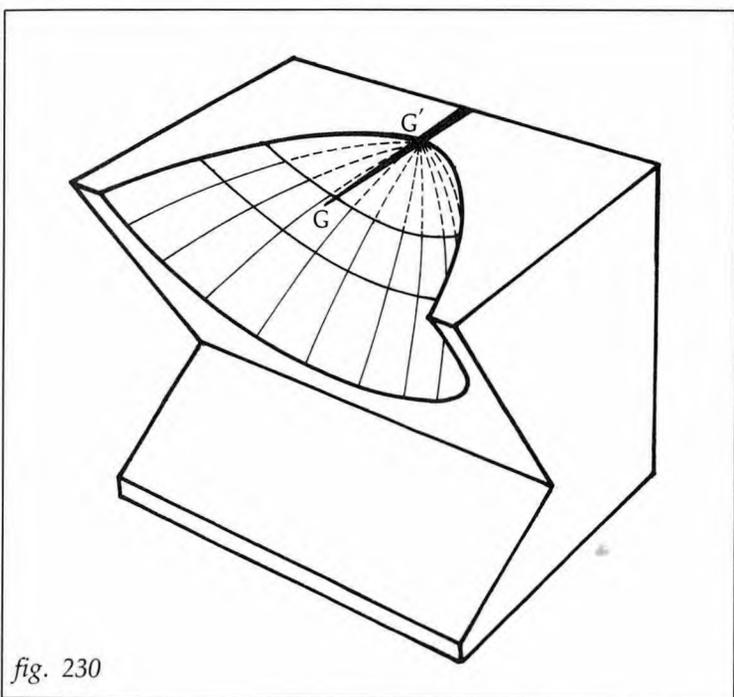


fig. 230

semicircoli massimi uscenti dai poli A e B (151); il sistema orario impiegato è quindi quello civile astronomico. Per facilitare l'impiego si può aggiungere un semicerchio CED impernato a leggero attrito nei punti A e B; al momento della lettura si ruota il semicerchio sino a che la sua ombra passi sugli stili; in questa posizione la stessa ombra marca l'ora sul semicerchio orario su cui cade (si noti però che in questo caso la graduazione delle ore deve essere slittata di 12<sup>h</sup> perché l'ombra degli stili e quella del semicerchio CED sono diametralmente opposte).

Il tracciamento dei diagrammi orari sulle altre superfici curve si presenta decisamente più complesso. Abili matematici e geometri hanno elaborato, specie negli ultimi secoli, vari metodi analitici o grafici per disegnare questi tipi di strumenti; in particolare il cilindro ha ricevuto una certa attenzione (specialmente in Francia) per l'installazione di quadranti solari su colonne. Peraltro l'astruità delle soluzioni analitiche, dense di ostiche formule, e l'imprecisione delle complesse soluzioni geometriche le mettono tutte, a mio parere, al di fuori del campo della pratica.

Con molta maggiore facilità il tracciamento di orologi solari su superfici qualsiasi (e quindi anche su quelle curve, regolari o irregolari) si può fare usando appositi attrezzi che hanno avuto larga diffusione e impiego nel passato:

- il "*quadrante equinoziale*", usato come strumento costruttivo, per il disegno delle linee orarie;
- il "*triangolo dei segni*", per il disegno delle coniche diurne;
- lo "*sciatero*", combinazione dei due precedenti attrezzi.

L'uso di questi strumenti costruttivi porta a soluzioni empiriche di dubbia precisione, barattando esattezza con facilità di esecuzione; peraltro esso rappresenta a mio

(151) In linea concettuale si tratta con evidenza di un orologio assimilabile a quello equinoziale.

giudizio l'unico sistema pratico per tracciare quadranti solari su superfici di qualsiasi natura geometrica; perciò di questi strumenti e del loro uso tratteremo, sia pur sommariamente, nei paragrafi che seguono.

### 102) Il "quadrante equinoziale" come strumento costruttivo

Supponiamo di avere un disco diviso in 24 settori di  $15^\circ$  ciascuno, numerati da  $0^h$  a  $24^h$ , con un asse perpendicolare al centro, disposto su entrambe le facce (fig. 232). Se orientiamo l'asse al Polo Nord e cioè lo rendiamo parallelo all'asse terrestre e disponiamo orizzontale il diametro  $6^h - 18^h$  abbiamo realizzato un normale quadrante equinoziale, che qui diventa strumento costruttivo per le linee orarie e possiamo chiamare "disco equinoziale".

Prolunghiamo ora l'asse del nostro attrezzo sino a incontrare in O la superficie  $\pi$  di forma qualsiasi (fig. 233) sulla quale vogliamo disegnare le linee orarie di un orologio solare. Poiché gli stili di tutti i quadranti solari sono paralleli e orientati al Polo Nord, OS rappresenta anche lo stilo indefinito dell'orologio solare che vogliamo disegnare su  $\pi$  con centro in O. Il semipiano orario generico per l'ora t incontra il disco lungo la linea oraria ST che, prolungata, incontra  $\pi$  nel punto P; questo punto P pertanto, appartenendo al semipiano orario t, è un punto della linea oraria t, che origina in O e si sviluppa in forma qualsiasi sulla superficie  $\pi$ . Se facciamo scorrere sullo stilo OO' il disco equinoziale, mantenendo orizzontale il diametro  $6^h - 18^h$ , il prolungamento P di ST descriverà su  $\pi$  tutta la linea oraria t, che può quindi essere costruita per punti qualunque sia la sua forma geometrica.

Per quanto detto il nostro attrezzo costruttivo per le linee orarie si presenta (fig. 234) come un disco con una graduazione oraria uniforme; al centro si trovano un foro per consentire l'inserimento e lo scorrimento sullo stilo, e un manicotto con vite per bloccare il disco sullo stilo; infine un filo fissato al centro serve per individuare i prolungamenti dei raggi del disco.

La costruzione del quadrante su superficie non piana si comincia quindi con la siste-

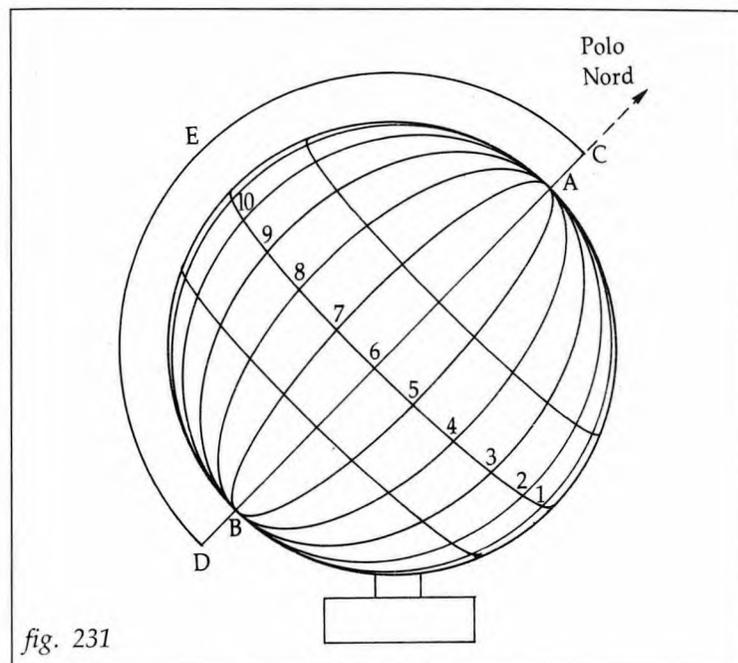


fig. 231

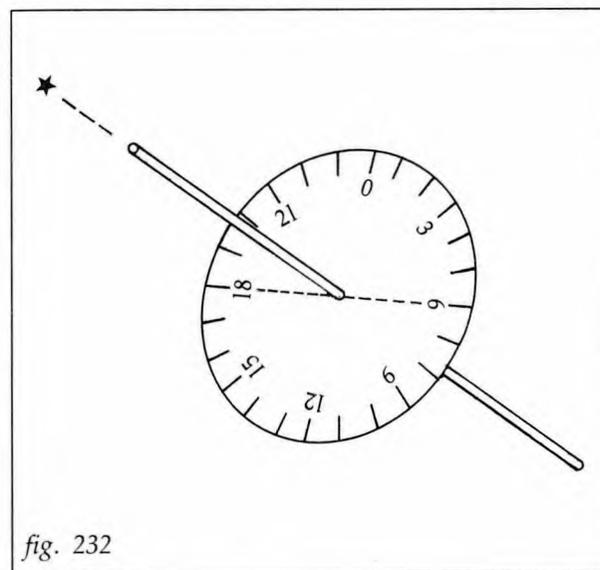
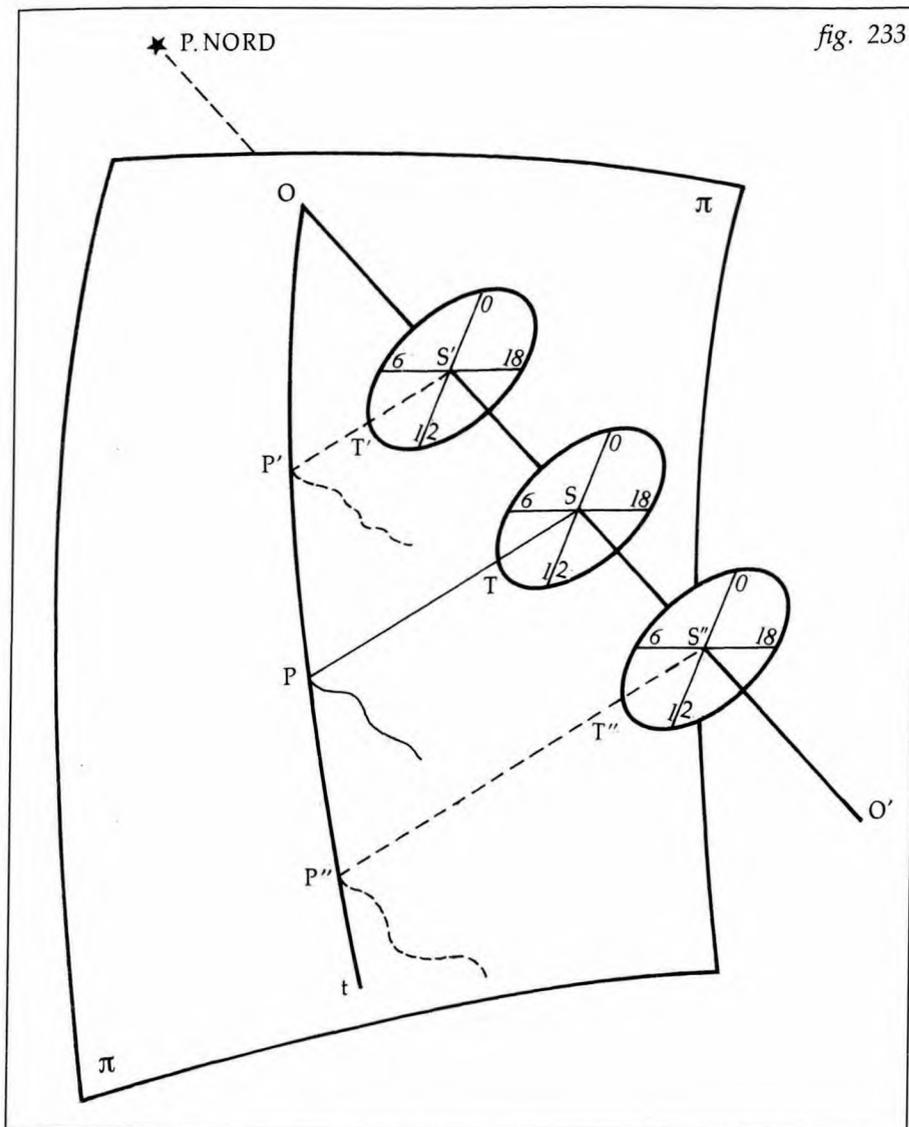


fig. 232



mazione sul quadro dello stilo, che deve risultare parallelo all'asse terrestre; questa operazione generalmente è piuttosto delicata e richiede molta attenzione con ripetuti controlli; occorre rammentare che l'angolo tra lo stilo e la verticale deve essere eguale alla colatitudine  $90^\circ - \varphi$  e che l'uso di pendolini e livelle può aiutare la corretta installazione dello stilo.

Quindi si infila il disco equinoziale nello stilo, lo si fa scorrere con il diametro  $6^h - 18^h$  ben orizzontale (o con il diametro  $0^h - 12^h$  nel piano verticale con lo  $0^h$  in alto) e con l'aiuto del filo si individua per ogni ora una serie di punti su cui si avvia la linea oraria civile (152).

Si noti che invece di far scorrere il disco sullo stilo tenendo il filo sul piano equinoziale, si può tener fermo il disco e far scorrere l'attacco del filo lungo lo stilo-asse portando il filo a lambire la periferia del disco.

Qualora il quadro sia piano, basta segnare un solo punto per ogni linea oraria; poiché le linee orarie in questo caso sono rette, esse si tracciano congiungendo il punto trovato con il centro dell'orologio, base dello stilo (fig. 235). Anche in questi casi peraltro lo scorrimento del disco equinoziale

(o l'uso di due dischi) diviene necessario se il centro dell'orologio cade troppo lontano o addirittura fuori del quadro.

Nel passato un eccellente "trucco" per facilitare tutta l'operazione veniva suggerito su alcuni trattati; si tende il filo dal centro del disco al centro dell'orologio (base dello stilo), o si

(152) Le linee orarie per i sistemi orari italico, babilonese e temporario si tracciano per punti con le procedure indicate per i quadranti piani (cap. XVIII), dopo aver trovato le linee orarie civili come qui indicato e le linee diurne come si dirà nel paragrafo successivo.

utilizza lo stilo già in posto; si fa quindi ruotare una sorgente luminosa intorno al disco; l'ombra del filo teso o dello stilo staglia sul quadro l'intera linea oraria corrispondente all'ora marcata dall'ombra sul disco. Un tale trucco diviene particolarmente utile per tracciare le linee orarie proprio su superfici curve, specie se irregolari.

Resta solo da annotare che molti autori sia antichi che moderni (tra questi ultimi anche Rohr e specialmente Cousins) (153), considerano la costruzione delle linee orarie per mezzo di un disco equinoziale come un sistema normale di costruzione, anche nel caso di quadranti piani. Noi siamo invece convinti che le ovvie imprecisioni e approssimazioni di questa procedura suggeriscano di limitarne l'uso a quei casi in cui non vi siano alternative migliori e più pratiche, come appunto nel caso in cui si debba disegnare il quadrante su superfici non piane (cilindri, coni, superfici irregolari).

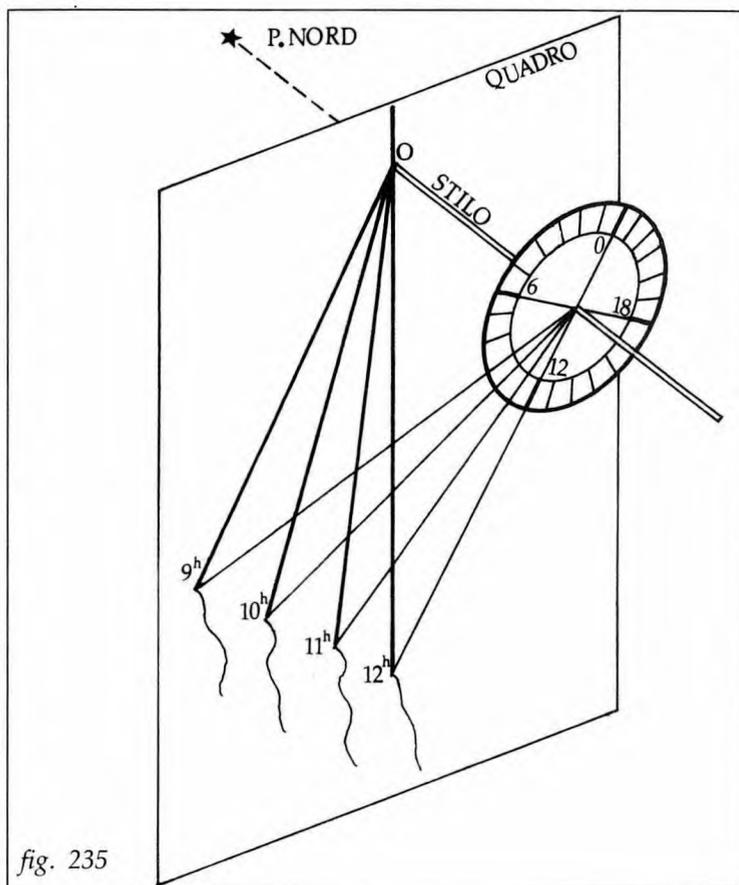
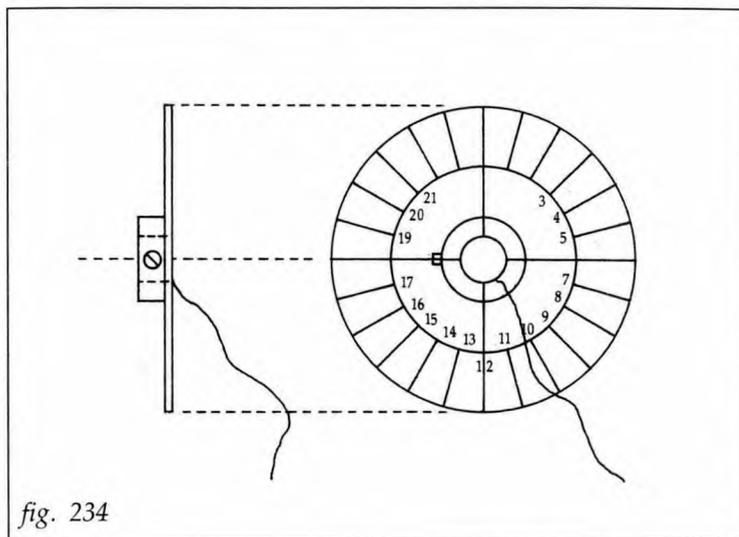
### 103) Il "triangolo dei segni", strumento costruttivo

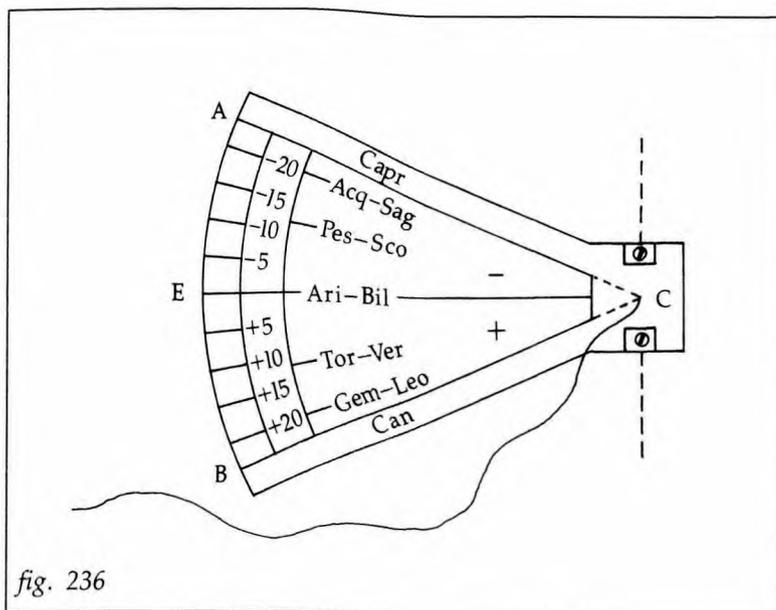
Per il tracciamento delle linee diurne, con lo stesso concetto di quello appena visto per le linee orarie, si usava in passato un attrezzo chiamato impropriamente "triangolo dei segni" (forse un nome più corretto potrebbe essere quello di "settore delle declinazioni") (154).

Supponiamo di aver costruito un settore circolare ACB (fig. 236) ampio quanto la fascia zodiacale ( $23^{\circ}.5 \times 2$ ), che abbia alla periferia una graduazione di declinazioni (o di zodiaco) da  $+23^{\circ}.5$  a  $-23^{\circ}.5$ , e sul centro C un manicotto con vite di blocco, perpendicolare al raggio mediano CE ( $\delta = 0^{\circ}$ ). Anche in

(153) Rohr, bibliografia n. 44; Cousins, bibliografia n. 14.

(154) Anglofoni e francofoni lo chiamano rispettivamente "trigon" e "trigone", denominazione che a me sembra un po' troppo generica.





questo caso un filo fissato al centro C serve per riportare alla distanza voluta una qualsiasi graduazione della scala periferica.

Sia ora  $\pi$  una superficie qualsiasi (fig. 237) sulla quale si vogliono tracciare le linee diurne di un orologio solare che abbia per stilo la bacchetta OG innestata in O (G è il punto gnomonico rappresentato dall'estremità dello stilo o da un nodo che si voglia installare lungo lo stilo).

Infiliamo nello stilo il manicotto posto al centro del nostro attrezzo con le  $\delta$  positive verso Sud, e fissiamolo in modo che il suo centro coincida con il punto gnomonico G e che il settore possa ruotare intorno allo stilo ma non possa scorrere su di esso.

Nella rotazione del settore graduato intorno allo stilo il raggio mediano CE descrive l'equatore mentre un qualsiasi

raggio corrispondente alla graduazione  $\delta_0$  descrive la superficie del cono di declinazione  $\delta_0$ . In ogni posizione del settore il prolungamento del raggio  $\delta_0$ , materializzabile col filo, incontra la superficie-quadro in uno dei punti P in cui il cono  $\delta_0$  taglia il quadro; avviando una curva su tutti i punti P che si vogliono così segnare si individua la linea intersezione del cono col quadro e cioè la linea diurna del nostro orologio corrispondente alla declinazione  $\delta_0$  sulla cui graduazione è stato tenuto il filo.

Con la procedura descritta si possono così tracciare sul quadrante tutte le linee diurne che si desidera, come ad esempio i due tropici (fig. 237) o le sette linee zodiacali, o le curve della durata del giorno, o quelle della  $\delta$  agli inizi dei mesi o delle decadi, e così via.

Anche in questo caso, come in quello delle linee orarie, il punto delicato della procedura è la preventiva sistemazione sul quadro dello stilo, che deve risultare esattamente parallelo all'asse terrestre; il suo posizionamento in elevazione può essere facilitato dall'impiego di un piano ben orizzontale, rispetto al quale si può regolare l'inclinazione dello stilo; per l'orientamento in direzione può convenire, ove possibile, il tracciamento di una linea meridiana orizzontale per orientare su di essa lo stilo, con l'aiuto di pendoli e traguardi.

Ancora sullo stilo, è ovvio che lo stilo inclinato usato per la costruzione può essere provvisorio e alla fine venire sostituito da uno stilo definitivo qualsiasi o da un foro gnomonico, a patto che il punto gnomonico finale venga posto esattamente dov'era quello provvisorio.

#### 104) Lo "sciatere", strumento costruttivo combinato

La facilità e la praticità di tracciare linee orarie con il "disco equinoziale" e curve diurne con il "settore delle declinazioni" indussero i costruttori del passato a realizzare strumenti che riunissero in un unico complesso le prestazioni di questi due attrezzi. Nacque così, in numerose versioni e varianti, quel singolare arnese della gnomonica che i francesi chiamano

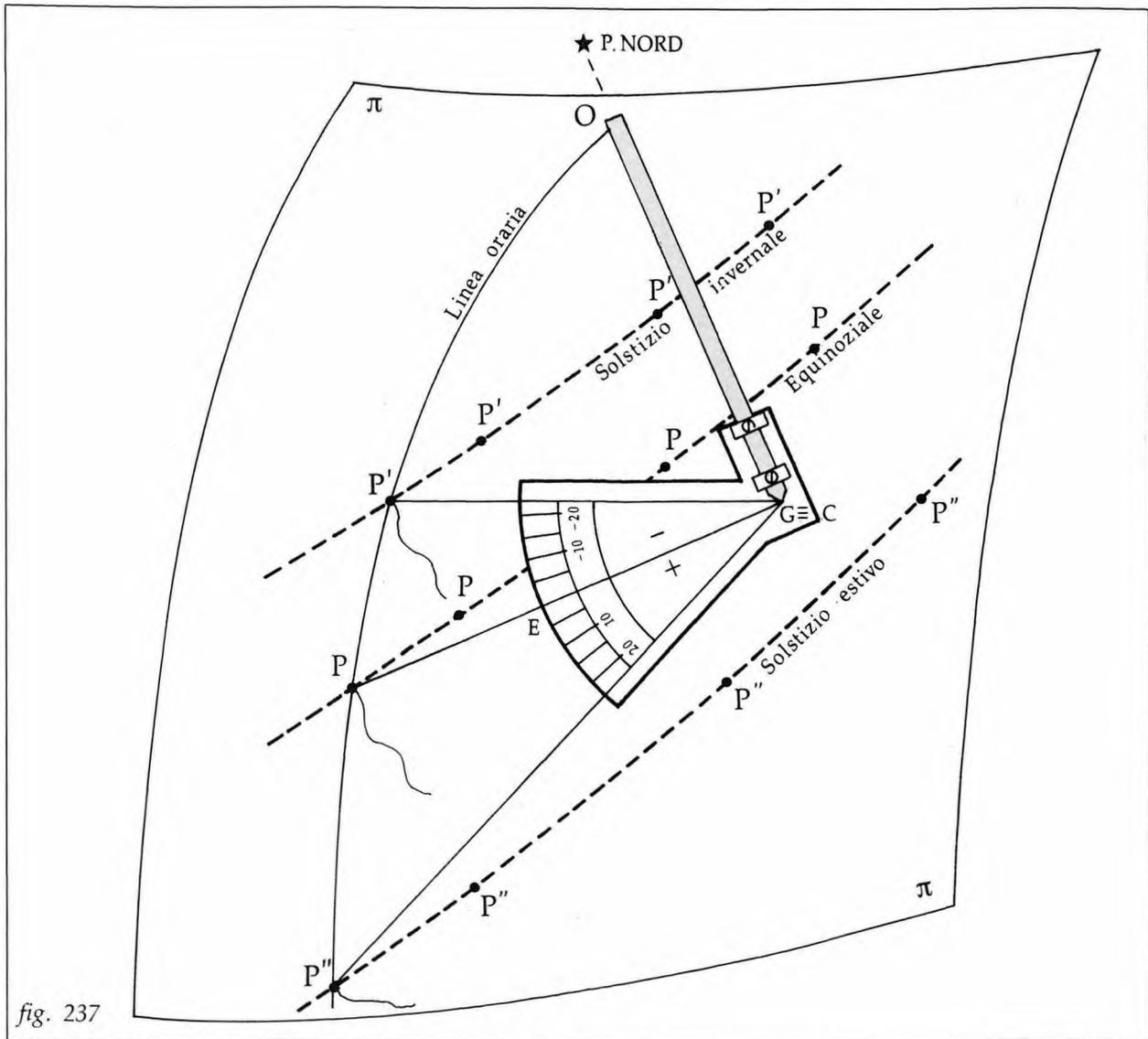


fig. 237

"sciatère" o "sciaterre" o anche "siaterre" (155), e che non avendo, per quanto mi risulta, corrispondente in lingua italiana, per analogia vorrei chiamare "sciatere".

Lo schema costruttivo dello sciatere deriva direttamente dall'applicazione sullo stesso sostegno dei due attrezzi che abbiamo appena esaminato. Qui lo descriviamo seguendo l'esemplare illustrato dal Bion nel suo trattato sugli strumenti di matematica, riprodotto anche dal Michel (156) (fig. 238).

(155) È evidente la derivazione da "skios" = ombra, da cui deriva anche "sciografia".

(156) Bion, bibliografia n. 10; Michel, bibliografia n. 34.

Su un sostegno verticale NS scorre un elemento circolare AB, ampio un quarto di cerchio e graduato da  $0^\circ$  a  $90^\circ$ ; su di esso, che materializza il meridiano, si regola la latitudine. All'estremità A è fissato l'asse diametrale ACG che materializza l'asse terrestre. Nel punto C è centrato un altro elemento circolare EBF, ampio  $360^\circ$  o poco meno, disposto perpendicolarmente sia al piano del meridiano sia all'asse AC, graduato per le ore con il 12 in B; esso materializza l'equatore e rappresenta l'attrezzo costruttivo che abbiamo chiamato "disco equinoziale"; in C è fissato il filo CD da usare per trasferire le ore sul quadro.

Da C a G l'asse diviene manicotto e intorno ad esso ruota l'elemento piano CGHL sulla cui periferia HL, circolare con centro in G, è segnata la graduazione da  $+23.5$  a  $-23.5$  per le

declinazioni  $\delta$  (o per lo zodiaco); il filo GM serve per riportare sul quadro i valori delle  $\delta$ ; questo elemento materializza il circolo orario mobile del Sole, e sullo sciatere rappresenta il secondo dei nostri attrezzi costruttivi, quello che abbiamo chiamato "settore delle declinazioni". G è infine il punto gnomonico dell'orologio in costruzione.

Per completare la struttura, il sostegno NS comprende uno snodo, non indicato in figura, che serve per disporre lo strumento ben verticale con l'aiuto di un pendolino fissato in N, e un arpione a  $90^\circ$  ST da piantare nel quadro per fissare lo strumento quando si deve operare.

Così strutturato questo sciatere (come le altre analoghe varianti) è ovviamente progettato per tracciare orologi su quadranti piani, poiché il disco equinoziale non scorre sull'asse; in effetti esso così veniva impiegato e per questo uso viene segnalato nei vecchi testi. Come già accennato, io non ritengo che l'impiego di

questi attrezzi costruttivi sia valido per i quadranti piani, e quindi lo sciatere sarebbe strumento nemmeno da menzionare se non fosse che esso può essere utilmente impiegato per costruire orologi solari su superfici curve; solo per questo lo sciatere merita di essere ripescato dall'oblio dei secoli con una postuma rivalutazione.

Rimane peraltro il fatto che nei casi di quadri non piani, facili o difficili che siano, il sistema preferibile è quello di usare non già il combinato sciatere di costruzione poco agevole, ma in

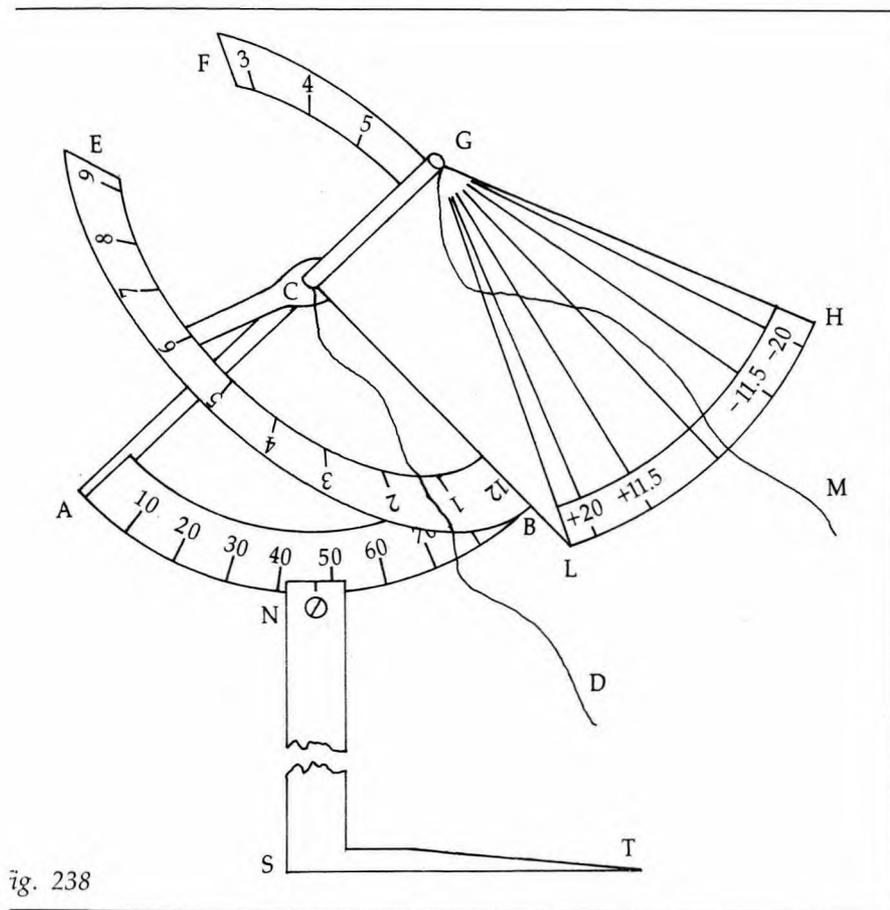
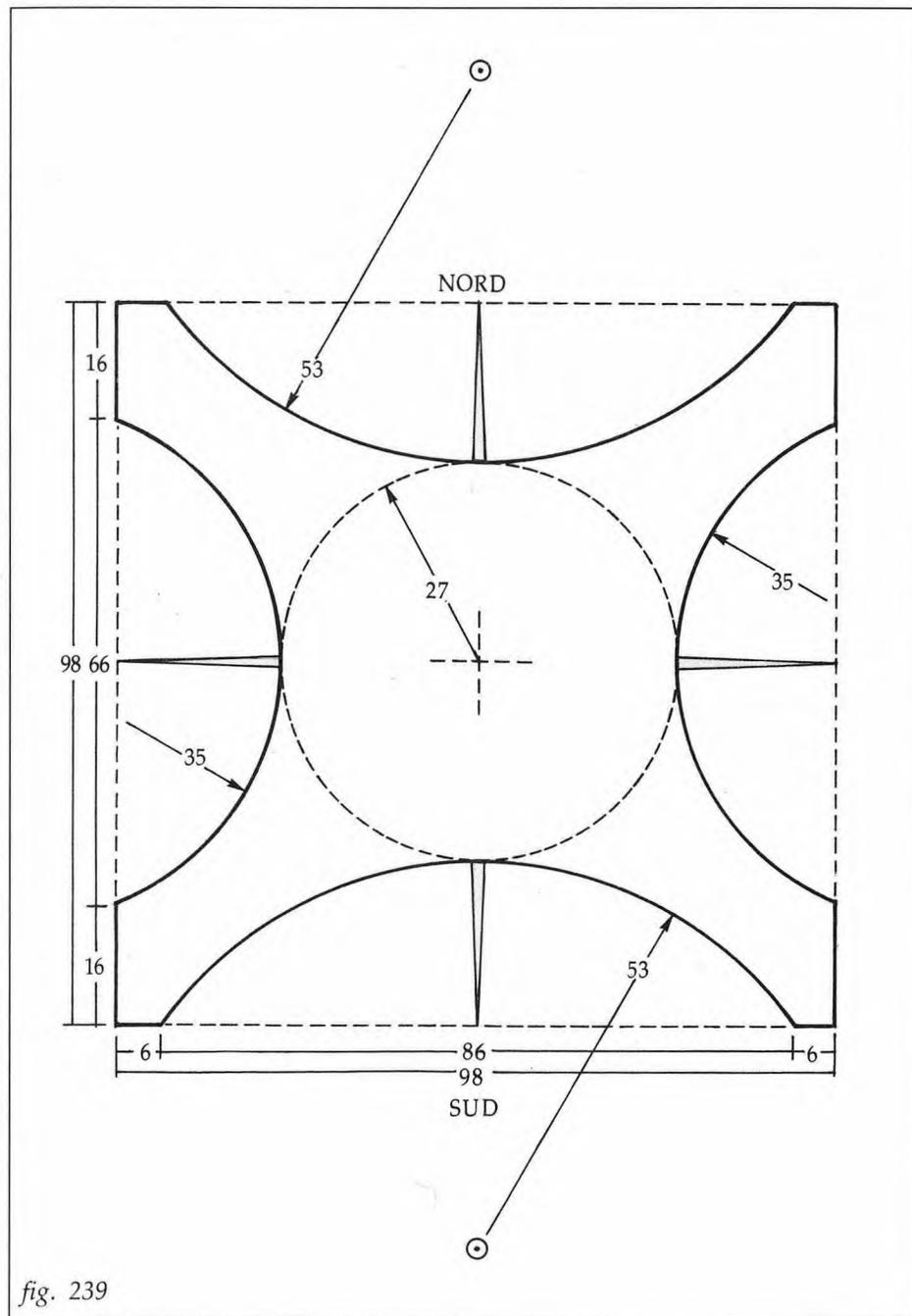


fig. 238

modo autonomo e indipendente i suoi due componenti "disco equinoziale" e "settore delle declinazioni", facilissimi da realizzare e da impiegare. Per chiudere l'argomento vorrei segnalare con qualche dettaglio il bellissimo orologio solare marmoreo su superfici non piane esistente nel giardino del Quirinale a Roma, con la firma di Theodosius Rubeus.

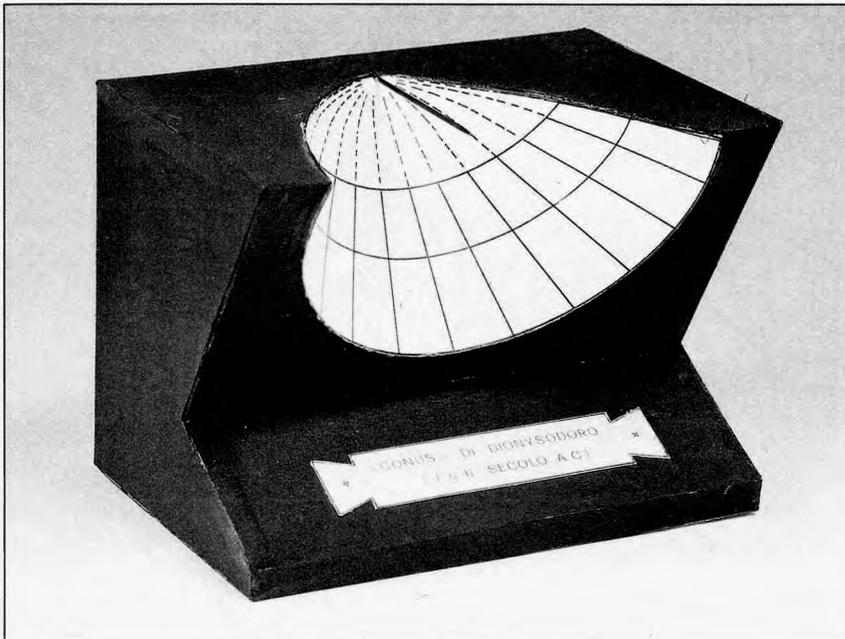
I suoi quattro quadranti verticali, orientati ai quattro punti cardinali, sono tracciati su superfici concave cilindriche, e mi piace immaginare che il Rubeus abbia usato per disegnarli sistemi e strumenti analoghi a quelli appena descritti. La figura 239 mostra una sezione orizzontale del monumento (quote in cm); i quadranti speculari Nord e Sud indicano ore italiane, quelli speculari Est e Ovest indicano ore civili; in tal modo le due coppie di quadranti forniscono i due tipi di ore per tutta la giornata. La sezione evidenzia con chiarezza il vantaggio del quadro concavo: l'ombra dello stilo non va mai all'infinito, ma termina nell'ambito del quadro anche quando il Sole lo lambisce all'entrata e alla uscita.





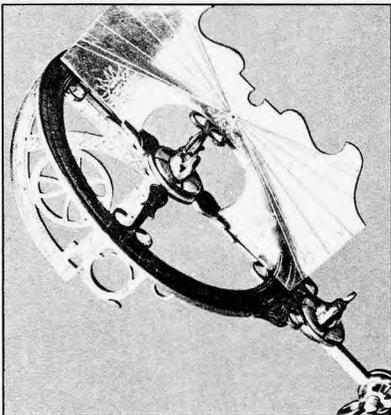
55

55, Orologio cavo del tipo "emiciclo", di epoca romana, rinvenuto negli scavi dell'antica città di Volubilis (Marocco, presso Fez). Come tutti gli orologi solari di quel periodo storico, anche questo esemplare è costruito per il sistema temporario con le linee orarie prive di indicazioni.



56

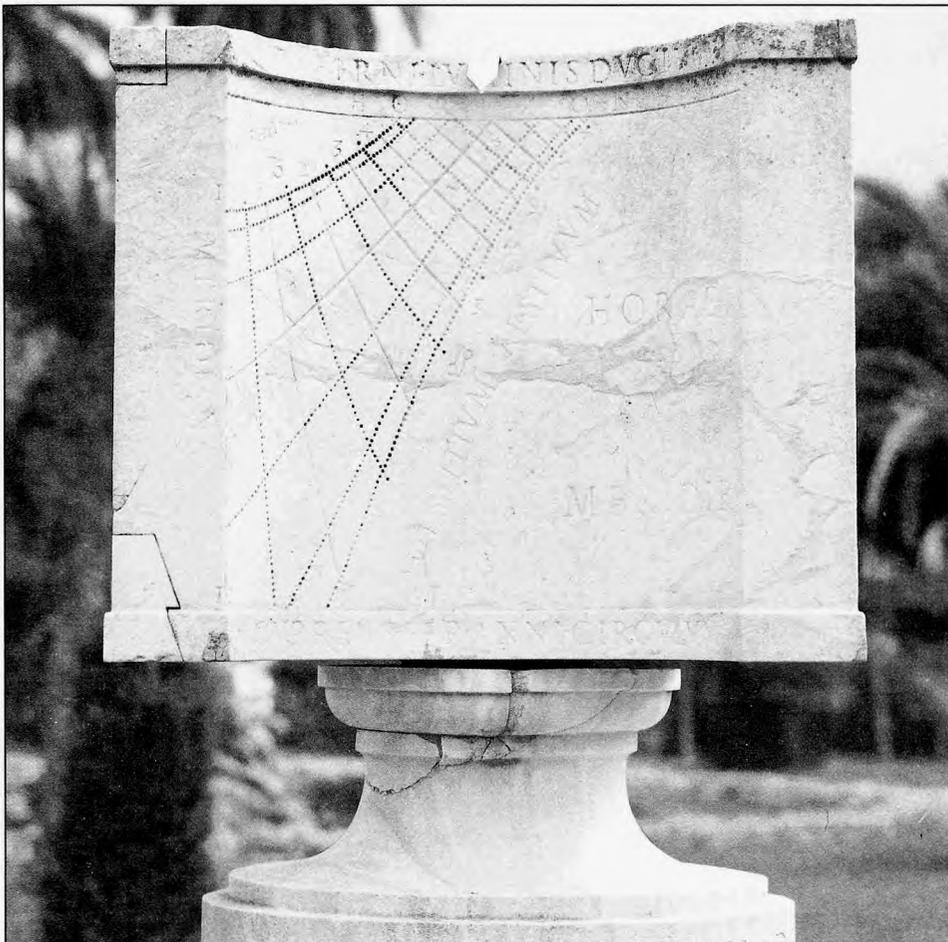
56, Modellino di studio per un "cono di Dionysodoro", presumibilmente del tipo segnalato da Vitruvio nel suo trattato "De Architectura". Gli esemplari originali risalirebbero al II secolo a.C.



57

57, Elegante sciatera del XVIII secolo, realizzato con metalli preziosi e presumibilmente destinato alla corte di un alto personaggio.

58, Quadrante occidentale dell'orologio cubico del Quirinale, con le linee orarie civili e le curve diurne zodiacali. È facile immaginare che il tracciamento del diagramma sia stato eseguito empiricamente, con l'uso di strumenti costruttivi del tipo "sciatera" o analoghi.



58



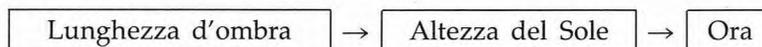
Libro secondo  
Orologi solari d'altezza

## CAP. XXIII - NOTE INTRODUTTIVE

105) *Generalità*

Esperienza primordiale dell'uomo è stata l'osservazione dell'altezza del Sole sull'orizzonte e della sua evoluzione nel corso della giornata: zero al sorgere, incremento nella prima metà del giorno, culminazione al mezzogiorno, quindi diminuzione e tramonto di nuovo allo zero. La variazione dell'altezza del Sole è tale, in velocità e grandezza, che questa coordinata può benissimo essere assunta come "indicatrice dell'ora"; se si conosce la relazione matematica che lega le due grandezze *altezza* e *ora*, misurando in qualche modo l'altezza del Sole sull'orizzonte con questa relazione si passa all'"ora" di quel momento, con la sola ambiguità tra mattino e pomeriggio.

Legata all'esperienza dell'altezza del Sole, ancora esperienza primordiale dell'uomo è stata l'osservazione della variazione della lunghezza delle ombre al variare dell'altezza del Sole; ed ecco quindi come da queste esperienze emerge la successione logica:



Per mettere in pratica questo processo intellettuale quasi istintivo, sin dagli albori della civiltà è nato l'*orologio solare d'altezza*, in forma certamente rudimentale ai primordi, poi sempre più evoluto, perfezionato, diversificato, sino a divenire prodotto incredibile di convergenza di scienza ed arte. È certo che nella storia dei mezzi per misurare il tempo l'orologio solare d'altezza si è guadagnato un posto di notevole rilievo, specialmente a partire dal XV secolo, e quindi merita approfondimenti di una certa ampiezza. Non va nemmeno trascurato il fatto che questi strumenti, piccoli, portatili, spesso impreziositi a livello di oreficeria nelle botteghe artigiane del Rinascimento, possono trovarsi più facilmente nei musei e nelle collezioni e quindi sono, per così dire, più "a portata di visita" e più frettolosamente apprezzabili dei più grandi, ingombranti, fissi strumenti direzionali.

Entrando in argomento, possiamo dire che i modi con cui gli artigiani/scienziati del passato (157) hanno interpretato il processo logico per passare dall'ombra all'ora, passando attraverso l'altezza del Sole, sono assai numerosi, ma concettualmente possono essere raggruppati in due categorie fondamentali che per semplicità chiameremo:

- categoria del pendolino (o dell'inclinazione);
- categoria della lunghezza d'ombra (o dello stilo).

Il primo gruppo comprende strumenti il cui piano, tenuto verticale e orientato verso il Sole (fig. 240), viene inclinato sino a portare una linea di mira AB esattamente sull'astro; un pendolino P indica su apposita graduazione di quanto si è dovuto inclinare lo strumento e

(157) Con l'espressione "artigiani/scienziati" intendiamo indicare i sofisticati laboratori dei tempi passati, specializzati nella produzione di astrolabi, armille, orologi solari, strumenti astronomici, apparecchi per le più varie misure, e simili congegni; in essi confluiva l'opera dello scienziato che "calcolava" lo strumento, del disegnatore che ne "progettava" l'esecuzione, dell'incisore che "tracciava" le linee e del cesellatore che "scriveva" le parole, i numeri e le lettere.

cioè indica l'altezza  $h$  del Sole. L'ombra, come elemento di partenza, la possiamo rintracciare in via concettuale nella linea di mira, o traguardo, come si vedrà quando parleremo di questo componente dell'orologio di altezza.

Il secondo gruppo comprende quegli strumenti in cui si fissa uno stilo verticale (fig. 241) sul piano orizzontale e su questo si raccoglie la mutevole ombra orizzontale dello stilo, ovvero strumenti nei quali si fissa uno stilo orizzontale su un piano verticale che viene tenuto rivolto al Sole e sul quale si raccoglie la mutevole ombra verticale dello stilo; sia l'una che l'altra ombra, essendo funzioni dirette dell'altezza  $h$  del Sole, possono servire per misurarla.

Trattandosi di strumenti che debbono essere spostati o mossi in qualche modo per effettuare la misura, gli orologi solari d'altezza sono generalmente oggetti portatili di piccole dimensioni, e ciò spiega perché su molti di essi sono stati fatti sforzi incredibili per renderli "universali"; ciò spiega anche perché l'epoca d'oro degli orologi d'altezza (universali o locali) inizia nel XV secolo, in coincidenza con la diffusione dell'orologio solare portatile, da viaggio.

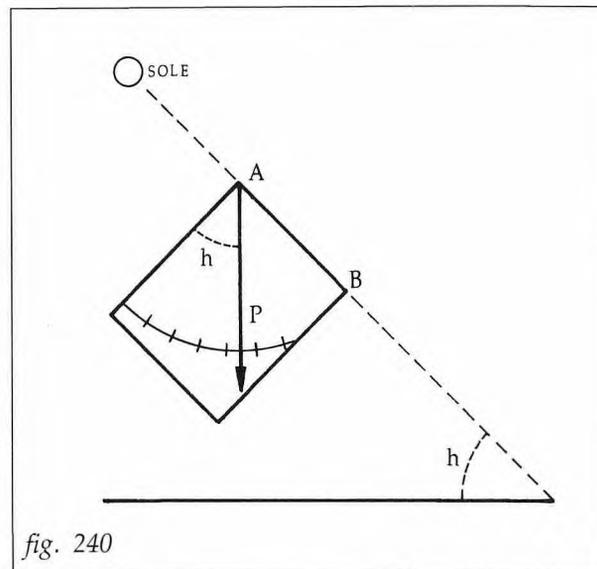


fig. 240

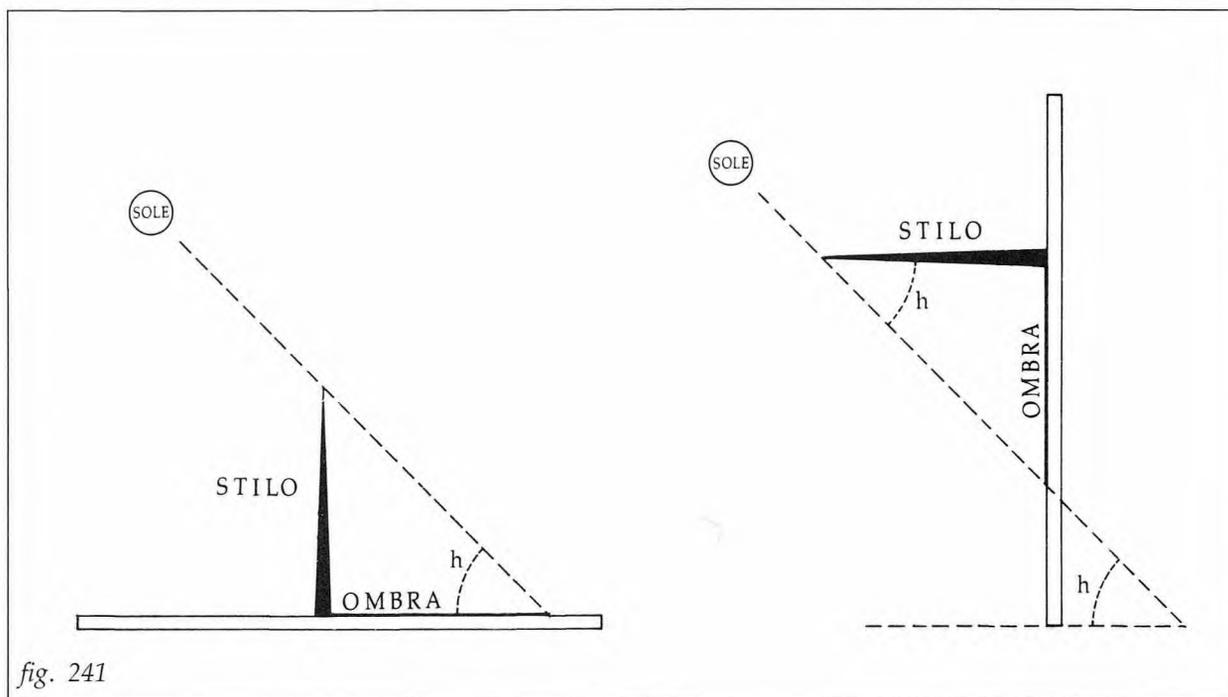


fig. 241

Ancora un'osservazione generale; la maggioranza di questi strumenti del passato indicava le ore diseguali (temporarie, giudaiche) ovvero le ore eguali civili (astronomiche), lasciando all'osservatore, se lo desiderava, il compito di passare all'ora italica o all'ora babilonese con formulette che già conosciamo. A tale scopo spesso gli strumenti astronomici dell'epoca (astrolabi, corredi astronomici, quadranti, ecc.) in vari modi indicavano anche la durata del giorno o della notte, elemento necessario per la trasformazione delle ore diseguali o delle ore civili in ore italiane/babilonesi. Peraltro bisogna registrare che in Italia si sono costruiti bellissimi esemplari di orologi di altezza che davano direttamente l'ora italica; ne accenneremo parlando dell'orologio "del pastore".

### 106) Il passaggio dall'altezza del Sole all'ora civile

Una fase comune a tutti questi strumenti è necessariamente il passaggio dall'altezza  $h$  del Sole all'ora civile  $t$ . Per ottenere una formula trigonometrica che leghi  $h$  e  $t$  torniamo ancora una volta sulla sfera celeste (fig. 242), dove al solito  $P_N$ ,  $Z$ ,  $S$  sono il Polo Nord, lo zenit dell'osservatore e il Sole. Detti come sempre  $\varphi$  la latitudine,  $h$ ,  $\delta$ ,  $P$  rispettivamente l'altezza, la declinazione e l'angolo al polo del Sole, nel triangolo  $P_N Z S$  si ha:

$$\begin{aligned} ZP_N &= 90^\circ - \varphi \\ ZS &= 90^\circ - h \\ SP_N &= 90^\circ - \delta \\ \hat{P}_N &= P \end{aligned}$$

Applicando al triangolo la formula del coseno si ricava l'espressione cercata:

$$\cos(90^\circ - h) = \cos(90^\circ - \varphi) \cos(90^\circ - \delta) + \sin(90^\circ - \varphi) \sin(90^\circ - \delta) \cos P$$

$$\boxed{\sin h = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos P} \quad (158)$$

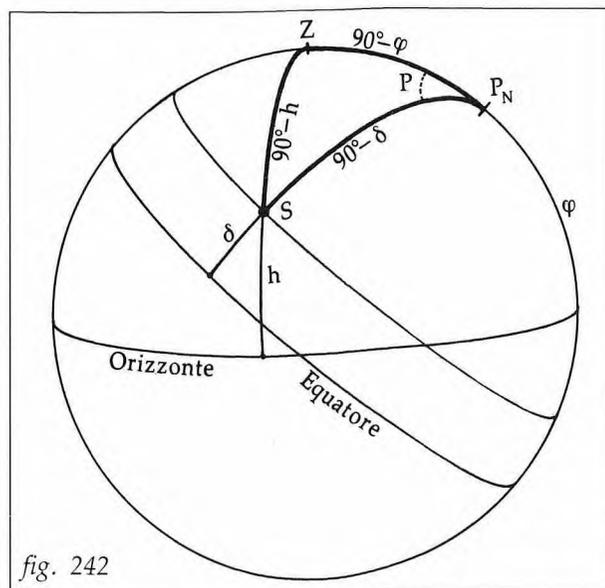


fig. 242

che consente di passare da  $P$  ad  $h$ , o viceversa, noti che siano  $\varphi$  e  $\delta$ .

Il passaggio dall'ora  $t$  all'angolo al polo  $P$  o viceversa si fa poi con la solita formuletta:

$$t = 12^h \mp P \frac{E}{W}$$

in cui, ricordiamo, i segni  $-$  e  $+$  valgono rispettivamente quando il Sole è a Est del meridiano (mattino) e quando è a Ovest del meridiano (pomeriggio).

(158) La formula è identica a quella che si usa nella Navigazione Astronomica per il calcolo delle rette d'altezza. Pertanto per risolvere la formula, anziché usare il comune minicalcolatore, si può usare una delle Tavole che servono ai naviganti per le rette d'altezza (ad esempio le americane H.O. 214 o le analoghe italiane dell'I.I. della Marina, bibliografia n. 57).

Le formule confermano anche in via analitica che il passaggio dall'altezza all'ora presenta l'ambiguità "mattino-pomeriggio", nel senso che ad ogni altezza  $h$  corrispondono due ore, una mattinata e una pomeridiana, egualmente distanziate dall'ora 12<sup>h</sup> del mezzogiorno.

Le formule confermano inoltre che anche gli orologi d'altezza, come quelli direzionali, sono validi solo alla latitudine per la quale sono costruiti (a meno di inserire appositi "trucchi" per renderli universali).

Dalle formule si deduce ancora, come d'altronde appare ovvio dall'osservazione del Sole nell'esperienza quotidiana, che la relazione "altezza-ora" dipende dalla declinazione  $\delta$  del Sole e quindi varia giorno per giorno al variare della data; ovvero, in altri termini, gli orologi d'altezza devono utilizzare per ogni giorno dell'anno una diversa relazione per trasformare le altezze del Sole in ora.

Ricordiamo infine che le formule trovate sono valide per il sistema orario civile, e a questo sistema orario ci riferiremo nel seguito dello studio, salvo diversa specifica indicazione.

Esaurite le notizie generali, iniziamo l'esame di questi strumenti con gli orologi della categoria del pendolino, detti orologi d'altezza "a linea di mira" o "a traguardo", o anche, impropriamente, "clinometri"; in seguito parleremo degli strumenti che utilizzano la lunghezza d'ombra, detti orologi d'altezza "a stilo".

CAP. XXIV - OROLOGI SOLARI D'ALTEZZA A TRAGUARDO  
(CLINOMETRI) CON PENDOLO FISSO

107) Concetto basilico

Supponiamo di disporre (fig. 243) di un elemento piano ABC a forma di quadrante (159),

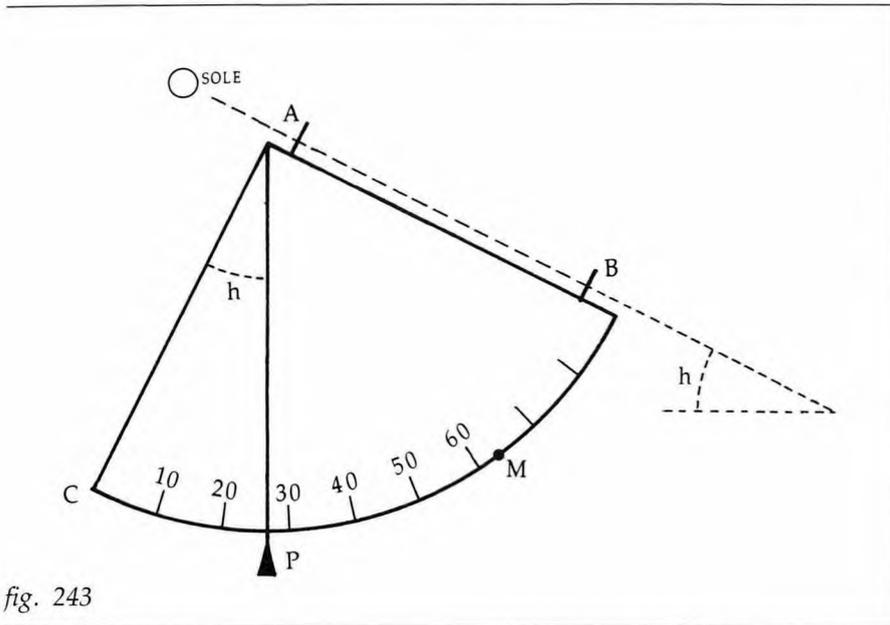


fig. 243

con due mire A e B che possano individuare in un modo qualsiasi la direzione del Sole; se applichiamo in A un pendolino P (filo o asticella con pesetto) e se manteniamo il traguardo sul Sole nel corso di un'intera giornata, il pendolino passerà dalla posizione C (sorgere del Sole, altezza 0°) alla posizione M (culminazione, altezza massima) e quindi tornerà alla posizione C (tramonto del Sole, altezza 0°) alla fine della giornata; sull'arco CM si può così segnare una scala uniforme delle altezze h del Sole (160). Se per ogni h applichiamo e risolviamo la formula già trovata del *sen h*:

$$\cos P = \frac{\text{sen } h - \text{sen } \varphi \text{ sen } \delta}{\cos \varphi \cos \delta}$$

possiamo segnare su un qualsiasi arco EF del quadrante (fig. 244) una scala (non uniforme) di angoli al polo P corrispondenti alle altezze h (161); questa scala di P, utilizzando la formuletta  $t = 12^h \mp P$ , può essere facilmente rimpiazzata da una doppia scala di ore t (fig. 245), che indica le coppie di ore AM e PM corrispondenti alle varie altezze h. In tal modo, se in qualsiasi istante di quella giornata, con il quadrante verticale si traguarda il Sole attraverso le mire A e B, il pendolino marcherà l'ora civile t sulla scala EF, lasciando all'osservatore la scelta fra l'ora AM e l'ora PM; (in aggiunta il pendolino marcherà anche l'altezza h del Sole sulla scala delle altezze CM).

La misura dell'ora fatta in tal maniera è valida naturalmente se viene effettuata alla latitudine  $\varphi$  per la quale lo strumento è costruito, ma soprattutto è valida se fatta in quelle specifiche giornate (due all'anno) in cui la declinazione  $\delta$  del Sole è quella che è stata

(159) La forma quadrantale di questi orologi ha dato il nome non solo al quadrante degli orologi solari, ma anche a quelli degli orologi meccanici, antichi e moderni, e ai quadranti di tanti strumenti che danno le indicazioni più varie.

(160) Il fatto che l'altezza del Sole non supera 90° spiega la forma quadrantale di questi strumenti.

(161) In pratica conviene inserire nella formula i valori delle ore intere di P e ricavare le altezze h corrispondenti.

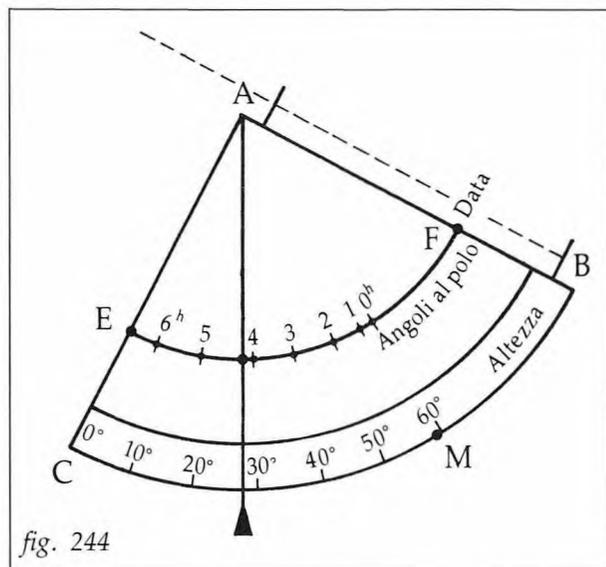


fig. 244

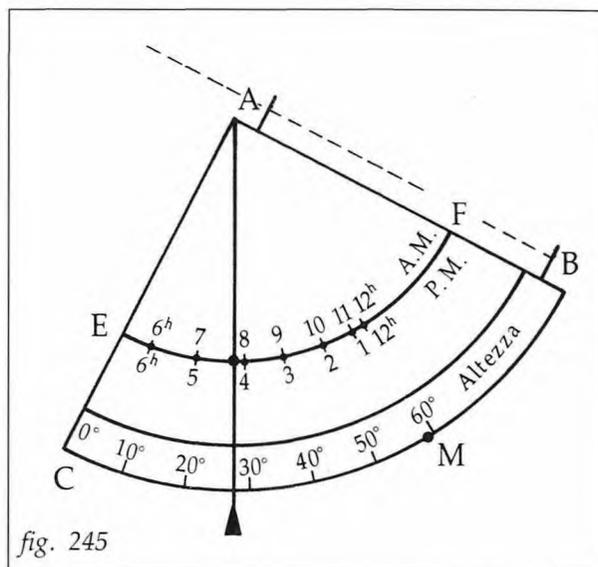


fig. 245

adoperata per la conversione delle altezze  $h$  in ore  $t$ . Perciò se vogliamo avere un orologio che sia valido tutto l'anno, per ciascuna data dell'anno (o declinazione  $\delta$ ) dovremo riportare sul quadrante la corrispondente scala circolare delle ore, come la EF della figura 245. La figura 246 esemplifica questo concetto; sul quadrante sono state riportate tre scale orarie circolari, costruite con la formula del  $\text{sen } h$ , per le tre declinazioni del Sole  $+23^\circ.5$ ,  $0^\circ$ ,  $-23^\circ.5$ ; su ciascuna scala il pendolino marcherà l'ora nella giornata corrispondente alla rispettiva declinazione  $\delta$ .

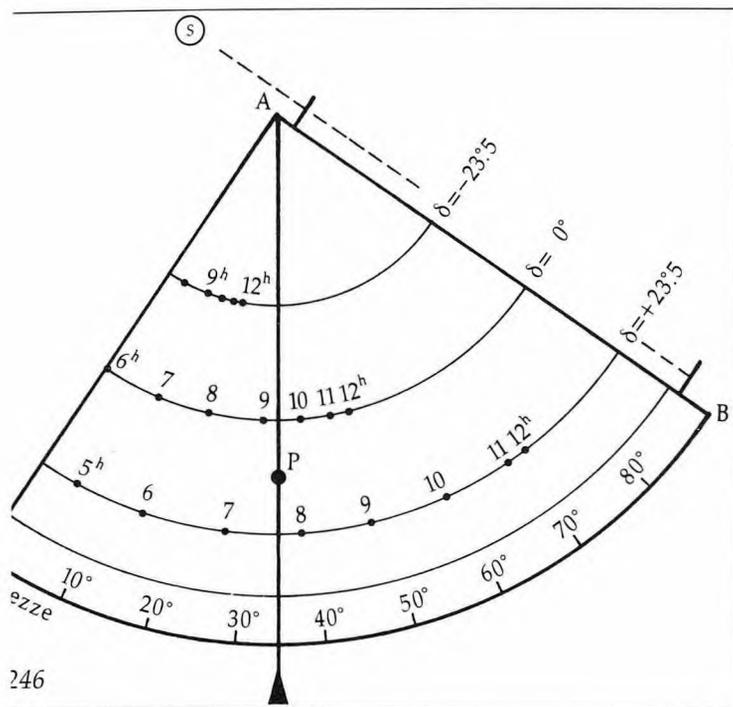
Le tre scale circolari, si noti bene, sono state disposte sul quadrante in modo del tutto casuale e arbitrario, e sono indipendenti l'una dall'altra.

In pratica basterà calcolare e disegnare un certo numero di scale orarie giornaliere per una serie adeguata di date e unire con linea continua i punti corrispondenti alla stessa ora (fig. 247); si ottengono così delle "linee orarie", ciascuna intestata a una specifica ora, o meglio a una specifica coppia di ore AM e PM, come in figura è stato fatto per le coppie di ore  $6^h/18^h$ ,  $9^h/15^h$ ,  $12^h/12^h$ .

Per individuare i singoli cerchi delle declinazioni (scale orarie giornaliere) è sufficiente marcare sui margini laterali rettilinei del quadrante una "scala delle declinazioni" o delle doppie date, e disporre sul filo del pendolino un segnalino mobile (perlina) regolabile sulla scala delle declinazioni; i cerchi delle declinazioni divengono così inutili e possono essere cancellati (o conservati a titolo puramente ornamentale).

Se ora in qualsiasi giorno dell'anno regoliamo il segnalino mobile sulla scala delle date e facciamo oscillare il quadrante, il segnalino descriverà l'appropriato cerchio giornaliero, e pertanto traguardando il Sole marcherà l'ora (AM e PM) sul diagramma delle linee orarie.

Per completare la descrizione del quadro che abbiamo appena ottenuto, osserviamo che, in analogia con gli orologi solari direzionali, possiamo chiamare "meridiana" la linea oraria delle  $12^h$ , "equinoziale" il cerchio corrispondente alla declinazione  $0^\circ$  e "linee dei solstizi" i due cerchi relativi alle declinazioni  $\pm 23^\circ.5$ . Infine sottolineiamo ancora il fatto che la distribuzione sul quadrante delle varie "scale giornaliere" circolari (cerchi di declinazione) per



i vari giorni è *del tutto arbitraria*; essa, secondo come viene attuata, determina la forma geometrica delle linee orarie, che normalmente e in via generale sono curve sinuose. Proprio "giocando" con la disposizione sul quadrante delle varie scale giornaliere (oltre che con il punto d'attacco del pendolino) gli artigiani/scienziati del passato riuscirono a ottenere risultati impensabili, dando alle linee orarie forme geometriche semplici, come archi di cerchio, rette convergenti, rette parallele, ecc., come vedremo nel seguito dello studio.

Un altro modo per regolare il segnalino del pendolo per tener conto della data è stato usato in passato con buona fortuna. Esso viene suggerito dal concetto dell'"altezza meridiana"  $h_M$ , altezza massima della giornata che si verifica quando il Sole transita sul meridiano al mezzogiorno; la cosmografia ci insegna (fig. 248) che tale altezza massima è:

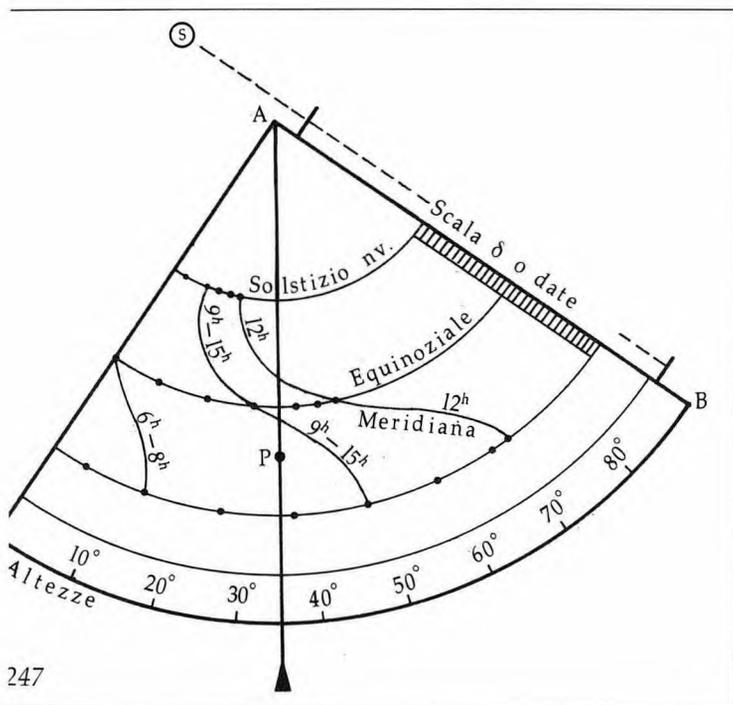
$$h_M = (90^\circ - \varphi) + \delta \quad (162)$$

dove  $(90^\circ - \varphi)$  è la colatitudine del luogo e  $\delta$  deve esser presa col suo segno + o -. Consideriamo allora la scala delle altezze posta sul margine circolare del quadrante (fig. 249), e sul punto A corrispondente al valore di  $h$  eguale alla colatitudine  $90^\circ - \varphi$  (in figura è  $\varphi = 42^\circ$ ) iniziamo con lo stesso passo uniforme delle altezze  $h$ , una scala delle declinazioni  $\delta$  che abbia i valori positivi verso le altezze crescenti e quelli negativi verso le altezze decrescenti.

Così disposte le cose, se mettiamo il pendolino sul valore di  $\delta$  della giornata (in figura è  $\delta = -5^\circ$ ), esso segna sulla adiacente scala delle altezze il valore

$$h = (90^\circ - \varphi) + \delta \quad (\delta \text{ col suo segno})$$

e cioè il valore dell'altezza meridiana per quel giorno (in figura è  $h_M = 43^\circ$ ); in conseguenza il segnalino del pendolo deve trovarsi sulla



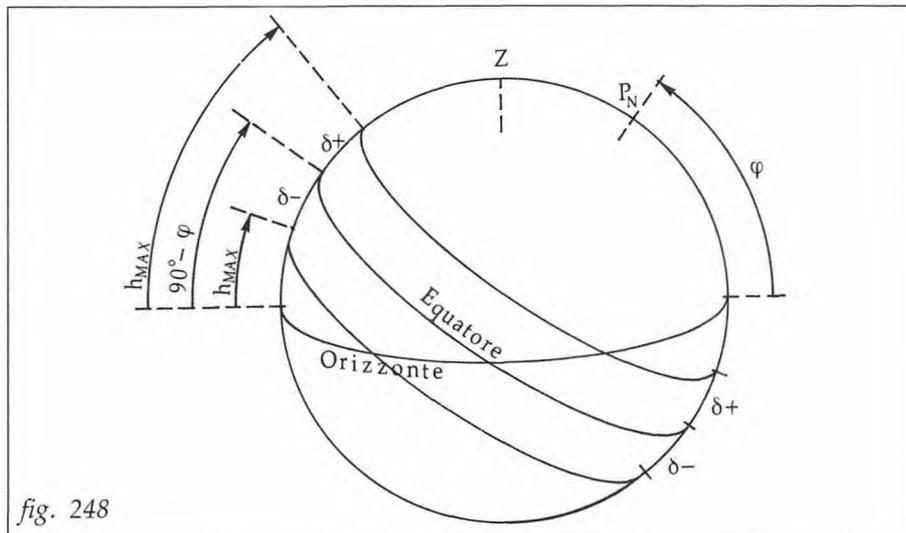
(162) Ponendo  $P = 0^\circ$  nella formula del sen  $h$  esposta al par. 106 si ottiene lo stesso risultato.

linea meridiana (ore 12<sup>h</sup>). Per regolare lo strumento quindi basta portare il pendolo sulla  $\delta$  del giorno e slittare il segnalino mobile sino a portarlo a coincidere con la linea meridiana (ore 12<sup>h</sup>).

È ovvio che anche questa scala delle  $\delta$  può benissimo essere trasformata in "scala delle date" o "scala dello zodiaco", come quella disposta sul margine rettilineo laterale del quadrante.

In conclusione la regolazione del clinometro quadrantale per la data del giorno può essere fatta in due modi, concettualmente identici, che qui sintetizziamo:

- a) portare il pendolino sulla scala laterale; slittare il segnalino sul filo sino alla appropriata graduazione delle declinazioni  $\delta$ , o delle date, o dello zodiaco; ovvero:
- b) portare il pendolino sulla scala circolare inferiore, in modo che marchi l'appropriata declinazione  $\delta$ , o data, o posizione zodiacale; slittare il segnalino sul filo sino a che incontri la linea meridiana (linea oraria delle 12<sup>h</sup>).



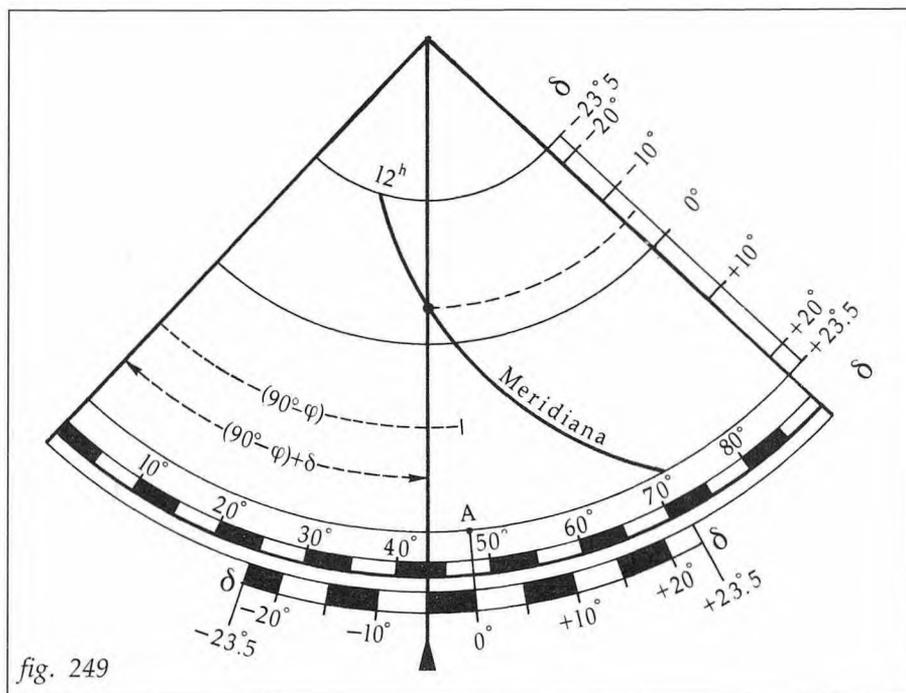
Ci proponiamo ora di esaminare i più interessanti orologi d'altezza del tipo "a traguardo" (clinometri). Ma prima converrà accennare brevemente a tre argomenti che sono comuni a tutti questi strumenti:

- la linea di mira
- la scala delle date
- il pendolino.

### 108) La linea di mira

Senza entrare troppo nei dettagli delle "linee di mira", segnaliamo le soluzioni che maggiormente sono state usate nel passato.

Il modello più istintivo di traguardo è quello che si ottiene fissando due lastrine sul margine superiore del quadrante (fig.



250); al centro della piastrina anteriore si ricava un forellino A e al centro della piastrina posteriore si traccia una crocetta con centro B, in modo che la linea AB sia parallela al margine dello strumento. Quando, puntando il traguardo al Sole, il raggio solare che attraversa il forellino cade sul centro della crocetta lo strumento è orientato e il pendolino può così indicare l'ora  $t$  sulla scala oraria circolare della giornata.

Alcuni autori sistemavano sulla lastrina posteriore anziché la crocetta un secondo forellino e ottenevano la collimazione facendo passare un raggio solare attraverso entrambi i forellini. Nulla vieta inoltre che le due piastrine vengano sistemate in altre zone del quadrante anziché sul bordo superiore.

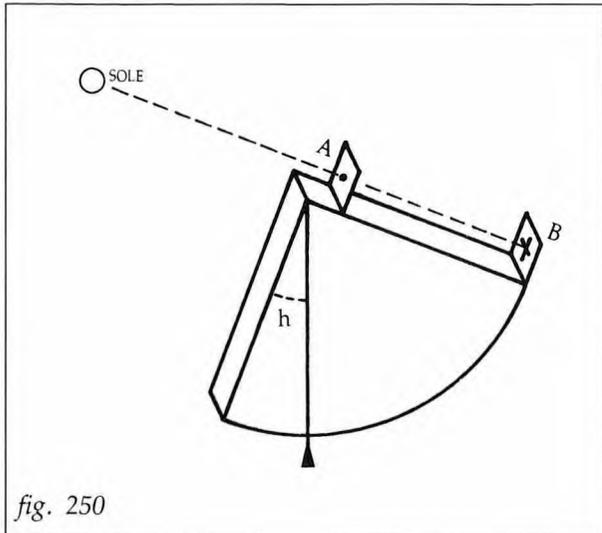


fig. 250

Altri modelli di traguardo vennero sistemati sulla faccia verticale del quadrante, nella zona alta (fig. 251). Si immagini un piolino o stilo AB piantato in A ben perpendicolare al piano dello strumento, e una linea retta AC che, partendo dalla base A dello stilo sia parallela al margine superiore del quadro; quando, puntando il quadrante al Sole, l'ombra dello stilo AB coincide con la retta AC lo strumento è orientato e il pendolino marca l'ora  $t$  sulla scala oraria della giornata.

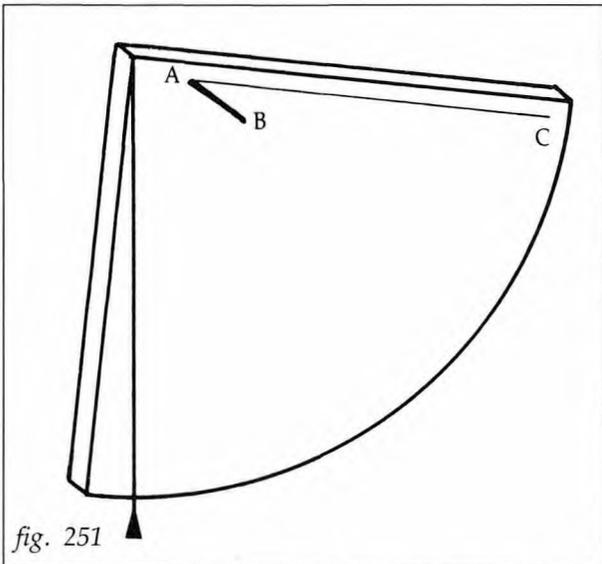


fig. 251

In modo concettualmente analogo al precedente si possono realizzare altri tipi di traguardo. Si monti, ad esempio, nella faccia verticale del quadrante, sulla linea AB (fig. 252) perpendicolare al margine superiore dello strumento una lastrina rettangolare ABCD perpendicolare al piano del quadrante (la lastrina può essere incernierata in AB perché la si possa ripiegare in posizione di riposo).

Da A si tracci la retta AE normale alla AB; quando, puntando il quadrante al Sole, l'ombra del lato AC della lastrina coincide con la retta AE lo strumento è collimato per la lettura dell'ora.

Una variante di questa soluzione consiste nell'aprire al centro della lastrina una sottile fessura HG parallela ad AC (fig. 253) e quindi normale al quadrante; tracciata sul quadro la retta HL normale ad AB, lo strumento si orienta inclinandolo sino a che la striscia luminosa che passa attraverso la fessura

coincida con la retta HL. Se si tracciano anche le rette AE e BF, si ha una collimazione tripla, una luminosa sulla linea HL e due ad ombra sulle linee AE e BF.

Per finire osserviamo che, sia sfruttando l'ombra della lastrina sia sfruttando il raggio luminoso attraverso una fessura o un forellino, è sempre il concetto-base delle ombre solari che interviene nell'orientamento e nella collimazione dello strumento. Ciò ci consente di far rientrare anche questi orologi solari d'altezza a traguardo tra quelli che misurano il tempo per mezzo delle ombre, e cioè entro il tema del nostro studio.

### 109) La scala delle date

Parlando di orologi solari direzionali dicevamo che l'inserimento su di essi di un calendario o di uno zodiaco era un fatto sostanzialmente ornamentale; in questi orologi di altezza, invece, la "data" (calendario o zodiaco) assume il carattere di elemento funzionale di primaria importanza, e perciò sembra opportuno approfondire l'argomento.

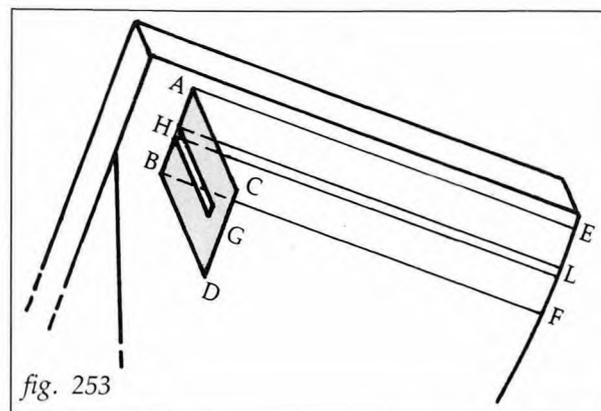
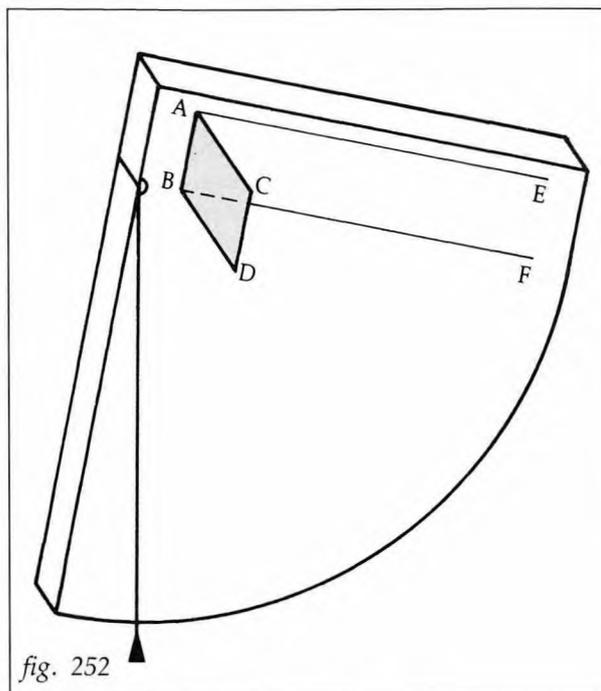
Riprendendo il concetto-base del clinometro, la formula del "sen h", che ci serve per passare dall'altezza h all'ora t e quindi per tracciare le varie scale giornaliere sui cerchi di declinazione, è funzione non tanto della data quanto in via diretta della declinazione del Sole; in linea di principio quindi dovremmo segnare a margine del quadrante la scala delle declinazioni  $\delta$ , cercare sugli almanacchi o su apposite tabelle la declinazione  $\delta$  per la data di osservazione e regolare in conseguenza lo strumento.

In pratica conviene (come sempre è stato fatto) convertire la declinazione  $\delta$  in data direttamente sullo strumento, trasformando la scala delle  $\delta$  in una scala che indichi in alternativa:

- lo zodiaco (segni e gradi), come facevano gli antichi;
- il calendario (mesi e giorni), come si è fatto in tempi più moderni.

La necessaria comparazione tra le declinazioni  $\delta$  e i segni/gradi zodiacali o i mesi/giorni calendariali è già stata accennata in precedenza (163); qui dobbiamo solo dettagliare maggiormente l'analisi, e vedere come convenga organizzare le scale grafiche delle date da tracciare sia sul margine rettilineo laterale che sul margine circolare inferiore dei nostri clinometri.

(163) Par. 34.



Per facilitare l'operazione riportiamo di seguito tre tabelle (ricavate da quelle più complete dell'Appendice A) che mettono in relazione i tre elementi delle scale: *declinazione - data - posizione zodiacale*. Esse ci danno rispettivamente:

- Tabella 1: declinazione e data all'inizio dei segni zodiacali;
- Tabella 2: declinazione e posizione zodiacale all'inizio dei mesi;
- Tabella 3: data e posizione zodiacale per valori interi di declinazione (con passo di 5°).

A parte gli arrotondamenti, le declinazioni e i dati zodiacali della Tabella 1 sono esatti perché derivano dall'applicazione della formuletta  $\sin \delta = \sin \lambda \sin \delta_{\max}$  (164); tutta la Tabella 2 e le date in genere sono invece valori medi su quattro anni consecutivi, poiché, come già si è osservato, la corrispondenza "declinazioni-date" slitta leggermente ogni anno, venendo rifasata ad ogni anno bisestile con l'inserimento del 29 Febbraio. L'Appendice A indica comunque gli scarti massimi che si possono verificare rispetto a queste medie, e che sono largamente accettabili nel contesto della gnomonica pratica. Qualora si volesse interpolare tra i dati di queste tabelle abbreviate, meglio ricorrere anzitutto alle tabelle più complete dell'Appendice A; per ulteriori divisioni più dettagliate si può interpolare suddividendo in parti eguali entro la decade o la decina di gradi zodiacali; per maggiori dettagli bisognerà ricorrere agli Almanacchi Astronomici (165), possibilmente mediando quattro anni consecutivi, o anche scegliendo il secondo anno prima o dopo un bisestile.

Per disegnare le scale grafiche derivanti dalle tabelle, ricordiamo ancora una volta che la distribuzione e il distanziamento delle scale orarie (cerchi di declinazione) del quadrante sono del tutto arbitrari e quindi possono essere realizzati in molti modi; tra questi menzioniamo due soluzioni tipiche, a seconda che sulla linea di supporto della scala delle date si tenga

*uniforme il passo dei gradi zodiacali o delle date, ovvero si tenga uniforme il passo delle declinazioni  $\delta$* . Un terza soluzione, talvolta usata in passato, scarta sia l'uniformità delle date che quella delle declinazioni e, come si vedrà, dispone le scale grafiche in modo da conseguire particolari risultati nella struttura geometrica del reticolato orario. Sembra comunque utile osservare che la scala da disporre lungo la circonferenza inferiore del quadrante per la regolazione del pendolo sulle "altezze meridiane" deve necessariamente essere una scala a  $\delta$  uniforme.

Riportiamo di seguito alcuni esempi di scale grafiche, e, in particolare:

**TABELLA 1**  
**Declinazione e data all'inizio dei segni zodiacali**

INIZIO SEGNI	$\delta$	DATA MEDIA
CANCRO	0° +23°.4	21 GIUGNO
LEONE	0° +20°.2	23 LUGLIO
VERGINE	0° +11°.5	23 AGOSTO
BILANCIA	0° 0	23 SETTEMBRE
SCORPIONE	0° -11°.5	23 OTTOBRE
SAGITTARIO	0° -20°.2	22 NOVEMBRE
CAPRICORNO	0° -23°.4	22 DICEMBRE
ACQUARIO	0° -20°.2	20 GENNAIO
PESCI	0° -11°.5	19 FEBBRAIO
ARIETE	0° 0	20 MARZO
TORO	0° +11°.5	20 APRILE
GEMELLI	0° +20°.2	21 MAGGIO
CANCRO	0° +23°.4	21 GIUGNO

- una scala delle date a *declinazione uniforme*, che collega declinazioni e posizioni zodiacali (fig. 255);

(164) Par. 34b.

(165) Tra i quali, ricordiamo ancora, ottima è la pubblicazione annuale dell'I.I. della Marina "Effemeridi Nautiche", facilmente reperibile (bibliografia n. 56).

**TABELLA 2**  
Declinazione e posizione zodiacale all'inizio dei mesi

INIZIO MESI	$\delta$ (media)	POSIZ. ZODIACALE (media)
(21 Giugno)	(+23°.4)	(Cancro 0°)
1 LUGLIO	+23°.1	CANCRO 9°
1 AGOSTO	+18°.0	LEONE 9°
1 SETTEMBRE	+8°.3	VERGINE 9°
1 OTTOBRE	-3°.2	BILANCIA 8°
1 NOVEMBRE	-14°.4	SCORPIONE 9°
1 DICEMBRE	-21°.8	SAGITTARIO 9°
(22 Dicemb.)	(-23°.4)	(Capric. 0°)
1 GENNAIO	-23°.0	CAPRICORNO 11°
1 FEBBRAIO	-17°.1	ACQUARIO 12°
1 MARZO	-7°.6	PESCI 11°
1 APRILE	+4°.6	ARIETE 12°
1 MAGGIO	+15°.1	TORO 11°
1 GIUGNO	+22°.1	GEMELLI 11°
(21 Giugno)	(+23°.4)	(Cancro 0°)

— una scala delle date a *declinazione uniforme*, che collega declinazioni e posizioni zodiacali, disposta sul margine circolare inferiore (fig. 256).

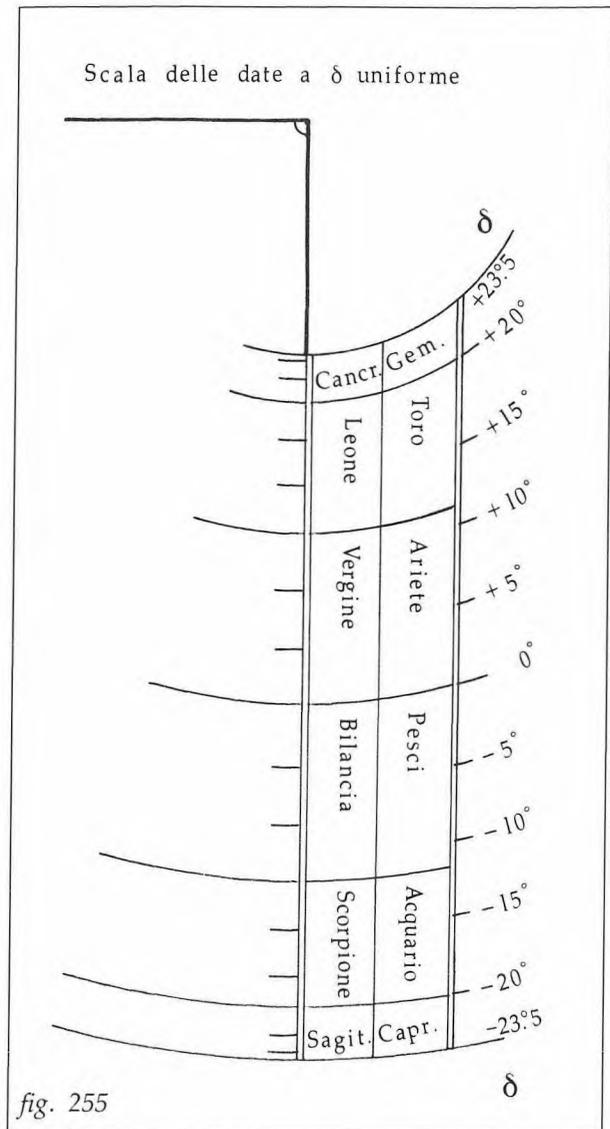
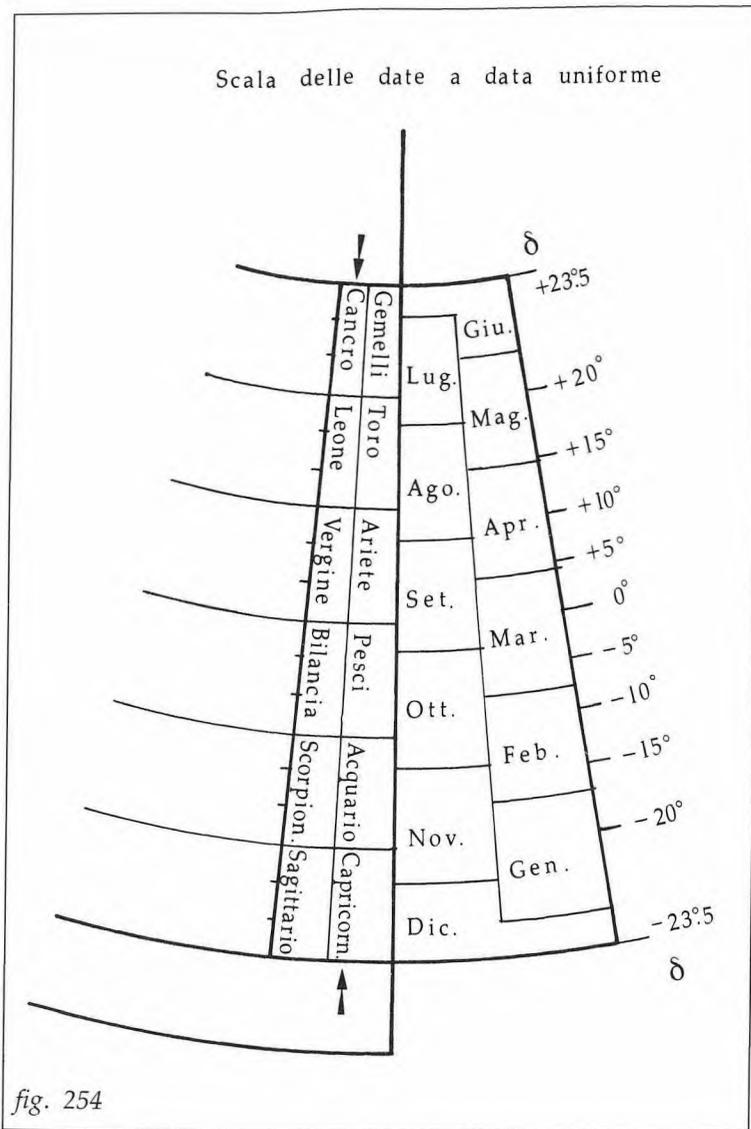
Come curiosità storica segnaliamo che talvolta gli antichi, anziché usare la tabella di corrispondenza zodiaco-declinazioni, realizzavano graficamente la scala zodiacale rettilinea corrispondente alla scala uniforme delle  $\delta$  nel seguente modo (fig. 257). Si disegna il semicerchio ACB (che si può dire rappresenti l'eclittica); diviso il semicerchio in archi di 30°, ampiezza di ogni segno zodiacale, dai punti di divisione si conducono le perpendicolari al diametro AB; i

**TABELLA 3**  
Data e posizione zodiacale per valori interi di declinazione

DATA MEDIA	POSIZIONE ZODIACALE	$\delta$	POSIZIONE ZODIACALE	DATA MEDIA
21 GIUGNO	GEMELLI 30°	+23°.4	CANCRO 0°	21 GIUGNO
20 MAGGIO	TORO 29°	+20°	LEONE 1°	23 LUGLIO
1 MAGGIO	TORO 11°	+15°	LEONE 19°	12 AGOSTO
16 APRILE	ARIETE 26°	+10°	VERGINE 4°	27 AGOSTO
2 APRILE	ARIETE 13°	+5°	VERGINE 17°	10 SETTEMBRE
20 MARZO	ARIETE 0°	0°	BILANCIA 0°	23 SETTEMBRE
8 MARZO	PESCI 17°	-5°	BILANCIA 13°	6 OTTOBRE
23 FEBBRAIO	PESCI 4°	-10°	BILANCIA 26°	19 OTTOBRE
8 FEBBRAIO	ACQUARIO 19°	-15°	SCORPIONE 11°	3 NOVEMBRE
21 GENNAIO	ACQUARIO 1°	-20°	SCORPIONE 29°	21 NOVEMBRE
22 DICEMBRE	CAPRICORNO 0°	-23°.4	SAGITTARIO 30°	22 DICEMBRE

punti di intersezione 1, 2, 3, 4, 5, dividono sulla scala AB i segni zodiacali. Il procedimento *non* è geometricamente corretto, ma l'A. ha accertato che l'errore massimo non supera l'1.1% del diametro AB, e quindi la costruzione può essere considerata accettabile.

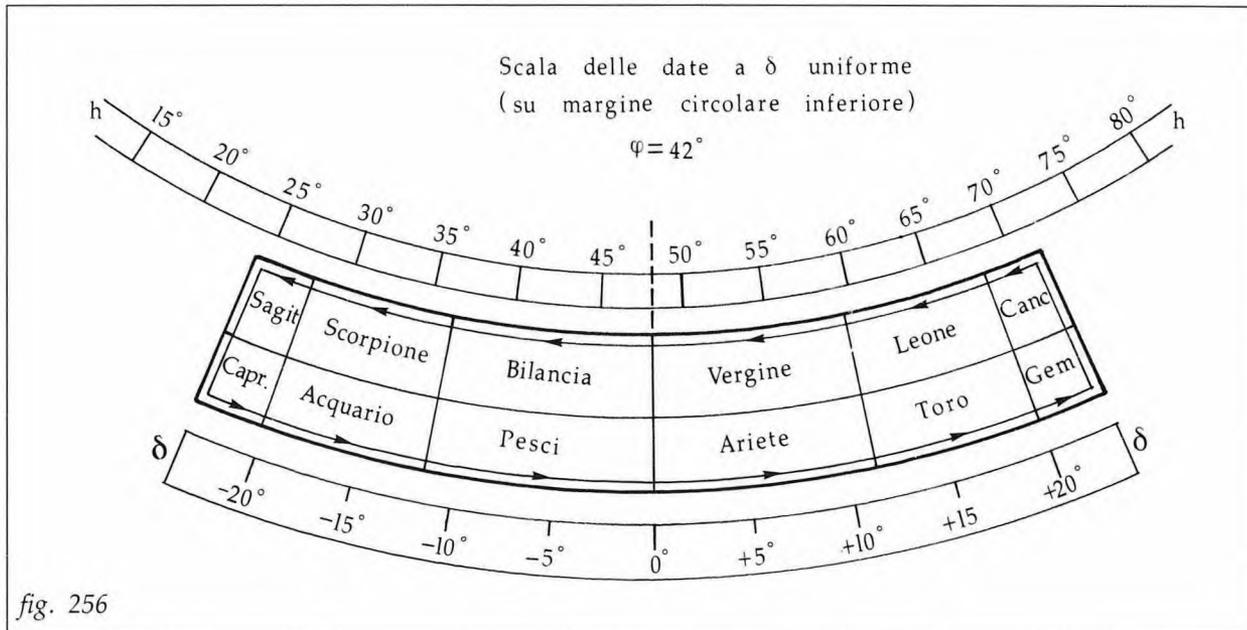
Analogo procedimento, ma stavolta perfettamente corretto, veniva usato nel passato per disegnare su orologi di questo tipo lo zodiaco appoggiato ad un arco di cerchio (sempre in corrispondenza di una scala uniforme di  $\delta$ ). Se AB (fig. 258) è l'arco con centro in O su cui si vuole disegnare la scala zodiacale centrata in C, si segnano gli archi CE e CF ampi +23°.5 e -23°.5; si traccia il semicerchio con diametro EF e lo si divide in sei archi di 30° ciascuno; per i punti di divisione MNPQR si abbassano le perpendicolari alla retta EF; i punti dove esse



incontrano l'arco AB individuano la scala dello zodiaco, con l'inizio di Cancro, Ariete, Capricorno rispettivamente nei punti E, C, F, (166).

Lo stesso risultato ovviamente si può ottenere in modo più semplice riportando sugli archi CA e CB le declinazioni corrispondenti ai segni zodiacali ed eventualmente alle ulteriori suddivisioni in decine, cinque, unità di gradi.

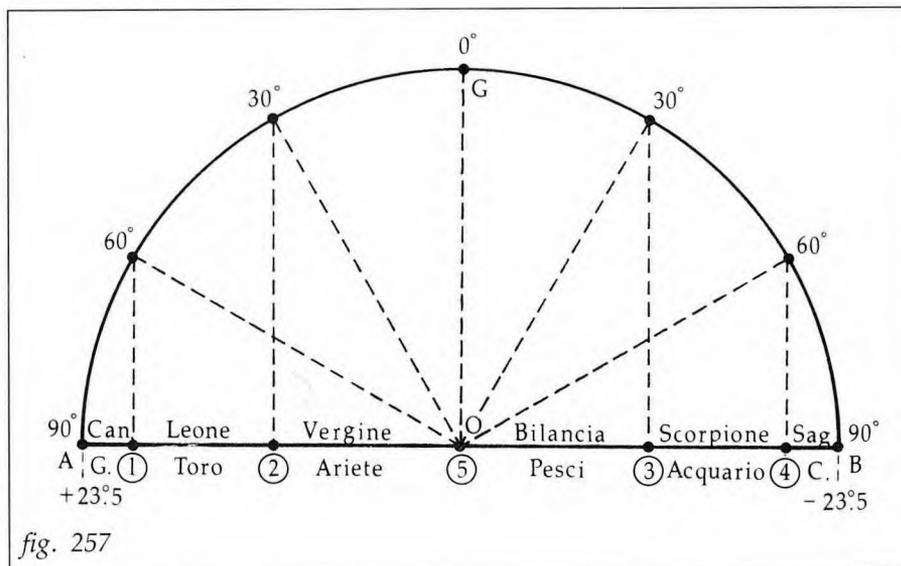
(166) La dimostrazione è omessa, ma per eseguirla basta considerare gli angoli generici  $\gamma$  e  $\alpha$  che si realizzano con la costruzione; si troverà che essi sono legati dalla relazione  $\text{sen } \gamma = \text{sen } \alpha \text{ sen } 23^\circ 5$ , identica alla formuletta  $\text{sen } \delta = \text{sen } \lambda \text{ sen } 23^\circ 5$  (par. 34b) per cui si ha che  $\gamma$  è la declinazione  $\delta$  e  $\alpha$  è la corrispondente longitudine celeste  $\lambda$ .



### 110) Il pendolino

L'espressione più elementare di questo componente dei clinometri è un filo con pesetto, innestato al centro del quadrante. In pratica i nostri avi nella costruzione dei loro strumenti non si sono discostati molto da questa semplice interpretazione del pendolino; diffusissima è stata, in tutti i casi, l'applicazione della "perlina ad attrito" come segnalino sul pendolo; essa, scorrendo sul filo, rimane ferma dove viene portata e quindi, regolata sulla scala delle date, diviene l'"indicatore dell'ora" sulla scala oraria corrispondente alla data.

Una variante di questa soluzione consiste nel porre sul filo un nodo fisso o analogo segnalino, e variare la lunghezza del pendolino facendo muovere il filo ad attrito entro un foro ricavato nel punto di attacco al centro del quadrante; il blocco del



filo nel foro di passaggio può essere ottenuto anche in altri modi che non con il semplice attrito.

Analoga soluzione è stata quella di sostituire il filo con un'asticella metallica, imperniata al centro, su cui scorre il solito segnalino.

Una soluzione ancora più elaborata è quella di usare come pendolo una lunga piastrina metallica, imperniata al centro del quadrante; la scala delle date (zodiaco o calendario) anziché essere disegnata sul quadrante viene incisa sulla "piastrina-pendolo", mentre un corsoio (o anche solo l'occhio dell'osservatore) scorrendo in una fessura o guida sulla scala delle date rappresenta l'indicatore delle ore. Bisogna aggiungere che questa soluzione, nonostante la sua apparente praticità, non sembra abbia avuto grande diffusione.

Abbiamo sinora parlato di pendolini imperniati al centro del quadrante, in modo non variabile durante l'uso dello strumento; nel seguito dello studio vedremo anche soluzioni nelle quali il punto di attacco del pendolino viene reso mobile, allo scopo di influire sull'aspetto geometrico del reticolato orario.

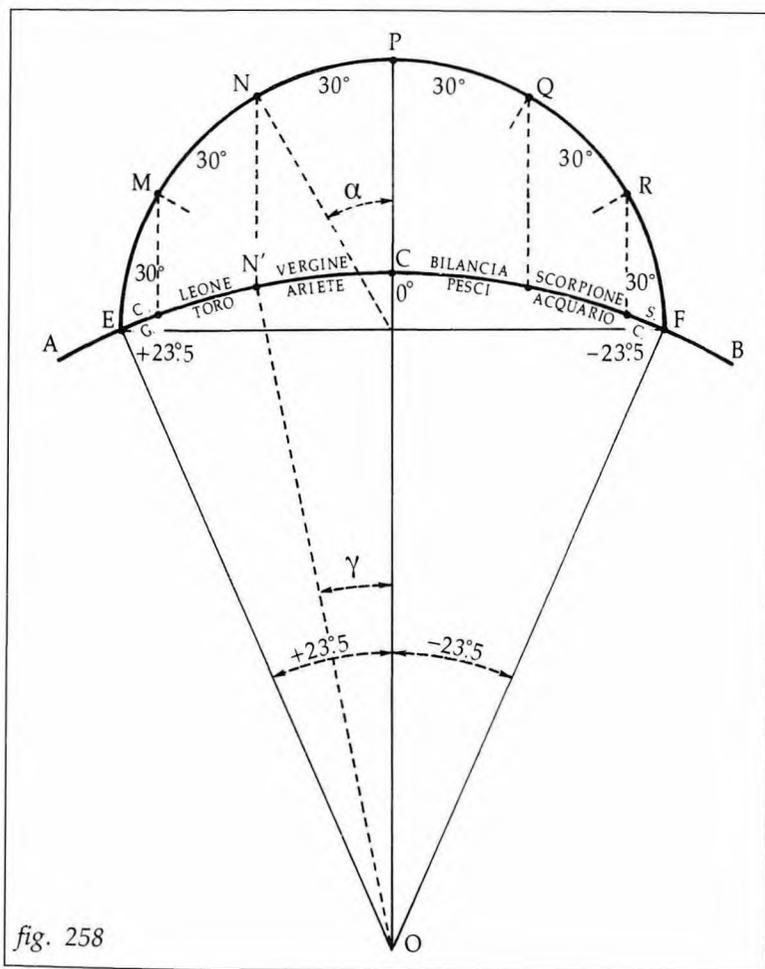


fig. 258

Esaurito così l'esame dei componenti comuni degli orologi d'altezza "a traguardo" (clinometri), passiamo in rivista i principali tipi di questi strumenti con attacco fisso del pendolo:

- clinometri con graduazione uniforme delle date;
- clinometri con graduazione uniforme della declinazione;
- clinometri senza scale uniformi;
- clinometri per il sistema delle ore diseguali.

Nei capitoli successivi vedremo poi tre interessanti clinometri con attacco mobile del pendolo, tutti rientranti nella categoria degli strumenti detti "rettilinei":

- clinometro detto "cappuccino";
- clinometro universale detto "regiomontanus";
- clinometro universale detto "navicella veneziana".

### 111) Clinometro con graduazione uniforme delle date

È questo uno strumento a forma di quadrante che non ha richiesto molta fantasia ai suoi autori. Le scale giornaliere (cerchi di declinazione) sono disposte vorrei dire banalmente, appoggiate a una scala

uniforme delle date (o dei gradi zodiacali). L'attacco del pendolino è fisso, al centro del quadrante.

Questa soluzione offre due alternative secondo che in alto, dalla parte del centro del quadrante, si dispone il solstizio invernale o quello estivo; nei due casi il tracciato delle linee orarie si presenta rispettivamente come nelle figure 259 e 260.

Il primo tracciato appare poco razionale, e infatti non sembra che quella disposizione abbia avuto molta diffusione. La seconda alternativa invece ha avuto buona popolarità; esemplari di questo genere si sono visti fino al XIX secolo. È interessante notare che in questa seconda configurazione un'ampia zona del quadrante è inutile e, escludendola, si può dare allo strumento una forma rettangolare (delineata con linee tratteggiate nella fig. 260) come talvolta è stato fatto in pratica; naturalmente in tal caso la scala delle date deve essere disposta diversamente, ad esempio lungo la linea oraria delle ore 12<sup>h</sup>.

### 112) Clinometri con graduazione uniforme delle declinazioni

Più razionali dei precedenti sono indubbiamente gli strumenti in cui il complesso dei cerchi di declinazione (scale giornaliere) viene appoggiato a una graduazione uniforme delle declinazioni  $\delta$  del Sole.

Anche in questo caso si possono realizzare due varianti, a seconda che nella parte alta del quadrante venga disposto il solstizio invernale o quello estivo.

Le figure 261 e 262 mostrano come si presentano i tracciati nelle due versioni.

Le linee orarie sono curve molto simili ad archi di cerchio, tanto che valentissimi autori dei tempi andati le trattavano proprio come archi di cerchio e suggerivano di costruirle in conseguenza, dopo aver determinato per ciascuna di esse tre punti, rispettivamente sui tre cerchi di declinazione  $+23^{\circ}.5$ ,  $0^{\circ}$ ,  $-23^{\circ}.5$ . Il vostro A. non vuole dimostrare che le curve sono o non sono dei cerchi, ma consiglia di seguire il suggerimento degli antichi, e di disegnarle come cerchi, poiché le imprecisioni che ne derivano sono certamente assorbite, nella pratica d'impiego, dalla insita imprecisione di questi strumenti.

Nella versione "inverno in alto" (167), schema della figura 261, oltre alle scale non uniformi del calendario e dello zodiaco sul margine rettilineo laterale, abbiamo segnato anche una scala uniforme delle declinazioni  $\delta$  sul margine circolare del quadrante, per regolare il pendolino sulla "linea meridiana".

Nella versione "estate in alto" (fig. 262) abbiamo segnato le scale dei segni zodiacali e delle declinazioni  $\delta$  sui margini rettilinei, ripetendo quella delle declinazioni  $\delta$  sul margine circolare.

All'atto pratico per disegnare uno strumento di questo tipo occorre:

- disegnare sul margine rettilineo del quadrante la scala *uniforme* delle declinazioni, ponendo l'estate o l'inverno in alto, secondo il risultato geometrico che si vuole ottenere;
- aggiungere le scale (non uniformi) delle date o dello zodiaco che si vuol far figurare; servirsi a questo scopo delle tabelle riportate al precedente paragrafo 109;
- con la formula del  $\sin h$  (par. 106) calcolare per ogni ora intera P le altezze h che si verificano nei tre giorni di declinazione  $+23^{\circ}.5$ ,  $0^{\circ}$ ,  $-23^{\circ}.5$ ;

(167) Per semplicità diremo talvolta in questa trattazione estate e inverno per indicare i periodi in cui le  $\delta$  del Sole sono rispettivamente positive e negative.

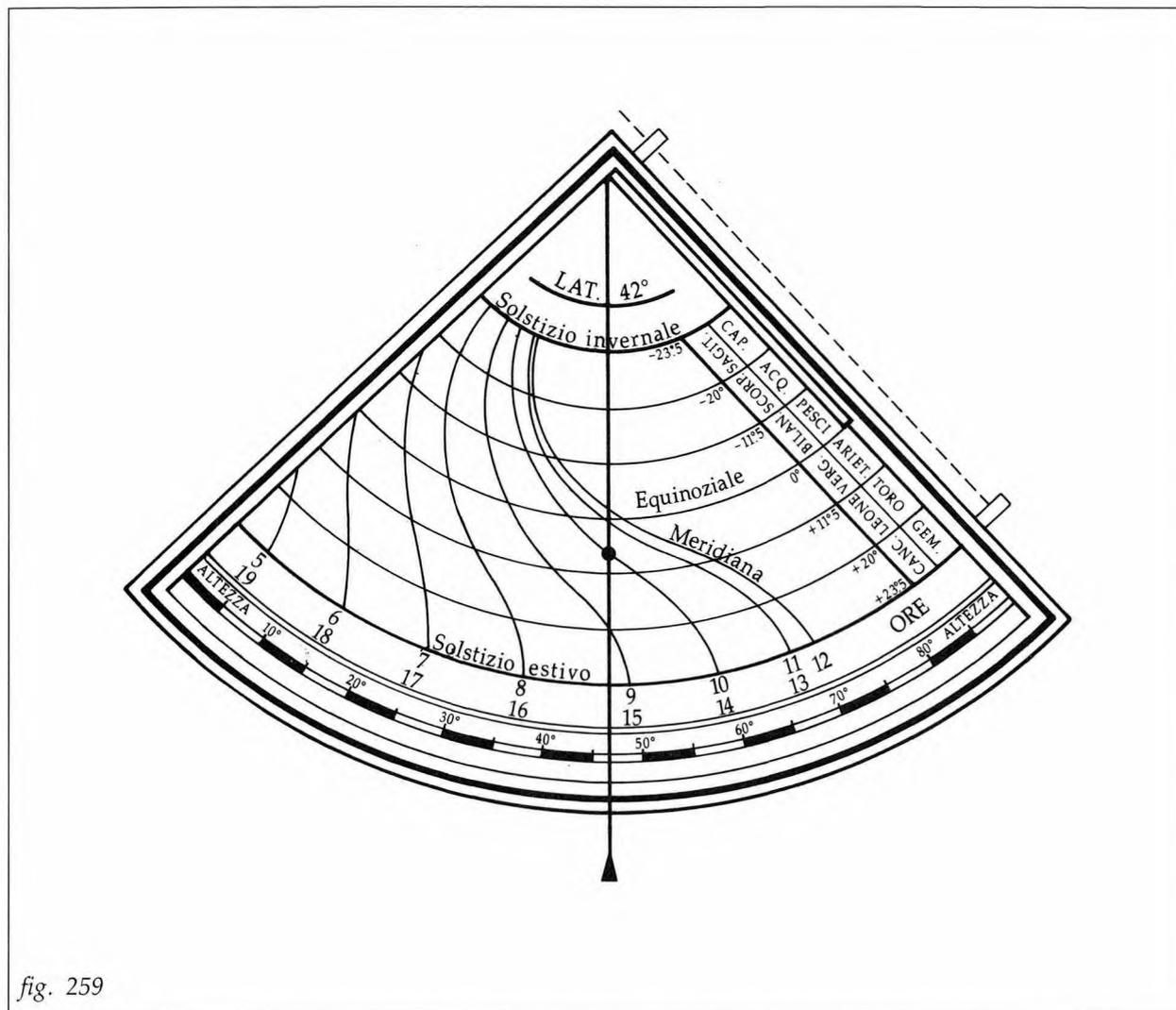


fig. 259

- disegnare i due cerchi solstiziali e quello equinoziale e su di essi marcare per ogni ora  $P$  (trasformata in coppia di ore  $t$ ) le altezze calcolate;
- per ogni  $P$  tracciare il cerchio definito dai tre punti marcati sulle scale giornaliere, e che rappresenta la linea oraria  $P$ ; la ricerca di altri punti per ogni linea oraria può servire di controllo;
- se si vogliono segnare scale delle date sul margine circolare, disporre una graduazione delle  $\delta$  adiacente a quella delle altezze, con lo 0 sul valore della colatitudine  $90^\circ - \varphi$ , le  $\delta$  positive e negative rispettivamente dalla parte delle altezze crescenti e decrescenti; trasformare le  $\delta$  in date (calendario o zodiaco) come desiderato.

Anche in questa configurazione, nella versione "estate in alto" (fig. 262) vi sono zone del quadrante che si possono togliere perché inutili; lo strumento può assumere allora la forma di

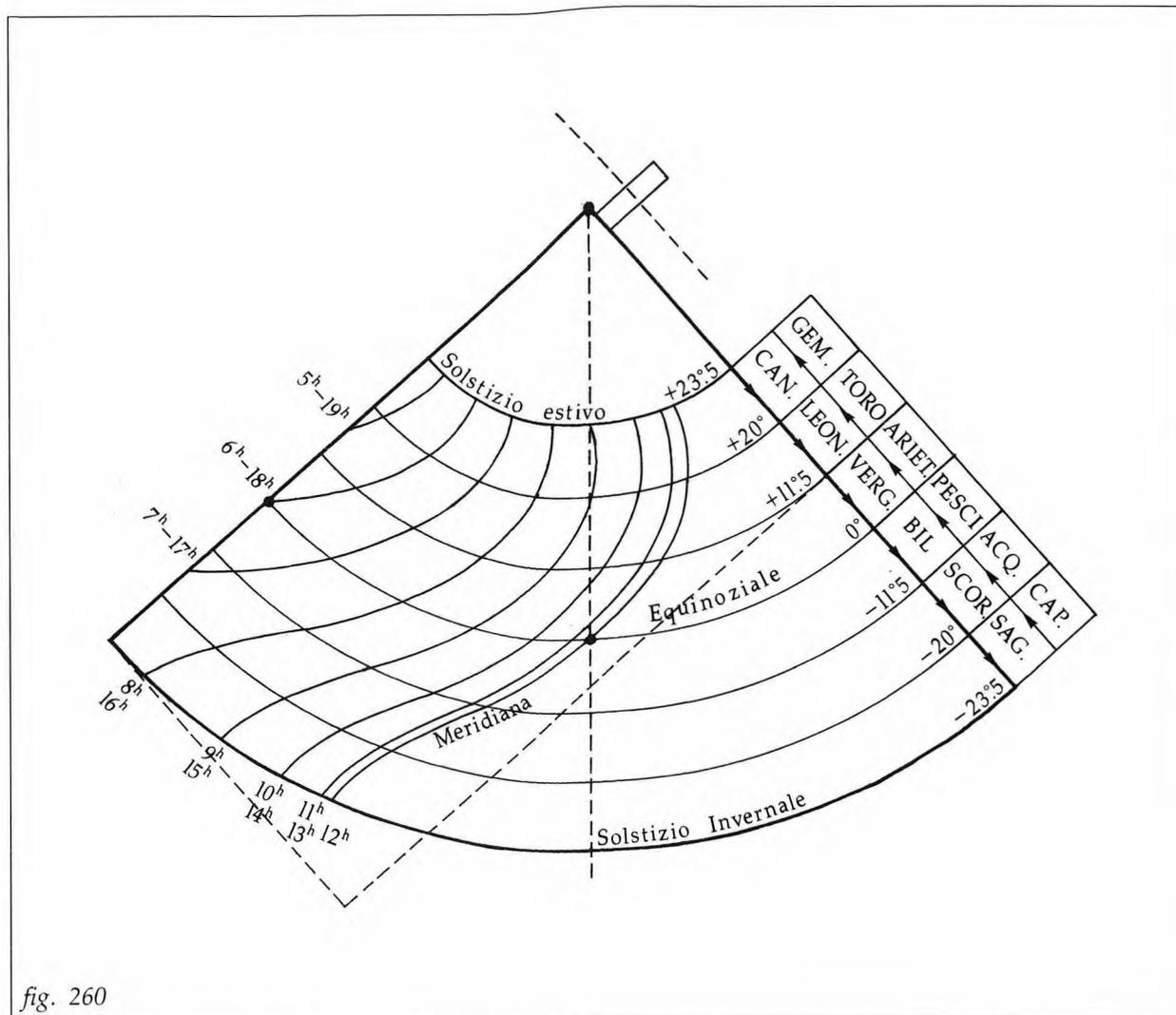


fig. 260

un rettangolo, come indicato in figura con linee tratteggiate; in tal caso naturalmente le scale e le graduazioni vanno disposte diversamente da come indicato.

Un'interessante variante di questo clinometro merita di essere segnalata per i vantaggi che offre agli effetti della utilizzazione dello spazio disponibile sul quadro. Il concetto nasce dall'evidente osservazione (ben chiara anche negli esempi che abbiamo illustrato) che le linee orarie si accentrano e si restringono nella zona alta del quadro a mano a mano che si avvicinano al centro di rotazione del pendolino, mentre si allargano andando verso la periferia del quadro; ciò significa che la precisione dello strumento è variabile e iniziando da un minimo al centro del quadrante aumenta a mano a mano che si va verso il margine circolare; a questi effetti, in sostanza, la zona bassa del quadrante è privilegiata.

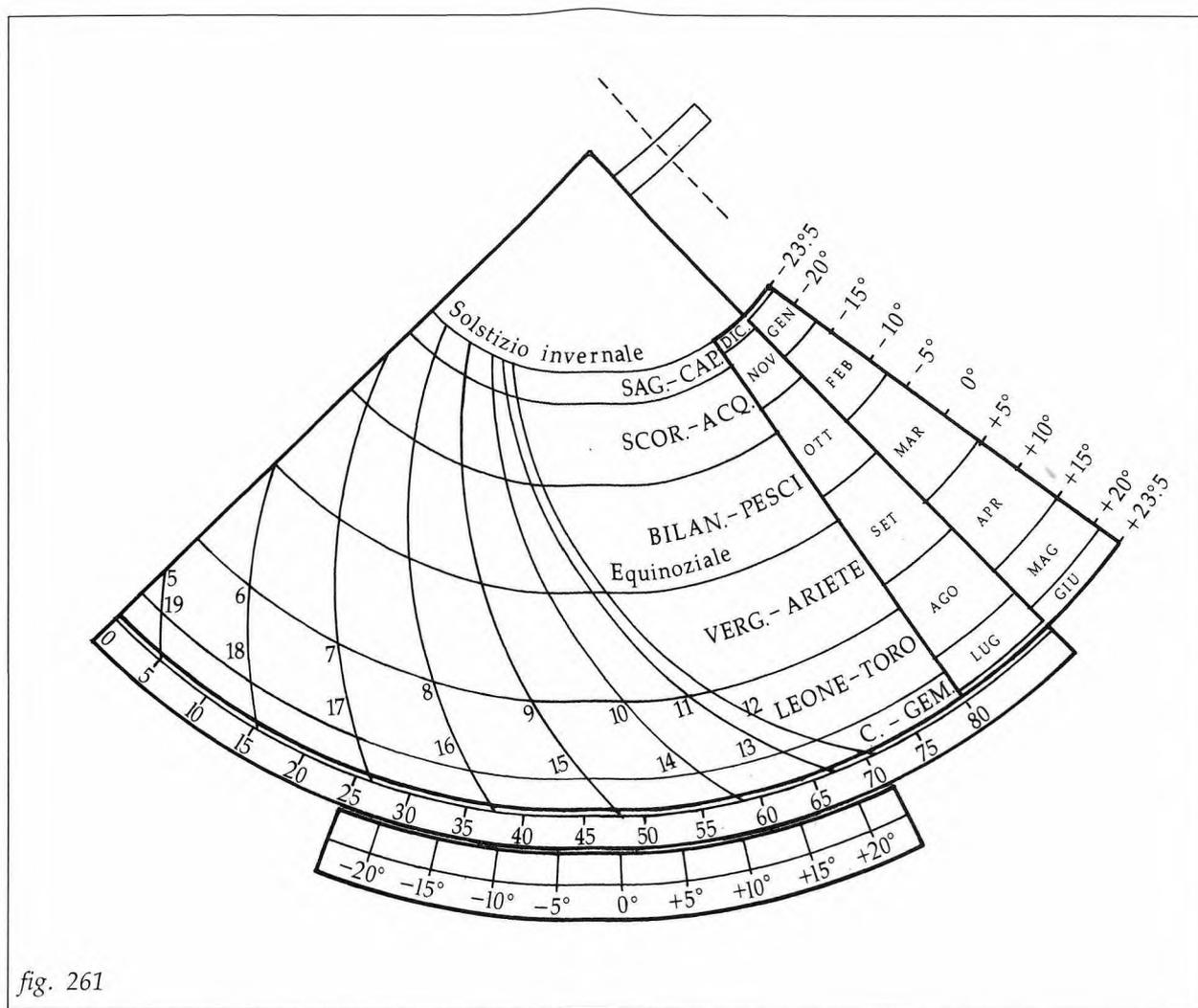


fig. 261

Poiché è indifferente disporre nella zona bassa privilegiata del quadro le declinazioni invernali o quelle estive, la miglior soluzione è quella di... mettercele entrambe; a tale scopo basta disporre sotto la linea equinoziale sia le scale giornaliere estive che quelle invernali; esse in tal modo risultano sovrapposte. Tale operazione equivale a realizzare un quadrante completo combinando le parti più convenienti dei due tracciati delle figure 261 e 262, e cioè sovrapponendo la parte sotto l'equinoziale della figura 261 per l'estate (declinazioni da  $0^\circ$  a  $+23^\circ.5$ ) e la parte sotto l'equinoziale della figura 262 per l'inverno (declinazioni da  $0^\circ$  a  $-23^\circ.5$ ) (168). Il concetto è schematizzato nella figura 263, dove nel riquadro c) è rappresentata la soluzione di cui stiamo discutendo.

(168) In linea di principio una combinazione di questo tipo può esser fatta anche con i due quadranti illustrati nelle figure 259 e 260, anche se forse presenta minore significato pratico.

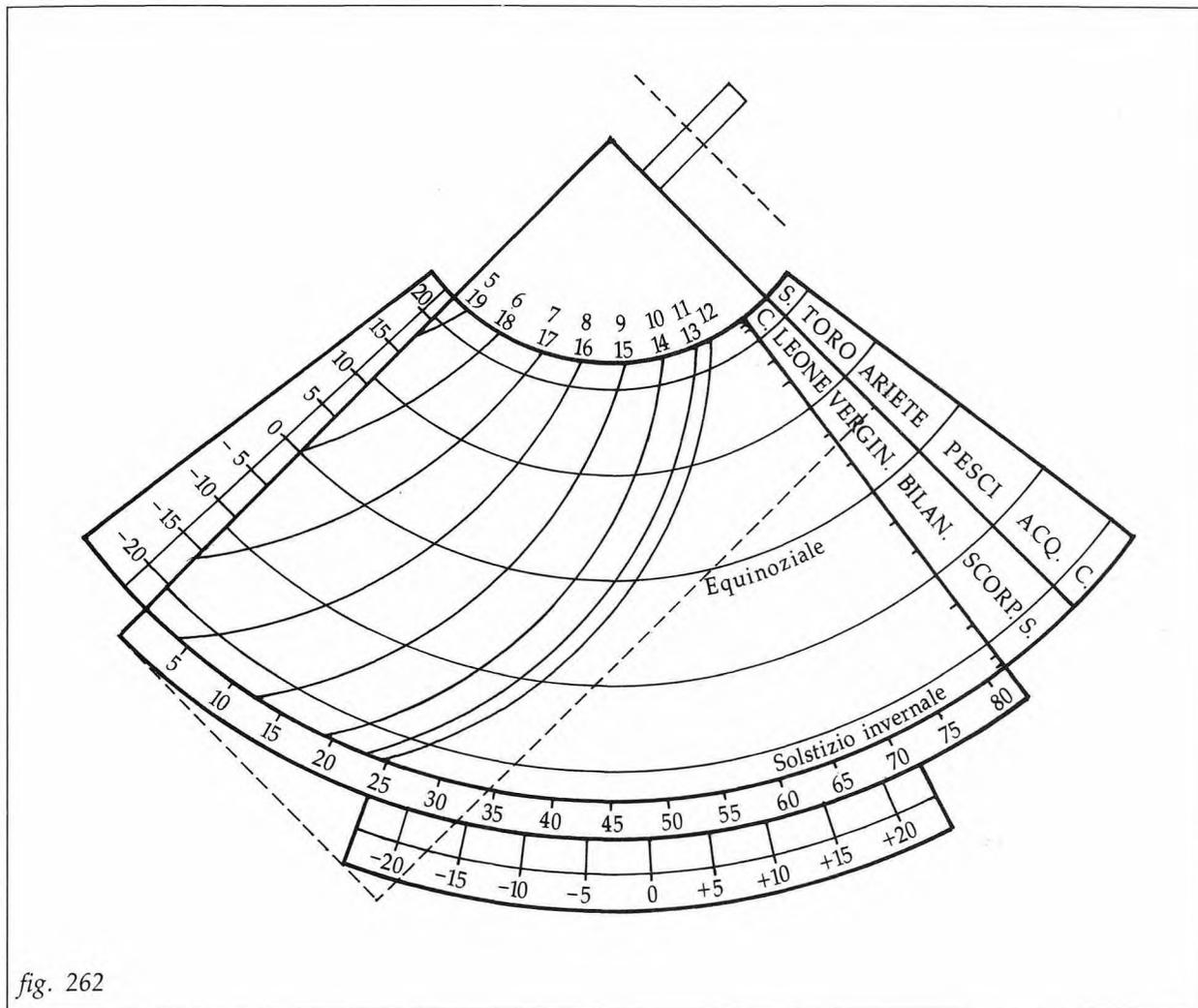
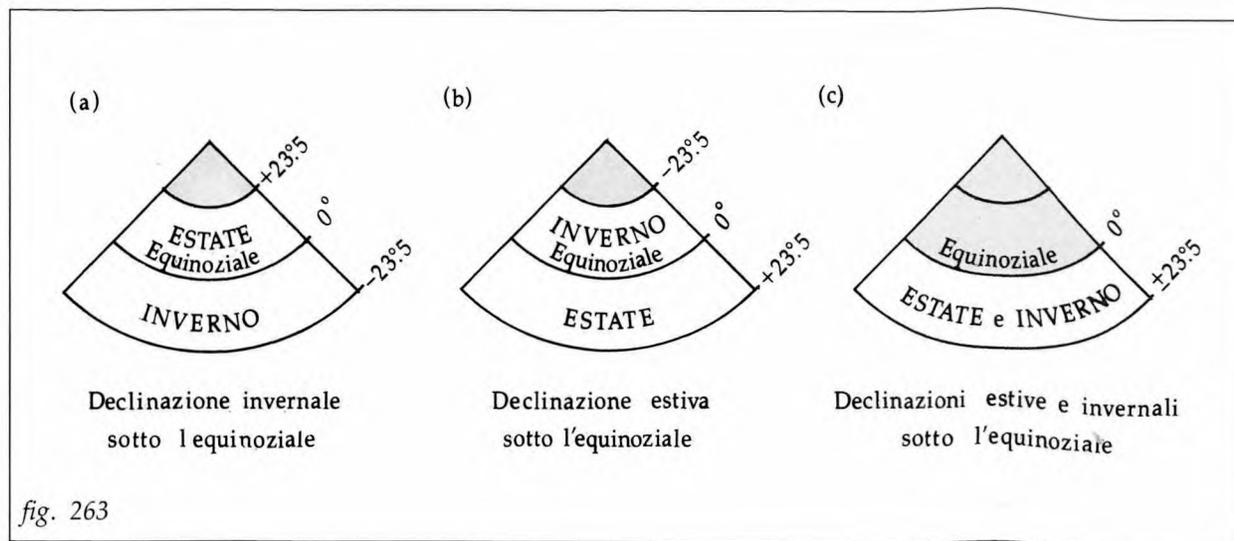


fig. 262

La posizione dell'equinoziale sul quadro è, come sempre, arbitraria; in molti strumenti del passato che usavano questo criterio, specie se essi erano inseriti in astrolabi o in altri complessi astronomici, essa veniva tenuta piuttosto bassa per lasciare spazio ad altri strumenti o tracciati, come il quadrato delle ombre, l'orologio d'altezza per le ore diseguali (Vds. successivo par. 114), ecc.

La costruzione di questo tipo di quadrante è identica a quella, appena illustrata, di tutti i quadranti con scala uniforme delle declinazioni; in sostanza anche in questo caso si disegnano i tre cerchi di declinazione  $+23^{\circ}.5$ ,  $0^{\circ}$ ,  $-23^{\circ}.5$ , disposti normalmente su una scala uniforme delle declinazioni (fig. 264); trovati poi i tre punti in cui una data linea oraria  $P$  tocca questi tre cerchi (formula del  $\sin h$ ), si individua il cerchio che passa per essi, ma si traccia solo la porzione della linea oraria che si sviluppa al disotto dell'equinoziale. Si ripete l'operazione scambiando le  $\delta$  positive con quelle negative, e ancora si disegna solo la porzione delle linee



orarie che si sviluppa al disotto dell'equinoziale, completando così il tracciato orario (169). È ovvio che nell'uso dello strumento i due fasci orari così ottenuti verranno usati uno nei mesi estivi e l'altro nei mesi invernali.

Seguendo queste indicazioni è stato disegnato come esempio il quadrante della figura 265, che mette in forma pratica schematica il criterio illustrato. A titolo di curiosità si segnala che in questo esempio l'equinoziale è stata posta a metà tra il cerchio solstiziale inferiore e centro del quadrante; in tal modo il cerchio solstiziale superiore, utile solo per la costruzione, coincide, degenerato, col centro del quadrante.

La scelta delle scale è stata:

- a lato: scala dei segni/gradi zodiacali e delle declinazioni  $\delta$ , con regolazione della marca mobile direttamente su di esse;
- in basso: scala delle altezze e scala del calendario, con regolazione della marca mobile sulla "linea meridiana" a cuspide (ore 12<sup>h</sup>).

### 113) Clinometri con disposizione non uniforme delle scale diurne

Spesso in passato per il disegno degli orologi solari "a traguardo" è stato usato un criterio diverso da quelli appena visti, e dal quale deriva una disposizione non uniforme delle scale giornalieri circolari, sia che esse vengano intestate alle declinazioni  $\delta$  che alle date o allo zodiaco.

Il processo costruttivo si sviluppa in linea di principio così (fig. 266):

a) si disegna in modo arbitrario la linea oraria meridiana  $ab$  (ore 12<sup>h</sup>), con la forma geometrica

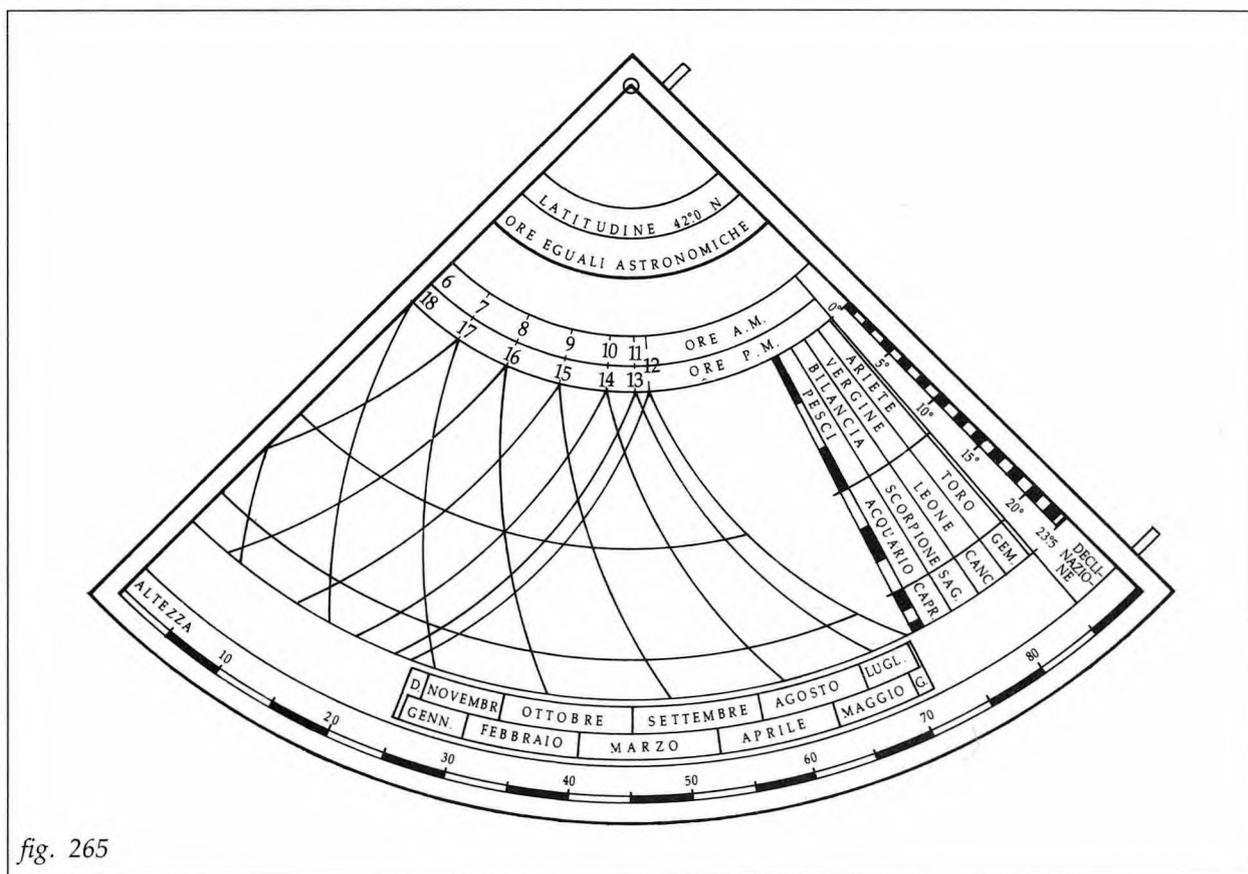
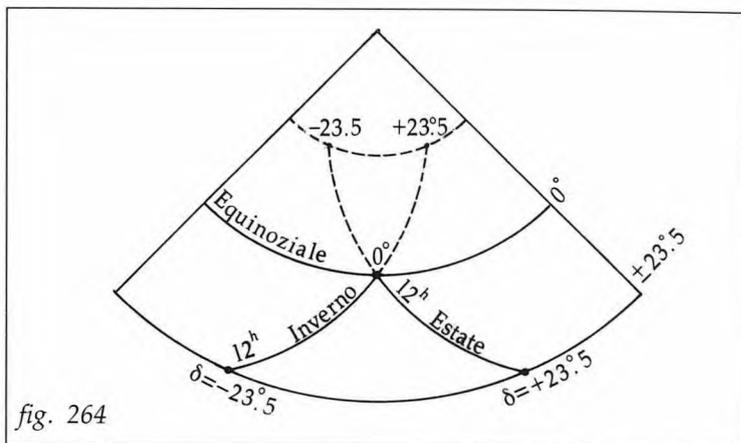
(169) La costruzione può essere sviluppata nel modo descritto anche quando, disponendo il cerchio equinoziale piuttosto in alto, il cerchio solstiziale superiore (utile solo come linea costruttiva)... sconfinava oltre il centro del quadrante.

che si desidera (170), (compatibile comunque con l'evoluzione dell'altezza meridiana al variare della  $\delta$ );

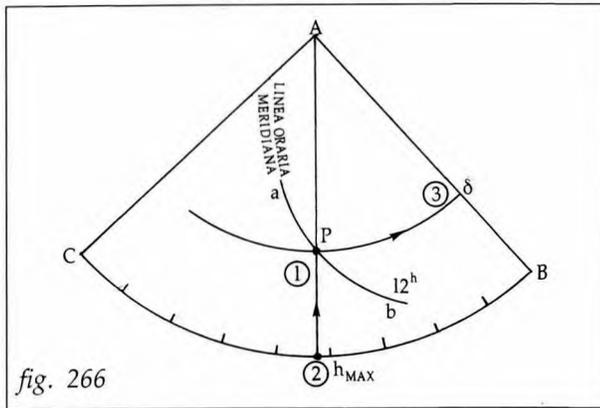
b) preso un valore qualsiasi della  $\delta$  del Sole, con l'espressione  $h_{\max} = (90^\circ - \varphi) + \delta$  si determina la corrispondente altezza meridiana, e la si prende sulla scala delle altezze CB;

c) lungo il raggio del quadrante si porta l'altezza meridiania sulla linea oraria meridiania e dal punto P d'incontro si esce sul margine laterale e si annota la declinazione  $\delta$  corrispondente.

Ripetendo l'operazione per altre  $\delta$ , le



(170) In pratica sono state usate soluzioni con la meridiana a forma di cerchio sul diametro AB o AC, con le  $\delta$  positive in alto o in basso, e soluzioni con la meridiana rettilinea e col raddoppio delle  $\delta$  nella parte bassa del quadrante.



declinazioni così individuate su AB per mezzo della linea meridiana si utilizzano per tracciare le altre linee orarie; la procedura da seguire è quella normale descritta in precedenza; cioè, tracciati i cerchi delle declinazioni principali, in base alle altezze  $h$  calcolate con la formula del  $\text{sen } h$  si marcano su di essi i punti appartenenti alle diverse linee orarie  $P^h$ , e su di essi si avviano le linee orarie. Semplificazione costante in questi casi è sempre stata quella di considerare che le varie linee orarie mantengano la stessa forma geometrica della meridiana, il che a rigore non accade.

Senza approfondire ancora il principio di questo schema costruttivo, seguiamo il disegno di un clinometro di questo tipo nella figura 267.

- Sia la latitudine  $\varphi = 42^\circ\text{N}$ ;
- assumiamo arbitrariamente come linea oraria meridiana il semicerchio di diametro AB;
- segnata sul punto D della scala delle altezze la colatitudine  $90^\circ - \varphi = 48^\circ$  (altezza meridiana per  $\delta = 0^\circ$ ), disegniamo la scala delle declinazioni  $\delta$  con lo 0 in D;
- conduciamo i raggi corrispondenti alle tre declinazioni  $0^\circ$  e  $\pm 23^\circ.5$  (cui corrispondono le altezze meridiane  $24^\circ.5$ ,  $48^\circ$ ,  $71^\circ.5$ ) e per i tre punti E, F, G, in cui incontrano la meridiana tracciamo i tre cerchi di declinazione equatoriale e solstiziali;
- per ciascuna altra linea oraria (come la  $16^{\text{h}}/8^{\text{h}}$ ) calcoliamo le altezze corrispondenti alle tre declinazioni  $0^\circ$ ,  $\pm 23^\circ.5$ ; (in questo caso esse sono  $4^\circ.2$ ,  $21^\circ.8$ ,  $37^\circ.4$ ); dalla scala delle altezze riportiamo questi tre valori sui rispettivi cerchi di declinazione trovando i punti  $E_1$ ,  $F_1$ ,  $G_1$ ; disegniamo il cerchio che essi individuano e gli diamo il titolo di linea oraria;
- infine trasformiamo la scala inferiore delle  $\delta$  in scala delle date o dello zodiaco (non effettuato in figura).

Volendo completare la scala laterale delle  $\delta$ , per ogni valore  $\delta$  da iscrivere si determina la corrispondente altezza massima  $h_{\text{max}}$ ; dalla  $h_{\text{max}}$  presa sulla scala delle altezze si risale alla meridiana, e dal punto d'incontro si esce sul margine laterale dove si annota la  $\delta$  di partenza.

Anche in questo caso il tracciato si può rovesciare (fig. 268) scambiando le  $\delta$  positive con quelle negative; ciò equivale ad appoggiare il semicerchio della meridiana, anziché su AB, sul raggio AH simmetrico di AB rispetto AD; più semplicemente basta scambiare i due cerchi solstiziali prima di costruire le linee orarie.

Lo schema costruttivo si presenta come in figura 268, e conferma che questa seconda disposizione (declinazione positiva in alto) è geometricamente più razionale della precedente (declinazioni negative in alto).

Osserviamo ancora che nelle due costruzioni precedenti, mentre la meridiana è certamente un arco di cerchio perché noi l'abbiamo fissata così a priori, le altre linee orarie dovrebbero essere linee curve molto prossime ad archi di cerchio, ma non rigorosamente archi di cerchio; peraltro la nostra costruzione (ripresa da suggerimenti degli antichi) che

mantiene circolari tutte le linee orarie può considerarsi accettabile, data la modesta precisione offerta da questi orologi solari d'altezza in genere.

Per l'uso del clinometro costruito con questi criteri, la regolazione deve essere fatta con il principio dell'altezza meridiana; cioè portato il pendolino sulla scala circolare inferiore in corrispondenza della  $\delta$  del giorno (o in corrispondenza della data o del grado zodiacale), si porta la perlina del pendolo sulla meridiana; traguardando il Sole, la perlina indica l'ora sul diagramma orario.

Naturalmente se si è disegnata tutta la scala laterale delle  $\delta$  la regolazione del pendolino per la giornata può essere fatta su di essa; un esempio di questo tipo di regolazione si nota nel retro della "navicella veneziana" disegnata al termine del paragrafo 136.

Per completare l'argomento osserviamo che anche con questo tipo di clinometri si può adottare la soluzione di "ribaltare" la parte alta del quadro su quella bassa per sfruttare nel miglior modo lo spazio disponibile. Un esempio schematico di questa soluzione è indicato nella figura 269, in cui per le linee orarie si è assunta la forma geometrica della linea retta, e il cerchio equinoziale è stato posto arbitrariamente a metà tra il centro del quadrante e il margine circolare inferiore. Il pendolino è stato omesso per non complicare il disegno. Per la lettura dell'ora occorre naturalmente servirsi del fascio orario estivo

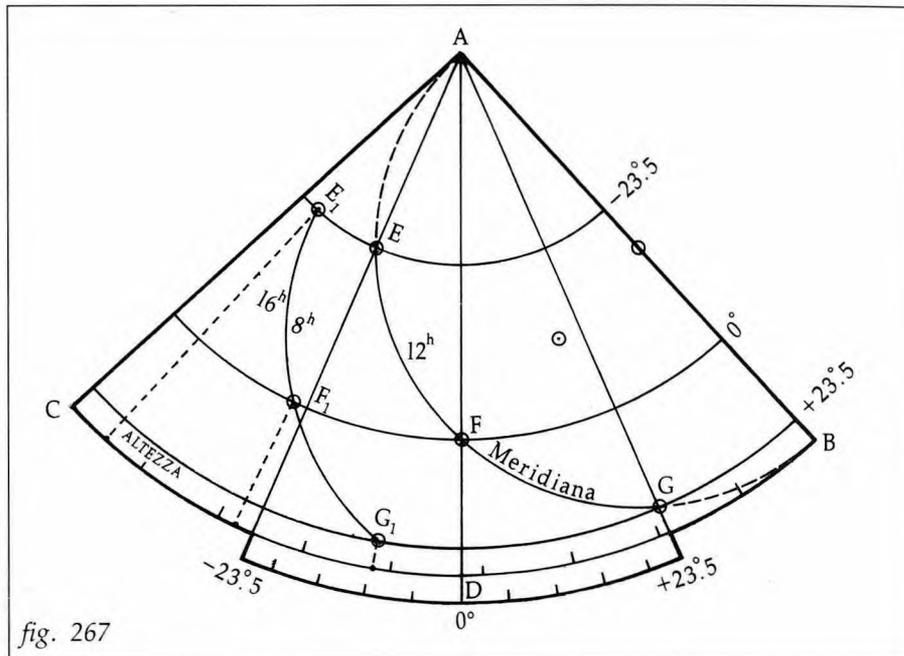


fig. 267

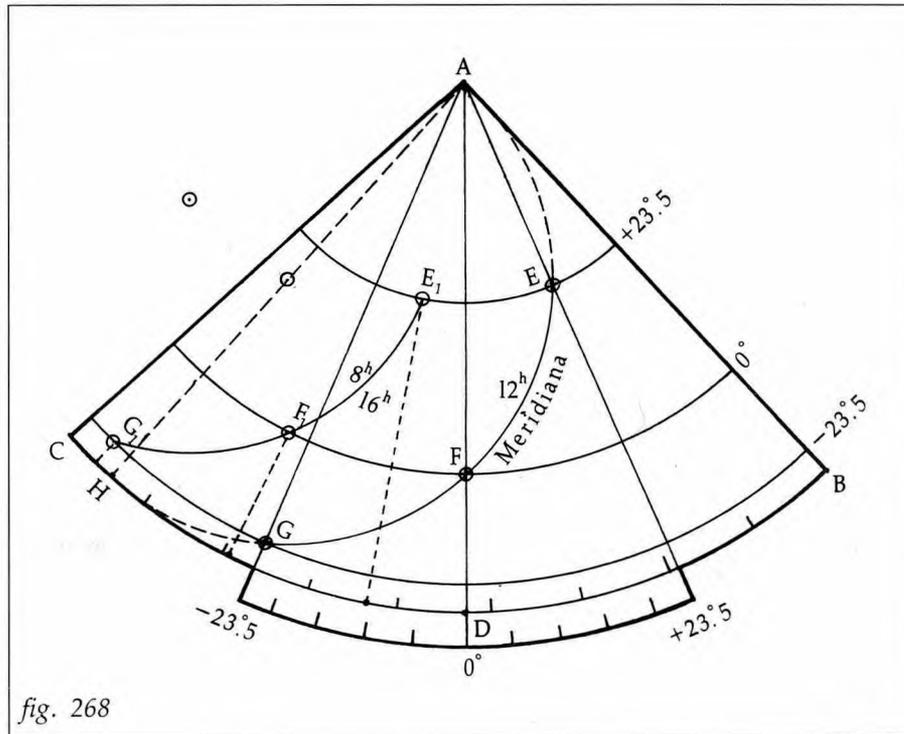


fig. 268

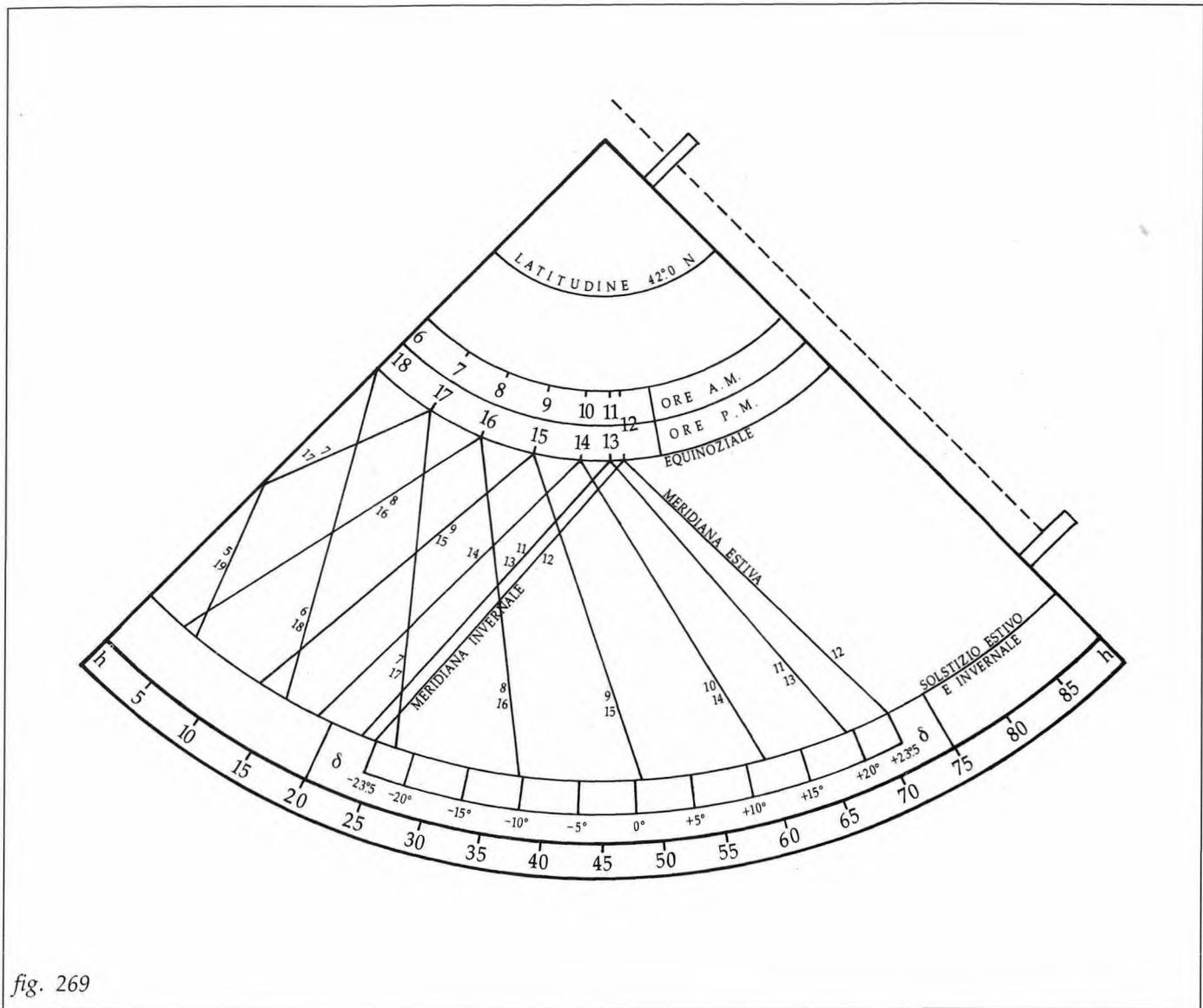


fig. 269

nei mesi/giorni con la  $\delta$  del Sole positiva, e del fascio orario invernale nei mesi/giorni con la  $\delta$  del Sole negativa.

#### 114) Clinometro per il sistema delle ore diseguali

Prima di chiudere il capitolo dei clinometri quadrantali vogliamo ancora accennare ad un tracciato che frequentemente fa bella mostra di sé sul retro degli astrolabi e su numerosi

strumenti astronomici del passato. Si tratta dell'orologio solare d'altezza "a traguardo, per le ore diseguali" (giudaiche, temporarie) (171). Senza dare qui una giustificazione analitica di questo orologio, riportiamo solo il modo di costruirlo, così come ci è stato tramandato dai nostri avi, e ne indichiamo alla fine il classico aspetto, quale si ammira con frequenza nei musei e nelle collezioni.

Si prenda dunque un quadrante ABC con la consueta scala delle altezze (fig. 270), e sul margine circolare adiacente alla scala delle altezze si disponga la scala uniforme delle declinazioni  $\delta$  con lo 0 sul valore della colatitudine  $90^\circ - \varphi$ ; questa scala può essere trasformata in scala delle date (mesi/giorni calendariali o segni/gradini zodiacali, come appare in figura).

Dividiamo i  $90^\circ$  dell'arco CB in sei parti di  $15^\circ$  ciascuna, numerando da 0 a 6 a partire da C i punti di divisione, e per essi tracciamo gli archi di cerchio che passino per il centro del quadrante A e siano tangenti ad AC; i loro centri si trovano perciò sulla semiretta AB alla distanza  $r$  da A data dalla formuletta

$$r = \frac{R}{2 \operatorname{sen} \alpha}$$

dove  $R$  è il raggio AB del quadrante e  $\alpha$  il multiplo di  $15^\circ$  corrispondente a ciascun arco. Questi archi di cerchio sono le *linee orarie*, che vanno numerate in successione, come indicato nella figura:  $0^h/12^h$  (sorgere e tramonto),  $1^h/11^h$ ,  $2^h/10^h$ ,  $3^h/9^h$ ,  $4^h/8^h$ ,  $5^h/7^h$ ,  $6^h$  (culminazione).

Per l'uso dello strumento, al solito, occorre anzitutto regolare la perlina del pendolino per la data del giorno; portato perciò il pendolino sull'appropriata graduazione della  $\delta$  (o data o zodiaco) si sposta la perlina sino a che tocchi la meridiana, cioè la linea dell'"ora sesta"; se ora si riguarda il Sole, la perlina indica l'ora diseguale sul diagramma orario; l'operatore, al solito, deve scegliere tra ora mattiniana e ora pomeridiana.

Un interessante aspetto di questo strumento è che in pratica è un orologio "universale" (172); infatti, trascurando la scala calendariale (o zodiacale), basta trovare l'altezza massima per la latitudine con la formuletta

$$h_{\max} = (90^\circ - \varphi) + \delta$$

e regolare la perlina sulla meridiana dopo aver posto il pendolino sul valore trovato della  $h_{\max}$ . La giustificazione di ciò sta nel fatto che la latitudine non è intervenuta nel disegno delle linee orarie.

Altro sistema, un po' più complesso, per usare questo strumento a qualsiasi latitudine è quello di rendere scorrevole sul bordo circolare la scala delle declinazioni (o delle date o dello zodiaco); in tal caso lo 0 delle declinazioni deve essere portato sul valore della colatitudine locale ( $90^\circ - \varphi$ ) letto sulla scala delle altezze.

(171) Vds. cap. XVIII.

(172) Questo spiega anche perché nei diagrammi accessori degli antichi astrolabi, strumenti da adoperare in latitudine variabile, gli orologi solari per le ore diseguali ebbero assai più fortuna e diffusione di quelli per le ore eguali. Quando le ore eguali prevalsero nella vita quotidiana, i costruttori di astrolabi aggiunsero talvolta all'orologio solare per l'ora diseguale un diagramma per convertirla in ora eguale.

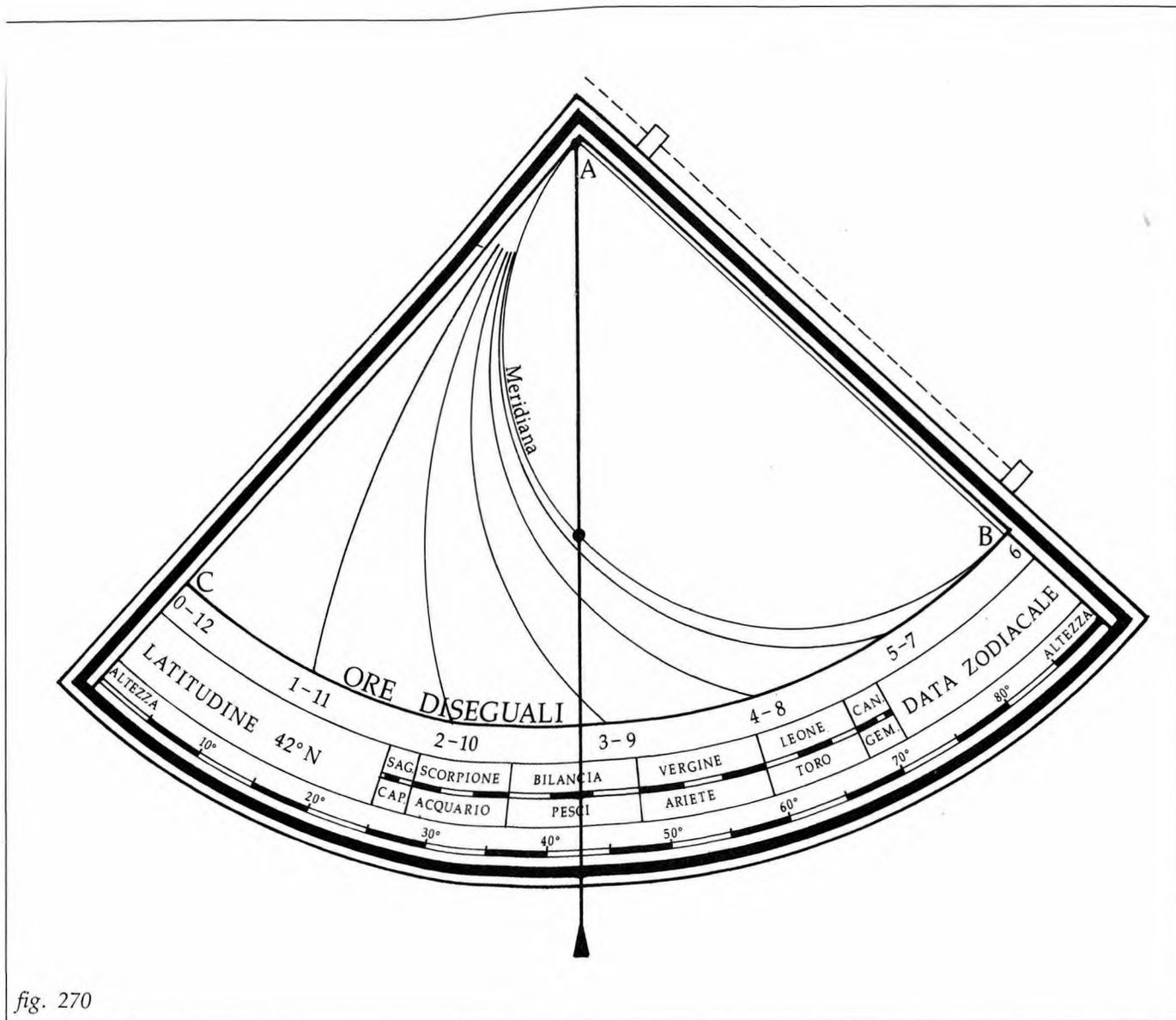


fig. 270

Invece l'eventuale scala laterale delle date sul lato AB non è universale, poiché nella sua costruzione interviene la latitudine; rimane sempre la possibilità di usare lo strumento in qualsiasi latitudine usando la scala circolare delle altezze. In passato la scala laterale veniva predisposta per una specifica latitudine (generalmente quella del luogo di costruzione), che in tal modo risultava "privilegiata" rispetto alle altre.

Ancora una volta, senza volerne dare dimostrazione analitica, dobbiamo affermare che il procedimento costruttivo che abbiamo descritto è del tutto approssimativo; peraltro esso va

considerato accettabile in considerazione del livello di precisione che si vuole ottenere nella misurazione dell'ora con questi piccoli strumenti (173).

Resta il fatto che l'aspetto ornamentale di questo antico clinometro è molto suggestivo e, come accennato, ha spesso arricchito con eccellente risultato i preziosi strumenti astronomici dei secoli d'oro della sciografia.

Qualche trattato d'altri tempi illustra anche un ampliamento di questo strumento con la sovrapposizione sul diagramma delle linee orarie diseguali di un analogo diagramma per le ore eguali civili (174). Tra i vari tipi di tracciato per le ore civili si suggeriva la soluzione indicata nella figura 268, con le linee orarie a forma di cerchi e con le declinazioni positive in alto. In questo modo l'orologio può indicare sia le ore diseguali sia le ore eguali civili, con due diverse regolazioni del pendolino (ovvero sistemando due perline sul filo del pendolino).

La soluzione "declinazioni negative in alto" per il tracciato delle ore eguali (fig. 267) consentirebbe invece di ottenere la misura dei due tipi di ora con una sola regolazione della perlina e una sola osservazione; infatti le due linee meridiane coincidono. Però probabilmente si considerava che in tal caso i due diagrammi sovrapposti, piuttosto simili tra loro, potevano dar luogo a confusione in strumenti di piccole dimensioni come questi.

Nella figura 271 si indica lo schema di uno strumento di questo tipo, con i fasci delle ore diseguali e delle ore eguali civili ( $\delta$  positive in alto) sovrapposti sullo stesso quadro; meridiane e linee orarie sono state scelte circolari.

### *115) Uso su piano orizzontale dei clinometri quadrantali*

A titolo di curiosità segnaliamo che tutti i clinometri quadrantali che abbiamo esaminato possono essere usati, diversamente da come illustrato, disponendoli a giacere su un piano ben orizzontale.

Consideriamo ad esempio il clinometro, scorniciato rettangolare, indicato nella figura 260 o nella figura 262, e sia O il suo centro (fig. 272); mantenendo il quadrante OABC orizzontale, installiamo sul lato OA un triangolo rettangolo isoscele OAD ( $OA=AD$ ) che serva da stilo e manteniamolo ben verticale. Ruotiamo quindi il quadrante sino a che l'ombra AD' del lato AD dello stilo cada sul margine AB del quadrante (perpendicolare a OA); l'angolo DD'A è l'altezza h del Sole; ma poiché i due triangoli DD'A e OAD' sono eguali, perché triangoli rettangoli con i cateti eguali, anche l'angolo AD'O è eguale all'altezza h del Sole, e così pure l'angolo D'OC.

In definitiva l'ombra OD' del lato OD dello stilo, inclinata di h sul lato OC, cade esattamente nella posizione in cui si troverebbe il pendolino nell'uso normale del clinometro mentre si collima il Sole; perciò nel punto in cui l'ombra OD' incontra il cerchio di declinazione corrispondente alla data del giorno si legge l'ora sul reticolato orario.

Naturalmente questo modo di usare i clinometri è del tutto anormale e non presenta alcuna opportunità di impiego; esso è stato segnalato solo per completare la descrizione degli orologi del tipo "clinometri" sotto l'aspetto geometrico.

(173) Sono privi di errore solo la linea meridiana (ora sesta) e i punti sulla linea equinoziale. Drecker nel 1925 dimostrò che le linee orarie non sono dei cerchi, ma accertò anche che l'errore massimo alle latitudini medie è dell'ordine di pochi minuti; le stesse conclusioni valgono anche per gli analoghi tracciati per le ore eguali.

(174) Si osserva però che la presenza di un diagramma per le ore eguali non consente più di rendere lo strumento "universale".

OROLOGIO SOLARE D'ALTEZZA

PER LE ORE DISEGUALI E

PER LE ORE EGUALI

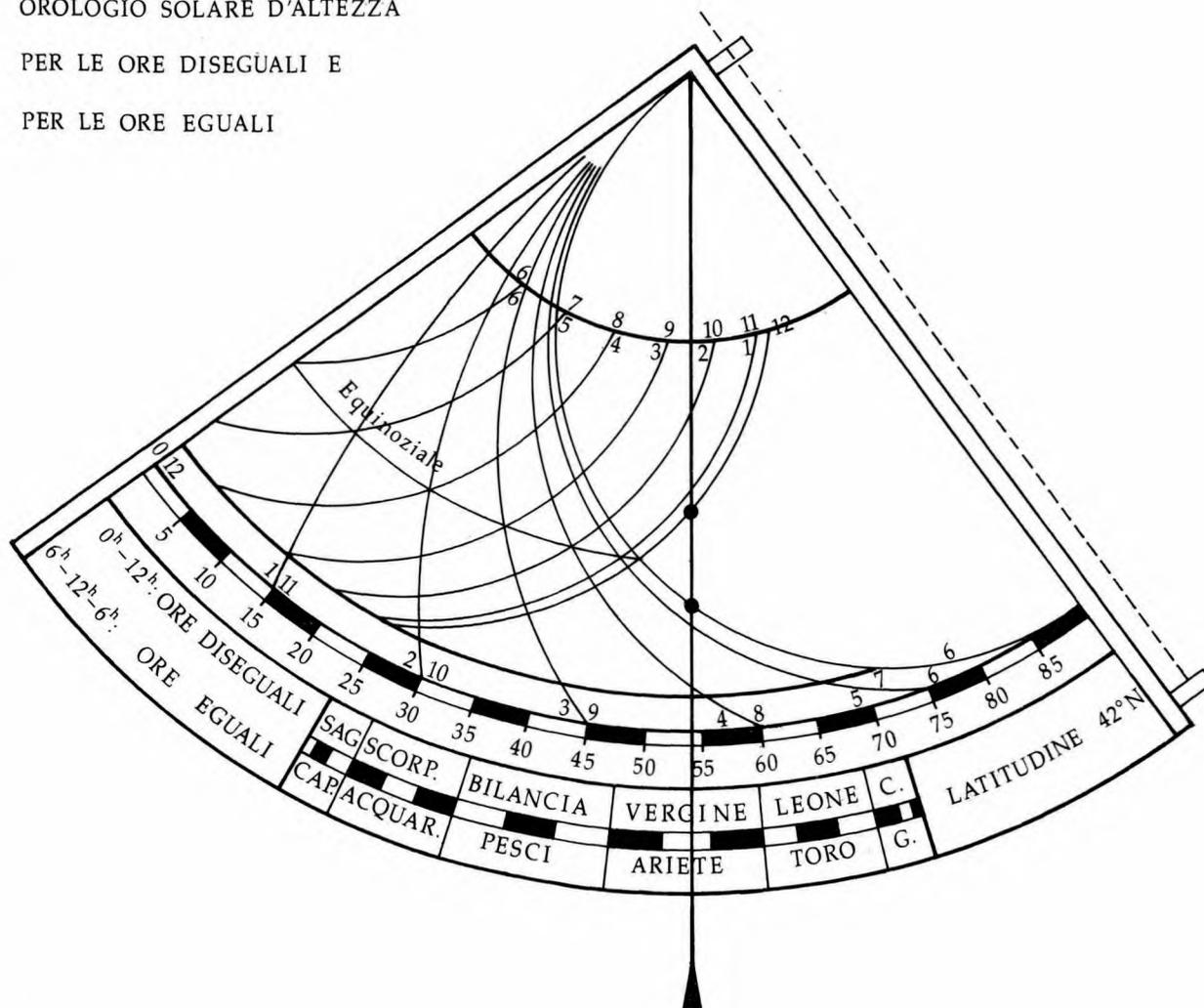


fig. 271

### 116) Esempio - Calcolo e disegno di un orologio d'altezza a traguardo

Completato l'esame dei clinometri quadrantali, prima di procedere nel campo degli analoghi strumenti con l'attacco mobile del pendolo, diamo un esempio completo di calcolo e disegno di un orologio solare "a traguardo" con attacco fisso del pendolo; tra quelli che abbiamo menzionato scegliamo lo schema della figura 265 riprendendolo da un bell'esemplare del XVI secolo, aggiornato all'epoca post-gregoriana.

**CALCOLO E DISEGNO  
DI UN OROLOGIO SOLARE D'ALTEZZA  
A TRAGUARDO (CLINOMETRO)  
PER LE ORE EGUALI CIVILI**

**CONFIGURAZIONE**

- Scala uniforme delle declinazioni
- Declinazioni positive e negative sovrapposte nella parte inferiore del quadrante
- Linea equinoziale equidistante tra centro del quadrante e margine inferiore.

**DATI**

- Latitudine:  $\varphi = 42^{\circ}.0N$  (colatitudine  $c = 48^{\circ}.0$ )
- Ampiezza della zona delle linee orarie: 70.5 mm.

**LINEE ORARIE**

Trasformazione degli angoli orari  $P$  in altezze  $h$   
( $\text{sen } h = \text{sen } \varphi \text{ sen } \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos P$ )

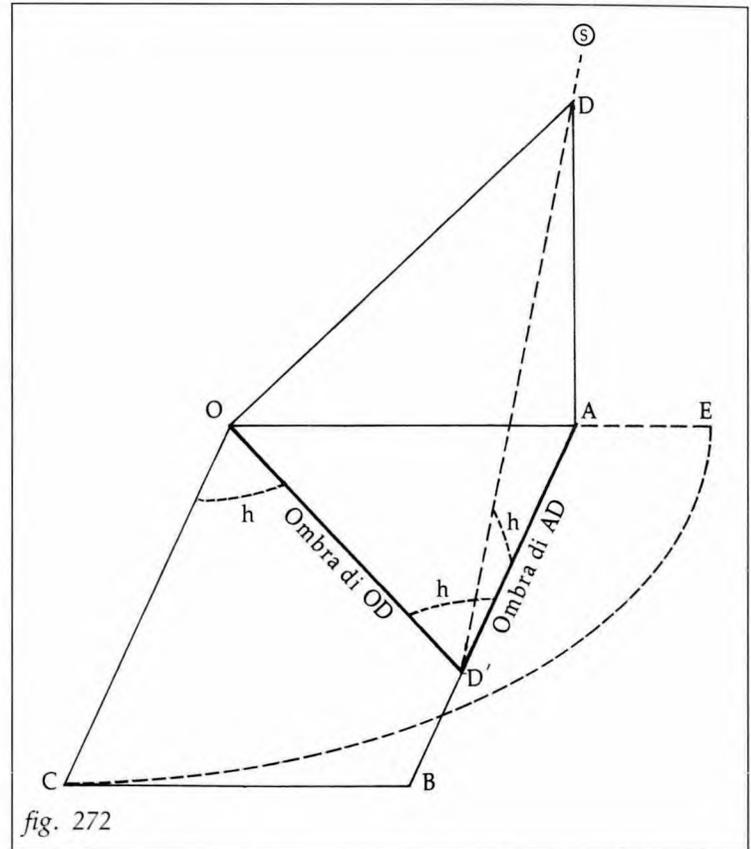


fig. 272

Ore $t^h$	12	11/13	10/14	9/15	8/16	7/17	6/18	5/19	4/20
Ang. al Polo $P^h$	$0^h$	$1^h$	$2^h$	$3^h$	$4^h$	$5^h$	$6^h$	$7^h$	$8^h$
Ang. al Polo $P^{\circ}$	$0^{\circ}$	$15^{\circ}$	$30^{\circ}$	$45^{\circ}$	$60^{\circ}$	$75^{\circ}$	$90^{\circ}$	$105^{\circ}$	$120^{\circ}$
$\delta = +23^{\circ}.5$	71°.5	67°.7	59°.0	48°.5	37°.4	26°.3	15°.5	5°.2	-4°.2
$\delta = 0^{\circ}$	48°.5	45°.9	40°.1	31°.7	21°.8	11°.1	0°	-11°.1	
$\delta = -23^{\circ}.5$	24°.5	23°.0	18°.9	12°.4	4°.2	-5°.2	-15°.5		

**SCALA DELLO ZODIACO (passo di  $10^{\circ}$ )**

Distanze  $d$  dall'equinoziale, in mm ( $d = \frac{70.5}{23.5} \times \delta$ )

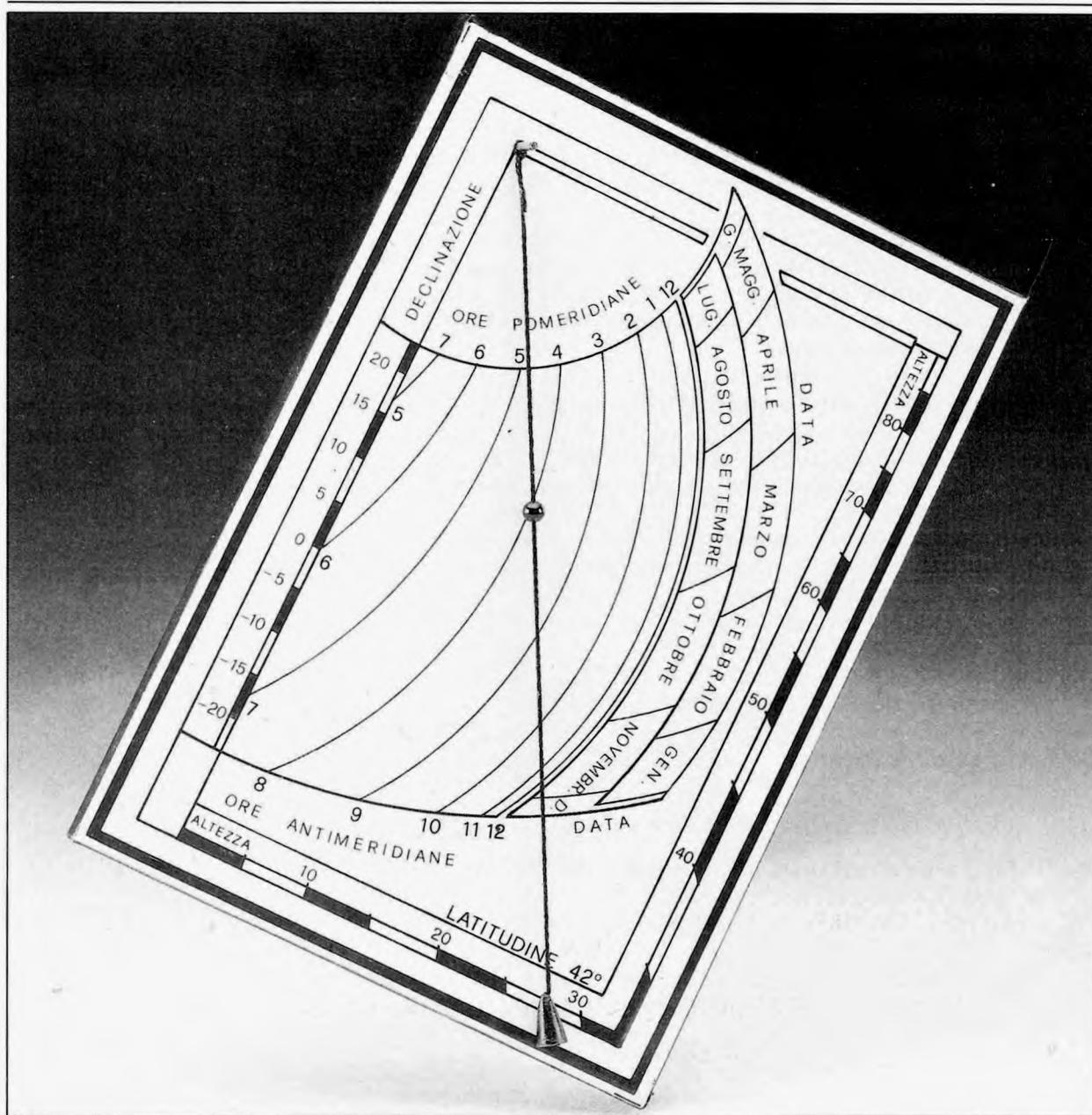
Segno	ARIETE			TORO			GEMELLI			
Gradi	0	10	20	0	10	20	0	10	20	30
$\delta$	$0^{\circ}$	$4^{\circ}.0$	$7^{\circ}.8$	$11^{\circ}.5$	$14^{\circ}.8$	$17^{\circ}.7$	$20^{\circ}.2$	$22^{\circ}.0$	$23^{\circ}.1$	$23^{\circ}.5$
$d$	0	12.0	23.4	34.5	44.4	53.1	60.6	66.0	69.3	70.5

*SCALA DEI MESI (primo giorno di ogni mese)*

Distanza in gradi dal punto  $h = 48^\circ$  ( $\delta = 0^\circ$ )

Mese	GEN	FEB	MAR	APR	MAG	GIU
$\delta$	$-23^\circ.1$	$-17^\circ.3$	$-7^\circ.7$	$+4^\circ.4$	$+14^\circ.9$	$+22^\circ.0$
Mese	LUG	AGO	SET	OTT	NOV	DIC
$\delta$	$+23^\circ.1$	$+18^\circ.1$	$+8^\circ.4$	$-3^\circ.0$	$-14^\circ.3$	$-21^\circ.7$

*DISEGNO:* figura 265.



59

59, Modello di clinometro per le ore civili, con scala uniforme delle declinazioni; il solstizio estivo è stato disposto verso il centro. Il tracciato, concettualmente quadrangolare, è stato qui scorniciato in forma rettangolare tagliando le zone non utili.

## CAP. XXV - OROLOGIO SOLARE D'ALTEZZA DETTO "CAPPUCCINO"

### 117) Generalità

Il "cappuccino" è un clinometro particolarmente ingegnoso e meritevole di attenzione, sulle cui origini non tutti sono d'accordo. L'Encyclopaedia Britannica (175) segnala che l'Ozanam lo attribuisce al gesuita de Saint Rigaud, ma obietta che il cappuccino esisteva già "ai tempi di Regiomontanus" (176, 177); anche l'Enciclopedia Italiana (178) lo fa risalire "ai tempi di Regiomontanus" (è evidente l'identità della fonte a monte); altre fonti parlano del XVII secolo, mentre il Cousins (179) cita un esemplare del 1450 (ma scambia il "cappuccino" con la "navicella veneziana"); sulle origini del cappuccino un nostro commento è riportato nel seguito della trattazione.

Un esemplare di cappuccino viene segnalato da Fuller (180) nel Deutsches Museum di Monaco (n. 60317); un altro è illustrato dal Michel nel suo trattato sulla misura del tempo (181).

Il nome di "cappuccino", del tutto generalizzato, nasce dal fatto che il disegno del diagramma orario presenta una certa somiglianza con il cappuccio del saio dei monaci cappuccini.

In via generale le caratteristiche del cappuccino sono:

- è un orologio solare d'altezza su superficie piana, non universale (cioè è locale), del tipo "a traguardo", con pendolino;
- il punto d'attacco del pendolino è mobile e scorre su una scala delle declinazioni del Sole (o delle date, o dello zodiaco) (182);
- come in tutti i clinometri a pendolo, il segnalino o perlina che marca l'ora scorre sul pendolino e deve essere regolato per la data;
- le linee orarie sono rette parallele, e indicano ore civili vere locali;
- il traguardo è identico a quello di tutti i clinometri.

### 118) Schema costruttivo degli elementi di base (fig. 274)

a) Sia  $SS'$  l'asse ottico della linea di mira, col Sole dalla parte di  $S'$ , e  $BB'$  una parallela a  $SS'$  che chiamiamo *linea di base*.

(175) Encyclopaedia Britannica - bibliografia n. 22.

(176) L'astronomo tedesco Johann Müller di Königsberg, che si faceva chiamare Regiomontanus, 1436-1476.

(177) In realtà l'Ozanam (bibliografia n. 42) dice esattamente che il cappuccino "... trae origine da un certo orologio solare rettilineo universale che è stato pubblicato in passato dal P. de Saint Rigaud Gesuita sotto il titolo di Analemma Novum...". Ciò non vuol proprio dire che il Saint Rigaud abbia inventato il cappuccino; anzi, obiettando e rovesciando anche quanto dice Ozanam, si può pensare che il "rettilineo universale" di Saint Rigaud, strumento evidentemente più sofisticato del cappuccino che è solo "locale", sia derivato da quest'ultimo. Si vedano anche il commento al cap. XXVIII e gli schemi al par. 135 (regiomontanus inverso e rovesciato).

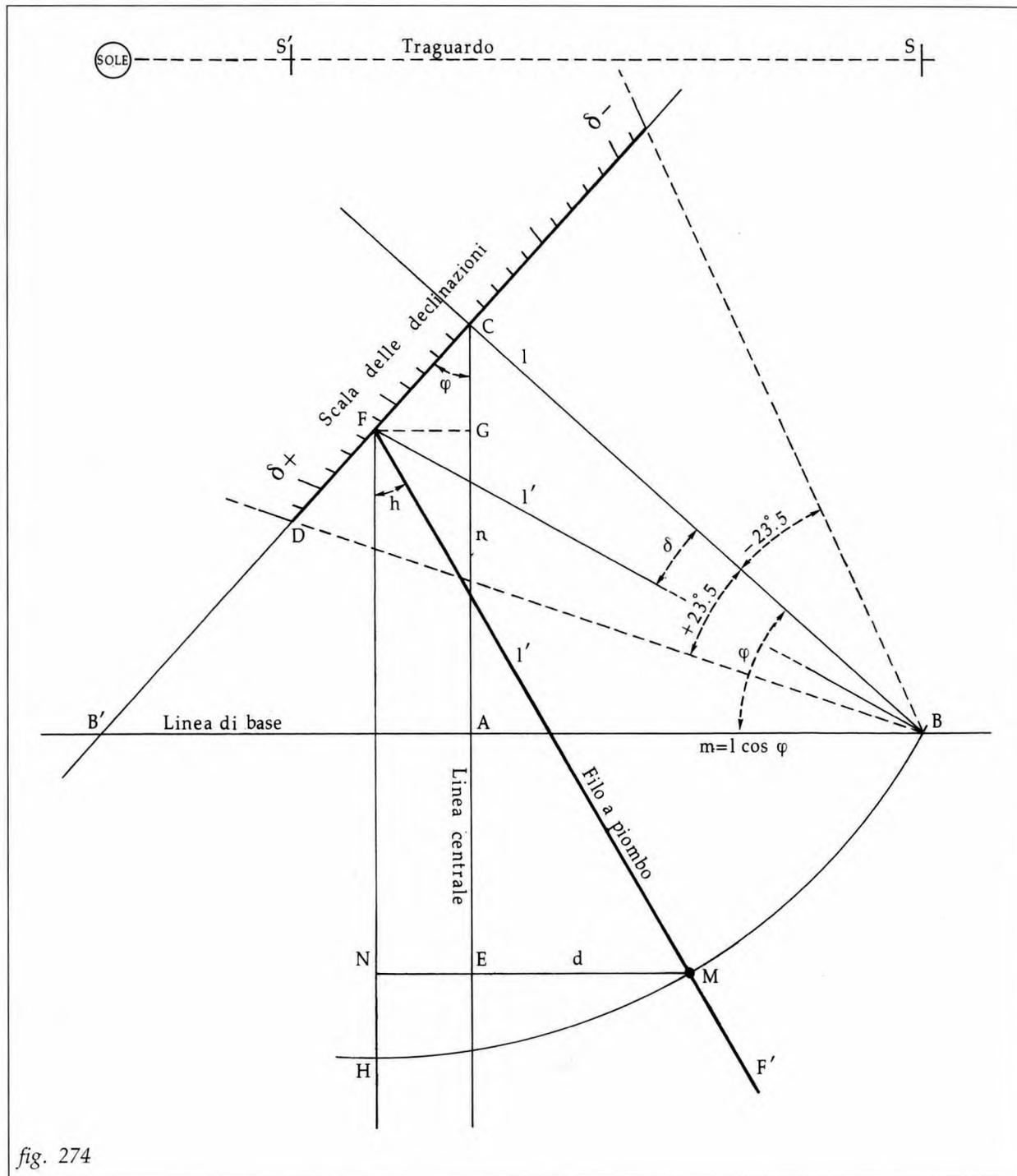
(178) Enciclopedia Italiana - bibliografia n. 21.

(179) Cousins - bibliografia n. 14.

(180) Fuller, bibliografia n. 27.

(181) Michel, bibliografia n. 37.

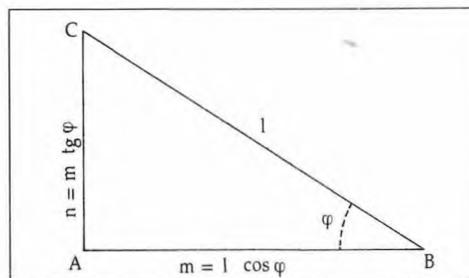
(182) Ciò mette questo clinometro al di fuori della famiglia dei quadranti puri.



b) Da un punto B della linea di base tracciamo una retta che sia inclinata della latitudine  $\varphi$  sulla retta  $BB'$ , e su di essa da B prendiamo un segmento BC di lunghezza  $l$ , che assumiamo come *parametro costruttivo*; per il punto C tracciamo la perpendicolare CA alla linea di base e la chiamiamo *linea centrale*.

Linea di base, linea centrale e parametro costruttivo formano un triangolo ABC, rettangolo in A, caratteristico di ciascun esemplare, che possiamo chiamare *triangolo basico*, e i cui elementi sono:

- angolo  $\hat{B}$ : latitudine  $\varphi$
- lato BC : parametro  $l$
- lato BA :  $m = l \cos \varphi$
- lato CA :  $n = m \operatorname{tg} \varphi = l \operatorname{sen} \varphi$ .



c) Per C tracciamo la perpendicolare a CB e su di essa costruiamo una scala DCD' delle declinazioni  $\delta$  del Sole nel seguente modo; si prendono gli angoli  $\delta$  con il vertice in B, contandoli a partire da BC positivi verso il basso e negativi verso l'alto; nella scala delle declinazioni DCD' quindi lo 0 si trova nel punto C e i punti D e D' rappresentano rispettivamente le declinazioni  $+23^\circ.5$  e  $-23^\circ.5$ . Ciò equivale in sostanza a porre ciascun punto di declinazione  $\delta$  a distanza dal punto C pari a:

$$f = l \operatorname{tg} \delta$$

I punti di questa scala sono quelli in cui deve essere innestato l'attacco F del pendolino nei vari giorni dell'anno, in base alla declinazione  $\delta$  del Sole; perciò l'attacco del pendolino deve poter scorrere lungo il segmento DCD' ed essere bloccato sul valore della  $\delta$  del Sole della giornata. Per praticità d'uso è bene trasformare la scala delle declinazioni in scala delle date (o dello zodiaco, come facevano gli antichi) secondo quanto si è visto parlando in generale dei clinometri.

d) Il filo a piombo FF', innestato nel punto scorrevole F, porta come sempre il segnalino mobile M, che prima della misura deve essere regolato ponendolo a una distanza da F pari a FB; in pratica si deve portare il pendolo a passare per B e quindi spostare la marca mobile M sino a farla coincidere con B. Quando si traggerà il Sole attraverso la linea di mira SS', il segnalino M, regolato come si è detto, indicherà l'ora sul diagramma delle linee orarie, del quale struttura e costruzione vengono illustrate nel paragrafo seguente.

Si noti che, essendo B sull'asse della scala DD', la lunghezza  $l'$  del pendolino, regolata su B per la data, è eguale per le quattro date che hanno egual valore assoluto della declinazione  $\delta$ ; questa osservazione verrà utile in seguito. Si noti anche (fig. 275) che, quando per regolare il pendolino imperniato in F lo si porta a passare per B, l'angolo  $H\hat{F}B$  rappresenta l'altezza meridiana o altezza massima per quel giorno; infatti si ha che:

$$H\hat{F}B = 90^\circ - F\hat{B}E = 90^\circ - (\varphi - \delta) = (90^\circ - \varphi) + \delta$$

che è appunto l'espressione dell'altezza meridiana  $h_{\max}$ .

### 119) Le linee orarie (183)

Ancora sulla figura 274, sia F il punto di attacco del pendolino per una declinazione generica  $\delta$  del Sole, materializzata per costruzione dall'angolo  $F\hat{B}C$ ; sia M la posizione della marca mobile per quella declinazione, regolata sulla distanza da F pari a  $FB = l'$ .

Si traguardi il Sole mentre, all'istante generico  $P^h$  (angolo al polo), la sua altezza è  $h$ ; il pendolino, che quando  $SS'$  è orizzontale giace su  $FH$ , si orienta ora nella posizione generica  $FF'$  tale che sia  $H\hat{F}F' = h$  e la marca mobile M indica l'ora  $P^h$  sul tracciato (ancora ignoto) delle linee orarie. M è quindi un punto della linea oraria  $P^h$  e di questo punto ricerchiamo la posizione trovando la sua distanza  $d = ME$  dalla linea centrale  $CE$ .

Si ha che:

$$d = MN - NE$$

$$\text{ma } MN = l' \text{ sen } h = \frac{l}{\cos \delta} \text{ sen } h$$

mentre

$$NE = FG = FC \text{ sen } \varphi = l \text{ tg } \delta \text{ sen } \varphi;$$

quindi

$$\begin{aligned} d &= \frac{l}{\cos \delta} \text{ sen } h - l \frac{\text{sen } \delta}{\cos \delta} \text{ sen } \varphi = \\ &= \frac{l}{\cos \delta} (\text{sen } h - \text{sen } \varphi \text{ sen } \delta); \end{aligned}$$

poiché l'ormai ben nota formula del  $\text{sen } h$  dice che:

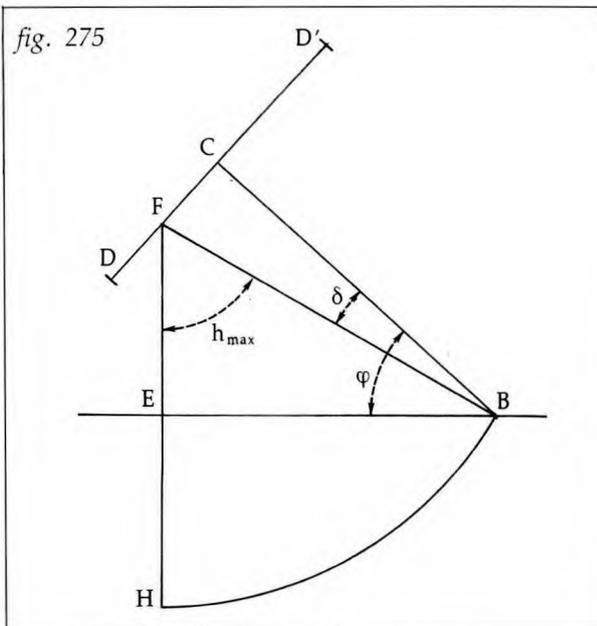
$$\text{sen } h = \text{sen } \varphi \text{ sen } \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos P \quad (184),$$

sostituendo nella precedente questa espressione si ha:

$$\begin{aligned} d &= \frac{l}{\cos \delta} (\text{sen } \varphi \text{ sen } \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos P - \text{sen } \varphi \text{ sen } \delta) = \\ &= \frac{l}{\cos \delta} (\cos \varphi \cos \delta \cos P) \end{aligned}$$

(183) Per quanto mi risulta questa trattazione della teoria del "cappuccino" è originale, anche se, data la vastità della letteratura sciografica, non posso escludere che altri l'abbiano delineata in termini analoghi.

(184) Vds. par. 106.



e in definitiva:

$$d = l \cos \varphi \cos P .$$

Poiché nel triangolo basico ABC si ha  $m = l \cos \varphi$ , la stessa espressione si può scrivere:

$$d = m \cos P$$

nelle quali  $l$  ed  $m$  sono i lati BC e AB del triangolo basico ABC, parametri costruttivi dello strumento.

*Risultato di particolare importanza è che la distanza  $d$  è indipendente dalla declinazione  $\delta$ , ed è funzione solo di  $m$  ovvero di  $l$  e  $\varphi$ , tutti elementi costanti.* Se perciò ricerchiamo la posizione di altri punti M della stessa linea oraria  $P^h$ , corrispondenti ad altre date/declinazioni, troveremo la stessa espressione della loro distanza  $d$  dalla linea centrale, indipendente dalla  $\delta$  e costantemente eguale per tutti i punti M della linea oraria  $P^h$ ; si deduce, a conclusione, che le linee orarie del "cappuccino":

- sono linee rette,
- sono parallele tra loro,
- sono parallele alla linea centrale e quindi perpendicolari alla linea di base,
- distano dalla linea centrale  $l \cos \varphi \cos P$ , ovvero  $m \cos P$ .

All'atto pratico il tracciamento delle linee orarie può essere fatto, in via analitica, usando per ciascuna ora  $P$  la formula della distanza  $d$  appena trovata.

Come in tutti gli orologi di altezza, trovate le linee orarie corrispondenti agli angoli al polo  $P^h$ , questi vanno convertiti in coppie di ore  $t$ , una antimeridiana e una pomeridiana per ogni  $P^h$ , con la consueta formuletta:

$$t = 12^h \mp P \frac{E}{W}$$

Il tracciato completo delle linee orarie si presenta in via teorica (185) come nella figura 276; si noti tra l'altro che:

- l'oraria  $6^h/18^h$  ( $P = 6^h$ ) coincide con la linea centrale;
- l'oraria  $12^h/12^h$  ( $P = 0^h$ ) passa per il punto B del triangolo basico;
- le orarie la cui somma è  $12^h$  o  $24^h$  sono simmetriche rispetto alla linea centrale.

Le linee orarie  $12^h/12^h$  e  $0^h/24^h$  che delimitano il fascio orario possono essere chiamate la "meridiana di mezzogiorno" e la "meridiana di mezzanotte".

L'estensione del diagramma orario si può arrestare all'ora  $P$  del sorgere/tramonto per la latitudine usata; per facilitare le letture interpolate il disegno si può estendere sino all'ora intera che precede il sorgere; nel nostro esempio, in cui la latitudine è  $42^\circ N$ , non occorre andare oltre l'oraria  $4^h.5$  A.M./ $7^h.5$  P.M., o al massimo oltre la  $4^h$  A.M./ $8^h$  P.M.; la parte non utile è stata tratteggiata.

Una facile costruzione geometrica per le linee orarie, seguita e riportata unanimemente da tutti gli autori (trascurando la più precisa costruzione analitica) è riportata nella figura 277; in

(185) In pratica la "scorniciatura" del diagramma orario sarà diversa, come si vedrà tra poco.

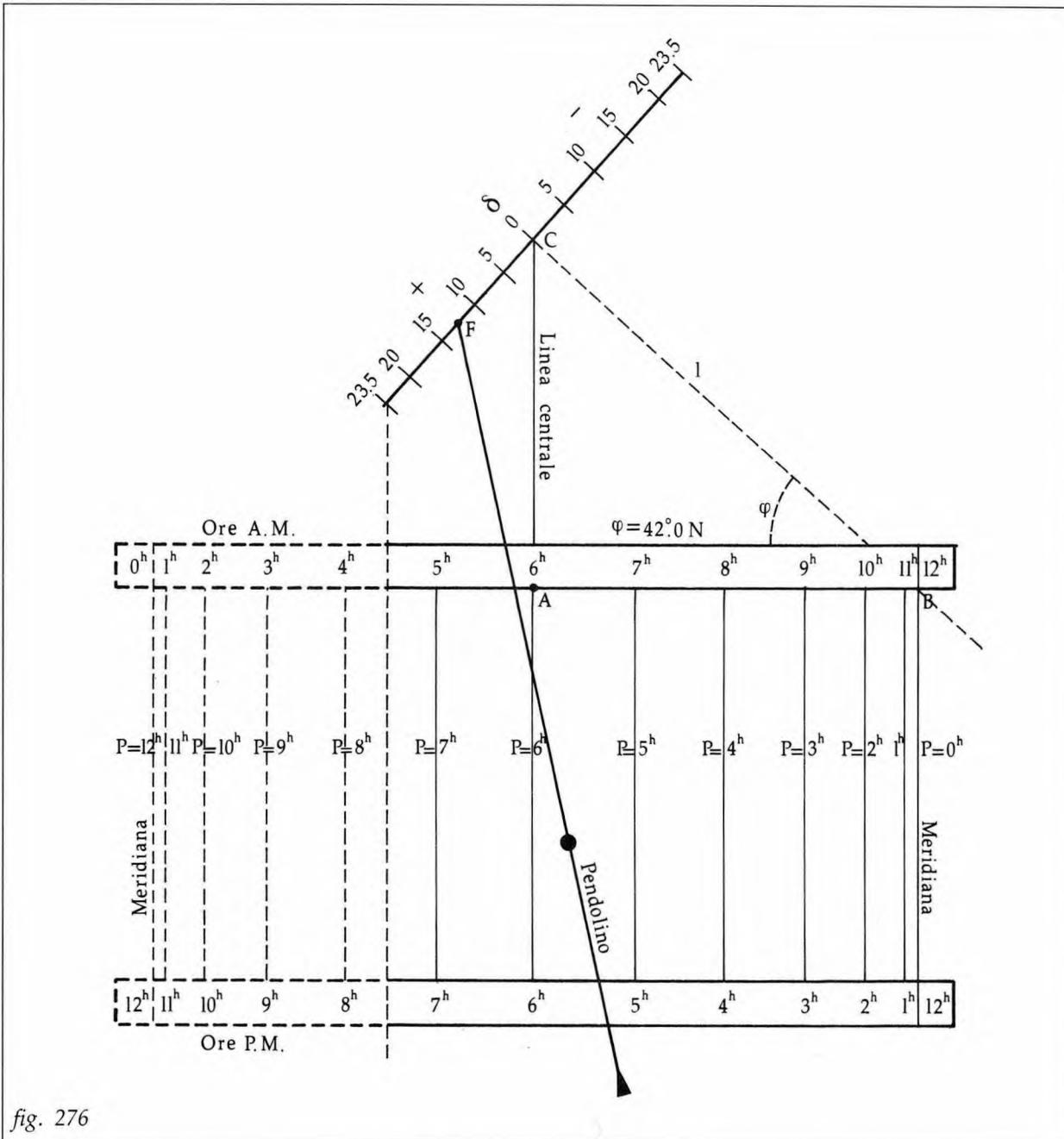


fig. 276

sintesi, con centro nel punto  $A$  e raggio pari ad  $AB = m$  si traccia un semicerchio, come indicato in figura; lo si divide in archi di  $15^\circ$  e si considera che i raggi corrispondenti formino con la linea di base  $AB$  gli angoli orari  $P$  di  $1^h, 2^h, 3^h$  ecc.; per i punti di divisione  $P_1, P_2, P_3$

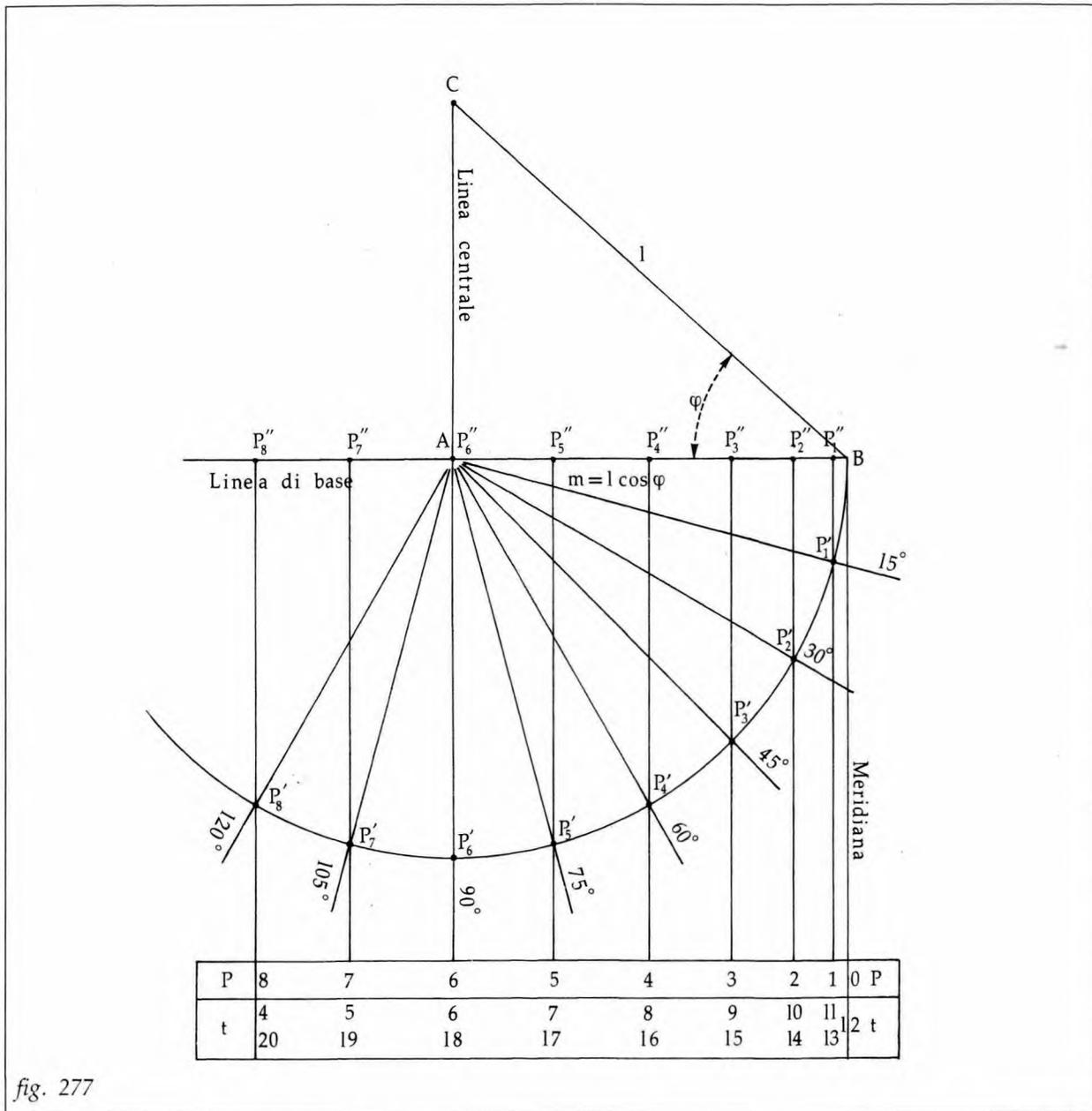
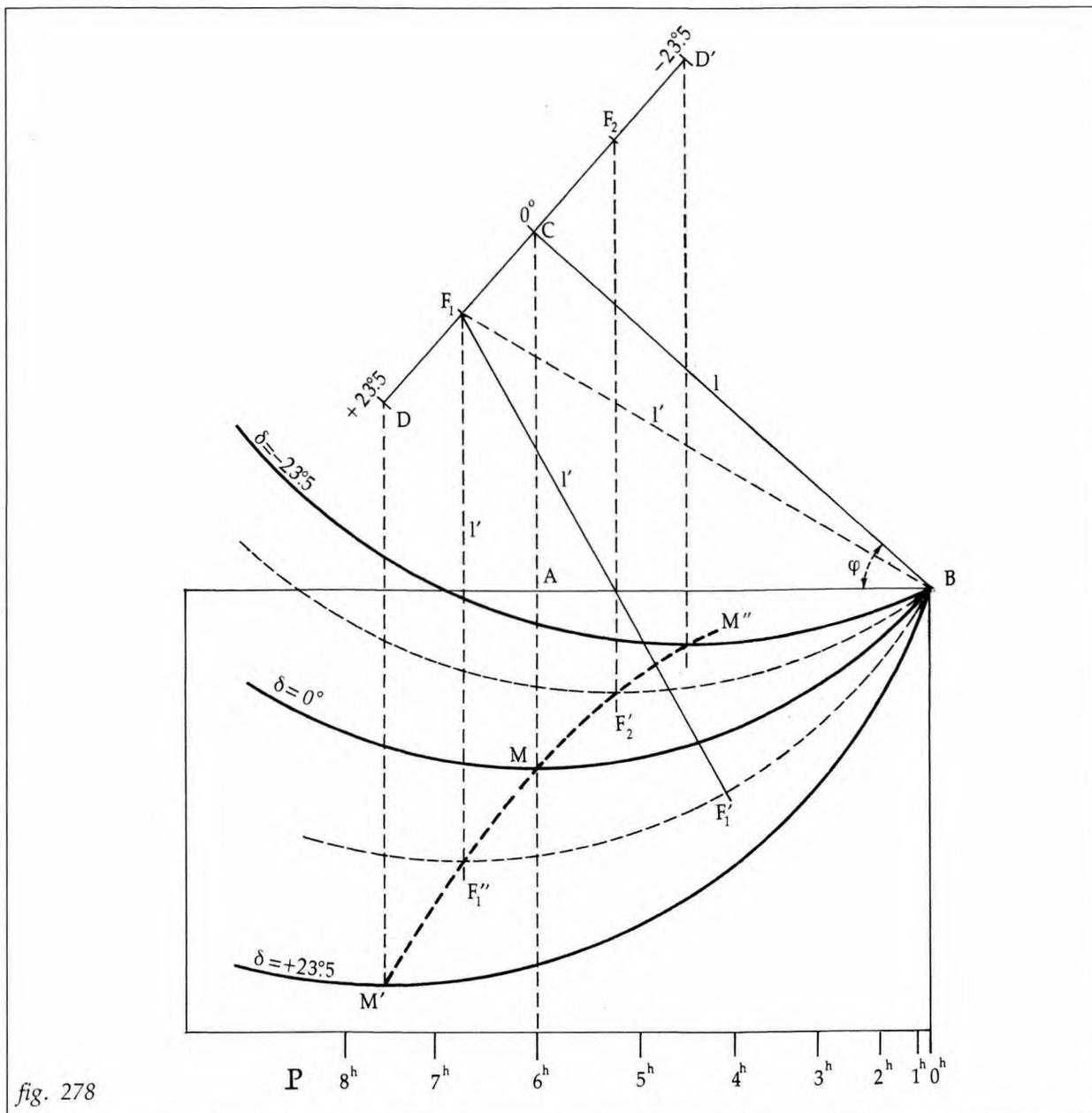


fig. 277

ecc. si tracciano le parallele alla linea centrale, che incontrano la linea di base nei punti  $P_1'', P_2'', P_3'',$  ecc.; poiché la distanza di questi punti da *A* risulta essere  $d = m \cos P = l \cos \varphi \cos P$ , le parallele che abbiamo tracciato sono le linee orarie, da intestare come indicato in figura.

Questa costruzione, com'è facile immaginare, è quella "storica" originale, riportata nelle istruzioni costruttive che ci sono pervenute dal passato.



**120) I cerchi diurni (fig. 278)**

Per ogni data (o declinazione) la marca mobile descrive nella giornata un arco di cerchio con centro in F e raggio  $l'$ . Per l'uso dello strumento questi cerchi, *tutti passanti per B*, non sono necessari, ma se ne possono tracciare alcuni a scopo ornamentale. In particolare, come

spesso è stato fatto in passato, si possono tracciare i due cerchi limite ( $\delta = \pm 23^\circ.5$ ), quello equinoziale e anche quelli corrispondenti a date tipiche, come i giorni di entrata del Sole nei segni e così via.

Nella figura sono stati disegnati, a titolo di esempio, i cerchi diurni relativi ai giorni solstiziali ed equinoziali ( $\delta = 0^\circ, \pm 23^\circ.5$ ), nonché quelli generici corrispondenti alle date con declinazione  $F_1$  e  $F_2$ .

Si noti che è proprio il tracciato dei cerchi diurni a dare il nome a questo orologio; rovesciando la figura si vede infatti il "cappuccio", schematizzato dai cerchi diurni limiti solstiziali.

### 121) Linea limite del sorgere e tramonto (fig. 278)

Per ogni data (o declinazione) la retta condotta dall'attacco F del pendolino perpendicolarmente alla linea di base rappresenta la posizione del filo a piombo al sorgere e al tramonto, quando l'altezza del Sole è  $0^\circ$ .

Il punto d'incontro di questa retta con il cerchio diurno di quella data rappresenta la posizione della marca mobile al sorgere/tramonto di quel giorno, e delimita quindi la parte utile del cerchio diurno. Il luogo geometrico di questi punti è una linea curva, indicata  $M'MM''$  in figura, che rappresenta il confine della parte utile del diagramma delle linee orarie.

In definitiva la parte utile del diagramma resta la figura  $M'M''B$ , delimitata dai tre lati curvi  $M'M''$ ,  $M''B$ ,  $BM'$ .

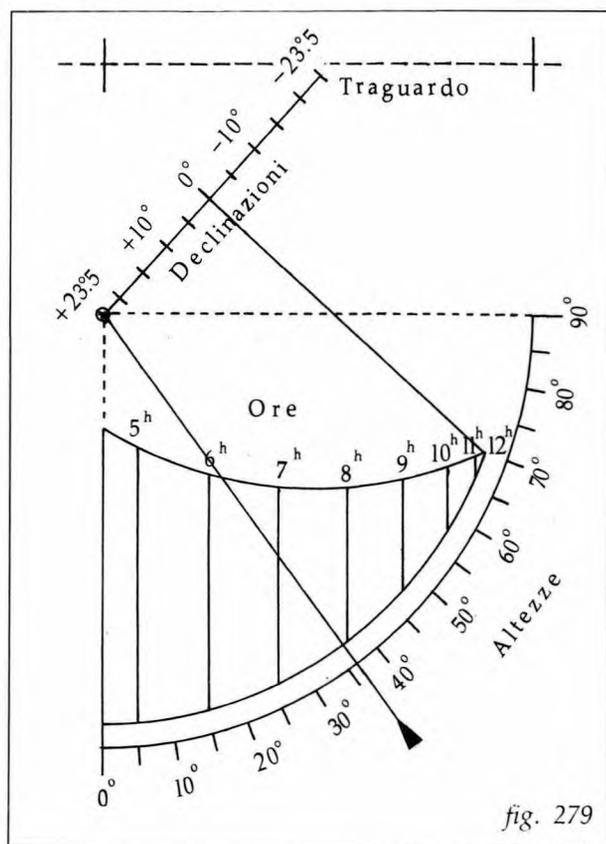


fig. 279

### 122) La scala delle altezze

Come tutti i clinometri, il "cappuccino" utilizza l'altezza del Sole per rintracciare l'ora; ciò spiega perché in alcuni esemplari si è cercato di materializzare l'indicazione dell'altezza del Sole e di consentirne anche la misura, nonostante che l'h del Sole su questo strumento non sia costantemente evidente. Per evidenziarla in modo facilmente misurabile è sufficiente tracciare una scala delle altezze su un cerchio centrato in uno qualsiasi dei punti in cui può essere fissata l'origine del pendolino; normalmente tale punto veniva scelto in corrispondenza della declinazione solstiziale estiva,  $\delta = +23^\circ.5$  (fig. 279); naturalmente la misura dell'altezza deve essere fatta indipendentemente dalla misura

dell'ora, con apposita regolazione dell'attacco del pendolino sul centro del cerchio delle altezze.

### 123) Impiego dell'orologio "cappuccino"

In conclusione, per impiegare questo tipo di orologio occorre eseguire le seguenti operazioni.

- Spostare l'attacco del pendolino sulla scala delle date (o declinazioni, o zodiaco) portandolo e fissandolo sulla data del giorno in corso.
- Portare il filo a piombo a passare sull'ora 12<sup>h</sup>, dove convergono tutti i cerchi diurni, e spostare il segnalino sino a che coincida con il punto 12<sup>h</sup>.
- Traguardare il Sole, tenendo il piano dell'orologio ben verticale.
- Leggere l'ora sul diagramma delle rette orarie in corrispondenza del segnalino del filo a piombo. L'ora ottenuta è ora-vera-locale (da correggere con equazione del tempo e correzione fuso se si vuole avere l'ora-media-fuso, cioè quella segnata dal nostro moderno orologio da polso).
- Per avere l'altezza del Sole, portare l'attacco del pendolino sul punto centro della scala circolare delle altezze (generalmente il punto di  $\delta = +23^{\circ}.5$ ); traguardare il Sole e leggere l'altezza sull'apposita scala in corrispondenza del filo del pendolino.

### 124) Riassunto delle formule (fig. 280)

- *Triangolo basico ABC*  
 lato AB sulla linea di base:  $m = l \cos \varphi$   
 lato AC sulla linea centrale:  
 $n = m \operatorname{tg} \varphi = l \operatorname{sen} \varphi$
- *Scala delle declinazioni*  
 distanza f dei punti  $\delta$  dal centro C della scala:  
 $f = l \operatorname{tg} \delta$
- *Linee orarie*  
 distanza d dalla linea centrale:  
 $d = l \cos \varphi \cos P$  ovvero  $d = m \cos P$

### 125) Esempio di calcolo e disegno

Un esempio di calcolo e disegno di orologio solare d'altezza "cappuccino" per la latitudine 42°N con parametro  $l = 100$  mm è riportato nelle pagine che seguono.

Il disegno viene presentato in due versioni:

- a) una scorniciatura tracciata dall'A., con le scale delle date e delle declinazioni, senza scala delle altezze (il "cappuccio" appare in evidenza);
- b) una versione ispirata a un bell'esemplare in avorio del XVII secolo, con le scale dello zodiaco, delle declinazioni, e delle altezze, che ripropone il classico e tradizionale taglio rettangolare del "cappuccino".

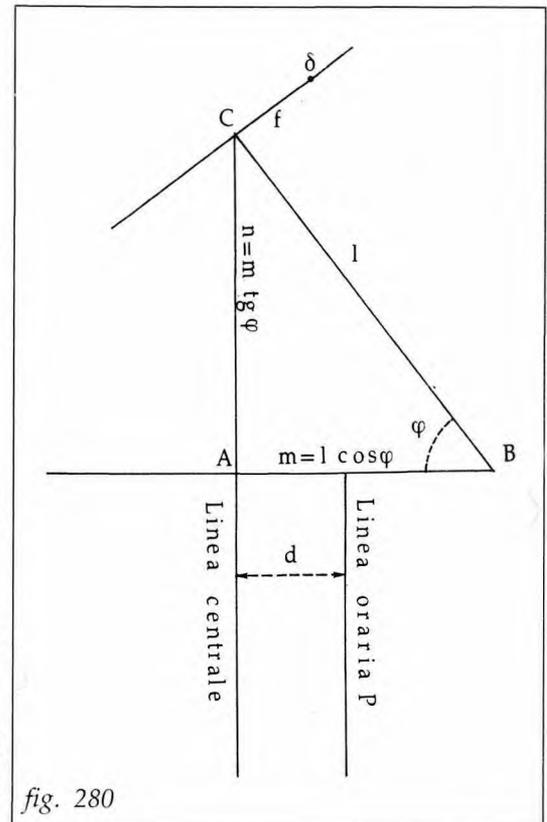


fig. 280

**OROLOGIO SOLARE D'ALTEZZA TIPO "CAPPUCCINO"**  
(ore eguali, astronomiche, vere, locali)

**DATI:**

Latitudine :  $\varphi = 42^{\circ}.0N$   
Parametro costruttivo :  $l = 100 \text{ mm}$

**LINEE ORARIE**

Distanza  $d$  dalla linea centrale ( $d = l \cos \varphi \cos P$ ); si calcolano le ore da  $4^h$  a  $20^h$ , con passo di mezz'ora.

Ore t	$4^h/20^h$		$5^h/19^h$		$6^h/18^h$		$7^h/17^h$		$4^h.5$
Ang. al polo $P^h$	$8^h$	$7^h.5$	$7^h$	$6^h.5$	$6^h$	$5^h.5$	$5^h$		
Ang. al polo $P^{\circ}$	$120^{\circ}$	$112^{\circ}.5$	$105^{\circ}$	$97^{\circ}.5$	$90^{\circ}$	$82^{\circ}.5$	$75^{\circ}$		$67^{\circ}.5$
Distanza $d$	-37.2	-28.4	-19.2	-9.7	0	9.7	19.2		28.4

Ore t	$8^h/16^h$		$9^h/15^h$		$10^h/14^h$		$11^h/13^h$		$12^h$
Ang. al polo $P^h$	$4^h$	$3^h.5$	$3^h$	$2^h.5$	$2^h$	$1^h.5$	$1^h$	$0^h.5$	$0^h$
Ang. al polo $P^{\circ}$	$60^{\circ}$	$52^{\circ}.5$	$45^{\circ}$	$37^{\circ}.5$	$30^{\circ}$	$22^{\circ}.5$	$15^{\circ}$	$7^{\circ}.5$	$0^{\circ}$
Distanza $d$	37.2	45.2	52.5	59.0	64.4	68.7	71.8	73.7	74.3

**SCALA DELLE DECLINAZIONI**

Distanza  $f_1$  dal punto C ( $f_1 = l \operatorname{tg} \delta$ ); passo di  $5^{\circ}$ .

(Le  $\delta$  negative non si calcolano essendo simmetriche di quelle positive). Entro i  $5^{\circ}$  si può interpolare uniformemente.

Declinazioni $\delta$	$0^{\circ}$	$5^{\circ}$	$10^{\circ}$	$15^{\circ}$	$20^{\circ}$	$23^{\circ}.5$
Distanza $f_1$	0	8.7	17.6	26.8	36.4	43.5

**SCALA DELLO ZODIACO**

Distanza  $f_2$  dal punto C ( $f_2 = l \operatorname{tg} \delta$ ); passo di  $10^{\circ}$ .

(Si calcola solo per tre segni, essendo gli altri eguali o simmetrici).

Segni	ARIETE			TORO			GEMELLI			
Gradi	$0^{\circ}$	$10^{\circ}$	$20^{\circ}$	$0^{\circ}$	$10^{\circ}$	$20^{\circ}$	$0^{\circ}$	$10^{\circ}$	$20^{\circ}$	$30^{\circ}$
Declinaz. $\delta$	$0^{\circ}$	$4^{\circ}.0$	$7^{\circ}.8$	$11^{\circ}.5$	$14^{\circ}.8$	$17^{\circ}.7$	$20^{\circ}.2$	$22^{\circ}.0$	$23^{\circ}.1$	$23^{\circ}.5$
Distanza $f_2$	0	7.0	13.7	20.3	26.4	31.9	36.8	40.4	42.7	43.5

**SCALA DELLE DATE**

Distanza  $f_3$  dal punto C ( $f_3 = 1 \text{ tg } \delta$ ); si calcola al giorno 1 di ogni mese; negli intervalli si interpola uniformemente.

MESI	Solstizio	GEN.	FEB.	MAR.	Equin.	APR.	MAG.	GIU.	Solstizio
Declinaz. $\delta$	-23°.4	-23°.1	-17°.3	-7°.7	0	+4°.4	+14°.9	+22°.0	+23°.4
Distanza $f_3$	-43.3	-42.7	-31.1	-13.5	0	+7.7	+26.6	+40.4	+43.3

MESI	Solstizio	LUG.	AGO.	SETT.	Equin.	OTT.	NOV.	DIC.	Solstizio
Declinaz. $\delta$	+23°.4	+23°.1	+18°.1	+8°.4	0	-3°.0	-14°.3	-21°.7	-23°.4
Distanza $f_3$	+43.3	+42.7	+32.7	+14.8	0	-5.2	-25.5	-39.8	-43.3

**DISEGNO:**

Due alternative di disegno sono indicate nelle figure 281 e 282.

**126) Commento sulla teoria dell'orologio cappuccino**

Un diverso modo di giustificare la teoria del cappuccino viene esposto da Hugh Godfrey nella Encyclopaedia Britannica, 11ª edizione, alla voce "dial" (186). La dimostrazione di Godfrey, citata anche da Cousins (187), a me sembra meno convincente e conclusiva di quella elaborata in questo studio; in sostanza essa si limita a dimostrare che sia l'angolo  $\hat{B}AM$  sul diagramma orario (fig. 274) sia l'angolo al polo P del Sole soddisfano, nel posto di  $\alpha$ , all'equazione  $\text{sen } h = \text{sen } \varphi \text{ sen } \delta + \text{cos } \varphi \text{ cos } \delta \text{ cos } \alpha$ ; pertanto essi sono eguali e quindi  $\hat{B}AM$  rappresenta l'ora.

In ogni caso entrambe le dimostrazioni, sia quelle di Godfrey che quella del vostro A. sono "cattiva matematica", come giustamente la chiama il Fuller (188) nel suo brillante articolo sulla "Mathematical Gazette" del Febbraio 1957. Si tratta infatti di dimostrazioni "a posteriori"; posto, cioè, che lo strumento sia costruito in quel determinato modo, noi dimostriamo che è giusto e che funziona bene. Dobbiamo perciò riconoscere che il vero processo logico con cui gli antichi inventori sono arrivati a costruire l'ingegnoso "cappuccino" rimane un mistero. È difficile peraltro non pensare che questo processo logico sia stato di natura essenzialmente geometrica, secondo schemi assimilabili alle interessanti elaborazioni geometriche del "cappuccino" esposte da Fuller e da Stebbins (189) nella forma di interpretazione piana della sfera celeste.

Rimane il fatto che questo interessante strumento, a prescindere dal luogo e dal tempo in cui è venuto alla luce, deve certamente essere considerato il capostipite storico di tutti gli orologi solari d'altezza che presentano il *fascio orario nella forma di rette parallele*; vedremo nei

(186) Godfrey, bibliografia n. 28.  
 (187) Cousins, bibliografia n. 14.  
 (188) Fuller, bibliografia n. 27.  
 (189) Stebbins, bibliografia n. 49.



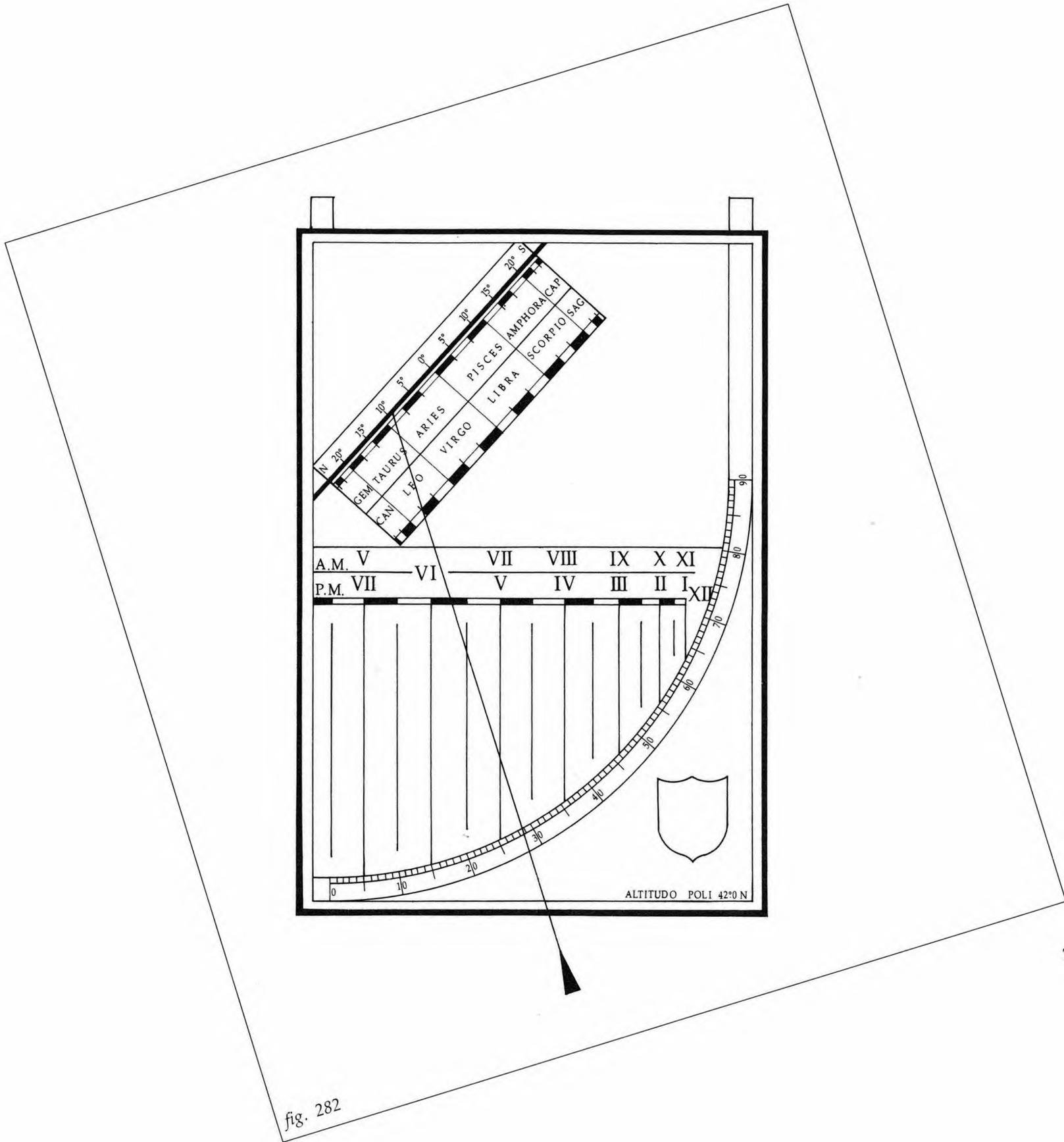
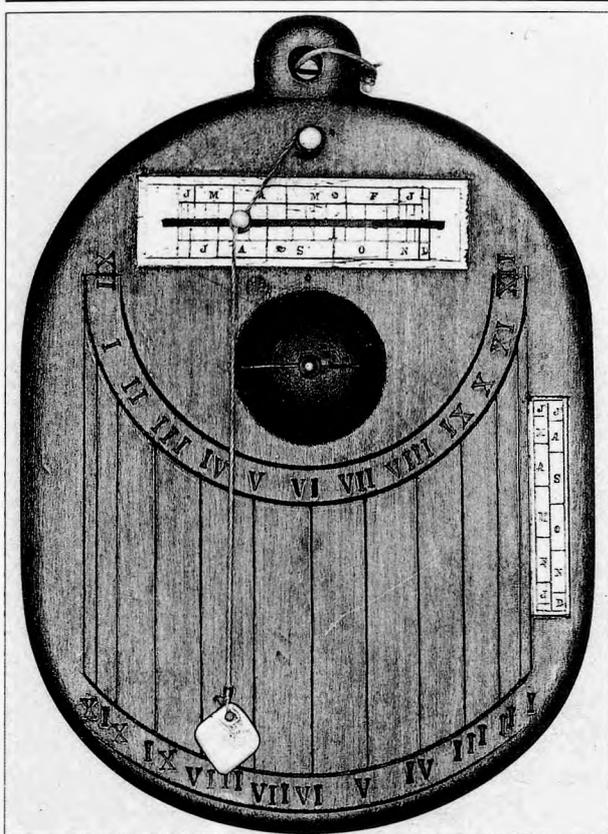
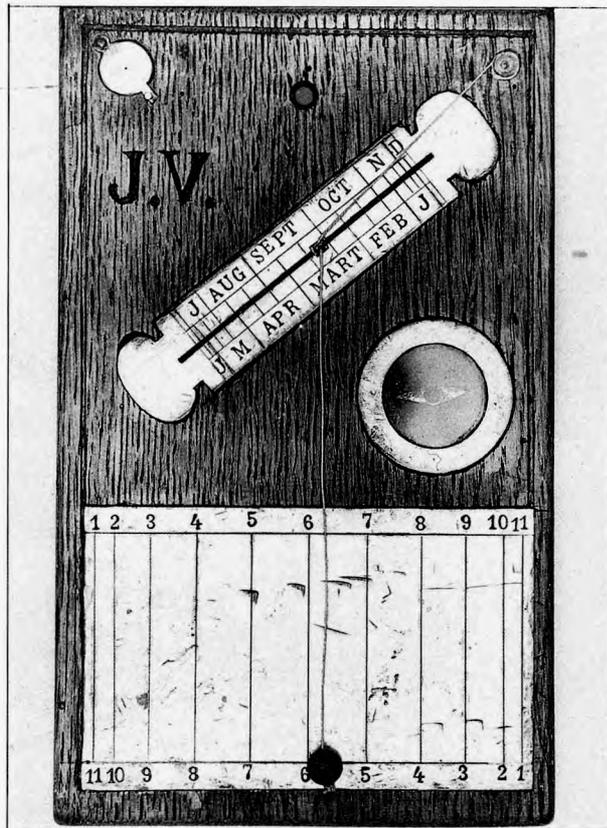


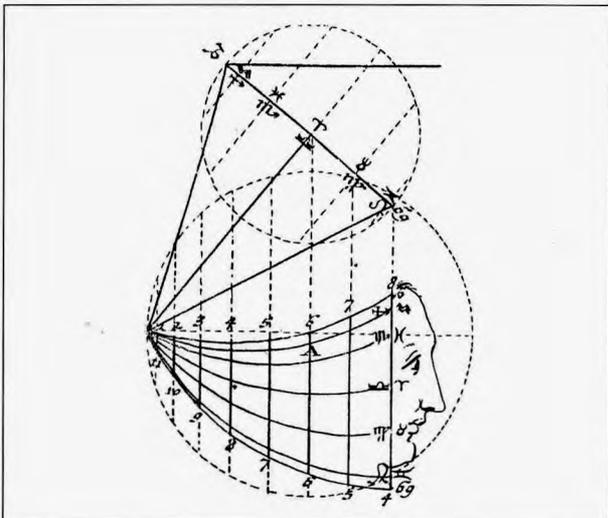
fig. 282



60



61

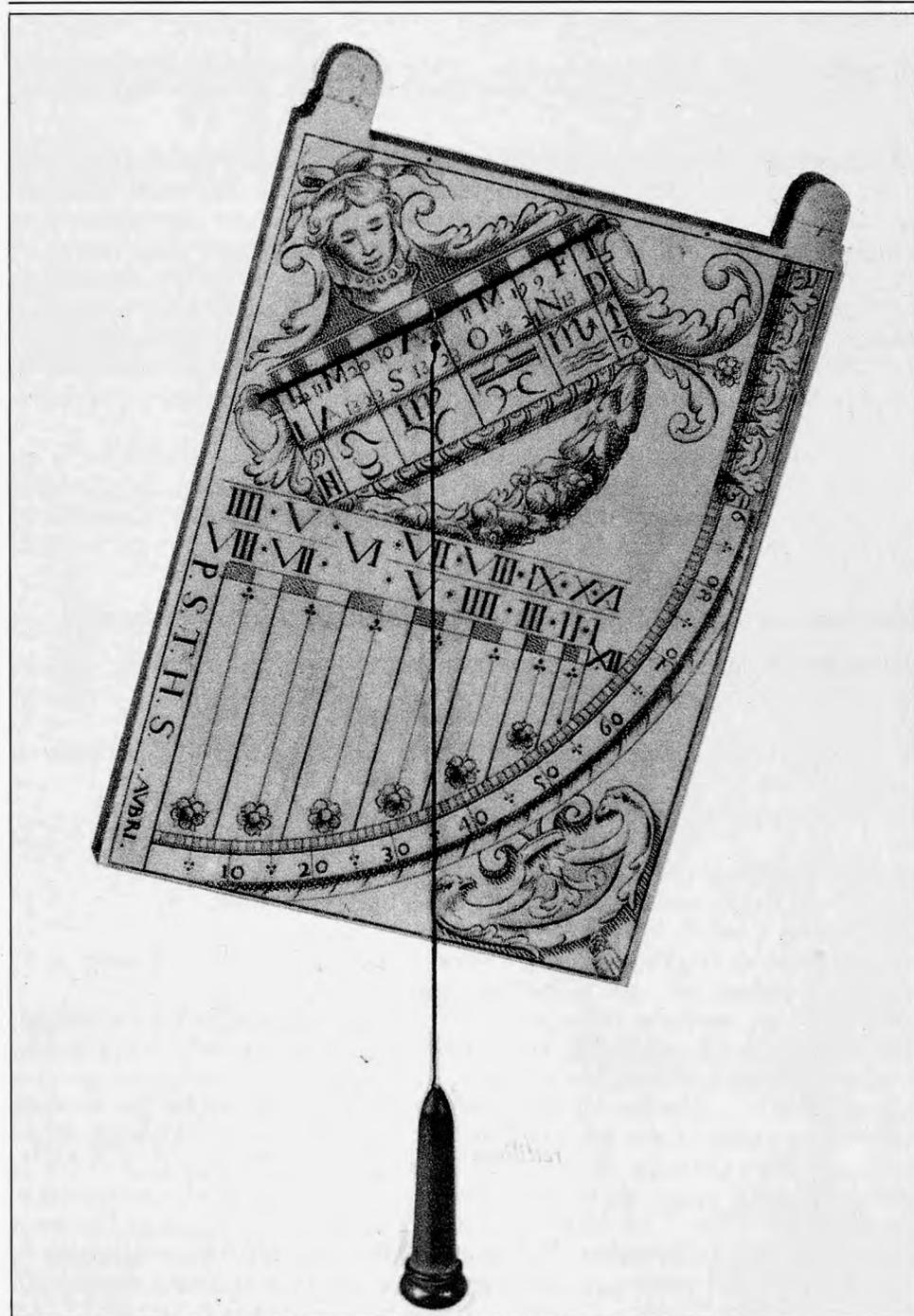


62

60, Grossolano "cappuccino" con la scala delle date resa parallela alla linea di base. Per tener conto di questa variante è stata aggiunta sulla destra una seconda scala delle date su cui regolare la perlina del pendolino.

61, Semplice e grossolano orologio d'altezza del tipo "cappuccino"; sono evidenti il fascio delle linee orarie rettilinee e parallele, e la scala delle date su cui scorre l'attacco del pendolino.

62, Nel 1698 l'Ozanam illustrava con questo disegno la costruzione del "cappuccino", aggiungendo al cappuccio il viso del frate per giustificare meglio il nome dello strumento.



63, Orologio d'altezza "cappuccino" in avorio del XVII secolo. Il calendario è riportato con le iniziali dei mesi e con i simboli dei segni zodiacali.

## CAP. XXVI - OROLOGIO SOLARE D'ALTEZZA DETTO "REGIOMONTANUS"

127) *Generalità*

L'orologio solare da molti chiamato "regiomontanus" è un altro strumento d'altezza del tipo "clinometro", in cui l'impegno degli antichi artigiani/scienziati si è espresso in modo veramente ammirevole; il risultato che hanno ottenuto in questo caso appare incredibile se si considera l'epoca in cui fu elaborato e il livello delle scienze matematiche a quei tempi.

Il nome con cui oggi viene chiamato sembra attribuire il merito di questo strumento all'astronomo Regiomontanus (par. 176); varie fonti lo datano invece ad almeno un secolo prima, e cioè al XIV secolo, ma è molto probabile che questo ingegnosissimo orologio solare fosse già conosciuto nel 1200; al Regiomontanus possiamo in ogni caso attribuire il merito di averlo descritto e divulgato. Musei e collezioni ne conservano numerosi esemplari, di epoche a partire dal 1500.

Il "regiomontanus" deriva direttamente dal "cappuccino", poiché sostanzialmente è un "cappuccino universale", cioè impiegabile, per mezzo di apposita regolazione, in qualsiasi latitudine. Descriveremo perciò il regiomontanus partendo dal cappuccino, ed effettueremo in due fasi il processo della sua "universalizzazione" per passare dall'uno all'altro strumento.

128) *Prima fase: come rendere la scala delle date parallela alla linea di base*

Si abbia un orologio solare d'altezza del tipo cappuccino, per la latitudine  $\varphi$  (fig. 283) in cui siano:

- BB la linea di base;
- BB'L'L il quadrante completo delle linee orarie ( $0^h$ - $12^h$ - $24^h$ ), con BL e B'L' le meridiane di mezzogiorno e di mezzanotte;
- BC = l il parametro costruttivo, inclinato di  $\varphi$  sulla linea di base;
- CE la linea centrale;
- DCD' la scala delle declinazioni e delle date;
- B il punto delle ore  $12^h$  su cui si regola la marca mobile del pendolino;
- ABC il triangolo basico, con i cateti  $m = l \cos \varphi$  e  $n = m \operatorname{tg} \varphi$ .

Su questo tracciato cappuccino vogliamo rendere *parallela alla linea di base* la scala delle date su cui si impenna il pendolino nei vari giorni dell'anno.

A tale scopo osserviamo che, essendo tutte le linee orarie parallele alla linea centrale, dopo aver correttamente impennato il pendolino sulla scala delle date e averlo regolato alla sua giusta lunghezza, possiamo tranquillamente spostare il suo punto di attacco lungo una retta parallela alle linee orarie senza alterare l'indicazione dell'ora. Ciò significa che la scala delle date DCD' si può rendere parallela alla linea di base BB' semplicemente traslando tutti i suoi punti parallelamente alla linea centrale AC sino a portarli sulla RCR'; quindi D passa in R, D' in R', e il punto generico F passa in F' (le  $\delta$  positive si alzano, quelle negative si abbassano).

Naturalmente, dopo aver così trasformato la scala delle date, per non alterare la regolazione della marca mobile M del pendolino il punto B dovrà essere spostato di volta in volta lungo la meridiana BL, in su o in giù, di tanto quanto è stato spostato l'attacco F del pendolino; in altri termini bisognerà disegnare sulla meridiana BL del diagramma orario una

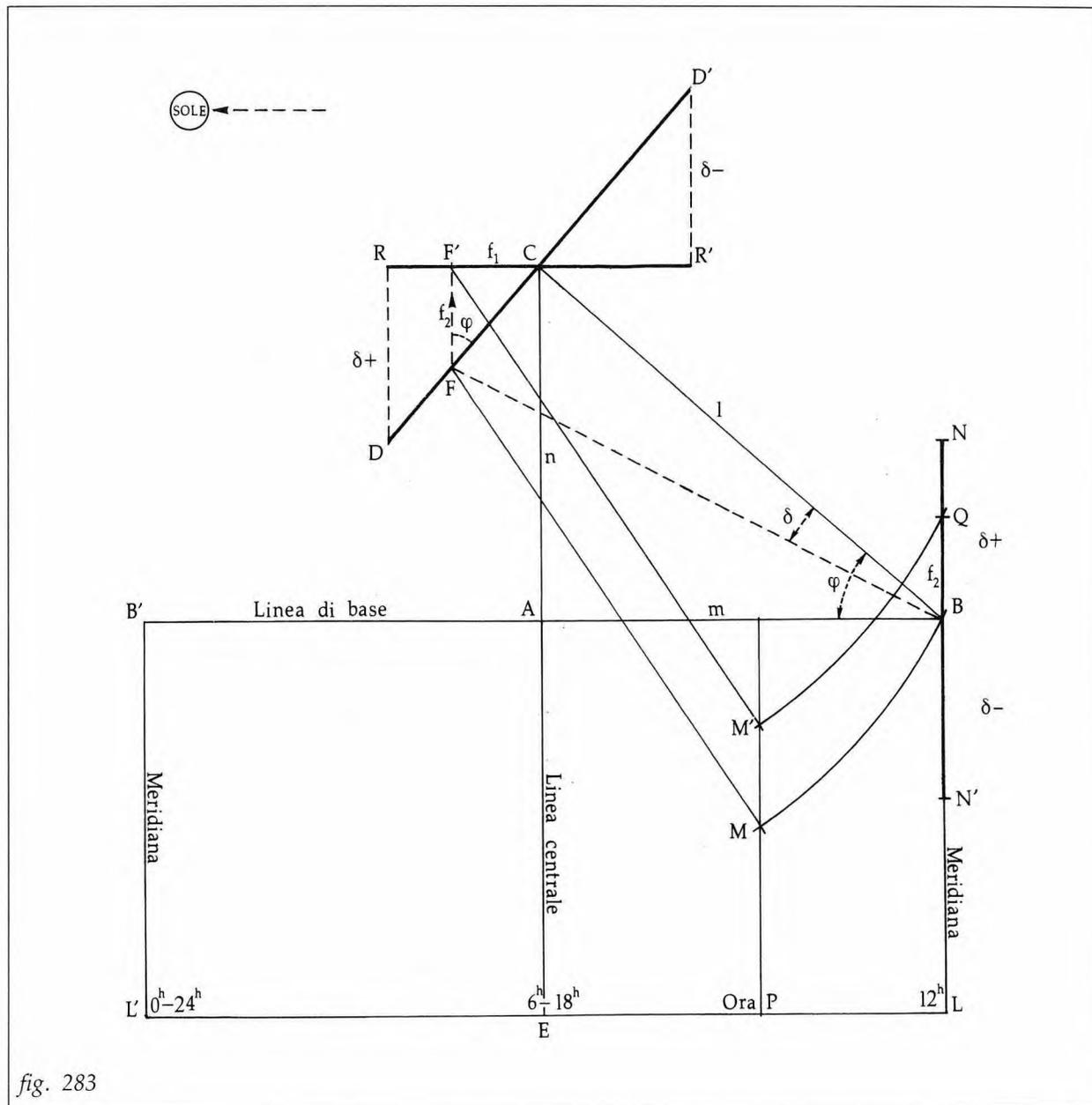


fig. 283

scala di declinazione (o di date)  $NBN'$  centrata in  $B$  nella quale il punto  $Q$  che indica la  $\delta$  generica deve distare da  $B$  tanto quanto  $F'$  dista da  $F$ , con le  $\delta$  positive in alto e quelle negative in basso.

Vogliamo ora esprimere analiticamente e geometricamente le due nuove scale delle declinazioni  $RCR'$  e  $NBN'$  che abbiamo individuato sul "cappuccino modificato".

a) *Scala delle declinazioni RCR' per l'attacco del pendolino (parallela alla linea di base) (fig. 283)*

Chiamiamo  $f_1$  la distanza da C del punto F' che rappresenta la  $\delta$  generica; si ha:

$$f_1 = CF' = CF \times \sin \varphi = l \operatorname{tg} \delta \sin \varphi = \frac{m}{\cos \varphi} \operatorname{tg} \delta \sin \varphi,$$

e in definitiva:

$$\boxed{f_1 = m \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \delta};$$

essendo  $n = m \operatorname{tg} \varphi$ , la stessa formula si può scrivere:

$$\boxed{f_1 = n \operatorname{tg} \delta}.$$

Per fissare graficamente i vari punti della scala, basta notare (fig. 284) che l'angolo  $\alpha = \widehat{CAF'}$ , essendo  $\operatorname{tg} \alpha = f_1/n$ , è la declinazione  $\delta$ :

$$\alpha = \delta.$$

Ciò vuol dire che la scala delle  $\delta$  su RCR' si può tracciare con lo stesso criterio usato nel cappuccino, prendendo gli angoli  $\delta$  con il vertice in A, a partire da AC, positivi a sinistra (verso il Sole) e negativi a destra.

b) *Scala delle declinazioni NBN' su cui regolare la marca mobile (sostituisce il punto fisso B) (fig. 283)*

Chiamiamo  $f_2$  la distanza da B del punto Q che rappresenta la  $\delta$  generica; si ha:

$$f_2 = BQ = FF' = CF \cos \varphi = l \operatorname{tg} \delta \cos \varphi,$$

e, in definitiva, poiché  $l \cos \varphi = m$ :

$$\boxed{f_2 = m \operatorname{tg} \delta}$$

Per fissare graficamente i punti di questa seconda scala basta osservare (fig. 284) che l'angolo  $\beta = \widehat{BAQ}$ , essendo  $\operatorname{tg} \beta = f_2/m$ , è la declinazione  $\delta$ :

$$\beta = \delta.$$

Anche questa scala di  $\delta$  si può quindi tracciare con lo stesso criterio della precedente, prendendo gli angoli  $\delta$  con il vertice in A, a partire da AB, positivi verso l'alto e negativi verso il basso.

In conclusione in questa prima fase dell'evoluzione del cappuccino verso il regiomontanus troviamo che la scala delle date (o declinazioni) deve essere sostituita da due nuove scale delle date (o declinazioni), una sulla normale alla linea centrale con centro in C, e una sulla normale alla linea di base con centro in B, da costruire in alternativa:

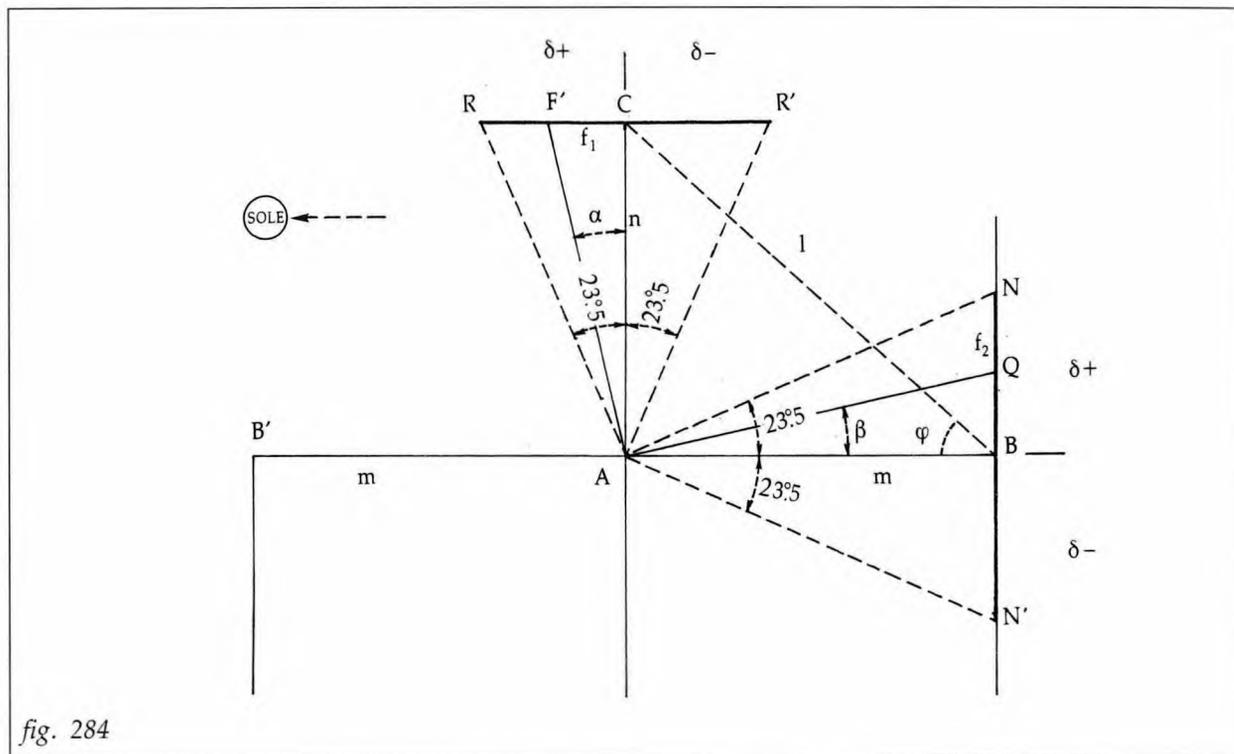
a) con le seguenti formulette:

$$\begin{array}{l} 1^a \text{ scala: } f_1 = m \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \delta = n \operatorname{tg} \delta \quad (\delta \text{ positive verso il Sole}) \\ 2^a \text{ scala: } f_2 = m \operatorname{tg} \delta \quad \quad \quad (\delta \text{ positive in alto}) \end{array}$$

ovvero:

b) graficamente, tracciando gli angoli  $\delta$  con il vertice in A:

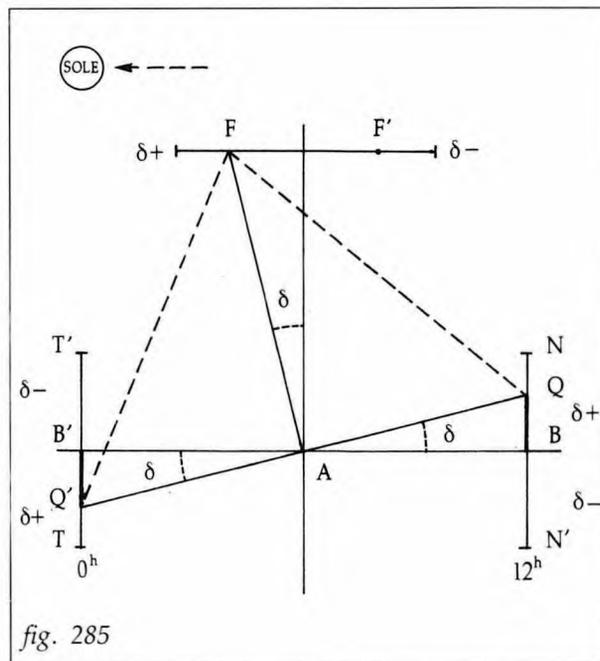
$$\begin{array}{l} 1^a \text{ scala: } \text{ con asse AC } (\delta \text{ positive verso il Sole}) \\ 2^a \text{ scala: } \text{ con asse AB } (\delta \text{ positive in alto}). \end{array}$$



In base alla  $\delta$  del giorno, sulla prima scala si deve fissare l'origine del pendolino, sulla seconda scala si deve regolare la marca mobile del pendolino.

Approfondendo l'esame della scala laterale  $NBN'$  per la regolazione della marca mobile del pendolino, osserviamo (fig. 285) che essa, disposta sul margine lungo la meridiana delle ore  $12^h$ , può essere duplicata sul margine opposto (meridiana delle ore  $0^h/24^h$ ). Infatti consideriamo le rette  $FA$  e  $AQ$ , corrispondenti alla stessa data (o declinazione); esse sono tra loro perpendicolari, per cui essendo  $AB = AB'$  è anche  $FQ = FQ'$  e  $B'Q' = BQ$ .

In ogni dato giorno la lunghezza del pendolino può essere regolata indifferentemente su  $FQ$  o su  $FQ'$  e la graduazione della  $\delta$  segnata su  $Q$  può anche essere segnata su  $Q'$ . In conclusione la scala delle  $\delta$   $NBN'$  disegnata sulla meridiana diurna può essere disegnata anche in  $T'B'T$  sulla meridiana di



mezzanotte con la sola variante che le declinazioni positive e negative vanno scambiate. Si deduce anche che in pratica la scala laterale delle date per la regolazione della marca mobile potrà essere disposta secondo varie soluzioni (fig. 286):

- tutta sulla meridiana di mezzogiorno, con le  $\delta$  positive in alto (scala  $B_1 B_2$ , fig. a);
- tutta sulla meridiana di mezzanotte, con le  $\delta$  positive in basso (scala  $B_3 B_4$ , fig. a);
- ripetuta integralmente su entrambe le meridiane (fig. a, scale  $B_1 B_2$  e  $B_3 B_4$ );
- divisa in due metà, al disopra della linea di base, con la sezione negativa verso il Sole e quella positiva dalla parte opposta (fig. b, scale  $C_1 C_2$  e  $C_3 C_4$ );

- divisa in due metà, al disotto della linea di base, con la sezione positiva verso il Sole e quella negativa dalla parte opposta (fig. c, scale  $D_1 D_2$  e  $D_3 D_4$ ).

Si osserva infine che anche in questa configurazione transitoria dello strumento, la lunghezza del pendolino, dall'attacco alla marca mobile, è la stessa per le quattro date che abbiano declinazione eguale in valore assoluto, cioè senza tener conto del segno; per dimostrarlo basta rifare la figura 285 con il punto F spostato nel suo simmetrico F'.

### 129) Seconda fase: come rendere il "cappuccino" valido per tutte le latitudini

Consideriamo ora un cappuccino modificato come indicato nel precedente paragrafo,

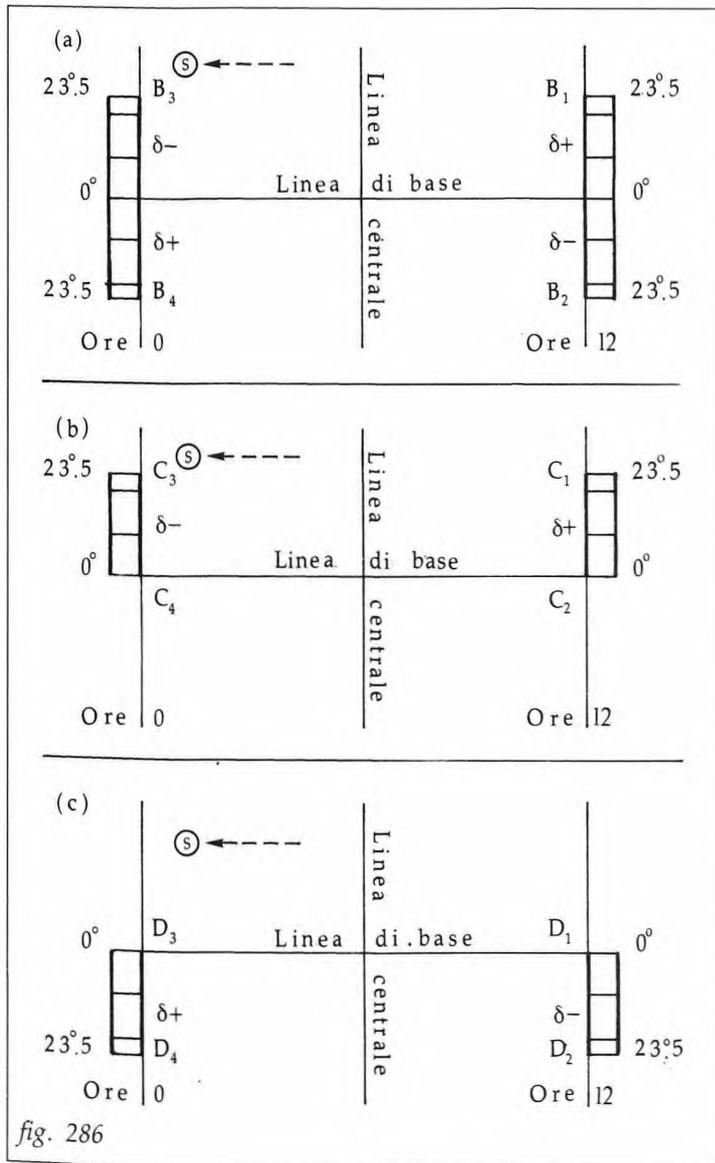


fig. 286

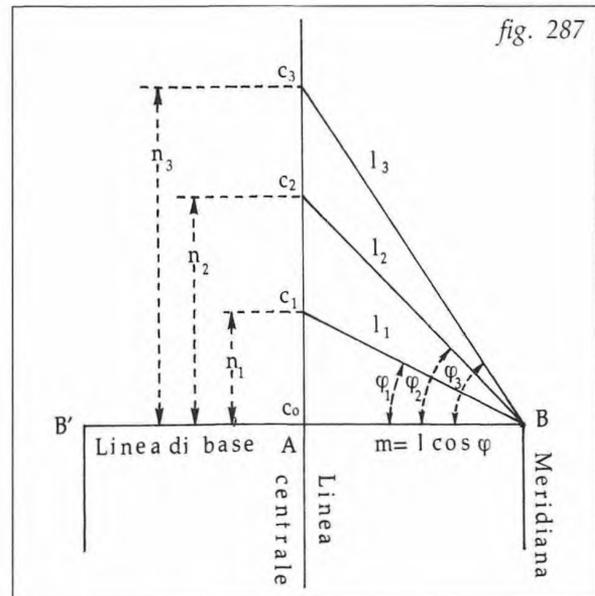


fig. 287

e disegnamolo per varie latitudini, *tenendo costante la lunghezza*  $m = l \cos \varphi$  del segmento AB (che da ora consideriamo "parametro costruttivo" in luogo della l) (fig. 287).

Notiamo che avendo imposto la costanza del parametro  $m$ , per qualsiasi latitudine non cambia né il diagramma delle linee orarie ( $d = m \cos P$ ) né la scala laterale delle  $\delta$  per la regolazione della marca mobile ( $f_2 = m \operatorname{tg} \delta$ ). Ciò che cambia al variare della latitudine  $\varphi$  è il triangolo basico  $ABC_n$ , che, ferma restando la base AB, assume alle varie latitudini l'aspetto indicato in figura; in sostanza al variare della  $\varphi$  è il punto C che scorre sulla linea centrale passando da  $C_0$  a  $C_1, C_2, C_3$ , ecc.; su ciascuno di questi punti C bisogna costruire la scala delle date, valida per quella particolare latitudine, disposta perpendicolarmente alla linea centrale; come già notato la distanza  $n$  di ciascun punto C, e quindi di ciascuna scala delle date, dalla linea di base è (fig. 288):

$$n = m \operatorname{tg} \varphi.$$

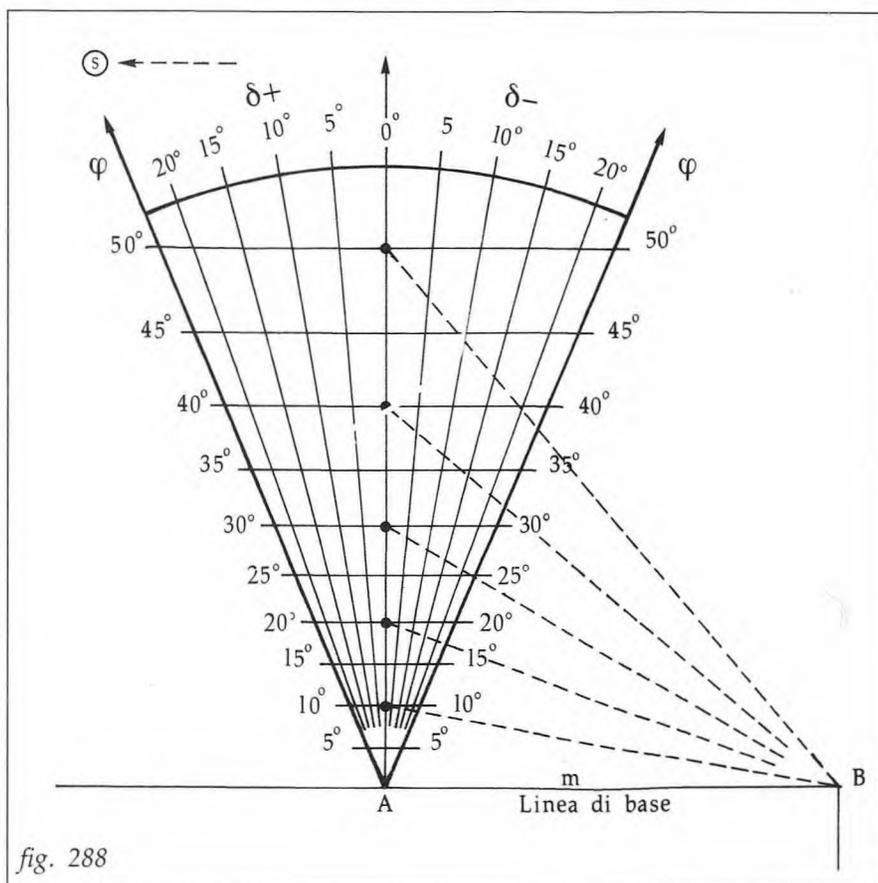
Geometricamente, com'è evidente, i punti C si possono ottenere tracciando i raggi  $BC_n$  inclinati di  $\varphi$  sulla linea di base BA.

Su ogni scala delle date le graduazioni si ottengono, come si è visto, tracciando i raggi uscenti dal punto centrale A inclinati di  $\delta$  sulla linea centrale (190); tali raggi sono comuni a tutte le scale, e possono essere intestati alle  $\delta$  su apposita graduazione che possiamo disegnare nella zona alta del fascio.

Con questa costruzione abbiamo "universalizzato" il cappuccino, infatti possiamo tracciare sui margini esterni del fascio di raggi centrato in A (corrispondenti alle  $\delta \pm 23.5$ ) una scala di latitudini, stabilita con la formula appena indicata  $n = m \operatorname{tg} \varphi$ , dove  $n$  è la distanza dalla linea di base della scala corrispondente a ciascuna  $\varphi$ .

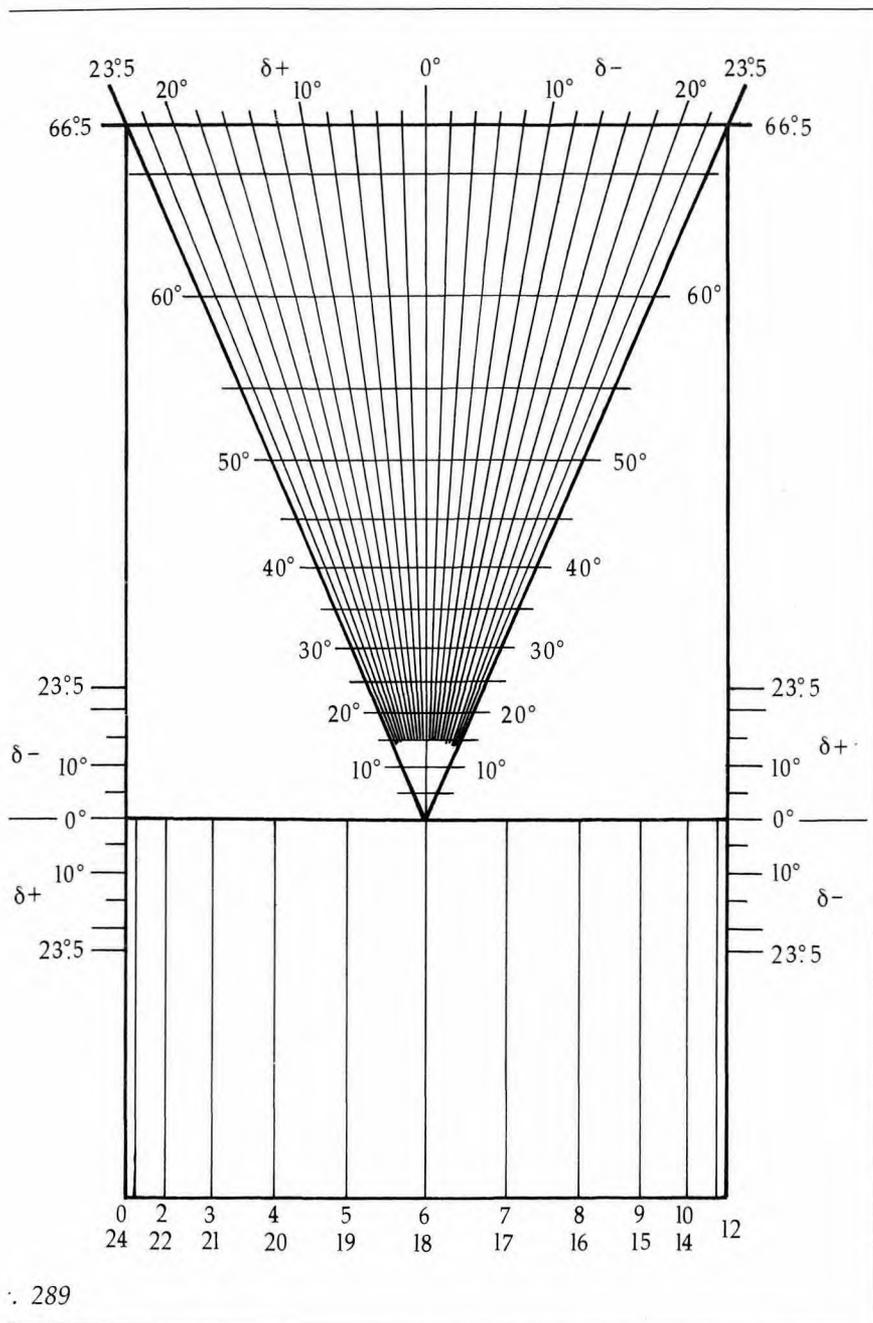
Per regolare lo strumento, l'attacco del pendolino deve essere fissato sul punto dove si incontrano la *linea orizzontale della latitudine*  $\varphi$  in cui ci troviamo e il *raggio della*  $\delta$  (data) uscente da A e corrispondente al giorno.

Il diagramma delle linee orarie rimane identico a quello del cappuccino; quindi le linee orarie



(190) In via analitica le  $\delta$  possono essere segnate usando la formuletta  $f_1 = m \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \delta$ .

fig. 288



. 289

sono rette parallele alla linea centrale, distanti  $d$  da essa, essendo

$$d = m \cos \varphi.$$

In definitiva lo schema dell'orologio solare regiomontanus si presenta come nella figura 289, dove sono indicati:

- il tracciato triangolare  $\varphi/\delta$ , dove bisogna trovare il punto in cui fissare l'attacco del pendolino;
- le scale laterali della declinazione  $\delta$ , su cui bisogna regolare la marca mobile del pendolino;
- il diagramma rettangolare delle ore, su cui la marca mobile indicherà l'ora quando si trapperà il Sole.

Come sempre le scale delle declinazioni vanno poi trasformate in scale delle date o dello zodiaco.

### 130) I margini del "regiomontanus"

#### a) Limiti del diagramma delle latitudini

In passato il diagramma delle latitudini è stato sistematicamente limitato alla latitudine  $66^{\circ}5'$  del circolo polare artico. In tal modo il fascio dei raggi delle  $\delta$  termina sui margini laterali del diagramma orario, cioè sulle meridiane delle  $12^h$  e delle  $0^h/24^h$ , come indicato nella figura 289.

In teoria nulla vieta che la scala delle latitudini  $\varphi$  sia proseguita oltre il circolo polare artico, nelle zone del giorno perenne;

l'orologio continuerebbe anche in quei luoghi a trasformare fedelmente l'altezza del Sole in ora; a parte però l'evidente disarmonia del disegno e la scarsa utilità pratica di questa estensione, bisogna ricordare che la scala delle latitudini è una scala di tangenti, e quindi oltre

la  $\varphi = 66^\circ.5$  comincia ad assumere dimensioni eccessive; anche noi quindi, come gli antichi, assumiamo come limite pratico del diagramma delle latitudini la  $\varphi = 66^\circ.5$ .

*b) Limiti del diagramma delle ore*

Se la latitudine che si imposta sullo strumento arriva a  $66^\circ.5$ , le ore da tracciare debbono essere necessariamente tutte le 24 ore del giorno, da  $0^h$  a  $12^h$  e da  $12^h$  a  $24^h$ .

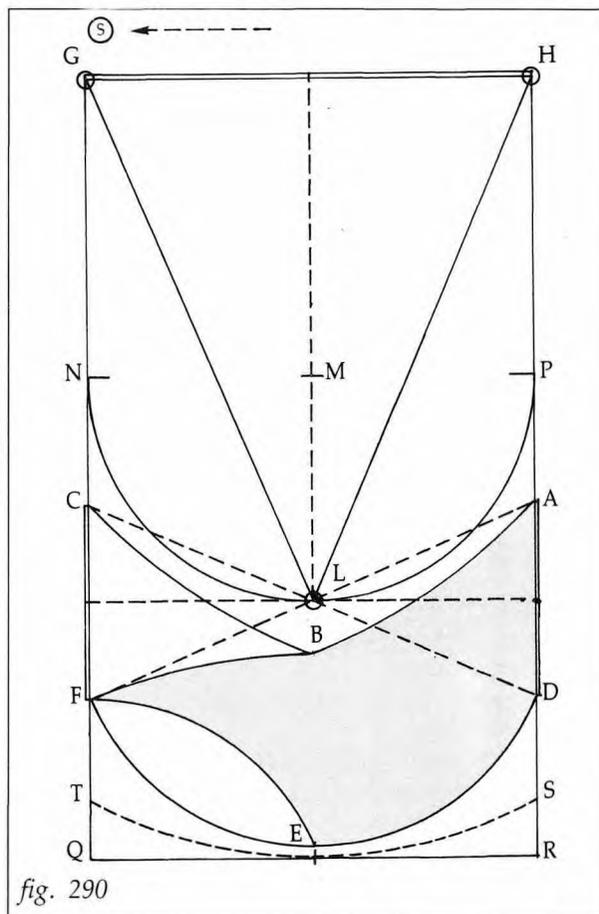
L'esame dei cerchi diurni percorsi dalla marca mobile, che nel cappuccino schematizzano il cappuccio dei monaci, mostra (fig. 290) che essi si sviluppano restando all'interno della zona compresa fra gli archi di cerchio AB (centro G), BC (centro H) e DF (centro L), essendo A e C gli estremi superiori delle scale delle  $\delta$  e D ed F gli estremi inferiori delle stesse scale. Per questo motivo gli antichi scorniciavano quasi sempre il diagramma delle ore con il semicerchio PLN (centro M, raggio  $MP = m$ ) e con la retta QR, leggermente al disotto di E, ovvero talvolta con un'ampia curva prossima alla retta QR (centro sempre in M) come la ST.

In realtà non tutta la zona indicata è sfruttabile, poiché ogni cerchio diurno inizia la sua traccia utile quando il pendolino è perpendicolare alla linea di base ( $h = 0^\circ$ ); se tenessimo conto di questa limitazione per tutte le possibili posizioni d'innesto del pendolino, troveremo che in tutto il diagramma PLNQR, che abbiamo ripreso dagli antichi, la parte utile rimarrebbe quella delimitata dalla linea ABFED; peraltro, poiché gli strumenti antichi non tenevano conto di questa limitazione... anche noi la trascuriamo e prendiamo per buona la scorniciatura PLNQR, o scorniciature simmetriche dello stesso tipo.

**131) Pendolino, traguardo,  
e scala delle altezze (fig. 291)**

Il pendolino del regiomontanus deve essere organizzato in modo che il suo punto di attacco possa essere spostato in tutto il triangolo GHL che contiene il diagramma  $\varphi/\delta$ .

Soluzione frequentemente adottata dagli antichi costruttori è stata quella di fissare nella parte alta del quadro, in un punto prossimo alla scala delle  $\delta$  un braccetto snodato costituito da tre elementi imperniati tra loro con giunti a frizione, che richiedano un leggero sforzo per essere mossi; sull'estremità libera F del braccetto viene fissato il filo del pendolino con la marca mobile M. La lunghezza del braccetto snodato deve essere tale che la sua estremità F possa essere portata su tutti i punti del diagramma triangolare  $\varphi/\delta$ .



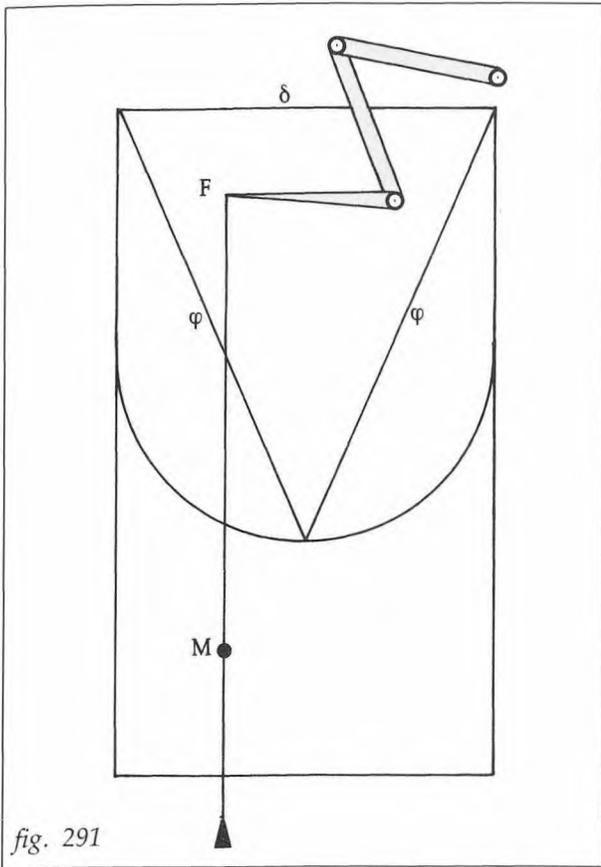


fig. 291

Quanto alla *linea di mira* per traguardare il Sole, il regiomontanus non presenta alcuna differenza rispetto agli altri clinometri (Vds. par. 108).

Anche in questo caso una *scala delle altezze* può essere disegnata, a forma di arco di cerchio di  $90^\circ$ , sul margine inferiore e su quello laterale opposto al Sole; a tale scopo occorre prima stabilire un punto fisso del diagramma  $\varphi/\delta$  su cui portare l'origine del pendolino quando si vuole misurare l'altezza del Sole.

### 132) Costruzione geometrica

Sia in passato che nei tempi moderni tutti gli autori hanno riguardato la costruzione dell'orologio regiomontanus sotto il profilo esclusivamente geometrico. A me sembra che l'interpretazione mista trigonometrica/geometrica che abbiamo suggerito sia più razionale e soprattutto più precisa. Per questo motivo omettiamo l'esposizione delle soluzioni puramente geometriche (anche un po' divergenti tra le antiche e le moderne), tanto più che, sulla base di quanto abbiamo esposto, la costruzione geometrica di questo bell'orologio sembra del tutto evidente e di facile attuazione.

### 133) Riassunto delle formule per l'orologio regiomontanus (fig. 292)

Scala delle latitudini $\varphi$ distanza $n$ dalla linea di base, sulla linea centrale.	$n = m \operatorname{tg} \varphi$
Scala superiore delle $\delta$ (alla latitud. $\varphi$ ) per l'attacco del pendolino; distanza $f_1$ dalla linea centrale.	$f_1 = m \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \delta$ ovvero $f_1 = n \operatorname{tg} \delta$ ( $\delta$ positive verso il Sole).
Scala laterale delle $\delta$ per la regolazione della marca mobile; distanza $f_2$ dalla linea di base.	$f_2 = m \operatorname{tg} \delta$ (margine opposto al Sole: $\delta$ positive in alto; margine dal lato del Sole: $\delta$ positive in basso).
Linee orarie distanza $d$ dalla linea centrale.	$d = m \cos P$

### 134) Esempio di calcolo e disegno

A conclusione dell'esposizione sul regiomontanus, che forse può essere considerato come il più interessante degli orologi solari d'altezza, ne riportiamo un esempio di calcolo e disegno con due interpretazioni del disegno.

- La prima soluzione è ripresa da un esemplare del XVI secolo, con le scale delle  $\delta$  trasformate in zodiaco. Da notare che in passato i segni dello zodiaco erano normalmente indicati con i loro simboli grafici; qui abbiamo preferito indicarli con i loro nomi per sopperire ad una probabile scarsa familiarità con i simboli; ciò ha tolto rigore al disegno e lo ha reso un po' confuso; e per non aumentare la confusione abbiamo evitato di inserire la consueta scala delle altezze.
- La seconda interpretazione presenta un disegno moderno, scorniciato dall'A., con le scale delle  $\delta$  trasformate in calendario.

Entrambe le soluzioni presentano l'insolito raddoppio completo della scala laterale delle declinazioni.

### 135) L'orologio regiomontanus "inverso e rovesciato"

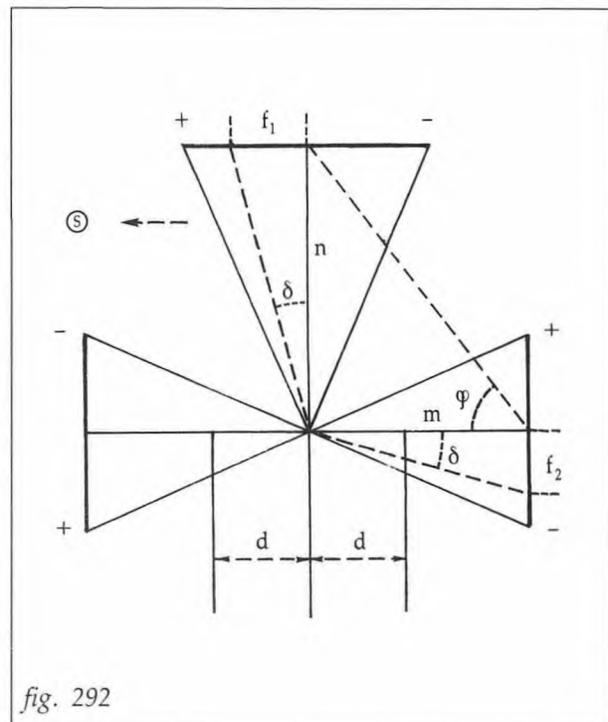
Una singolare e misconosciuta variante dell'orologio regiomontanus, che possiamo chiamare "inversa-rovesciata", si può costruire tenendo presente due considerazioni:

- nella formula su cui lo strumento è basato:

$$\sin h = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos P$$

la latitudine  $\varphi$  e la declinazione  $\delta$  sono simmetriche e pertanto nella costruzione dello strumento i due dati possono essere scambiati (191);

- il parallelismo delle linee orarie comporta che il triangolo  $\varphi/\delta$  su cui si aggancia il pendolino può essere traslato lungo le linee orarie, o addirittura *ribaltato* intorno alla linea di base, purché le scale laterali che regolano la lunghezza del pendolo lo accompagnino nei suoi spostamenti, in modo da non alterare la posizione della marca mobile sul pendolino.



Circa il punto a) bisogna fare una precisazione riguardante i segni di  $\varphi$  e  $\delta$ ; nello strumento normale si inserisce la declinazione  $\delta$  con i segni + e -, e la latitudine  $\varphi$  con il solo segno +; invertendo i due dati, mentre la  $\varphi$  si può inserire con un inutile doppio segno,

(191) Si dimostra anche geometricamente che in entrambi i casi i punti di attacco del pendolino cadono sulla stessa retta oraria.

## OROLOGIO SOLARE D'ALTEZZA TIPO REGIOMONTANUS

### DATI

– Parametro costruttivo:  $m = 50.0$  mm

### ELEMENTI BASICI

– Distanza  $n$ , alla  $\varphi = 66^{\circ}33'.5$ :  
 $n = m \operatorname{tg} \varphi = 115.3130$  (per il disegno della scala delle date, si prende  $n = 125.313$  per i primi sei mesi e  $145.313$  per gli altri sei)

**SCALA DELLE  $\delta$**   
 Super.:  $f_1 = n \operatorname{tg} \delta$   
 Later.:  $f_2 = m \operatorname{tg} \delta$

**SCALA DELLE ORE**  
 $d = m \cos P$

**SCALA DELLE  $\varphi$**   
 $n = m \operatorname{tg} \varphi$

$\delta$	$f_1$	$f_2$
2°	4.0	1.7
4	8.1	3.5
6	12.1	5.3
8	16.2	7.0
10	20.3	8.8
12	24.5	10.6
14	28.8	12.5
16	33.1	14.3
18	37.5	16.2
20	42.0	18.2
22	46.6	20.2
23.5	50.1	21.7

$P^h$	$P^{\circ}$	$d$
0 <sup>h</sup>	0°	50.0
0.5	7.5	49.6
1	15	48.3
1.5	22.5	46.2
2	30	43.3
2.5	37.5	39.7
3	45	35.4
3.5	52.5	30.4
4	60	25.0
4.5	67.5	19.1
5	75	12.9
5.5	82.5	6.5
6	90	0

$\varphi$	$n$
5°	4.4
10	8.8
15	13.4
20	18.2
25	23.3
30	28.9
35	35.0
40	42.0
45	50.0
50	59.6
55	71.4
60	86.6
65	107.2
66.6	115.3

### SCALA DELLE DATE ( $f_1 = n \operatorname{tg} \delta$ )

Per $n = 125.313$		
DATA	$\delta$ (192)	$f_1$
1	-23°03'.3	-53.3
GEN 10	-22°03'.2	-50.7
20	-20°15'.8	-46.0
1	-17°17'.3	-39.0
FEB 10	-14°34'.0	-32.6
20	-11°09'.6	-24.7
1	-7°44'.9	-17.1
MAR 10	-4°16'.4	-9.4
20	-0°19'.9	-0.7
1	+4°22'.4	+9.6
APR 10	+7°47'.1	+17.1
20	+11°22'.0	+25.2

Per $n = 145.313$		
DATA	$\delta$ (192)	$f_1$
1	+23°08'.2	+62.1
LUG 10	+22°17'.4	+59.6
20	+20°44'.7	+55.0
1	+18°07'.7	+47.6
AGO 10	+15°41'.6	+40.8
20	+12°35'.5	+32.5
1	+8°26'.4	+21.6
SET 10	+5°06'.3	+13.0
20	+1°15'.9	+3.2
1	-3°00'.9	-7.7
OTT 10	-6°28'.5	-16.5
20	-10°10'.9	-26.1

(192) Dalla Tavola V appendice A.

Per n = 125.313			Per n = 145.313		
DATA	$\delta$ (192)	$f_1$	DATA	$\delta$ (192)	$f_1$
1	+14°56'.6	+33.4	1	-14°17'.3	-37.0
MAG 10	+17°30'.3	+39.5	NOV 10	-17°01'.2	-44.5
20	+19°53'.1	+45.3	20	-19°35'.4	-51.7
1	+21°59'.5	+50.6	1	-21°44'.0	-57.9
GIU 10	+22°58'.6	+53.1	DIC 10	-22°52'.3	-61.3
20	+23°25'.8	+54.3	20	-23°25'.3	-62.9
Solstizio	+23°26'.4	+54.3	Solstizio	-23°26'.4	-63.0

### SCALA DELLO ZODIACO

(Si calcola solo per i primi tre segni; per gli altri segni le distanze  $f_1$  e  $f_2$  sono eguali).

SEGNI E GRADI	DECLINAZIONE $\delta$ (Appendice A-III)	Scala superiore $f_1 = n \operatorname{tg} \delta$ (alla $\varphi = 66^\circ.5$ $n = 115.313$ )	Scala laterale $f_2 = m \operatorname{tg} \delta$ ( $m = 50.0$ )
0°	0°	0	0
ARIETE 10	3°57'.7	8.0	3.5
20	7°49'.2	15.8	6.9
0	11°28'.3	23.4	10.1
TORO 10	14°48'.9	30.5	13.2
20	17°44'.5	36.9	16.0
0	20°09'.1	42.3	18.3
GEMELLI 10	21°57'.0	46.5	20.2
20	23°03'.8	49.1	21.3
30	23°26'.4	50.0	21.7

DISEGNI: figure 293 e 294.

mancherebbe la possibilità di inserire la  $\delta$  con il segno  $-$ ; il problema si risolve osservando che quando la coppia di dati da inserire è  $(+ \varphi, - \delta)$  essa si può immettere, senza alterare i risultati, come se fosse  $(- \varphi, + \delta)$ ; cioè quando la declinazione è negativa si fa finta che sia invece negativa la latitudine.

In sostanza questa nuova costruzione viene fatta assumendo come dati:

- la  $\delta$ : da  $0^\circ$  a  $+23^\circ.5$  (al posto della  $\varphi$  che andava da  $0^\circ$  a  $+66^\circ.5$ )
- la  $\varphi$ : da  $-66^\circ.5$  a  $+66^\circ.5$  (al posto della  $\delta$  che andava da  $-23^\circ.5$  a  $+23^\circ.5$ ).

Nella figura 295b mostriamo come si presenta, a confronto col tipo normale della figura 295a, lo schema dell'orologio *regiomontanus inverso*, cioè con  $\varphi$  e  $\delta$  scambiate. Per la scala laterale, che ora diventa scala delle  $\varphi$  e quindi viene estesa sino a  $\pm 66^\circ.5$ , si è scelta la soluzione "suddivisione in due metà, entrambe sotto la linea di base" (le due metà superiori sono state accennate a trattini per facilitare la comprensione del successivo schema rovesciato).

Si noterà come il triangolo  $\varphi/\delta$  si è molto ridotto in altezza mentre le scale laterali si sono sensibilmente allungate.

Nella figura 295c, oltre all'inversione dei dati  $\varphi$  e  $\delta$  si è applicato anche il rovesciamento

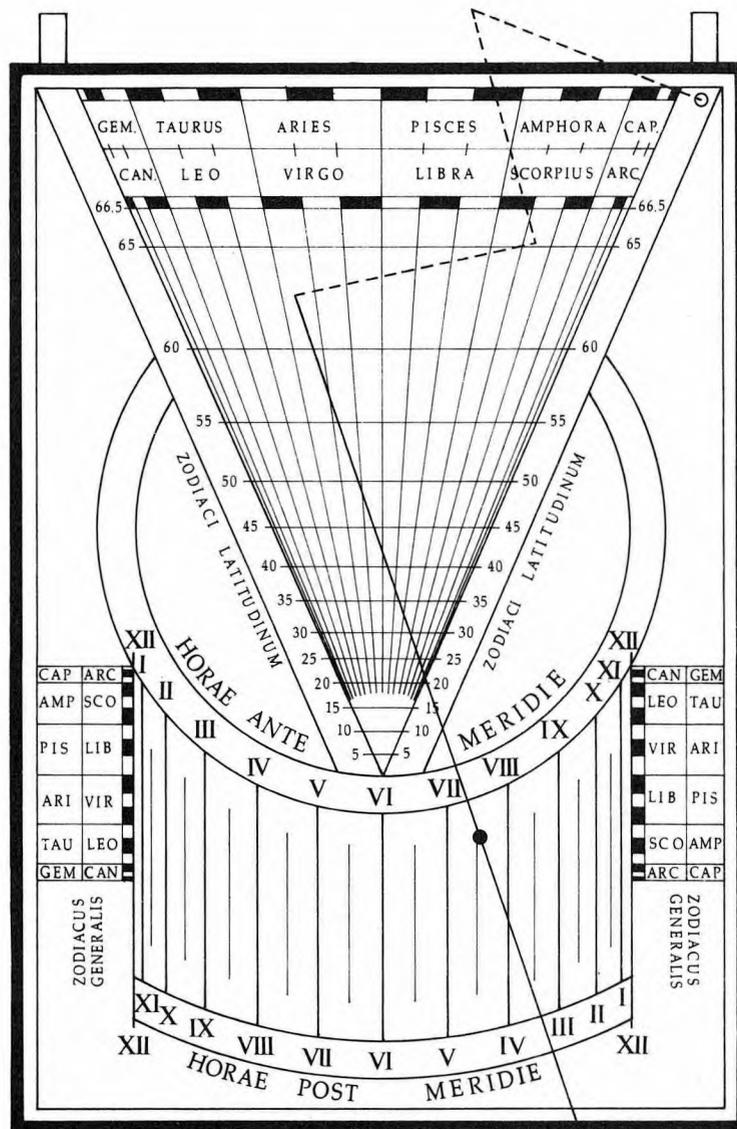


fig. 293

del triangolo  $\varphi/\delta$  intorno alla linea di base e quindi anche il rovesciamento delle scale laterali superiori della  $\varphi$ .

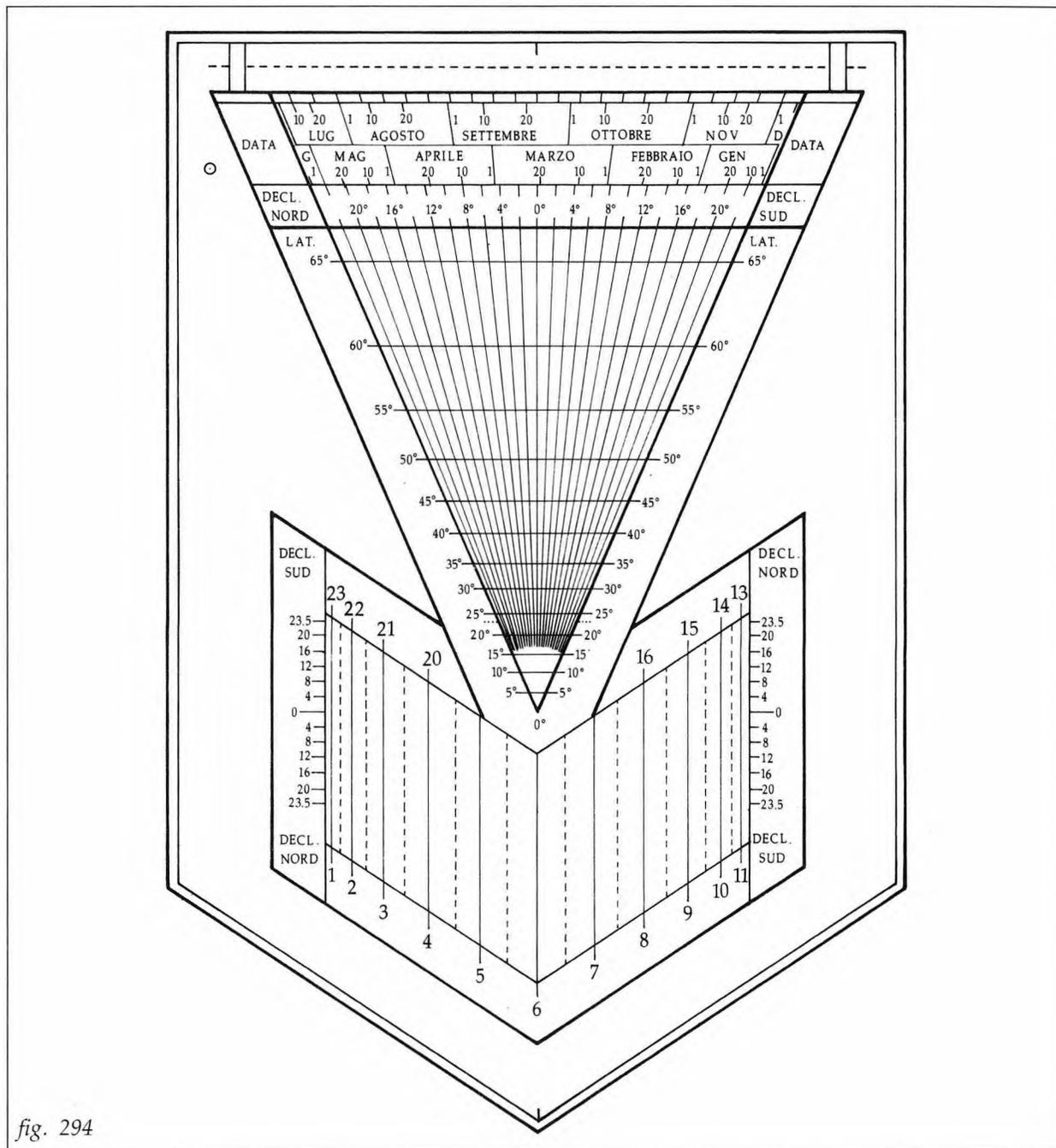
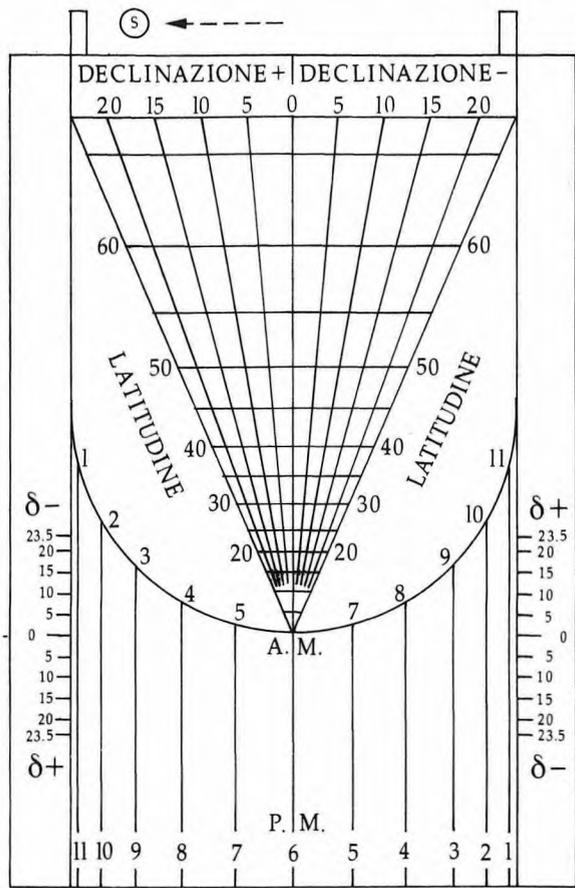
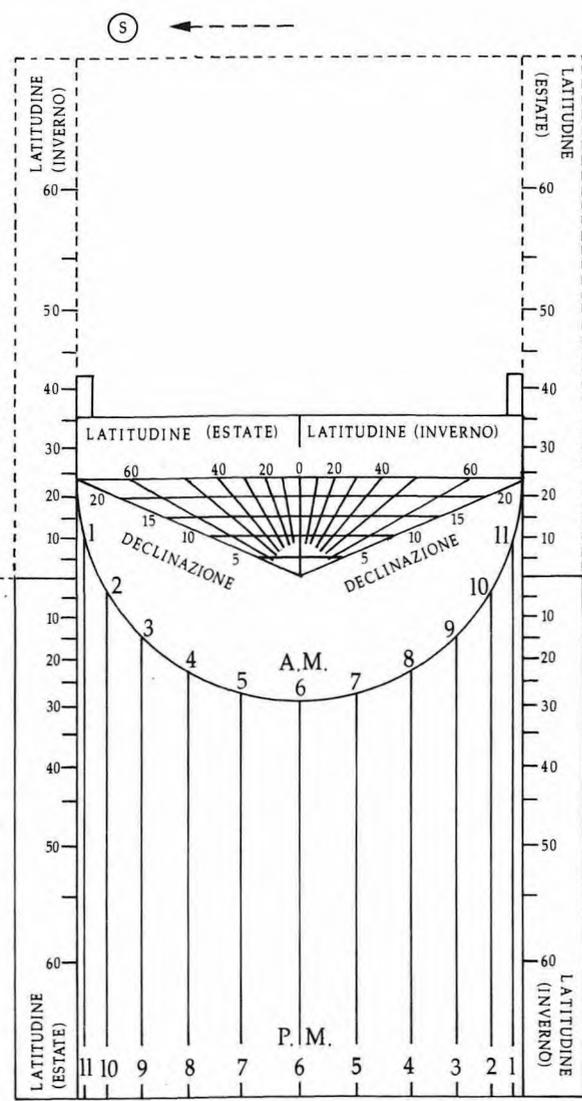


fig. 294



OROLOGIO REGIOMONTANUS  
NORMALE



OROLOGIO REGIOMONTANUS  
INVERSO

fig. 295a

295b

Per l'uso dello strumento nelle varianti b) e c), la declinazione  $\delta$  si deve inserire senza segno, mentre per la latitudine  $\varphi$  si userà su tutte le scale la "lat. (estate)" quando la  $\delta$  è positiva e la "lat. (inverno)" quando la  $\delta$  è negativa.

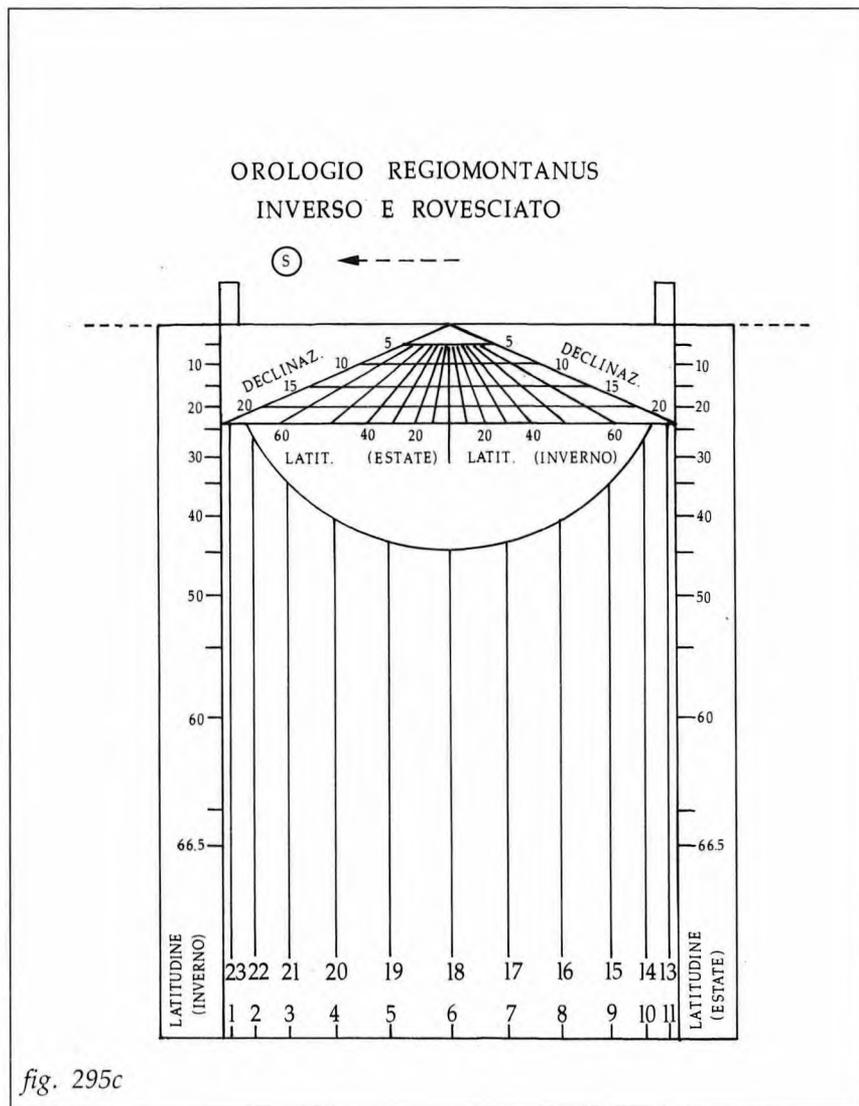
Come si vede, in entrambe le varianti b) e c) il risultato è uno strumento che, a parità di altre condizioni e prestazioni, si presenta un po' più piccolo e compatto di quello normale (variante a). Nonostante questo vantaggio il regiomontanus inverso e quello inverso-rovesciato non sono stati praticamente impiegati, e la maggioranza degli "addetti ai lavori" ne ignora persino l'esistenza. (Un esemplare della variante c, inversa-rovesciata, viene segnalata nel Deutsches Museum di Monaco, n. 40575).

È anche interessante notare che il regiomontanus inverso e rovesciato per metà (cioè rovesciato nella sola parte delle declinazioni positive) diviene sostanzialmente quell'orologio solare "universale rettilineo" che l'Ozanam (193) attribuiva al gesuita de Saint Rigaud (Vds. par. 117), e dal quale affermava che traesse origine il "cappuccino". Per completezza di

trattazione indichiamo nella figura 296 uno schema di questo regiomontanus "inverso e rovesciato a metà", per il quale lasciamo al lettore la facile dimostrazione teorica (194).

L'orologio "rettilineo universale" di de Saint Rigaud, descritto dall'Ozanam, presenta rispetto a quello della figura 296 le seguenti modifiche di disegno:

- le linee orizzontali delle declinazioni  $\delta$  sono prolungate sino ai margini laterali della tavoletta (sebbene i tratti dei prolungamenti siano inutili);
- la scala verticale delle declinazioni  $\delta$  è trasformata in scala dello zodiaco, con i segni e mezzi-segni zodiacali;
- la scala orizzontale delle latitudini  $\varphi$  è trasferi-



(193) Ozanam, bibliografia n. 42.

(194) Si noti che in questo caso non è necessario lo scambio di segni fra  $\varphi$  e  $\delta$ , e che la regolazione della perlina si fa su un solo lato del quadrante.

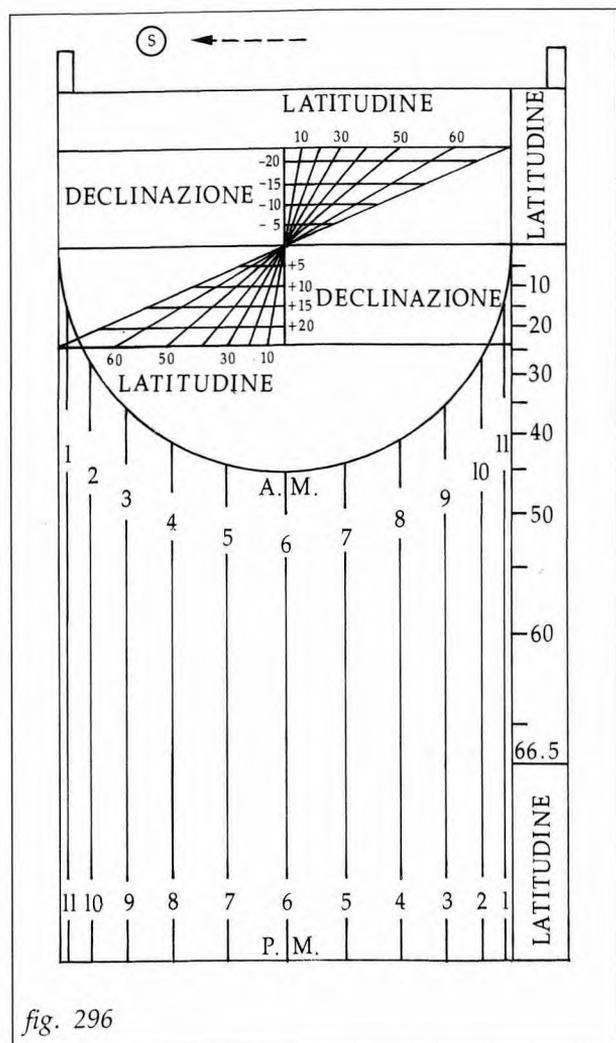
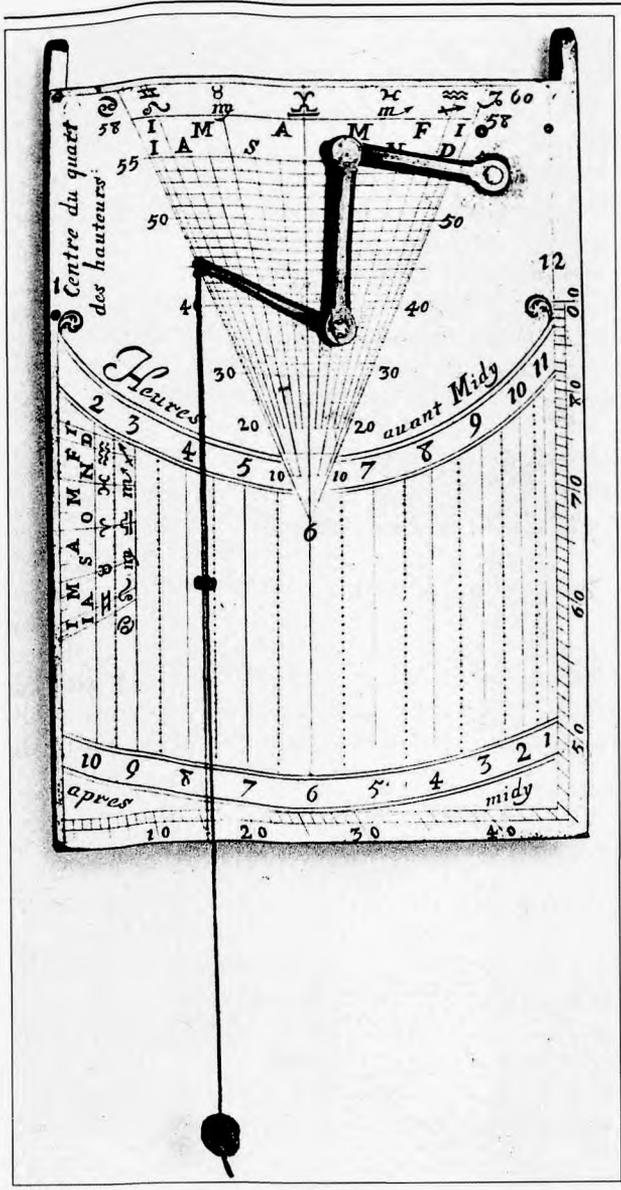


fig. 296

ta sul margine laterale sinistro, proiettandola dal centro dell'orologio; trattandosi di modifiche del tutto formali, riteniamo che ben a ragione la variante inversa semirovesciata del regiomontanus si possa chiamare "orologio rettilineo universale di de Saint Rigaud".

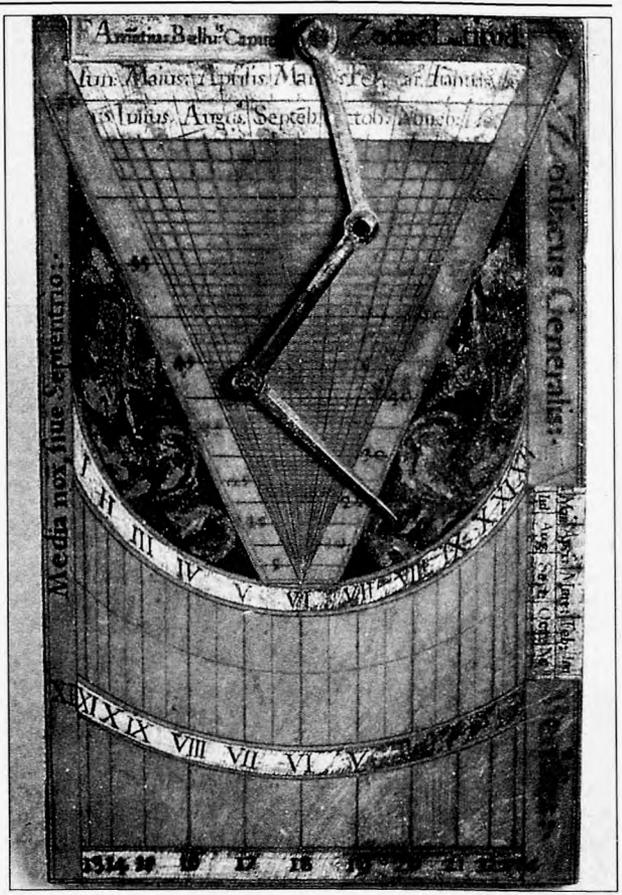
Aggiungiamo ancora che altri autori hanno in seguito osservato che dalla variante inversa-rovesciata del regiomontanus deriva con immediatezza il cappuccino; basta infatti far scorrere l'attacco del pendolino lungo una linea di latitudine costante per ottenere esattamente un cappuccino, cioè un "rettilineo" non più universale ma locale. In effetti l'osservazione è giusta (195), ma mi sembra errato estendere il ragionamento sino ad affermare, come fanno Ozanam e i suoi successori, che ciò dimostra un processo logico di derivazione e quindi un'origine del cappuccino dal regiomontanus; basta pensare che, in ogni caso, se lo strumento B deriva dallo strumento A, è facile riottenere A da B senza che ciò dimostri nulla sulle relazioni di origine e derivazione tra i due.

(195) Anche se più propriamente bisognerebbe considerare non la variante inversa-rovesciata, ma quella inversa-semirovesciata di de Saint Rigaud, illustrata nella figura 296.



64

64, Classico esemplare di orologio d'altezza rettilineo "regiomontanus". Sono evidenti gli elementi fondamentali di questo "universale": il fascio delle linee orarie parallele, il triangolo delle latitudini/declinazioni (limitato in questo caso alla latitudine 58°), la scala per la regolazione della perlina e il braccetto che regge il pendolino.



65

65, L'orologio d'altezza "regiomontanus" presenta sempre un aspetto tipico inconfondibile, con il triangolo delle latitudini e declinazioni al disopra del fascio delle linee orarie parallele.

## CAP. XXVII - OROLOGIO SOLARE D'ALTEZZA DETTO "NAVICELLA VENEZIANA"

### 136) *Descrizione e commento*

Una singolare interpretazione evolutiva dell'orologio d'altezza regiomontanus (cioè del cappuccino universalizzato) è la cosiddetta "navicella veneziana", chiamata "navicula" o "navicula de Venetiis" nei riferimenti latini e "little ship of Venice" dagli autori anglofoni.

La navicella vanta interessanti radici storiche, e può farsi risalire con certezza al XIII o XIV secolo; Orontio Fineo la descrive in dettaglio nel suo trattato del Cinquecento (196), senza peraltro darle la giustificazione matematica e senza dire da dove l'ha ripresa (197).

In sostanza l'autore di questo strumento trasforma il regiomontanus che abbiamo appena descritto nel seguente modo (fig. 297) (198).

- a) Con adatta scorniciatura, la zona del diagramma delle ore MNPQ prende la forma dello scafo arrotondato di una nave; le linee orarie rimangono disposte come nel regiomontanus;
- b) sui due castelli FG e HL della nave vengono sistemate le due mire del traguardo;
- c) in sostituzione del triangolo che contiene il diagramma  $\varphi/\delta$  su cui innestare l'attacco del pendolino, si dispone un regolo OA, che rappresenta l'albero della navicella e passa attraverso apposita fessura entro lo spessore dello scafo; il regolo è imperniato sullo scafo nel punto O, dove dovrebbe essere il vertice inferiore del triangolo  $\varphi/\delta$ ;
- d) la regolazione per la declinazione  $\delta$  si effettua inclinando il regolo OA di tanto quanto è la declinazione  $\delta$ ; la misura viene indicata dal prolungamento inferiore OB dell'albero su una scala circolare uniforme di  $\delta$  CE disegnata corrispondentemente a quella che nel regiomontanus è la scala superiore delle  $\delta$  (199);
- e) sull'albero OA viene disegnata la scala delle latitudini con la nota formuletta  $n = m \operatorname{tg} \varphi$ , ovvero geometricamente come indicato nella figura 288; su di essa scorre un corsoio K al quale è fissato l'attacco del pendolino;
- f) la regolazione della marca mobile sul filo a piombo si effettua sulla consueta scala laterale delle declinazioni  $\delta$ , disposta sulla meridiana, come nel regiomontanus (200).

In questa versione del regiomontanus, perciò, la regolazione del pendolino si ottiene:

- per quanto riguarda la  $\delta$  (data o zodiaco), inclinando l'albero della navicella;
- per quanto riguarda la  $\varphi$ , facendo scorrere il corsoio sull'albero; la lunghezza del pendolino si regola poi sulla scala laterale delle  $\delta$  (o data o zodiaco).

Nulla vi è di variato rispetto al regiomontanus per quanto riguarda l'uso dello strumento; regolate la  $\delta$ , la  $\varphi$  e la posizione della marca mobile, si riguarda il Sole attraverso le mire sui

(196) Orontio Fineo, bibliografia n. 26.

(197) Le prime notizie e la stessa denominazione latina si trovano in vari manoscritti inglesi del XIV secolo, in lingua latina o in lingua "middle english", presumibilmente derivanti da una stessa fonte. Il Fineo chiama questo strumento "Oriuolo Universale di Linee Diritte in Forma di Nave"; né Fineo né il suo editore veneziano della traduzione italiana (F. Franceschi) lo aggettivano "veneziano".

(198) Descrizione e figure si ispirano, in parte, al citato trattato del Fineo.

(199) Nella figura la scala inferiore delle  $\delta$  è trasformata in zodiaco.

(200) Nella figura la scala laterale delle  $\delta$  è trasformata in zodiaco. Inoltre essa appare circolare, anziché rettilinea, perché si è seguita la descrizione di Orontio Fineo; si veda commento in seguito.

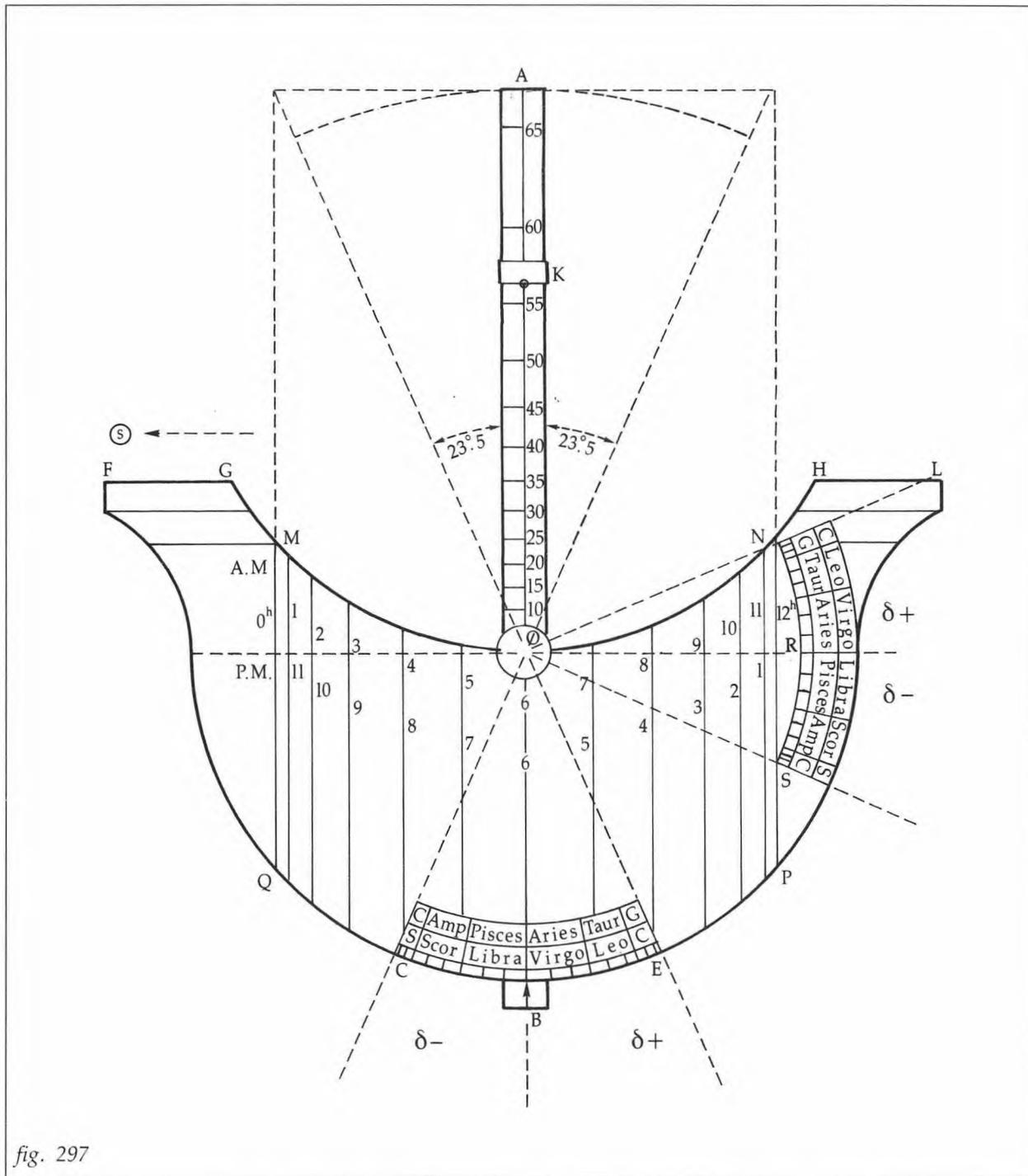


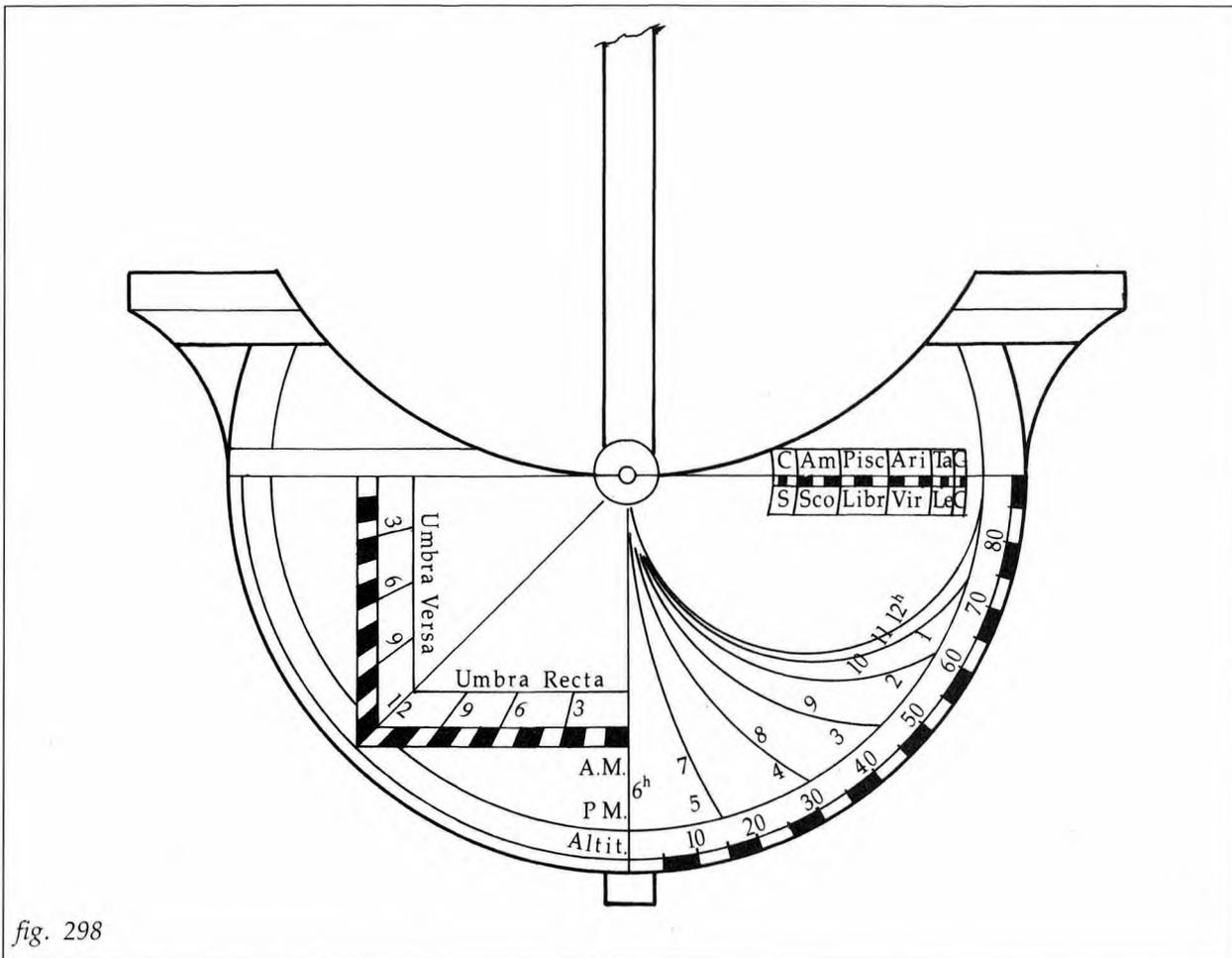
fig. 297

castelli della nave: la marca mobile del pendolino indicherà l'ora sul diagramma delle linee orarie.

Sul retro di questa navicella venivano realizzati strumenti e diagrammi accessori, come era consuetudine fare anche sugli astrolabi. Ad esempio sul retro degli esemplari costruiti dal citato Fineo (fig. 298) figurano una scala delle altezze, il quadrato delle ombre versa e recta (Vds. successivo par. 138) e un orologio solare del tipo quadrantale per le ore diseguali (Vds. par. 114); tutti questi diagrammi funzionano con un secondo pendolino innestato nel punto di rotazione dell'albero.

È facile comprendere che la base teorica di questo orologio-navicella è difettosa, poiché con l'oscillazione dell'albero intorno al punto O le scale delle declinazioni risultano circolari, anziché rettilinee come richiederebbe la teoria del regiomontanus.

Gli antichi in realtà si erano ben accorti che con questo sistema bisognava avere sull'albero una diversa scala delle latitudini  $\varphi$  per ogni inclinazione dell'albero, cioè una scala di  $\varphi$  sempre più dilatata man mano che al crescere della  $\delta$  aumenta l'inclinazione dell'albero,



come indica la figura 299. Qualcuno ha anche tentato un trucco correttivo, disegnando sul retro dell'albero una seconda scala di  $\varphi$ , dilatata e valida per il valore massimo  $23^{\circ}.5$  della declinazione; per i valori di  $\delta$  intermedi fra  $0^{\circ}$  e  $23^{\circ}.5$  penso che l'osservatore non potesse far altro che interpolare a occhio, alla meno peggio, fra le due scale delle latitudini.

La figura 297, ripresa come si è detto dalla descrizione e dagli esemplari di Oronzio Fineo, presenta un altro errore costruttivo, poiché la scala laterale delle  $\delta$  è stata fatta circolare, con centro O e raggio ON, anziché rettilinea lungo la meridiana, come sarebbe corretto e come giustamente indicato da altri autori e costruttori. I motivi di questa "licenza geometrica" non mi sono chiari; forse si è data più importanza all'armonia del disegno che al rigore matematico.

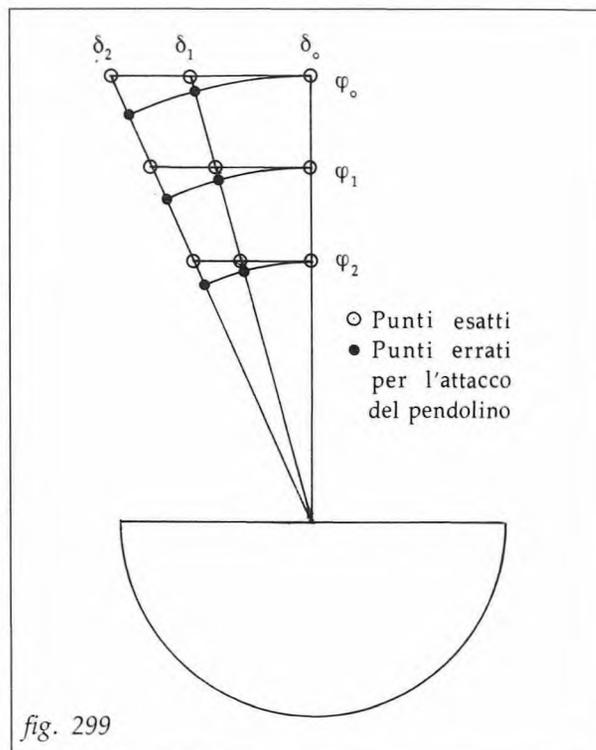
In conclusione nei riguardi della "navicella veneziana" dobbiamo dire che probabilmente gli autori di questo decorativo strumento e i loro seguaci si sono lasciati trascinare dalla suggestiva estetica della navicella, accettando errori di misura forse superiori a quelli assorbiti dall'insita imprecisione degli orologi di questa natura.

Di questo strumento sono giunti ai nostri giorni solo quattro esemplari. Oltre a quello in avorio del Museo Poldi-Pezzoli si conoscono:

- un esemplare in ottone probabilmente di origine tedesca, databile circa 1450 (?), conservato nel Museo di Storia della Scienza a Oxford (Inghilterra); è il più antico tra quelli noti;
- un esemplare in ottone, anch'esso di origine tedesca, databile intorno al 1600, conservato nel Museo di Storia della Scienza di Firenze; lo stato delle incisioni fa pensare che si tratti di uno strumento non del tutto completato; pur essendo un orologio universale, qui la latitudine privilegiata si aggira intorno ai  $52^{\circ}$  (Alta Germania?);
- un esemplare del 1620, in ottone, di origine inglese, costruito forse dal noto Samuel Foster e conservato nel Museo di Storia della Scienza di Cambridge.

Pur essendo di provenienza diversa (Francia, Inghilterra, Germania) questi quattro strumenti presentano una identità strutturale veramente singolare; tra l'altro è identica la composizione del "verso" con i tre strumenti accessori, che pur essendo non necessari sono gli stessi e del tutto eguali; inoltre ancor più significativo è che tutti riportano l'errore costruttivo della scala laterale delle date, disegnata circolare anziché rettilinea. Ciò fa pensare a una comune derivazione a livello di progettazione e disegno, con una conseguente fonte comune di "istruzioni".

Infine segnaliamo che strumenti di questo tipo furono disegnati e forse costruiti da Hartman a Norimberga intorno al 1530 e da uno degli Arsenius a Lovanio intorno al 1580.



## CAP. XXVIII - COMMENTO SUGLI OROLOGI SOLARI D'ALTEZZA «RETTILINEI»

### 137) *Origine e successione cronologica degli orologi rettilinei*

I tre strumenti "rettilinei" che abbiamo appena trattato (cappuccino, regiomontanus, navicella) hanno sempre dato gran lavoro agli studiosi; tra i temi che hanno riempito i loro saggi, due meritano forse attenzione:

- a) – dove e quando sono nati questi orologi "rettilinei"?
- b) – in quale successione si sono sviluppati?

Circa il primo punto, si è detto spesso che questi strumenti sono nati nel quadro della civiltà ellenica, legati come sono all'analemma di Tolomeo e alle proiezioni di Ipparco; ancor più diffusa è l'ipotesi che essi appartengano, di rimbalzo o direttamente, alla cultura islamica nell'ambito della grande ricchezza dell'astronomia araba.

A mio parere entrambe le ipotesi sembrano poco attendibili. Quanto ai Greci, mi sembra che la loro pur ammirevole cultura non fosse ancora matura per raggiungere questo livello di risultati; il massimo a cui essa è giunta in questo specifico settore è appunto l'analemma di Tolomeo, geniale quanto si vuole ma pur sempre abbozzo grossolano e inadeguato del concetto su cui sono impostati gli orologi solari d'altezza rettilinei; oltretutto non si può trascurare il fatto che i Greci usavano prevalentemente le ore "diseguali temporarie", mentre questi orologi rettilinei marcano le ore "eguali astronomiche". Quanto agli arabi, creatori di stupendi astrolabi e strumenti astronomici, primi utilizzatori delle "ore eguali", essi certamente erano all'altezza di far fiorire invenzioni di questo tipo; ma l'hanno fatto? È mai possibile che gli arabi, che tanto hanno scritto e descritto dei loro strumenti astronomici, che tanti esemplari di stupendi e sofisticati astrolabi ci hanno tramandato, non abbiano lasciato né un cenno scritto né un solo esemplare degli orologi solari d'altezza rettilinei? Se né il cappuccino né il regiomontanus né la navicella hanno lasciato la minima traccia nella cultura islamica, la spiegazione più ragionevole è che gli arabi semplicemente non li conoscevano.

Quindi rimane solo da pensare che il concetto basilico dei rettilinei sia stato concretato in Europa negli anni del medioevo (1200 o anche prima) da qualche ignoto astronomo, magari monaco o abate come molti sapienti dell'epoca, e che i famosi testi latini che descrivono la navicella siano effettivamente gli originali europei e non tarde versioni di originali di altre culture.

Anche sulla interdipendenza concettuale dei tre strumenti è difficile accettare le tesi di Price e di Fuller (201) che danno priorità cronologica alla navicella. Dice Fuller nel suo peraltro eccellente studio che la navicella, versione più antica (!) del regiomontanus, nacque in Grecia, fu preservata dagli arabi e rifiorì nel Rinascimento; Price ipotizza che essa sia stata importata in Europa da naviganti arabi giunti a Venezia (dove il nome "navicella veneziana") o che, forse meglio, sia giunta in Europa dall'Islam attraverso la Spagna.

In sostanza queste ipotesi (a parte la discutibile provenienza greca o araba) si reggono sul fatto che le prime descrizioni note di un "rettilineo" si riferiscono alla navicella e i più antichi

(201) Price, bibliografia n. 43; Fuller, bibliografia n. 27.

esemplari di cui si ha notizia sono navicelle. Ma ciò a me sembra poco probante; la mancanza di precedenti descrizioni ed esemplari di cappuccini e ragiomontani si può ben giustificare in tanti modi; ad esempio la carenza di esemplari cappuccini si potrebbe spiegare col fatto che il cappuccino è un orologio "locale"; escogitato il suo successore "universale" non vi era più motivo di continuare a fabbricare il più modesto cappuccino. Quanto alla navicella, si potrebbe anche pensare che essendo strumento costruito solidamente in modo sofisticato e prezioso, abbia meglio resistito all'ingiuria del tempo dei meno pregiati ragiomontani (202).

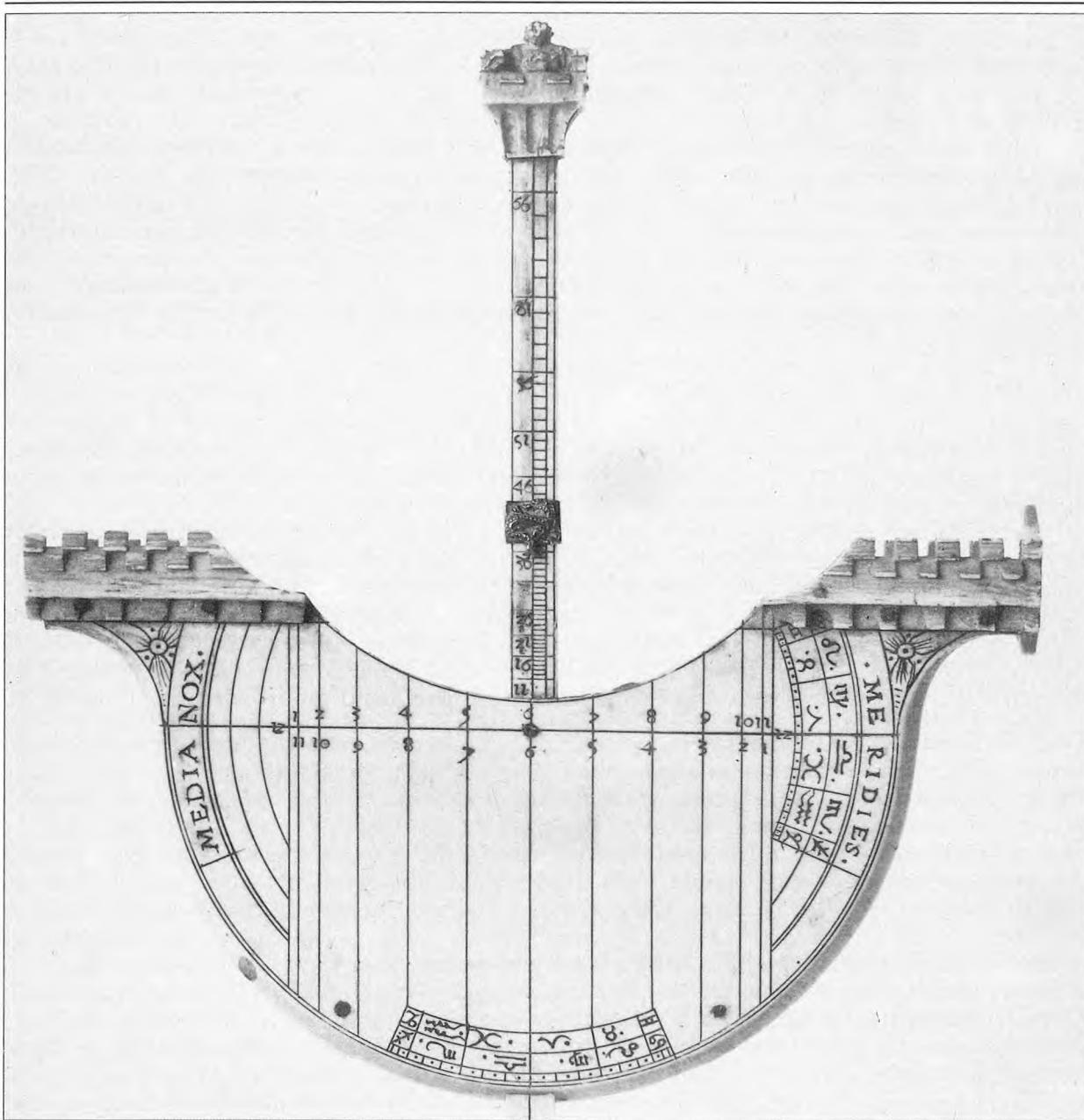
Una cosa a me sembra certa: dal punto di vista della logica, la derivazione concettuale che abbiamo seguito nel nostro studio — prima cappuccino, poi ragiomontanus e infine navicella, sviluppati nell'ordine secondo un processo logico di evoluzione — sia ancora la più attendibile e valida. Poiché la navicella esisteva nel 1200, tuttociò che si può dedurre è che anche i suoi progenitori cappuccino e ragiomontanus dovevano già essere conosciuti a quell'epoca, se non prima.

In conclusione secondo me gli orologi d'altezza rettilinei sono nati nel medioevo in Europa e si sono sviluppati nella successione sopra indicata: il lampo di genio è stato il cappuccino; l'universale ragiomontanus è stato il suo brillante successore ed ha raggiunto il vertice della perfezione (nessuna meraviglia che sia stato adottato e popolarizzato da Johann Müller Regiomontanus); la navicella va considerata come una variante evolutiva del ragiomontanus, superbamente ornamentale ma tecnicamente imperfetta.

Per chiudere questo argomento notiamo che lo stesso parere del vostro A. si ritrova nell'eccellente studio dello Stebbins, indicato al n. 43 della bibliografia; anche questo autore, unico tra quelli che ho potuto consultare, localizza l'origine dei "rettilinei" nell'astronomia medievale e ipotizza la cronologia della nascita dei tre strumenti nella logica successione cappuccino — ragiomontanus — navicella. Resta comunque valida la bella conclusione di Stebbins, secondo cui "... la navicella di ottone, che richiama il galeone spagnolo, rimane uno dei più suggestivi retaggi dell'astronomia medievale che siano giunti sino a noi" (203).

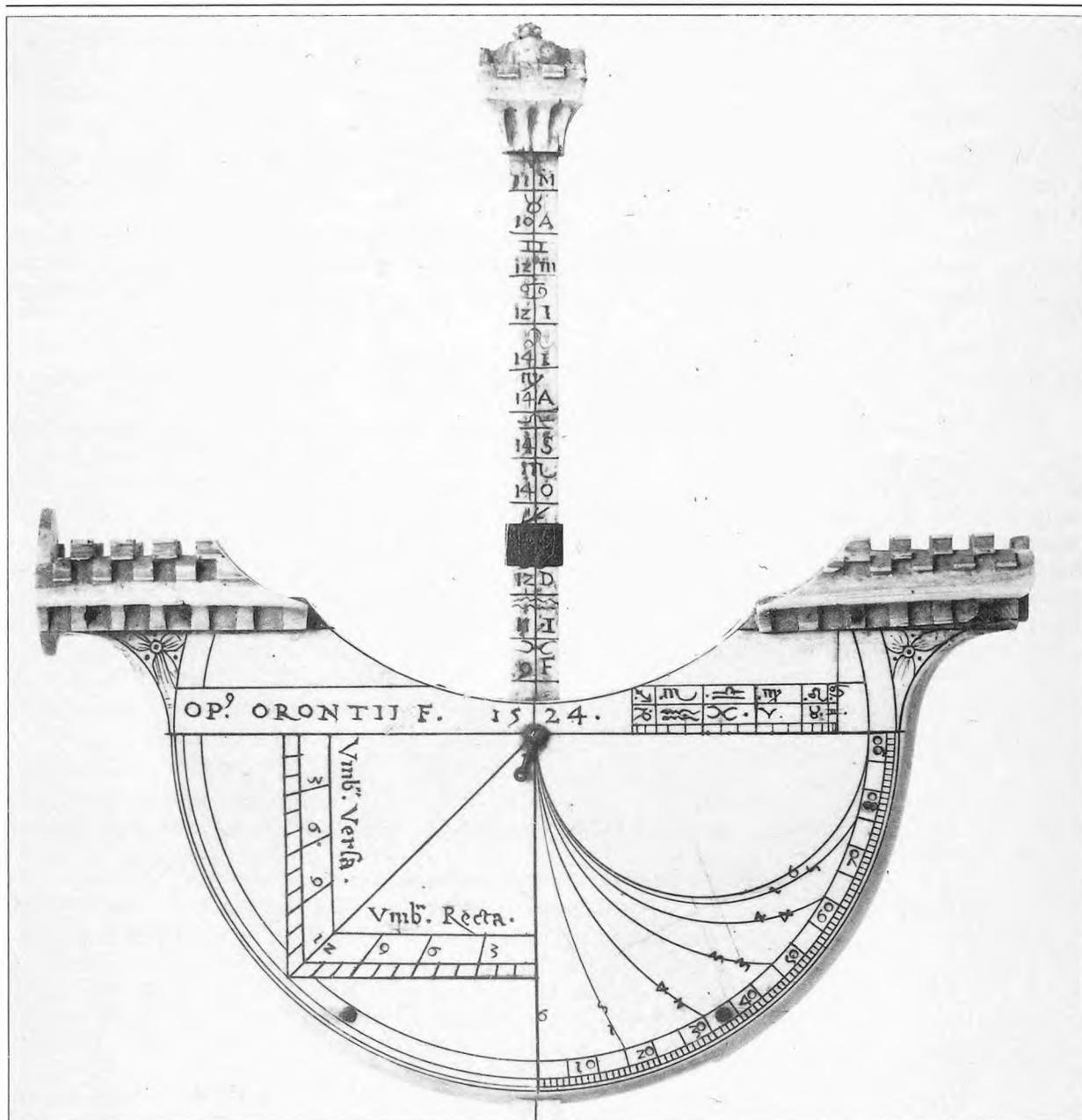
(202) Ancor oggi ragiomontani e cappuccini sono chiamati in inglese "card dials", cioè quadranti di cartone.

(203) Si riferisce ovviamente all'esemplare di Oxford; a me sembra che quello in avorio di Orontio Fineo esposto nel museo milanese Poldi-Pezzoli giustifichi ancor più questo ammirato commento.



66

66, Faccia anteriore della "navicella veneziana" in avorio firmata da Orontio Fineo nel 1524 e conservata nel Museo Poldi-Pezzoli di Milano.



67

67, Quadranti sussidiari sul retro della "navicella veneziana" del Museo Poldi-Pezzoli. Il calendario zodiacale in alto a destra serviva per regolare il pendolino dell'orologio universale delle ore diseguali su una latitudine privilegiata (Vds. par. 114), che qui risulterebbe intorno a  $48^\circ \div 49^\circ$ , presumibilmente Parigi.

## CAP. XXIX - OROLOGI SOLARI D'ALTEZZA "A STILO"

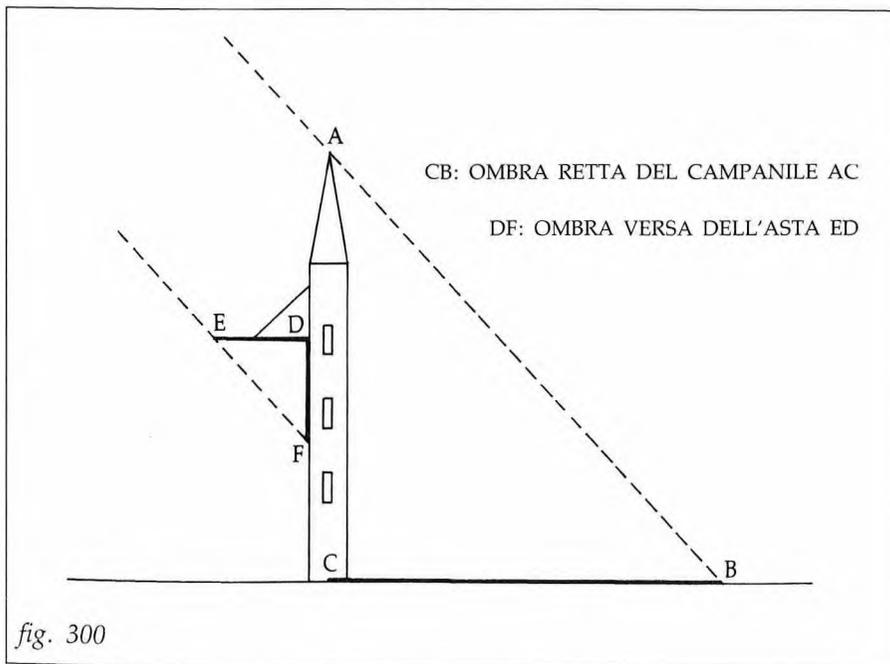
138) *Generalità*

Esaurito l'argomento degli orologi d'altezza "a traguardo" (clinometri), iniziamo l'esame di quella categoria di orologi d'altezza che per misurare il tempo sfruttano l'ombra proiettata da uno stilo su un apposito quadro.

In linea di principio, il quadro di un tale strumento può essere orientato in modo qualsiasi, così come abbiamo visto trattando degli orologi direzionali; in pratica i quadri impiegati sono stati quello orizzontale, specialmente agli albori della gnomonica, e quello verticale, in epoca successiva.

In questo studio tratteremo solo degli orologi con il quadro verticale, poiché l'esame dell'ombra sul quadro orizzontale è talmente simile che pochi riferimenti analogici saranno sufficienti.

Vogliamo però accennare che i trattatisti del passato dettero egual importanza a entrambi i tipi di ombra, cioè a quelle raccolte sia su piani verticali sia su piani orizzontali, perché esse venivano impiegate non solo nella sciografia, ma anche in altri campi dello scibile, quali la topografia e la geografia, per la misura delle altezze e delle distanze degli oggetti. A titolo di curiosità diciamo che essi chiamavano *ombra "recta"* (o "retta") quella prodotta sul piano orizzontale da uno stilo verticale, *ombra "versa"* (o "rivolta") quella prodotta su un piano verticale da uno stilo orizzontale perpendicolare al quadro e rivolto all'azimut del Sole (fig. 300). I concetti di ombra versa e ombra recta erano talmente in uso tra i dotti del passato, che molti astrolabi e clinometri dei tempi andati riportavano tra i diagrammi accessori il "quadrato delle ombre" (recta e versa) da usare per la misura delle altezze e delle distanze (204).



### 139) *Concetto basilico dell'orologio d'altezza a "ombra versa" (quadro verticale)*

Supponiamo di disporre di una superficie piana verticale  $PP'$  (fig. 301) su cui è innestato perpendicolarmente uno stilo  $GG'$  lungo  $l$ . Ruotiamo il piano  $PP'$  mantenendolo verticale, in modo

(204) Poiché le due ombre sono in pratica la tangente e la cotangente dell'altezza del Sole, il quadrato delle ombre è la materializzazione grafica di una scala di tangenti su due lati adiacenti del quadrato, uno orizzontale e uno verticale, che convenzionalmente venivano fatti eguali a 12.

che lo stilo GG' sia contenuto nel verticale del Sole (cioè sia rivolto all'azimut del Sole); quando il Sole è in A l'ombra B dello stilo si manifesta sul quadro nel segmento G'A', essendo A'GG' l'altezza istantanea h del Sole; se nel corso di un'intera giornata manteniamo lo strumento orientato al Sole l'ombra dello stilo inizierà al sorgere nel punto G' (lunghezza zero), si svilupperà poi da G' verso H, arriverà alla lunghezza massima sul segmento G'H alla culminazione, e quindi si ridurrà nel pomeriggio sino a tornare a zero in G' al tramonto.

In ogni istante l'altezza del Sole h si ottiene dalla soluzione del triangolo piano A'G'G, rettangolo in G', che ci dà la cosiddetta "formula dell'ombra versa":

$$\operatorname{tg} h = \frac{B}{l}$$

in cui B è la lunghezza istantanea dell'ombra e l è la lunghezza dello stilo.

Conoscendo h, con la nota formula del  $\operatorname{sen} h$  (205) si può ora ricavare l'angolo al polo P e quindi l'ora istantanea corrispondente:

$$\cos P = \frac{\operatorname{sen} h - \operatorname{sen} \varphi \operatorname{sen} \delta}{\cos \varphi \cos \delta}$$

completando così il passaggio concettuale "ombra → altezza → ora".

A questo punto sulla semiretta verticale che origina in G' ed è orientata verso il basso possiamo marcare per ogni lunghezza d'ombra B il corrispondente P e quindi possiamo disegnare sulla semiretta stessa una scala di angoli al polo P, trasformabile (fig. 302) in scala di coppie di ore t con la consueta formuletta

$$t = 12^h \mp P \frac{E}{W} \quad (206).$$

Per fissare il concetto riportiamo di seguito un

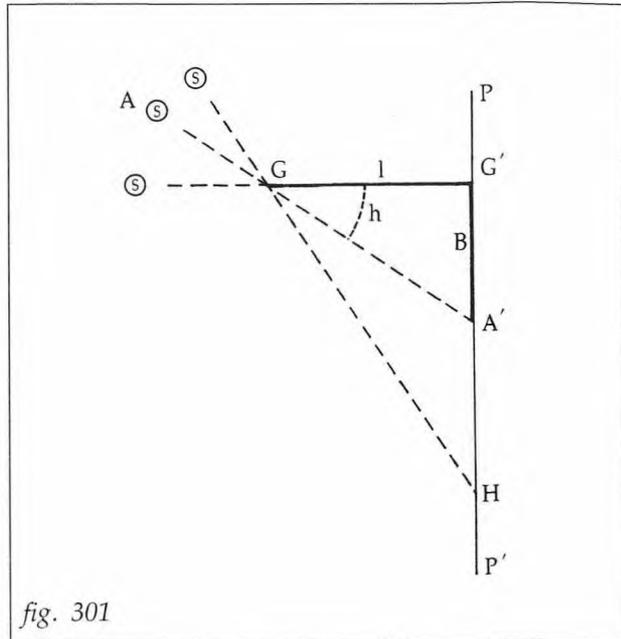


fig. 301

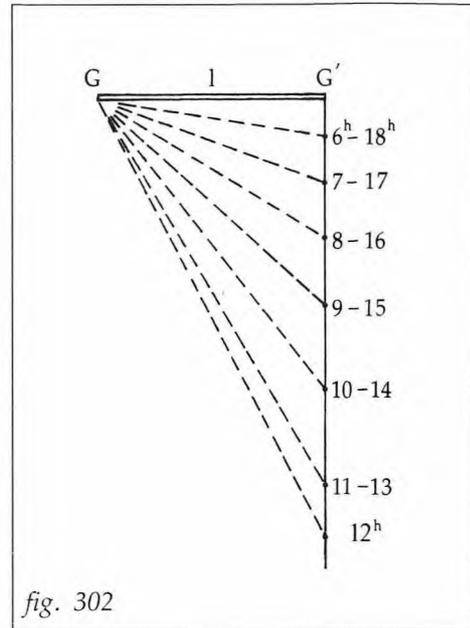


fig. 302

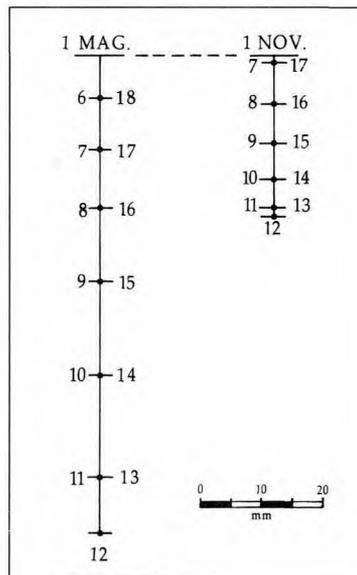
(205) Vds. par. 106.

(206) Se il quadro è orizzontale con lo stilo verticale (e si utilizza quindi l'ombra retta anziché quella versa) la relazione altezza-ombra diviene  $\operatorname{tg} h = l/B$  (fig. 303) e il successivo sviluppo si regola in conseguenza.

esempio concreto di calcolo e disegno di due di queste scale, per le date 1 Maggio e 1 Novembre nelle quali la declinazione del Sole è rispettivamente  $+15^{\circ}06'$  e  $-14^{\circ}27'$ . Naturalmente, siccome vogliamo indicare sulle scale i punti corrispondenti alle ore intere, il procedimento da seguire sarà l'inverso di quello che abbiamo indicato: stabilita cioè l'ora intera  $t$ , si passa successivamente all'angolo al polo  $P$ , quindi all'altezza  $h$  e infine alla lunghezza dell'ombra  $B$ . Come dati assumiamo la latitudine  $\varphi = 42^{\circ}.0N$  e la lunghezza dello stilo  $l = 40$  mm.

Ciò fatto, se in qualsiasi istante orientiamo lo strumento al Sole con il quadro ben verticale, l'estremità dell'ombra (ombra del punto gnomonico) indicherà l'ora sulla scala oraria.

Ora $t^h$	Ang. al polo $P^{\circ}$	Altezza Sole $h$		Lunghezza ombra $B$	
		1 Maggio	1 Novembre	1 Mag.	1 Nov.
$6^h - 18^h$	$90^{\circ}$	$10^{\circ}.0386$	—	7.1	—
$7^h - 17^h$	$75^{\circ}$	$21^{\circ}.0000$	$1^{\circ}.1050$	15.4	0.8
$8^h - 16^h$	$60^{\circ}$	$32^{\circ}.2121$	$11^{\circ}.1189$	25.2	7.9
$9^h - 15^h$	$45^{\circ}$	$42^{\circ}.9728$	$19^{\circ}.9919$	37.3	14.6
$10^h - 14^h$	$30^{\circ}$	$52^{\circ}.7188$	$27^{\circ}.1455$	52.5	20.5
$11^h - 13^h$	$15^{\circ}$	$60^{\circ}.1521$	$31^{\circ}.8801$	69.7	24.9
$12^h$	$0^{\circ}$	$63^{\circ}.1000$	$33^{\circ}.5500$	78.8	26.5



È importante notare che la formula che abbiamo impiegato è funzione di  $\varphi$  e  $\delta$ ; quindi ciascuna delle scale che possiamo costruire vale solo:

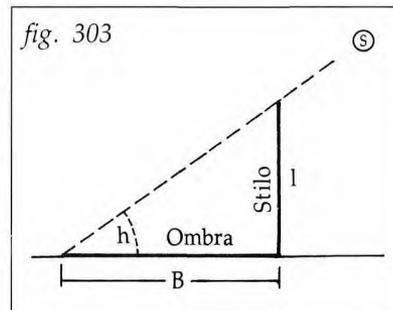
- alla latitudine che abbiamo considerato;
- nel giorno in cui la declinazione del Sole è quella usata nella trasformazione da  $t$  ad  $h$ .

In altri termini, se vogliamo misurare l'ora durante tutto l'anno, dobbiamo costruire 365 scale orarie giornaliere verticali, ciascuna con il suo stilo perpendicolare (che potrà anche essere eguale per tutte le scale) e ciascuna valida in un dato giorno di data  $\delta$ .

In pratica basterà calcolare solo un certo numero di scale orarie, e, dopo averle "raggruppate" in modo opportuno, unire i punti di eguale ora con linee continue, che assumono così la funzione di linee orarie.

Il modo di "raggruppare" le varie scale orarie diurne definisce, come vedremo, l'aspetto pratico dello strumento; comunque si effettui questa "riunione", occorrerà sempre rammentare che:

- lo stilo deve essere orizzontale e originare nel punto superiore della scala oraria in uso;
- la scala oraria in uso deve essere verticale;
- nel corso della misura, lo stilo deve trovarsi nel piano verticale che contiene il Sole.



### 140) Raggruppamento delle scale giornaliere sul quadro

Disponendo delle 365 scale diurne, il loro "raggruppamento" in un unico strumento può essere effettuato in tanti modi, alcuni già usati in passato dai nostri antenati, altri immaginabili da noi stessi con un po' di fantasia.

Ad esempio possiamo pensare di disegnare le scale orarie su un disco, disponendole a raggiera intorno al punto in cui origina lo stilo (fig. 304). Il quadro in questo caso deve poter ruotare intorno allo stilo per portare la scala valida del giorno sulla verticale per M; in periferia una graduazione di date (o zodiaco) o di doppie date consentirebbe la regolazione per il giorno; il sostegno dovrebbe consentire la rotazione del quadro intorno all'asse verticale per portare lo stilo nell'azimut del Sole. Qualche esemplare, senza importanza storica, sembra sia stato effettivamente realizzato secondo questo schema.

Altra soluzione, ben usata in passato, può essere quella di disporre le scale giornaliere su

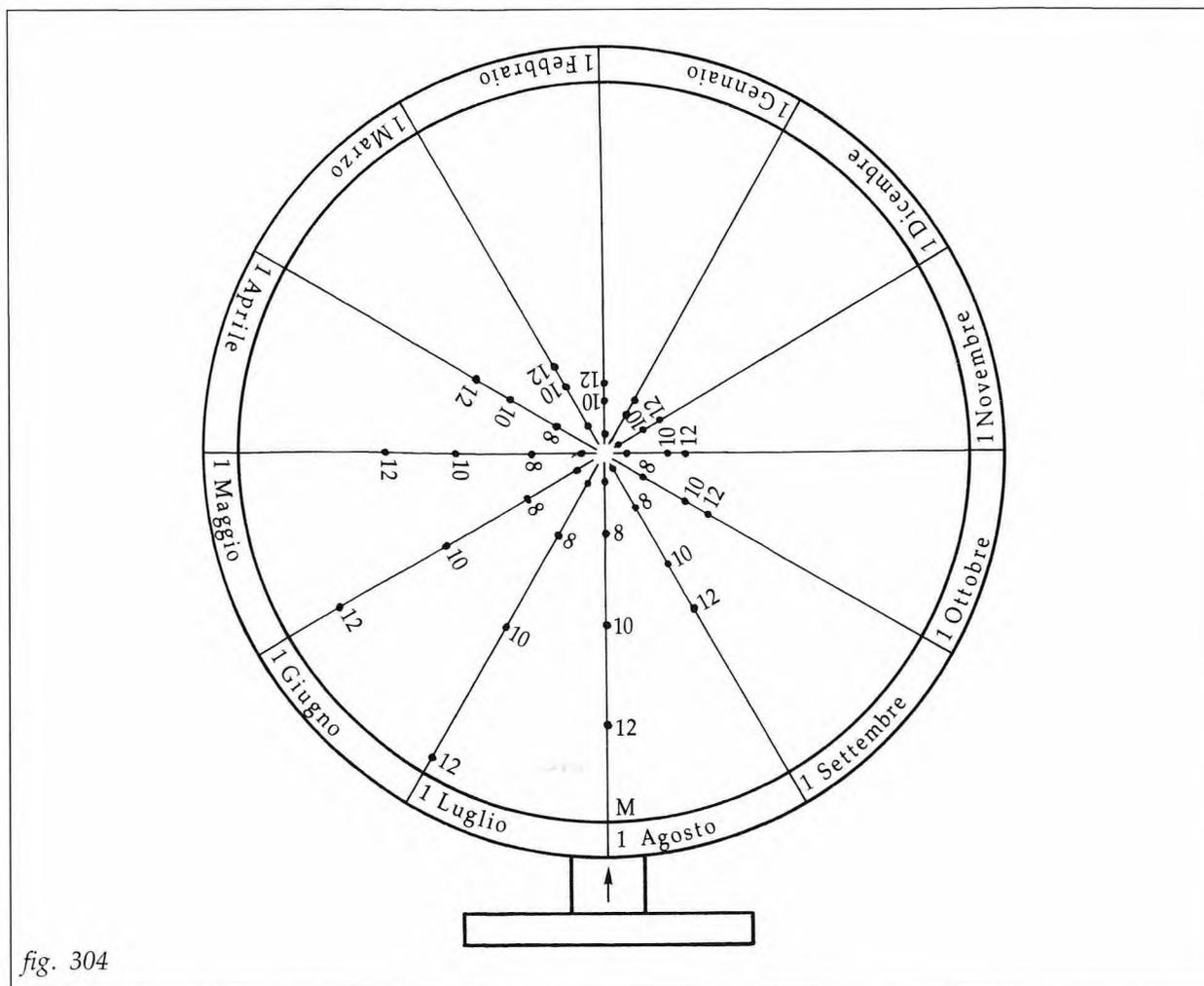


fig. 304

un piano verticale, tutte parallele fra loro, con i punti-origine sulla stessa linea orizzontale AC, come indicato in figura 305; sulla linea AC ciascuna retta verticale dovrà essere intestata alla sua specifica data (o  $\delta$  o posizione zodiacale), in modo da poter stabilire quale di esse usare in ciascun giorno dell'anno; poiché ogni scala vale per due giorni all'anno, il diagramma si può limitare a sei mesi, come nella figura (dove però la graduazione degli altri sei mesi è stata omessa per semplicità di disegno); le coppie di date corrispondenti si ricavano direttamente dalla Tavola V dell'appendice A.

Lo stilo, perpendicolare al piano del foglio, deve potersi disporre all'origine di ciascuna scala, in uno dei punti della linea AC; si può quindi pensare di innestarlo in un corsoio che scorra tra A e C in modo che possa divenire "stilo" per la scala prescelta e valida nello specifico giorno.

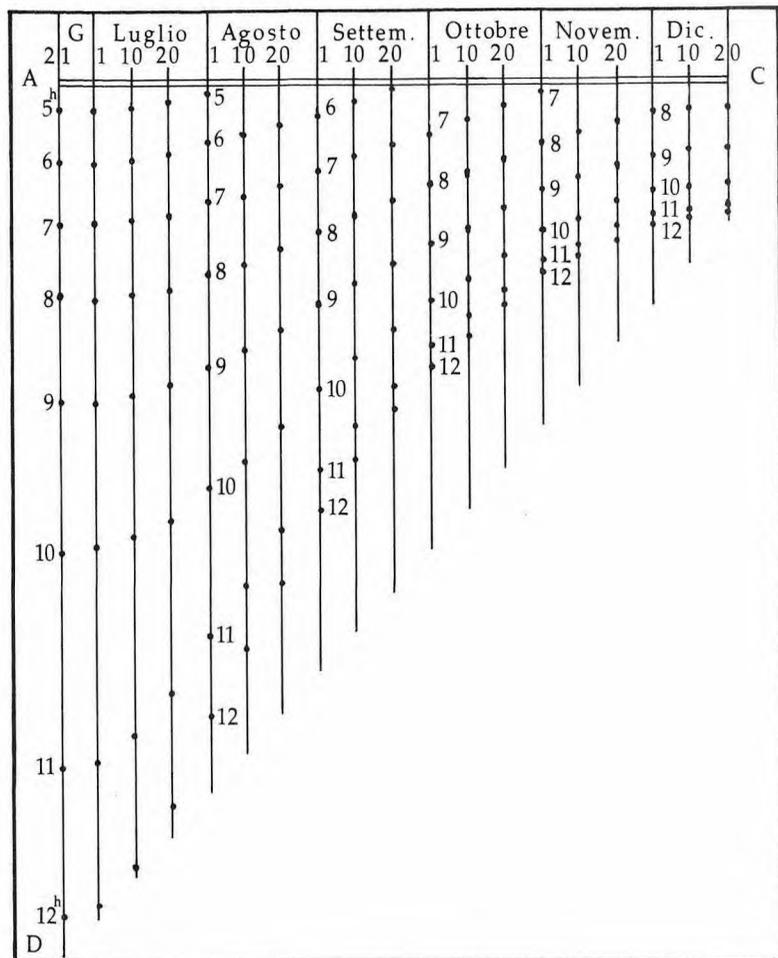


fig. 305

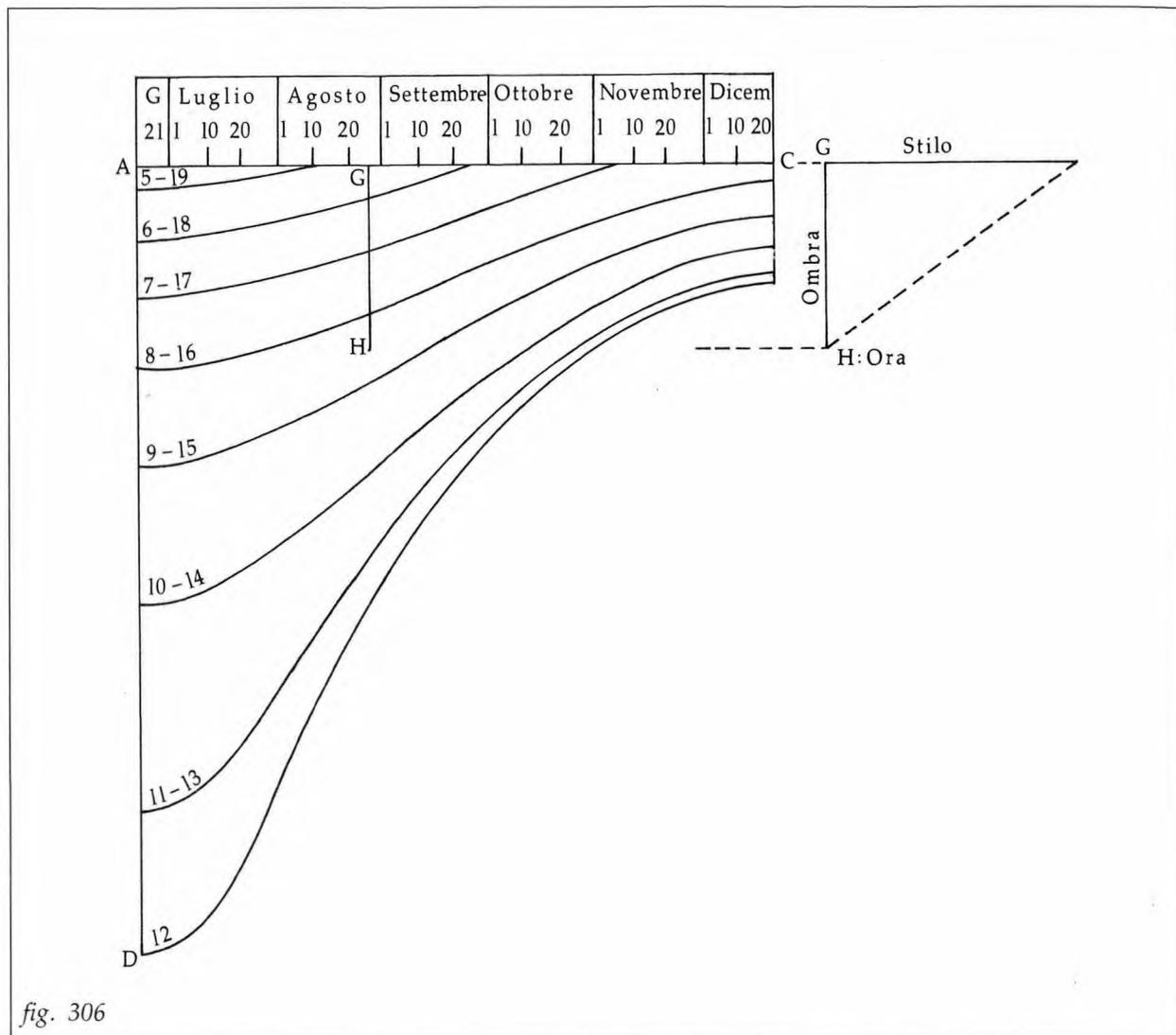
Poiché il complesso delle scale deve essere orientato al Sole, il piano che le contiene deve poter ruotare intorno a una retta verticale come la AD; per il suo aspetto potremo chiamare "a bandiera" questa soluzione e i modelli che ne derivano.

Un'idea diversa per lo stilo da usare in questo tipo di schema può essere quella di saldare gli stili di tutte le scale, e cioè in definitiva di installare una specie di tettoia (larga quanto la lunghezza  $l$  dello stilo) sulla linea AC; l'ombra di questa tettoia, ovviamente una retta orizzontale, marca l'ora sulla scala diurna verticale del giorno (non mi risulta che questo sistema sia stato usato, ma teoricamente è ben valido).

#### 141) Le linee orarie

All'atto pratico, stabilito un qualsiasi raggruppamento e quindi una qualsiasi graduazione delle date, le linee orarie si ottengono congiungendo i punti di eguale ora sulle varie scale giornaliere.

Se riprendiamo il tipo di soluzione "a bandiera" che abbiamo appena descritto, l'aspetto che assumono le linee orarie è indicato nella figura 306 se si tiene unifor-



me il calendario, o nella figura 307 se si tiene uniforme la graduazione delle declinazioni  $\delta$ . In entrambi i casi la parte non utile del diagramma è stata cancellata, come spesso era fatto negli esemplari di questo tipo che ci sono pervenuti. Anche qui abbiamo ommesso per semplicità la scala dei sei mesi simmetrici; i dati corrispondenti si potrebbero ricavare direttamente dalla Tavola V dell'appendice A.

Per l'uso di questo orologio occorre far scorrere il corsoio con lo stilo lungo la linea AC sino a portarlo sulla corretta graduazione della data; quindi ruotare il piano-diagramma intorno alla verticale AD sino a che lo stilo punti l'azimut del Sole (e quindi l'ombra dello stilo sia verticale lungo GH); l'estremità H dell'ombra dello stilo indica l'ora sul fascio delle linee orarie; l'osservatore deve ovviamente scegliere tra l'ora A.M. e l'ora P.M.

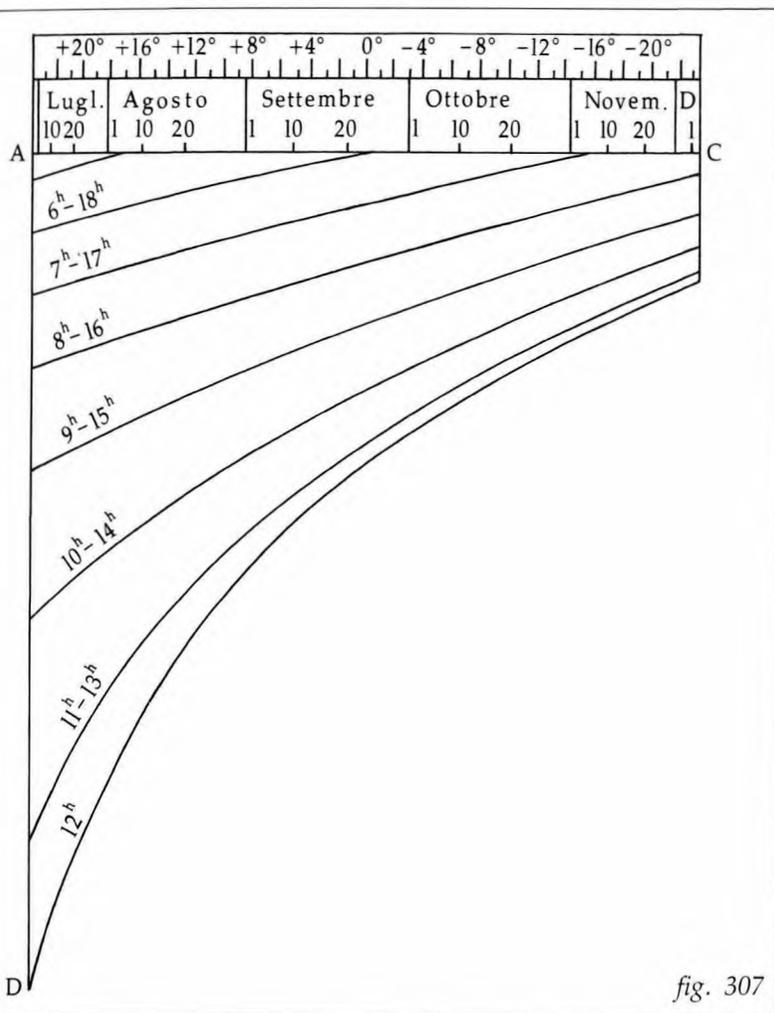


fig. 307

orarie siano tutte orizzontali e quindi parallele tra loro (buon lavoro a chi volesse cimentarsi in questa ricerca).

A chiusura di queste notizie generali offriamo un'osservazione che l'attento lettore forse ha già rilevato; il processo logico che sviluppa la teoria degli orologi solari d'altezza "a stilo" è eguale, in tutti i dettagli di concetto, a quello che abbiamo sviluppato per gli orologi d'altezza "a traguardo"; ciò conferma l'identità concettuale di queste due categorie di orologi solari, e cioè in definitiva di tutti gli orologi solari d'altezza.

## 142) L'orologio solare d'altezza detto "del pastore"

### a) Generalità

L'interpretazione di gran lunga più diffusa e popolare dell'orologio d'altezza "a stilo" è stato certamente quello strumento che viene comunemente chiamato "orologio del pastore" e

Poiché è necessario che durante l'uso la scala diurna che si adopera sia ben verticale, lo strumento può essere corredato di pendolino o di livelle, con la possibilità di rettificare l'assetto della base secondo le loro indicazioni.

Qualche esemplare di orologio d'altezza con questo criterio di soluzione "a bandiera" si trova nei musei e nelle collezioni; si tratta di strumenti non molto antichi e comunque di modesta importanza nella storia della gnomonica; qui sono stati riportati soprattutto perché servono per introdurre concettualmente (non certo storicamente) il più significativo "orologio del pastore", che illustreremo nel prossimo paragrafo.

Anche in questo campo, imitando i processi logici usati per i clinometri, si potrebbero escogitare trucchi matematici per dare alle linee orarie forme geometriche semplici e di facile disegno; però, siccome i nostri progenitori non si sono sbizzarriti in questo genere di elaborazioni, ... lasciamo questo esercizio al lettore sfaccendato. Uno spunto potrebbe essere quello di dare a ciascuna scala giornaliera un diverso stilo di adatta lunghezza (e quindi di sagomare una specie di tettoia sul margine superiore del diagramma orario) in modo da ottenere che le linee

che risale all'XI secolo. La sua grande diffusione ha naturalmente causato una proliferazione di nomi; autori, costruttori, scrittori lo hanno di volta in volta chiamato:

- “cilindrico” o “a colonnina” per la sua forma;
- “da tasca” o “del viaggiatore” per la sua praticità di trasporto (sebbene questo orologio non sia universale e quindi il suo uso in viaggio è limitato alle vicinanze dei luoghi che hanno la stessa latitudine usata nella sua costruzione).

Il nome più comune di “orologio del pastore” deriva dalla sua diffusione fra i guardiani di armenti, dovuta certamente alla sua struttura che lo rendeva maneggevole, facilmente tascabile e di uso elementare. Tutte le fonti moderne, senza alcuna eccezione, affermano che “questo strumento è ancora in uso tra i pastori dei Pirenei”, il che dimostra con sicurezza che le fonti si influenzano a vicenda, almeno negli aspetti della cronaca; noi ci limitiamo a dare la notizia “pirenaica” con beneficio d’inventario, e con riserva di verifica alla prima occasione (se ci capiterà).

L’invenzione dell’orologio del pastore viene generalmente attribuita al monaco e studioso tedesco Hermann di Reichenau, detto anche Hermannus Contractus (1013-1054), ma c’è anche chi lo accredita al fiorentino Paolo dell’Abaco (207).

#### b) Schema concettuale

In via sostanziale questo strumento è un orologio d’altezza a stilo, identico a quello “a bandiera” che abbiamo esaminato nelle pagine precedenti; quindi le scale orarie sono tutte verticali e parallele tra loro, originano sulla stessa linea orizzontale superiore e sono distanziate su una graduazione uniforme di date ovvero di declinazioni; unica differenza rispetto al modello “a bandiera” è che il diagramma è avvolto intorno a un *cilindro circolare retto*, di altezza e diametro opportuni e posto verticalmente; in conseguenza lo stilo, innestato sul cerchio superiore, ruota intorno al cilindro affinché lo si possa regolare per la data, mentre ciascuna generatrice del cilindro rappresenta il sostegno di una scala oraria.

L’aspetto generale dello strumento è schematizzato nella figura 308, in cui le linee orarie sono solo indicative.

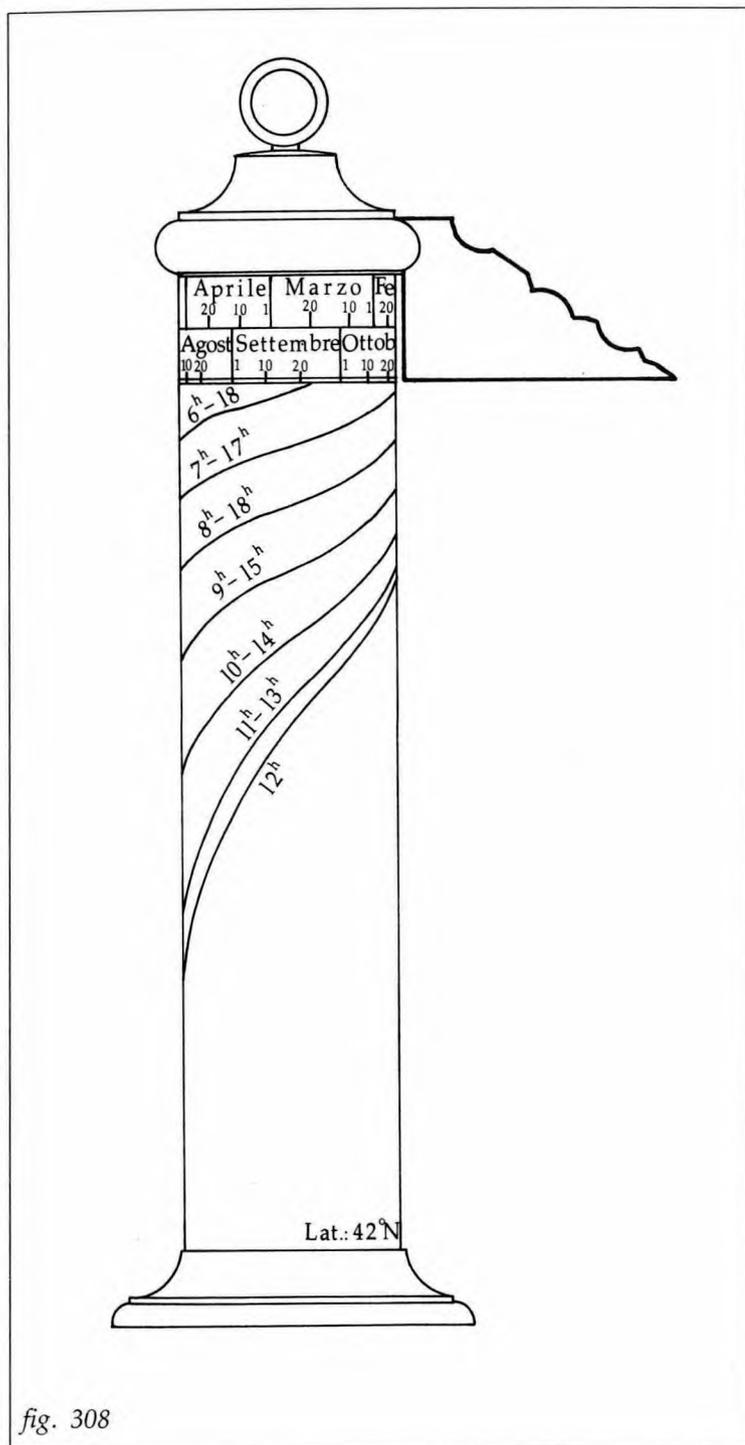
Caratteristica di queste colonnine è che nella parte superiore vi era spesso un anellino centrale col quale l’orologio si poteva sospendere; ciò serviva ad assicurare la necessaria verticalità delle scale orarie senza bisogno di ricorrere a pendolini e livelle; si può pensare che questa semplificazione sia stata uno dei fattori che hanno contribuito alla diffusione e alla fortuna della “colonnina”.

Altro fattore di praticità era che lo stilo, quando non in uso, poteva essere ripiegato o staccato e conservato nell’interno del cilindro, contribuendo alla sua facile tascabilità.

Poiché lo stilo doveva essere “contrappesato” per consentire un corretto bilanciamento durante la sospensione, molti strumenti presentavano un duplicato dello stilo sul raggio opposto; naturalmente ciascuno stilo poteva essere usato autonomamente, senza badare al simmetrico.

Per l’uso dello strumento, ruotato lo stilo sino alla giusta data, si sospende la colonnina (o la si appoggia ben verticale) e la si ruota portando lo stilo verso il Sole; quando l’ombra

(207) A me sembra difficile che Paolo dell’Abaco, essendo vissuto nel Trecento, possa essere considerato il “primo” inventore di questo modello; non si può escludere però, che, come spesso accadeva in quei tempi, lo abbia re-inventato, ignorando che già esisteva per merito di altri.



dello stilo è ben verticale (perché ciò accada basta che sul cilindro essa appaia ben rettilinea), l'estremità marca l'ora sul fascio delle linee orarie, lasciando all'osservatore la scelta tra ora A.M. e ora P.M.

### c) Costruzione ed esempio

La costruzione del diagramma orario è elementare, e va fatta naturalmente sulla superficie laterale del cilindro sviluppata in piano. Da notare che non è indispensabile usare tutta la superficie laterale del cilindro, anche se motivi estetici e la ricerca della maggior precisione possibile lo consigliano (208).

I passi da seguire sono i seguenti.

– Si stabiliscono anzitutto le dimensioni del cilindro (209) (e quindi quelle della sua superficie laterale sviluppata) e la lunghezza dello stilo; le relazioni geometriche tra le grandezze in gioco sono (fig. 309):

$$L = 2 \pi r$$

$$H = l \operatorname{tg} h_M$$

in cui:

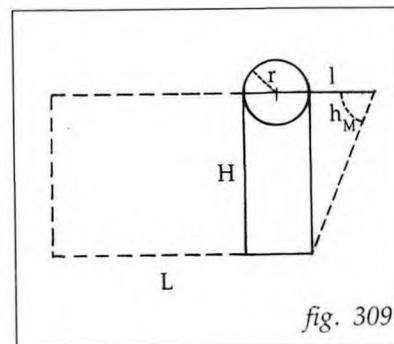
- L = larghezza della superficie sviluppata;
- H = altezza del cilindro e della superficie sviluppata;
- r = raggio della base del cilindro;
- l = lunghezza dello stilo;
- $h_M$  = altezza massima del Sole (altezza meridiana al solstizio estivo;  $h_M = 90^\circ - \varphi + 23.5$ ).

– Sulla base superiore del rettangolo si dise-

(208) Le istruzioni costruttive del passato imponevano spesso l'uso di tutto il cilindro, come se ciò fosse indispensabile.

(209) Per motivi di pratico trasporto le dimensioni dello strumento erano normalmente piuttosto ridotte, anche se si sono visti cilindri di dimensioni ragguardevoli, specie negli strumenti di fattura più sofisticata e preziosa. È ovvio che a maggior dimensione corrisponde maggior precisione ma minore portabilità.

gna la graduazione delle date. Nel seguito tratteremo sempre, per semplicità, di graduazione delle date a "calendario uniforme" (distanza grafica costante tra i giorni) ma ricordiamo che essa si può fare diversamente e in particolare la si può fare a declinazione uniforme. La graduazione può essere fatta per 12 mesi ovvero può essere dimezzata a 6 mesi (210); in quest'ultimo caso ciascun punto della graduazione vale per due giorni, come indicato nella parte alta della figura 311, ricavata dalla Tavola V dell'Appendice A. Si noti che la perfetta uniformità della graduazione non è necessaria, poiché ciascuna scala oraria verticale è autonoma e indipendente dalle altre; ad esempio si possono fare i 12 mesi della stessa lunghezza grafica; però se la graduazione è doppia è importante che le due date corrispondenti abbiano effettivamente la stessa declinazione  $\delta$ .



– Si sceglie una serie adeguata di date (ad esempio con passo di  $10 \div 15$  giorni) e per esse si disegnano le semirette verticali su cui si registreranno le scale orarie; ciascuna di esse diverrà poi una generatrice del cilindro portante.

– Per le date scelte si determina la declinazione  $\delta$  (Tabella I dell'Appendice A) e per ciascuna di esse si calcola la scala oraria corrispondente con le due formule del "sen h" e dell'"ombra versa":

$$a) \text{sen } h = \text{sen } \varphi \text{sen } \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos P$$

$$b) B = l \text{tg } h$$

come fatto nell'esempio del paragrafo 139, entrando:

per la  $\varphi$ : con la latitudine locale (fissa);

per la  $\delta$ : con la declinazione di ciascuna data prescelta;

per la P: con i valori dell'angolo al polo P dal sorgere alla culminazione, con passo di  $1^h$  (o anche più corto se si vogliono disegnare le linee orarie più fittamente).

– I punti ottenuti si segnano sulle scale orarie a partire dalla base superiore del rettangolo; si tracciano quindi le linee orarie avviando le curve sui punti corrispondenti alle stesse ore; i P naturalmente vanno ora trasformati in coppie di ore civili t (A.M. e P.M.).

– Infine le semirette che sono servite per marcare i punti calcolati si possono cancellare perché non più necessarie (su qualche esemplare furono lasciate, al solo scopo ornamentale).

Di seguito riportiamo un esempio di come si conduce in pratica il calcolo; la figura 311 mostra il risultato grafico che si ottiene.

Come in tutti gli orologi d'altezza, il diagramma può essere completato con una scala delle altezze del Sole, che in questo caso è verticale e graduata dall'alto con la formuletta dell'ombra versa.

A questo punto non rimane che avvolgere o riportare sul cilindro la superficie piana sviluppata e fissare adeguatamente lo stilo su un elemento rotante (coperchio, perno o simile) in modo che possa ruotare sulla scala delle date.

(210) La precisione in questo modo raddoppia, a parità di dimensioni del cilindro.

**ESEMPIO DI CALCOLO E DISEGNO DI UN OROLOGIO SOLARE  
"DEL PASTORE" PER IL SISTEMA ORARIO CIVILE**

**DATI:**

Latitudine:  $\varphi = 42^{\circ}.0N$   
 Lunghezza stilo:  $l = 53 \text{ mm}$   
 Diametro cilindro:  $D = 42 \text{ mm}$

**ELEMENTI CILINDRO**

Altezza max del Sole:  $h_M = 90^{\circ} - \varphi + 23^{\circ}.5 = 71^{\circ}.5$   
 Circonferenza cilindro:  $L = \pi D = 132 \text{ mm}$   
 Altezza cilindro:  $H = l \operatorname{tg} h_M = 159 \text{ mm}$

**SCelta DATE E ORE**

- Si calcolano le ordinate per i giorni 1 e 15 di ogni mese, e per i solstizi. Solo semestre 21.6 - 22.12.
- Si calcolano le ore da 5<sup>h</sup> a 12<sup>h</sup>, con passo di 1<sup>h</sup>.

**CALCOLO DELLE ORDINATE**

DATA	21.6	1.7	15.7	1.8	15.8	1.9	15.9	1.10	15.10	1.11	15.11	1.12	15.12	22.12
ORE t <sup>h</sup>	$\delta$													
p <sup>o</sup>	23°.5	23°.1	21°.6	18°.1	14°.2	8°.4	3°.2	-3°.0	-8°.4	-14°.3	-18°.4	-21°.7	-23°.2	-23°.5
5 <sup>h</sup>	105°	4.8	4.6	3.6	1.3									
6 <sup>h</sup>	90°	14.7	14.4	13.5	11.3	8.8	5.2	2.0						
7 <sup>h</sup>	75°	26.2	25.9	24.9	22.5	19.8	15.9	12.5	8.4	4.9	1.1			
8 <sup>h</sup>	60°	40.5	40.2	38.9	35.9	32.6	27.9	23.7	18.9	14.9	10.5	7.6	5.2	4.1
9 <sup>h</sup>	45°	59.9	59.3	57.4	53.0	48.3	41.6	36.0	29.8	24.7	19.4	15.9	13.2	11.9
10 <sup>h</sup>	30°	88.1	87.2	83.6	75.8	67.8	57.4	49.1	40.6	33.9	27.3	23.1	19.8	18.4
11 <sup>h</sup>	15°	129.1	126.9	119.2	103.6	89.3	72.7	60.8	49.4	41.1	33.2	28.2	24.5	22.9
12 <sup>h</sup>	0°	158.4	154.8	142.5	119.6	100.5	79.8	65.9	53.0	43.8	35.3	30.1	26.2	24.5

**DISEGNO:** figura 311.

*d) Raddoppio dello stilo*

La stessa figura 311 dimostra, se ancora fosse necessario, che le linee orarie si addensano verso l'alto nelle stagioni invernali; ciò significa:

- che la precisione dello strumento è variabile e diminuisce col diminuire della declinazione  $\delta$ ;
- che una rilevante porzione della superficie cilindrica è inutilizzata.

Per ridurre questi inconvenienti si può pensare di dividere il diagramma orario della figura 311 in due parti lungo la linea degli equinozi (21 Marzo - 23 Settembre) e calcolare le due parti separatamente, attribuendo a ciascuna di esse uno stilo di diversa lunghezza; le due lunghezze dello stilo verranno stabilite in modo tale che le due parti del diagramma, che sono ora a scala diversa, inizino entrambe sulla base inferiore del cilindro; la figura 312 mostra come appare il diagramma orario completo in questa soluzione (passo delle linee orarie di mezz'ora).

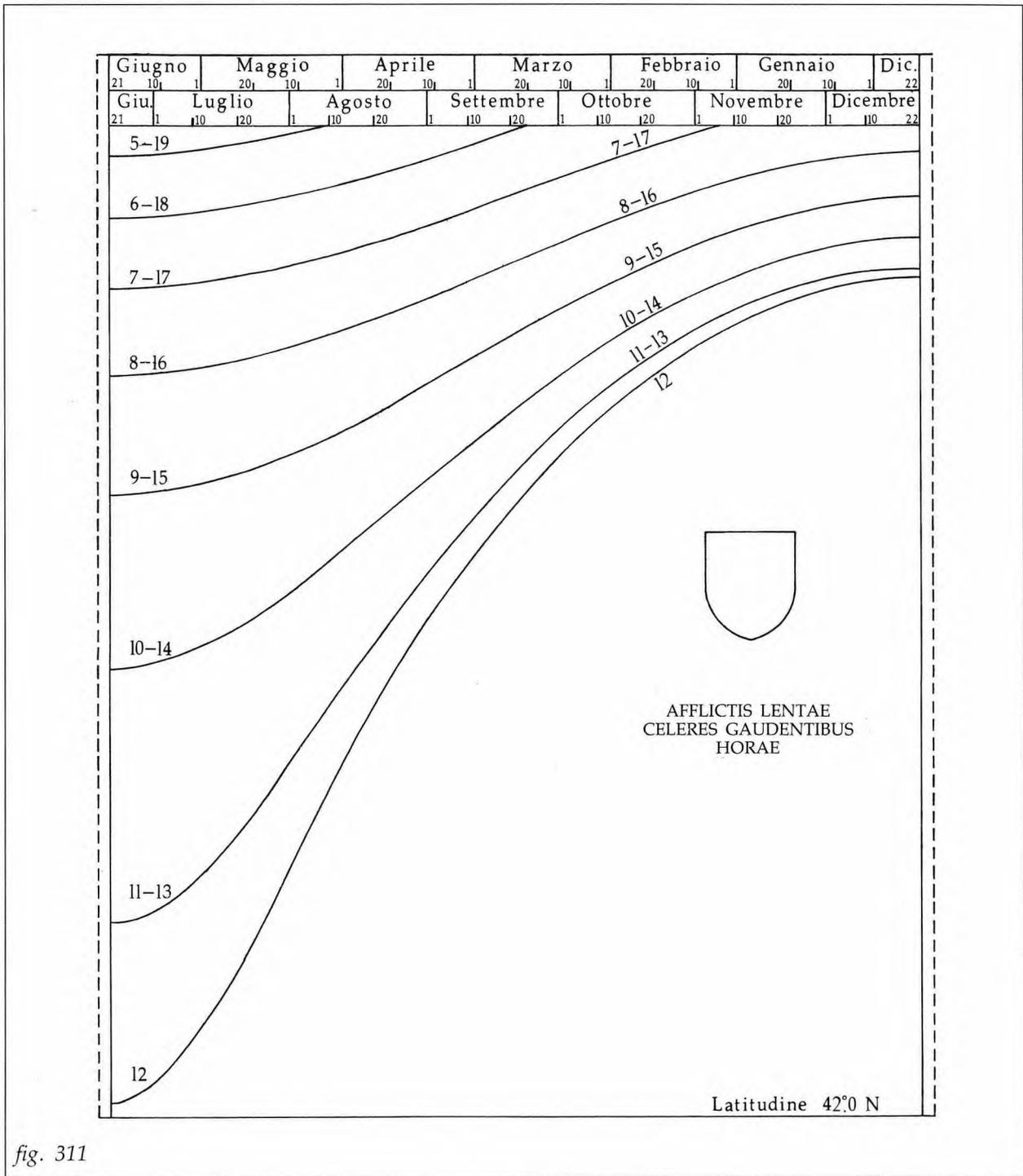


fig. 311

I due stili, uno lungo per i mesi invernali e uno corto per i mesi estivi, possono essere intercambiabili sullo stesso attacco, ovvero possono essere sistemati diametralmente opposti sull'elemento rotante; quest'ultimo assetto può aiutare il bilanciamento dello strumento quando sospeso per la misura.

Segnaliamo che il "trucco" di dividere in due parti il diagramma orario e di disegnare le due parti a scala diversa per due stili diversi, è stato ben usato in passato, specie negli esemplari più belli e sofisticati. In via teorica, naturalmente, nulla vieta di aumentare ancora il numero degli stili di diversa misura, sezionando ulteriormente il diagramma orario in più parti a scala diversa; ma non ci risulta che ciò sia stato fatto, e comunque ci sembra che la sola duplicazione dello stilo sia più che sufficiente.

#### *e) Divagazioni sullo stilo del "pastore"*

Continuando a divagare sullo stilo possiamo anche immaginare di saldare, ancora una volta, tutti gli stili di tutte le scale orarie di un unico elemento, che anche questa volta assume la forma di "tettoia"; si tratta di una tettoia circolare disposta sulla parte superiore del cilindro, e che sostituisce il ben più comune stilo girevole (fig. 313).

L'ombra della tettoia si manifesta sul cilindro secondo una curva come ABC, il cui punto più elevato B indica qual è il raggio della tettoia rivolto al Sole, e quindi quale è lo stilo D che sta "lavorando" e quale è la scala oraria DE su cui si deve leggere l'ora. Per l'uso di questo modello basta ruotare il cilindro sino a che la generatrice DE che corrisponde al punto più alto della curva-ombra coincida con la giusta graduazione della data. In tale situazione la curva-ombra marca l'ora sul diagramma orario in corrispondenza del suo punto più elevato B.

Per raffreddare un po' gli entusiasmi su questa soluzione, osserviamo che al diminuire dell'altezza del Sole la curva-ombra della tettoia tende a divenire un cerchio orizzontale; perciò l'individuazione della generatrice DE e del punto B, e quindi la lettura dell'ora, può divenire poco precisa per le altezze del Sole poco elevate. In definitiva un modello di questo tipo può essere divertente, ma in sostanza sembra poco pratico.

I pochi esemplari realizzati con questo criterio, in genere fissi al terreno, sono stati chiamati "a cappello filtrante".

### **143) *L'orologio del pastore per le ore italiche***

La maggioranza degli orologi del pastore furono a suo tempo costruiti per segnare le ore civili, secondo il modello che abbiamo esposto nel paragrafo precedente; non mancano però esemplari fatti per indicare le ore italiche, delle quali abbiamo trattato nel capitolo XVII.

Il concetto e la struttura generale dello strumento sono identici a quelli dell'analogo orologio per le ore civili. L'unica differenza sta nelle linee orarie, e a questo proposito dobbiamo ricordare che le linee orarie italiche non sono simmetriche rispetto ad alcun elemento della sfera celeste, e quindi (a differenza di quanto accade per l'orologio civile) in questo caso le linee orarie debbono essere calcolate tutte, dal sorgere al tramonto.

Per brevità lasciamo al lettore che lo desideri il compito di sviluppare il calcolo che conduce al disegno del quadrante italico da avvolgere intorno al cilindro del pastore. Noi ci limitiamo ad indicare il risultato, mostrando nella figura 314 un quadrante italico disegnato dall'autore.

Si noti ancora che anche questo quadrante potrebbe essere diviso in due parti a scala diversa, come si è detto nel caso dell'orologio civile.

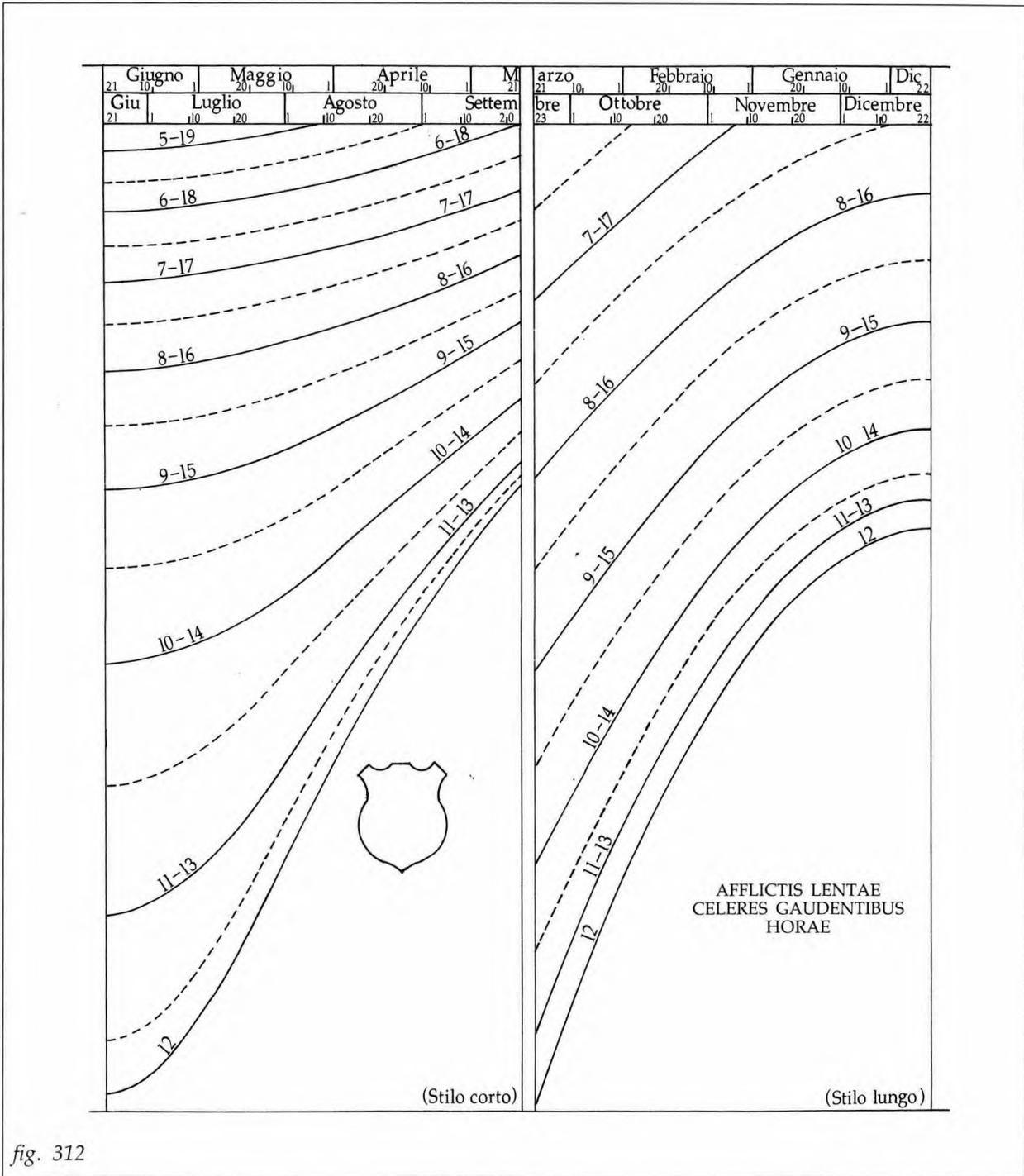


fig. 312

#### 144) Conclusione sull'“orologio del pastore”

Per tirare le somme diremo che questo strumento ha ben onorato la gnomonica nei secoli scorsi. Musei e collezioni ne conservano moltissimi esemplari, che variano notevolmente sia come dimensioni sia come fattura; essi spaziano dai grossolani cilindretti di legno con le linee orarie intagliate alla meno peggio, sino agli stupendi capolavori di oreficeria in argento o in

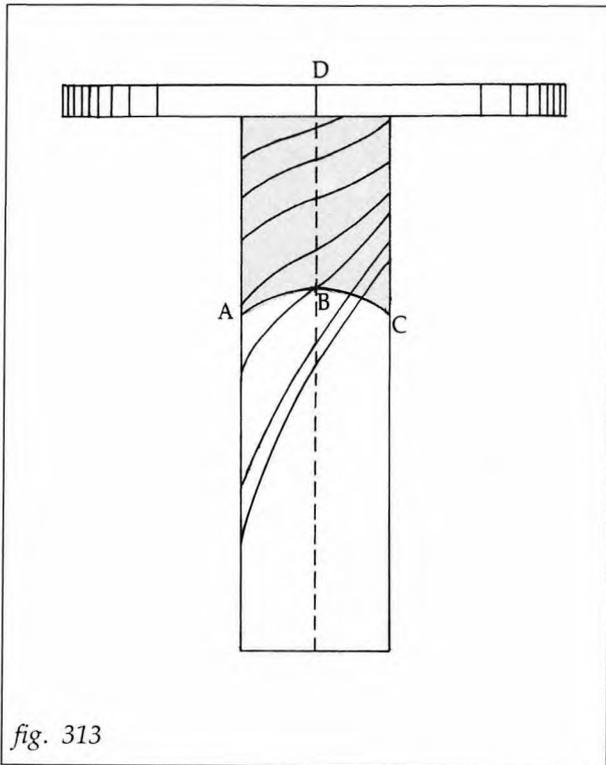


fig. 313

avorio o in ottone dorato, dipinti o laccati o dorati che solo il più bel Rinascimento ha saputo produrre. Mi piace a questo proposito menzionare sia il bellissimo esemplare del XVI secolo conservato al Museo di Storia della Scienza di Firenze e dedicato a Francesco de' Medici Granduca di Toscana (211), sia le perfette riproduzioni che figurano in due famosi quadri di Hans Holbein il Giovane, “Gli Ambasciatori” (1533, National Gallery di Londra) e “L'Astronomo Niklaus Kratzer” (1528, Museo del Louvre di Parigi).

#### 145) Gli anelli solari

Un'ultima categoria di orologi d'altezza che merita menzione è quella degli “anelli solari”, poiché, pur trattandosi di oggetti di scarsa validità pratica, hanno avuto in passato una certa diffusione; essi sono strumenti portatili di piccole dimensioni, la cui origine si fa risalire all'epoca della Roma imperiale.

L'anello solare ha la forma di un bracciale (fig. 315) cioè di una superficie cilindrica di altezza non rilevante, con un anellino di sospensione S. Un piccolo foro F sulla superficie

dell'anello consente, quando lo strumento è orientato verso il Sole, il passaggio di un raggio solare che forma una macchietta luminosa G sulla superficie interna; la posizione di G, che dipende dall'altezza h del Sole, marca l'ora su apposito diagramma orario disegnato sulla superficie interna. Il foro F può essere ricavato in un punto qualsiasi dell'anello, ma è facile vedere che la sua posizione più conveniente è quella che dista dal diametro CD quanto la colatitudine  $90^\circ - \varphi$  (massima altezza equinoziale del Sole). La corda orizzontale FH rappresenta l'orizzonte; al sorgere la macchia luminosa cade in H; poi “scende” lungo l'anello allontanandosi da H di un arco pari al doppio dell'altezza h (infatti l'angolo  $H\hat{O}G$  è il doppio dell'angolo  $H\hat{F}G$ ) sino a raggiungere alla culminazione un punto che dista da H dell'arco  $2(90^\circ - \varphi + \delta)$  indi ritorna in H al tramonto.

Per determinare il diagramma orario sviluppiamo in piano la superficie interna dell'anello tagliandolo in A (fig. 316). Notiamo subito che il diagramma orario è concettualmente del

(211) È uno strumento costruito per le ore italiane.

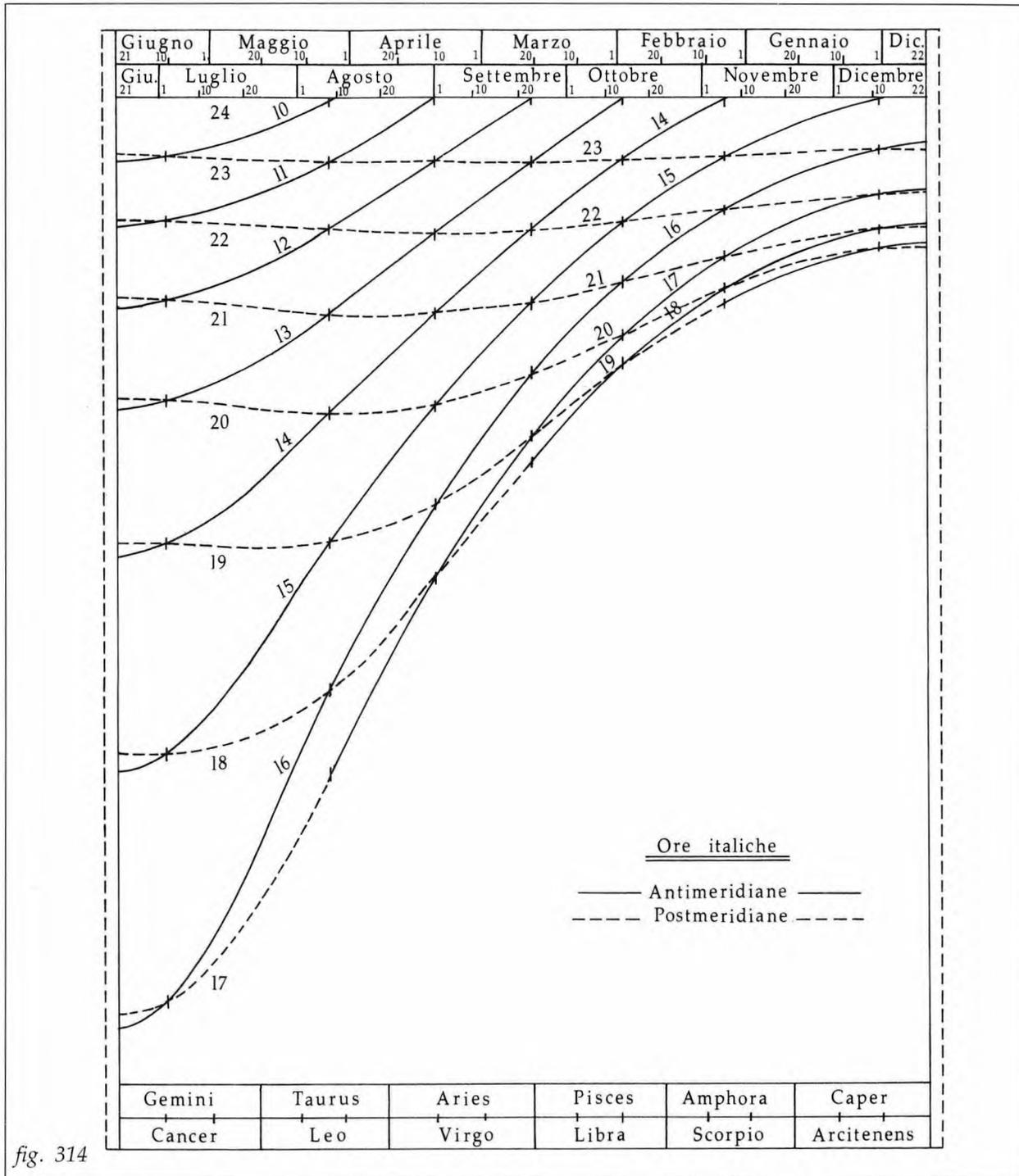
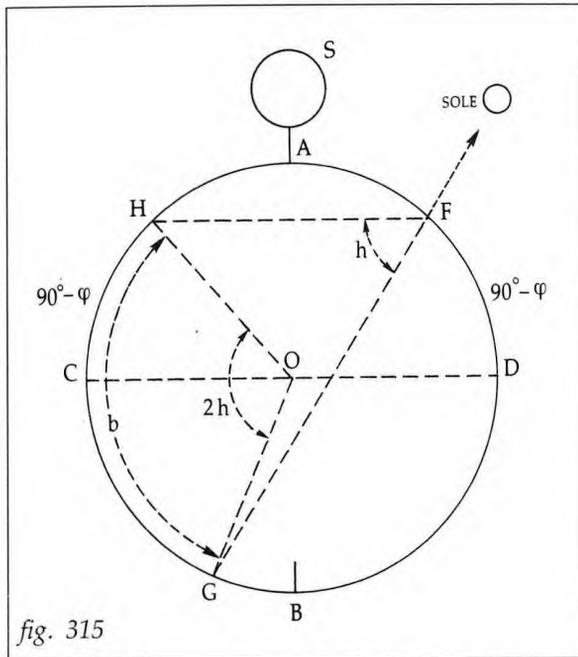


fig. 314



tutto simile a quello degli orologi d'altezza "a ombra versa" già descritti (come quello "a bandiera" e quello "del pastore"); si tratta perciò di segnare sulla superficie sviluppata scale orarie giornaliere, indipendenti, verticali, con origine sull'orizzonte, e raggrupparle su una opportuna graduazione orizzontale delle date.

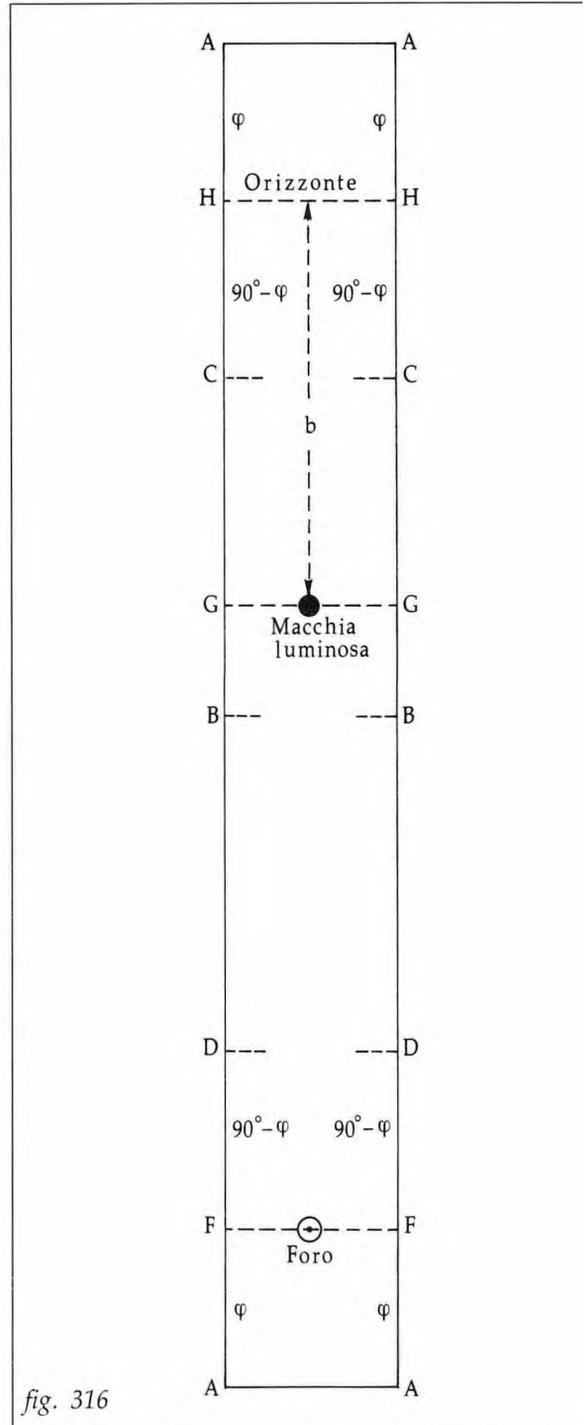
Ciascuna scala giornaliera si determina trovando la distanza  $b$  della macchia luminosa dall'orizzonte alle varie ore dello specifico giorno; si ha (fig. 315):

$$\frac{b}{2h} = \frac{2 \pi r}{360^\circ}$$

in cui  $r$  è il raggio dell'anello e  $h$  l'altezza del Sole; pertanto:

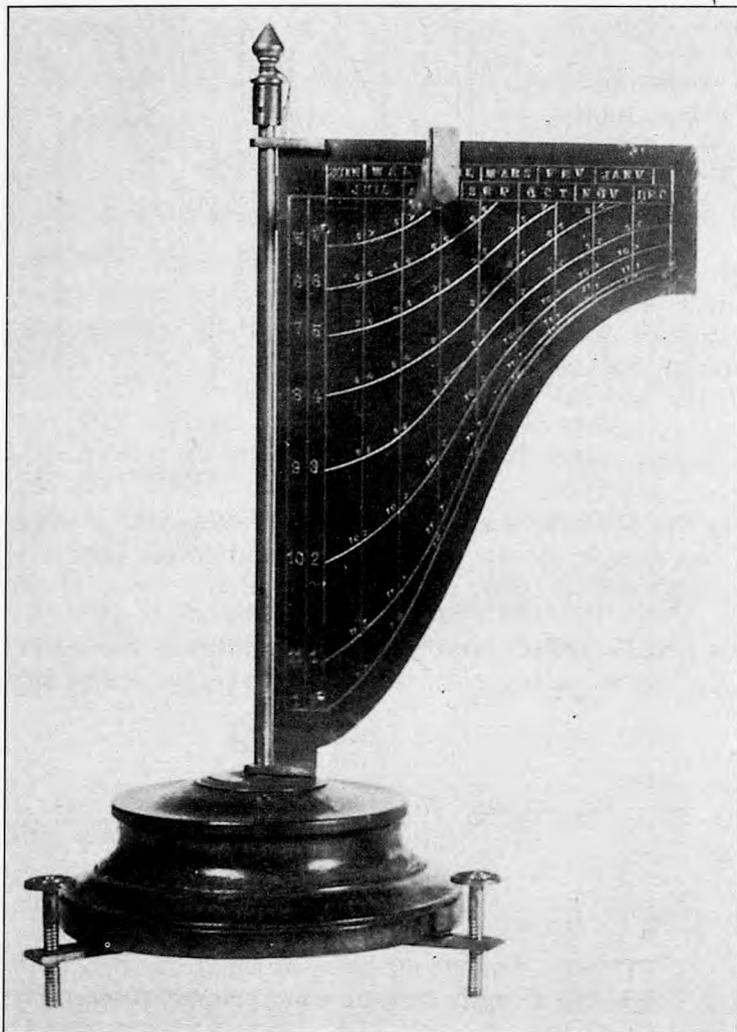
$$b = \frac{\pi r}{90^\circ} \cdot h.$$

Costruite le varie scale giornaliere, esse si possono raggruppare su una doppia graduazione semestrale delle date disegnata sull'orizzonte, che può essere, tra le varie





69, Descrizione dell'“orologio del pastore” in un libro italiano del 1596, autore Giovanni Gallucci.

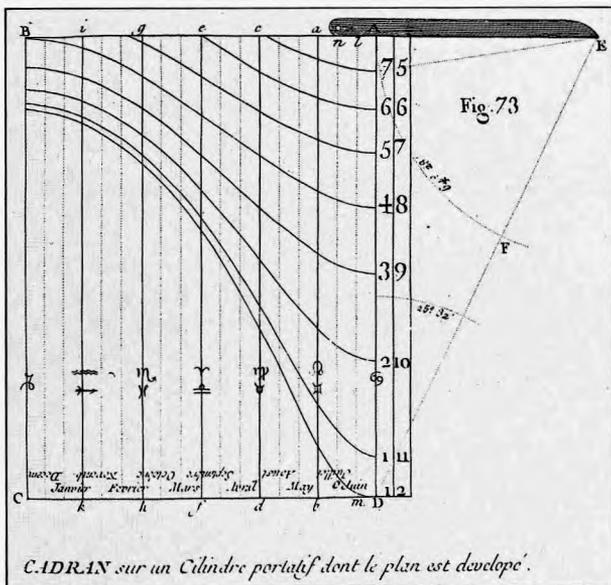


68



69

68, Orologio d'altezza a stilo che possiamo chiamare "a bandiera". Avvolgendo il diagramma intorno a un cilindro si otterrebbe l'“orologio del pastore”.

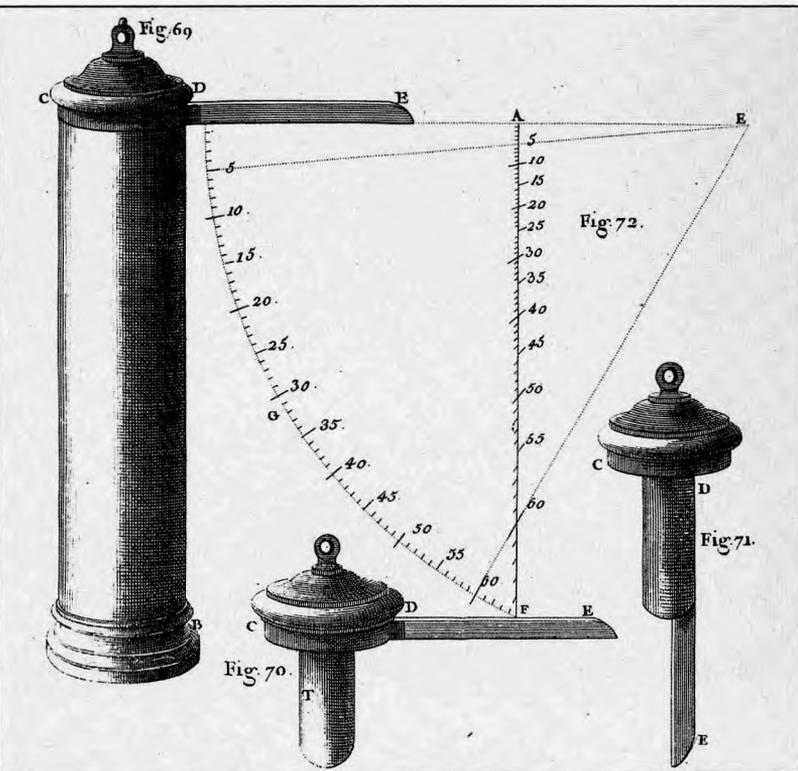


70

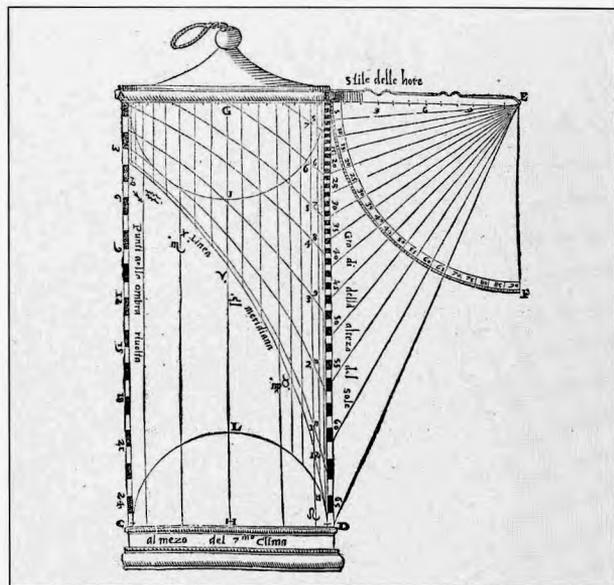
70, Quadrante del "pastore" sviluppato in piano, secondo una stampa di Bedos de Celles (1760). Le date sono indicate in forma sia zodiacale sia calendariale.

71, Costruzione geometrica dell'"orologio del pastore" secondo Orontio Fineo (1532). Il calendario è segnato con i simboli zodiacali. Il "7° clima" indica la latitudine espressa al modo antico; qui si vuole indicare la latitudine di Parigi, intorno ai  $48^{\circ}.5$ .

72, Costruzione dell'"orologio del pastore", dal trattato di gnomonica di Bedos de Celles (1760); AE è la lunghezza dello stilo. Si nota anche il ripiegamento dello stilo per inserirlo nella colonnina quando non in uso.



72



71

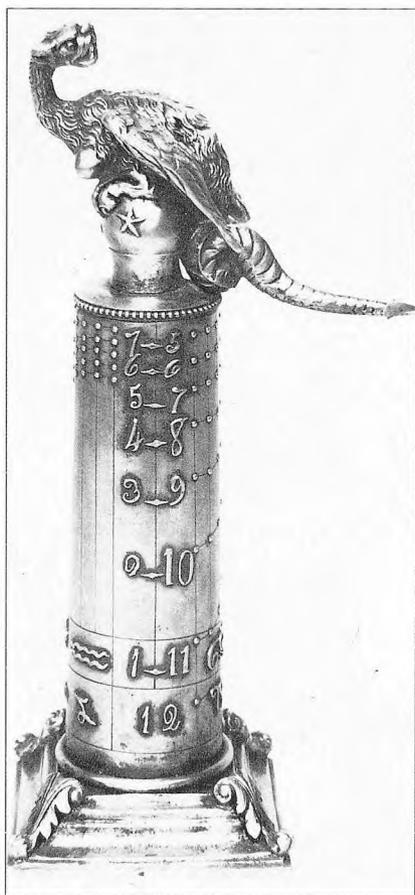


73

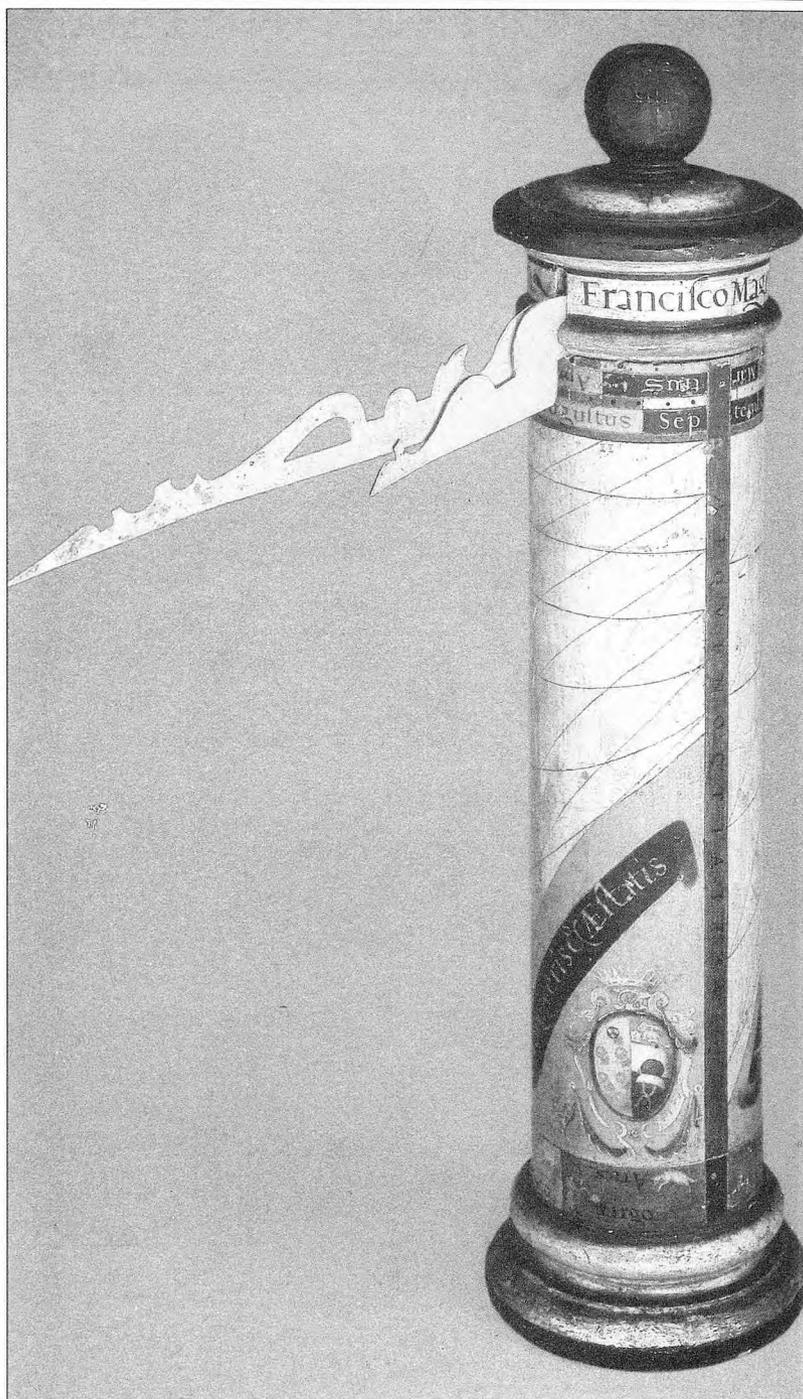
73, Tre esemplari di "orologio del pastore" del XVII secolo conservati al Musée de la Vie Wallonne di Liegi. Due sono in avorio e uno in legno; l'altezza varia tra 6 e 12 centimetri.

74, Singolare "orologio del pastore" del XVII secolo, di origine inglese. La coda del drago fa da stilo e l'ombra della sua estremità segna l'ora sulla colonnina.

75, Eccezionale "orologio del pastore" fiorentino del XVI secolo, dorato e smaltato. Il quadrante è diviso in due sezioni e segna ore italiane. È dedicato a Francesco de' Medici granduca di Toscana e si trova al Museo di Storia della Scienza di Firenze.



74



75



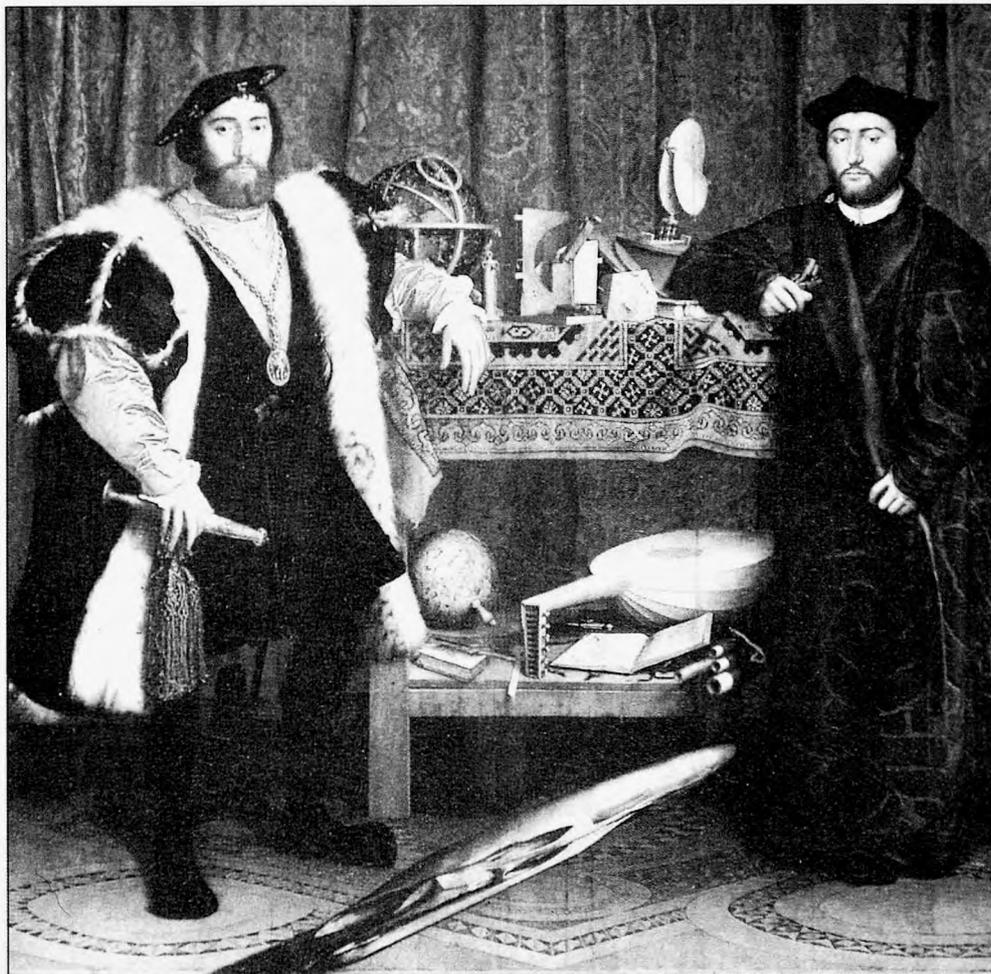
76, *Ritratto dell'astronomo bavarese "Nicklaus Kratzer" dipinto da Hans Holbein il Giovane nel 1528, ora esposto al Louvre di Parigi. Nell'angolo in alto a sinistra si nota la colonnina di un "orologio del pastore".*

76

77, Particolare del quadro "Gli Ambasciatori" di Hans Holbein il Giovane, nel quale si può notare la precisione con cui il pittore ha riprodotto l'orologio del pastore che figura nello sfondo del quadro tra gli altri strumenti astronomici.



77



78

78, Il noto quadro di Hans Holbein il Giovane "Gli Ambasciatori" (1533), conservato alla National Gallery di Londra. Sullo sfondo, presso la mano di sinistra del personaggio a sinistra, si vede la perfetta riproduzione di un orologio del pastore. Tutti gli strumenti che figurano nei quadri dell'Holbein erano costruiti dall'astronomo Kratzer, suo amico.



Libro terzo  
Orologi solari azimutali

## CAP. XXX - NOTE INTRODUTTIVE

Dopo aver trattato della determinazione dell'ora impiegando due delle coordinate variabili del Sole, *l'angolo orario* (orologi direzionali) e *l'altezza* (orologi d'altezza), resta da vedere come si possa utilizzare allo stesso scopo la terza coordinata del Sole che varia nel corso della giornata, *l'azimut*.

Strumenti fatti per dare l'ora attraverso la misura dell'azimut del Sole, che possiamo chiamare "*orologi solari azimutali*", sono stati studiati e realizzati nel passato ma non sono mai stati molto popolari e la loro diffusione è stata piuttosto limitata. Dobbiamo aggiungere a questo proposito che lo scarso favore incontrato dagli orologi azimutali è del tutto immeritato; si tratta infatti di ottimi strumenti, facili da realizzare, e che nel complesso offrono aspetti ben vantaggiosi (212); addirittura l'orologio azimutale analematico (l'unico che abbia destato un po' di attenzione, specialmente in Francia, nei secoli più recenti) oltre a essere molto semplice può forse essere considerato uno dei più geniali tra tutti gli orologi solari e merita la nostra incondizionata ammirazione.

Sebbene in teoria l'orologio azimutale può essere costruito su un piano comunque orientato, il criterio più istintivo è quello di disporlo sul piano dell'orizzonte, cioè su quel piano in cui l'azimut del Sole si manifesta con immediatezza evidente; pertanto, imitando i nostri avi, anche noi tratteremo diffusamente solo degli "orologi azimutali su quadro orizzontale".

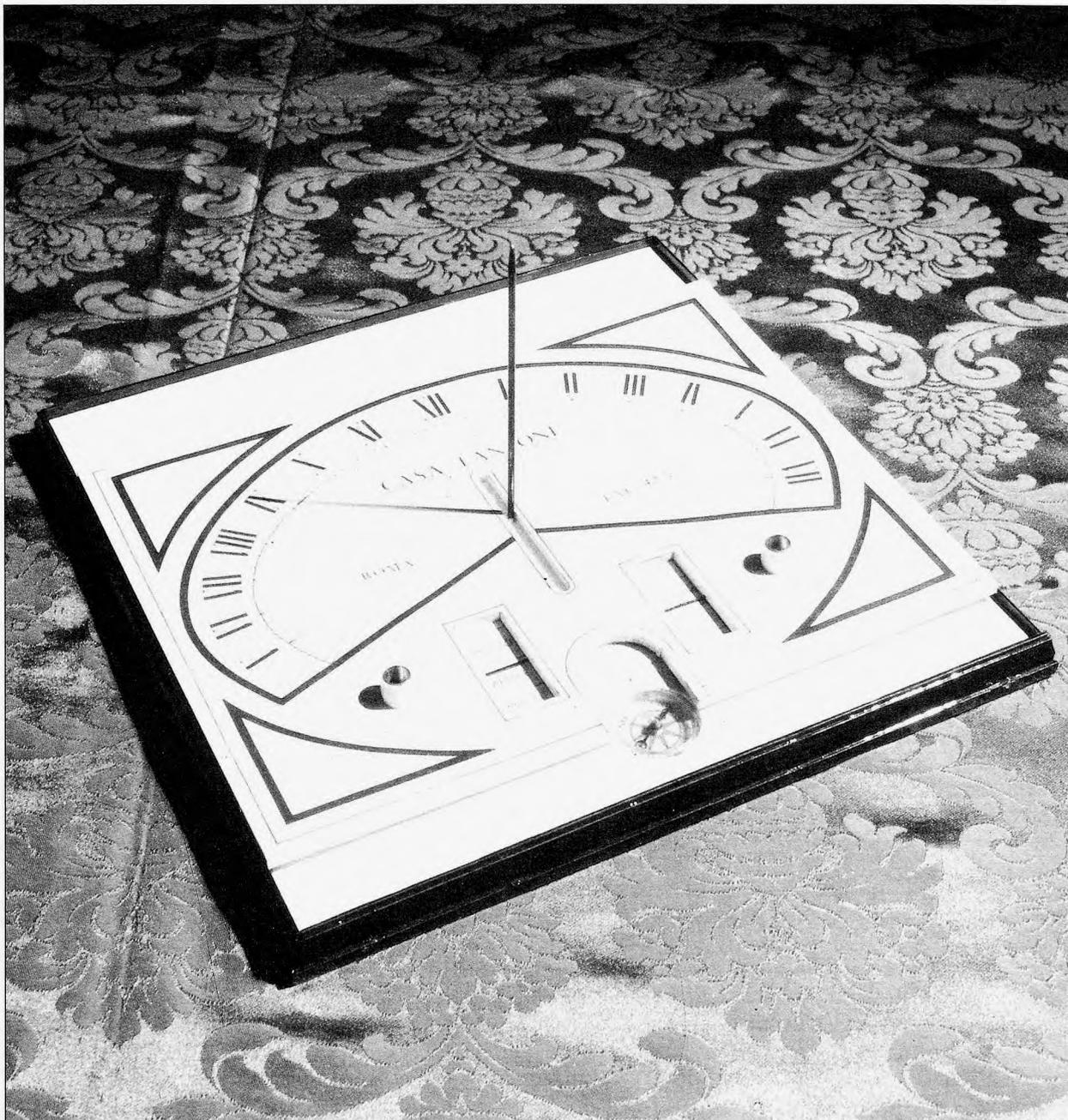
Sempre sul piano storico, notiamo ancora che questi strumenti si sono sviluppati in due campi: quello dei piccoli orologi portatili, che richiedono il preventivo orientamento di volta in volta al momento dell'uso, e quello dei modelli più grandi, fissi sul terreno, che richiedono di essere orientati una volta per tutte al momento dell'installazione.

Nel campo concettuale, l'operazione di passaggio dall'azimut istantaneo del Sole all'ora può essere effettuata in due modi del tutto diversi:

- un modo decisamente semplice e istintivo consistente nella trasformazione diretta dell'"azimut" in "ora" per mezzo della matematica; questa procedura conduce alla costruzione di orologi azimutali che possiamo chiamare "generici";
- un modo più sofisticato e concettualmente più razionale consistente nel realizzare l'orologio azimutale per mezzo della proiezione della sfera celeste sull'orizzonte; agli strumenti così ottenuti diamo il nome di "proiettivi".

Quanto allo stilo, è facile comprendere che in questi strumenti esso è generalmente una bacchetta verticale che rappresenta la verticale del luogo; infatti nella rotazione del Sole sulla sfera celeste l'ombra di uno stilo verticale ruota sull'orizzonte fornendo direttamente la direzione dell'azimut del Sole (una sola eccezione alla verticalità dello stilo verrà trovata nel corso dello studio sugli "azimutali").

(212) Ad esempio le ore in prossimità del mezzogiorno sono perfettamente leggibili, a differenza degli orologi d'altezza nei quali la zona intorno alla culminazione è scarsamente impiegabile.



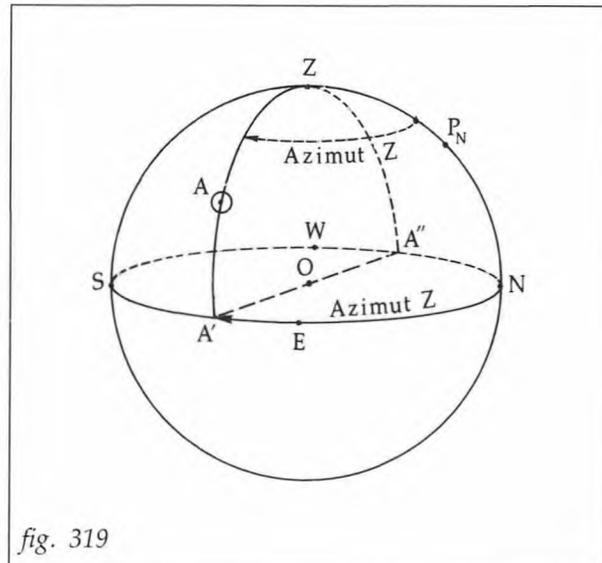
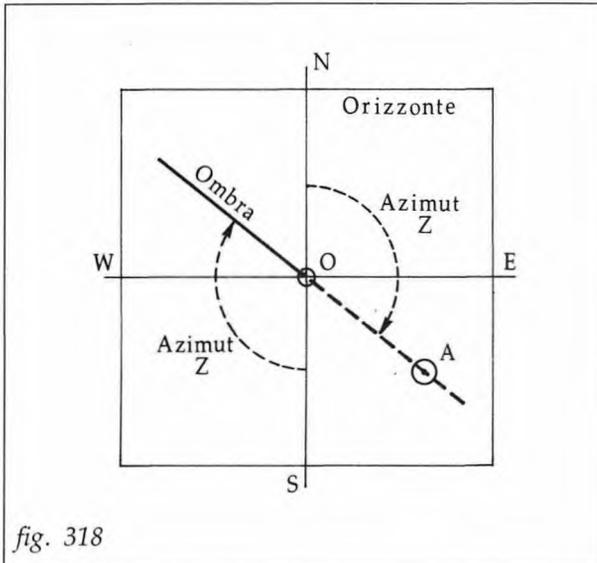
79

*79, Modello di studio di orologio solare analemmatico. In questo esemplare è stato reso mobile il quadro anziché lo stilo.*

## CAP. XXXI - OROLOGI AZIMUTALI GENERICI

### 146) L'azimut del Sole e la sua trasformazione in ora

Anche in questa circostanza, come nella misura della declinazione gnomonica dei muri, chiamiamo "azimut", simbolo  $Z$ , quello che in realtà è l'angolo azimutale, cioè l'angolo misurato sull'orizzonte da  $0^\circ$  a  $180^\circ$  a partire da Nord verso Est (azimut orientali, antimeridiani) o verso Ovest (azimut occidentali, pomeridiani). Sul piano dell'orizzonte che riporti i quattro punti cardinali N, E, S, W, (fig. 318) l'azimut di A così definito è materializzato dall'angolo  $N\hat{O}A$ ; sulla sfera celeste, dove Z è lo zenit e  $P_N$  il Polo Nord (fig. 319) l'azimut di A è rappresentato dall'angolo  $N\hat{Z}A'$  o dall'arco  $NA'$ .



Quanto all'ombra dello stilo verticale posto in O, poiché essa si proietta verso l'"anti-azimut" del Sole, la sua direzione sull'orizzonte può essere indicata dallo stesso valore dell'azimut  $Z$  del Sole, ma invertendo entrambi i suoi segni cardinali: Sud al posto di Nord per il punto iniziale, Est al posto di Ovest o viceversa per il punto terminale. Così nella figura 318 la direzione dell'ombra si ottiene portando il valore di  $Z$  da Sud verso Ovest.

Il passaggio dall'azimut  $Z$  all'ora  $P$  per via matematica si effettua ricorrendo alle formule della trigonometria, e in particolare a quelle che risolvono il solito triangolo sferico Polo - Zenit - Sole (fig. 320) nel quale sono noti la latitudine  $\varphi$  e la declinazione  $\delta$ ; conoscendo anche l'azimut  $Z$  si ricava l'angolo al polo  $P$  (da cui si passa all'ora) ovvero fissando  $P$  si stabilisce quale deve essere lo  $Z$  corrispondente.

Tra le varie soluzioni per questa trasformazione segnaliamo la coppia di formule (213):

(213) Vds. appendice B VIII.

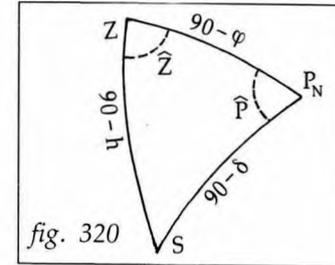
$$\text{sen } h = \text{sen } \varphi \text{ sen } \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos P$$

$$\text{sen } Z = \cos \delta \frac{\text{sen } P}{\cos h}$$

in cui l'elemento di passaggio  $h$  è l'altezza del Sole.

In alternativa si può usare il sistema (logaritmico) usato dai naviganti del passato per la determinazione del punto nave astronomico, e che abbiamo già visto nel paragrafo 66.

Infine notiamo nuovamente che per la ricerca di  $Z$  in funzione di  $\varphi$ ,  $\delta$ ,  $P$ , oltre che le formule possono servire anche le tavole usate dai naviganti per il punto nave astronomico, come le H.0.214 americane e le corrispondenti Tavole dell'Istituto Idrografico Italiano (214).



#### 147) Schema concettuale dell'orologio azimutale generico

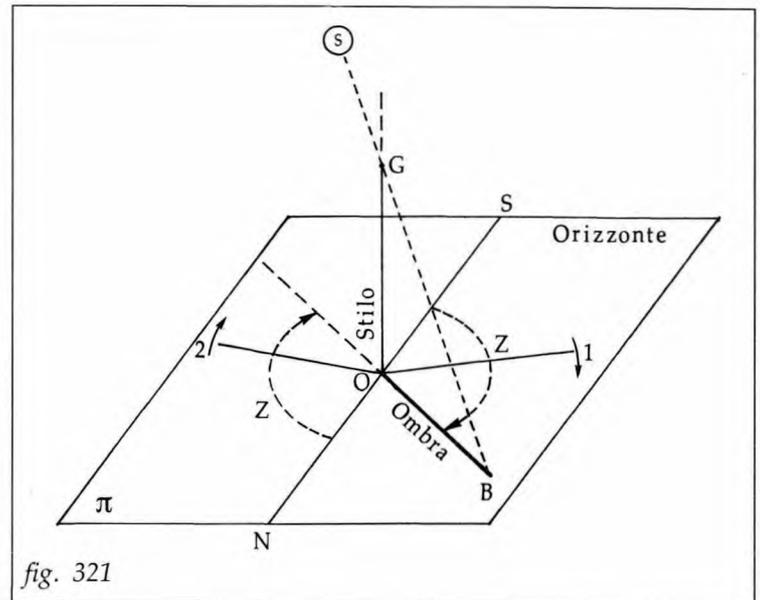
Sia  $\pi$  (fig. 321) il piano dell'orizzonte, NS la linea meridiana Nord-Sud, OG uno stilo verticale di lunghezza non definita.

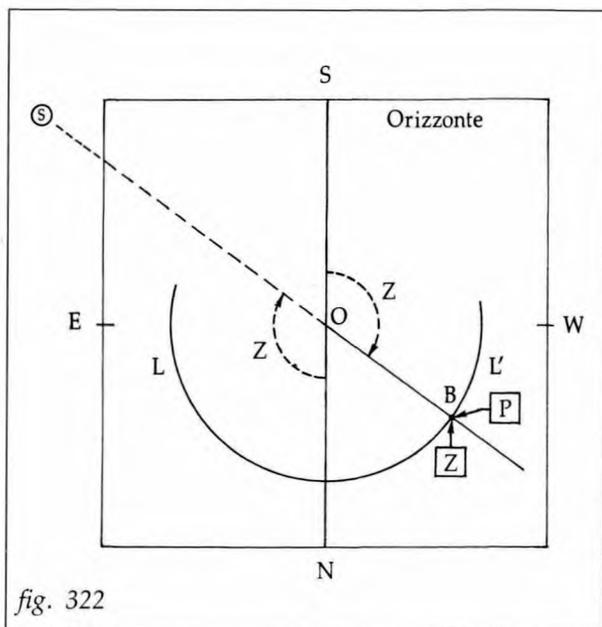
In un certo istante l'ombra dello stilo (anch'essa di lunghezza non definita) si manifesta nella posizione istantanea OB, materializzando insieme con la linea OS il valore dell'azimut istantaneo  $Z$  del Sole.

Nel corso della giornata l'ombra OB ruota in senso orario intorno a O, spostandosi da O1 al sorgere a O2 al tramonto, passando per ON al mezzogiorno. Se in prossimità di O (fig. 322) disponiamo una linea qualsiasi LL', su ciascun punto B in cui l'ombra incontra LL' possiamo scrivere il valore  $Z$  dell'azimut del Sole in quell'istante, ovvero, trasformando  $Z$  in  $P$ , il valore  $P$  dell'ora istantanea; in tal modo abbiamo assegnato alla linea arbitraria LL' la funzione di scala oraria, sulla quale l'ombra dello stilo marca le ore al trascorrere del tempo.

Poiché l'azimut  $Z$  è funzione della declinazione  $\delta$  del Sole, cioè della data, la scala oraria che abbiamo così realizzato è valida solo in quel dato giorno in cui la  $\delta$  ha il valore inserito nella trasformazione da  $Z$  a  $P$ ; per gli altri giorni dell'anno dovremo costruire una serie di analoghe scale orarie giornaliere, ciascuna indipendente dalle altre, da sistemare in modo arbitrario intorno alla base dello stilo come indicato schematicamente nella figura 323.

Se infine congiungiamo i punti che sulle varie scale orarie corrispondono alla stessa ora,





otterremo le consuete linee orarie degli orologi solari (come la PPP della figura) che ci consentono di leggere l'ora nel corso di tutto l'anno.

Per l'uso di uno strumento di questo tipo occorre anzitutto orientare il quadrante orizzontale in modo che la linea Nord-Sud coincida con il meridiano locale; a tale scopo, se lo strumento è portatile, occorre dotarlo di apposita bussola magnetica; se invece è fisso occorre provvedere al suo corretto orientamento in sede di installazione. Sul quadrante orientato si osserva poi dove l'ombra dello stilo taglia la scala oraria corrispondente alla data, e in quel punto si legge l'ora sul diagramma delle linee orarie.

#### 148) Costruzione

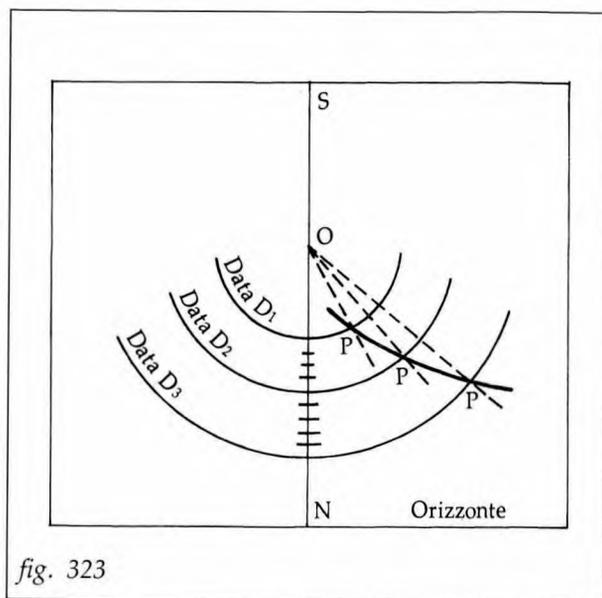
La forma e il distanziamento delle linee su cui si costruiscono le scale giornaliere sono arbitrari, e governano evidentemente l'aspetto geometrico del tracciato delle linee orarie.

Quanto alla forma, è decisamente istintivo fare le scale a forma di cerchi con centro nella base dello stilo; si tratta di una soluzione che è stata quasi sempre adottata in questi modelli di orologi.

Il distanziamento delle scale orarie, che ora possiamo chiamare anche "linee o cerchi giornalieri" o "cerchi di declinazione", si deve regolare su una apposita graduazione delle date da sistemare su uno dei raggi uscenti dal centro O, ad esempio quello meridiano ON (fig. 323).

Ricordando quanto si è detto parlando dei clinometri (cap. XXIV), per attuare l'arbitraria graduazione delle date si possono immaginare varie soluzioni, tra le quali citiamo, al solito:

- graduazione a declinazione  $\delta$  uniforme, nella quale è costante la lunghezza grafica di ciascun grado di  $\delta$ ;
  - graduazione a calendario uniforme, nella quale è costante la lunghezza grafica di ciascun giorno o di ciascun grado zodiacale;
- nell'ambito di queste due soluzioni si possono ancora adottare i criteri di porre verso il centro



del quadro le declinazioni  $\delta$  positive ovvero quelle negative, ottenendo in tal modo quattro varianti di questo tipo di orologio (215).

Senza approfondire l'argomento, diciamo che l'assetto geometrico che a noi sembra più razionale è forse quello che si ottiene distanziando le scale giornaliere a  $\delta$  uniforme, con le declinazioni positive verso il centro del quadro; lo schema di un orologio azimutale costruito con questi criteri viene indicato nella figura 324; per confronto, nella figura 325 è riportato lo stesso orologio disposto con le declinazioni negative verso il centro. Si noti che il disegno della figura 324, ribaltato di  $180^\circ$  intorno all'orizzontale Est-Ovest, rappresenta la parte che manca al completamento della fascia circolare della figura 325.

In ogni caso il diagramma deve ovviamente essere interrotto in corrispondenza delle ore del sorgere e del tramonto. Per trovare i punti di interruzione su ciascun cerchio di declinazione, riprendiamo la formula dell'azimut:

$$\text{sen } Z = \frac{\cos \delta \text{ sen } P}{\cos h}$$

e in essa poniamo  $h = 0$  e  $P$  eguale all'arco semidiurno  $\alpha$ ; si ottiene l'espressione

$$\text{sen } Z = \cos \delta \text{ sen } \alpha$$

con la quale per ciascuna declinazione  $\delta$  tracciata sul quadrante si trova l'azimut  $Z$  al sorgere/tramonto; segnati questi punti sul quadro, si avvia su di essi una curva che rappresenta il limite della parte utile del diagramma (216).

Per completare il tracciato la scala delle declinazioni può essere suddivisa in sottomultipli (gradi dei segni, giorni, ecc.).

Per evitare equivoci sottolineiamo ancora una volta che in questo tipo di orologi la lunghezza dello stilo verticale è indefinita e non ha alcuna influenza, così come non ha significato l'ombra del suo punto terminale; l'unico requisito cui deve soddisfare la lunghezza dello stilo è che nelle peggiori condizioni deve far arrivare l'ombra al limite esterno del diagramma; perciò, se  $R$  è il raggio della scala più esterna  $ss'$  (fig. 326),  $g$  la lunghezza dello stilo,  $h_M$  l'altezza meridiana solstiziale del Sole alla data della scala  $ss'$  (21 Giugno o 22 Dicembre), deve essere:

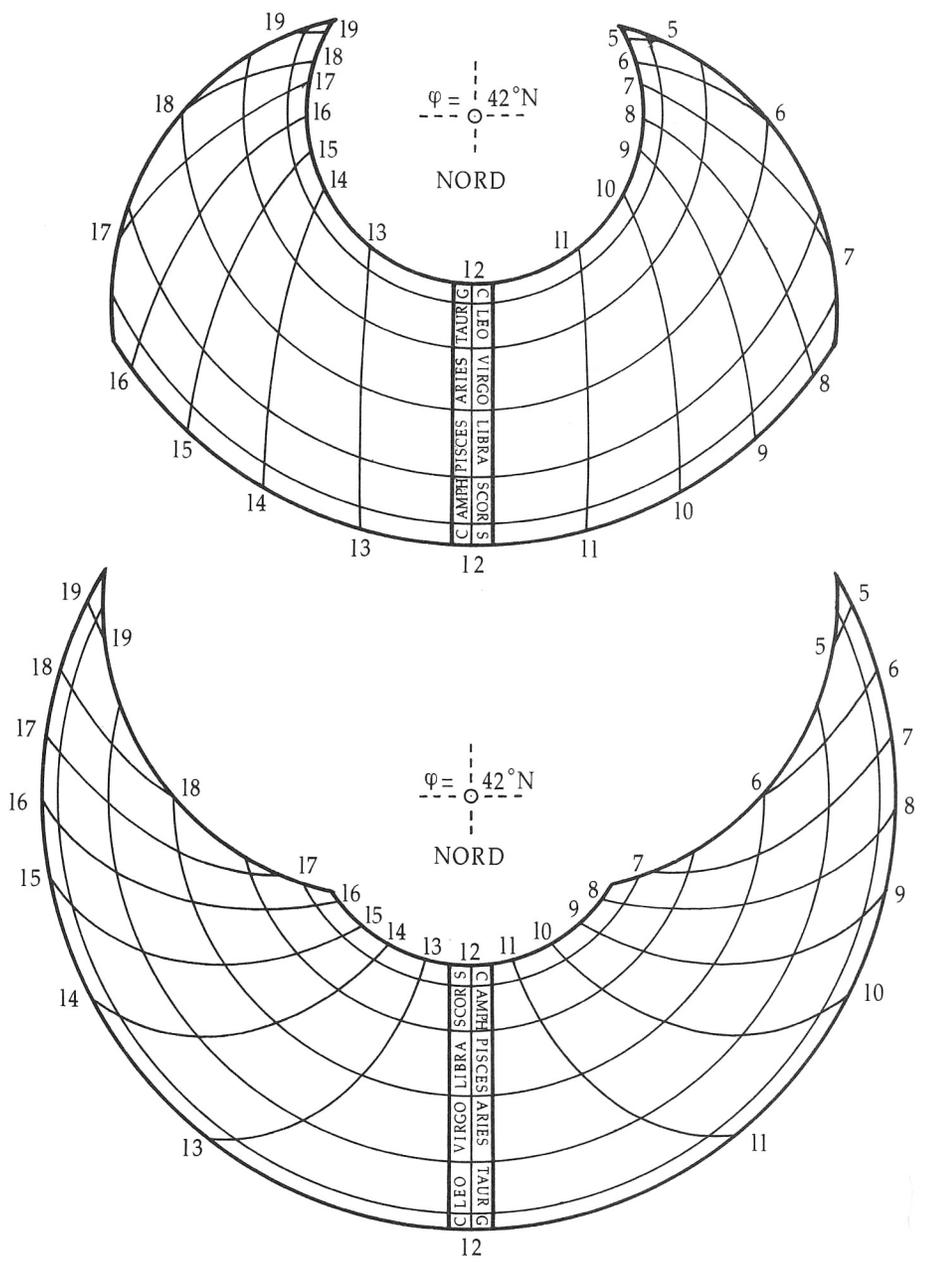
$$g \geq R \text{ tg } h_M.$$

Poiché  $h_M = (90^\circ - \varphi + \delta)$ , questa osservazione conferma l'opportunità di mettere alla periferia del diagramma le declinazioni negative; infatti, essendo in tal caso minima l'altezza solstiziale meridiana  $h_M$ , la lunghezza dello stilo può essere tenuta decisamente più piccola e maneggevole che non nel caso inverso.

Come orientamento, nelle nostre latitudini, ponendo le declinazioni positive al centro, lo stilo deve essere lungo all'incirca come il raggio del cerchio equinoziale e non meno di tre

(215) A questo punto l'analogia concettuale con gli orologi di altezza che abbiamo chiamato "clinometri quadrantali" appare del tutto evidente.

(216) Nel caso in cui la scala delle declinazioni sia a  $\delta$  uniforme, questa curva è molto prossima a un cerchio, e come tale può essere disegnata (come nelle figg. 324 e 325).



figg. 324-325

volte il raggio del cerchio solstiziale interno.

### 149) Esempio

A titolo di esempio riportiamo di seguito lo schema di calcolo relativo all'orologio azimutale della figura 324; la scala delle date è a declinazione uniforme, con le declinazioni positive al centro.

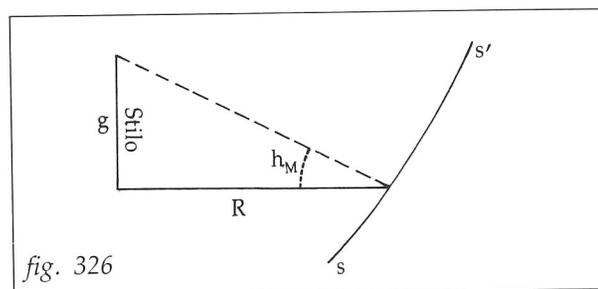


fig. 326

## ESEMPIO DI CALCOLO E DISEGNO DI UN OROLOGIO SOLARE AZIMUTALE

### DATI:

Latitudine : 42°.0N (Roma)  
 Raggio del cerchio interno : 30 mm  
 Raggio del cerchio esterno : 77 mm  
 Schema del tracciato : declinazioni positive al centro

### RAGGI DEI CERCHI DI DECLINAZIONE (Zodiaco)

$\delta$	+23°.5	+20°	+11°.5	0°	-11°.5	-20°	-23°.5
Raggio (mm)	30.0	33.5	42.0	53.5	64.5	73.5	77.0

### AZIMUT:

$$\text{sen } h = \text{sen } \varphi \text{ sen } \delta + \text{cos } \varphi \text{ cos } \delta \text{ cos } P; \quad \text{sen } Z = \frac{\text{cos } \delta \text{ sen } P}{\text{cos } h}$$

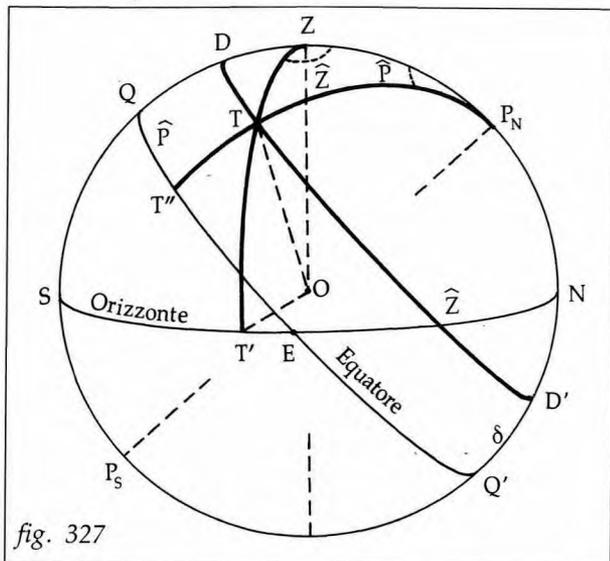
$\delta$		+23°.5	+20°	+11°.5	0°	-11°.5	-20°	-23°.5
Ora t	P	AZIMUT						
11 <sup>h</sup> - 13 <sup>h</sup>	1 <sup>h</sup>	141°.3	145°.4	152°.4	158°.2	162°.0	164°.2	165°.1
10 <sup>h</sup> - 14 <sup>h</sup>	2 <sup>h</sup>	117°.1	121°.7	130°.6	139°.2	145°.6	149°.5	151°.0
9 <sup>h</sup> - 15 <sup>h</sup>	3 <sup>h</sup>	102°.0	106°.0	114°.5	123°.8	131°.4	136°.4	138°.4
8 <sup>h</sup> - 16 <sup>h</sup>	4 <sup>h</sup>	90°.8	94°.2	102°.0	111°.1	119°.3	124°.9	127°.2
7 <sup>h</sup> - 17 <sup>h</sup>	5 <sup>h</sup>	81°.2	84°.2	91°.3	100°.2	108°.6		
6 <sup>h</sup> - 18 <sup>h</sup>	6 <sup>h</sup>	72°.1	74°.9	81°.4	90°.0			
5 <sup>h</sup> - 19 <sup>h</sup>	7 <sup>h</sup>	62°.8	65°.3					
Sorgere e Tramonto		57°.9	62°.3	74°.5	90°.0	105°.5	117°.7	122°.1

DISEGNO: figura 324.

## CAP. XXXII - OROLOGI AZIMUTALI PROIETTIVI

### 150) Concetto generale

Consideriamo ancora una volta la sfera celeste (fig. 327) in vista sul meridiano dell'osservatore Z, con l'orizzonte SEN, il polo elevato  $P_N$  e l'equatore  $QEQ'$ .



In un dato giorno dell'anno il Sole percorre il cerchio di declinazione  $DD'$  corrispondente alla data in questione; in un istante generico in cui T è la posizione del Sole, per questo punto passano tre cerchi, pertinenti alla misura dell'ora:

- il cerchio di declinazione  $DD'$ , individuato dalla declinazione  $\delta$  del giorno;
- il circolo orario  $P_NTT''$ , che definisce l'ora P di quell'istante;
- il verticale del Sole  $ZTT'$ , corrispondente al suo azimut istantaneo Z.

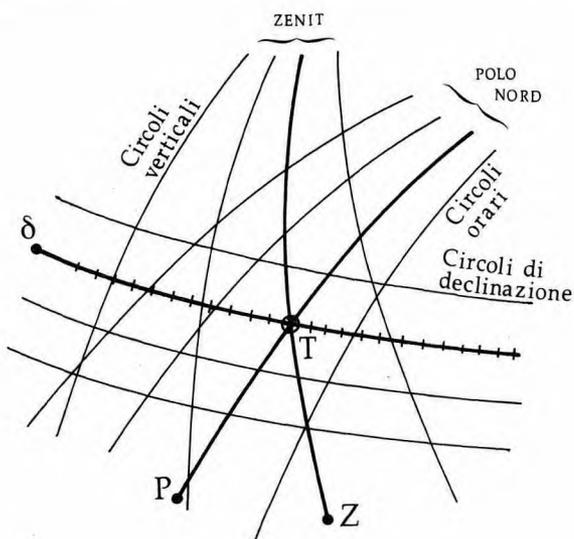
Se ora in un modo qualsiasi proiettiamo la sfera celeste su un quadro qualsiasi, su di esso vengono a trovarsi tre fasci di linee che si incrociano, ottenuti proiettando (fig. 328):

- tutti i cerchi di declinazione (compresi entro la fascia zodiacale);
- tutti i circoli orari, uscenti da  $P_N$ , tra il sorgere e il tramonto;
- tutti i verticali, uscenti da Z, tra il sorgere e il tramonto;

se nell'istante in cui il Sole è in T conosciamo l'azimut Z del Sole e la sua declinazione  $\delta$ , nel punto dove si incontrano le proiezioni dei corrispondenti cerchi (punto che rappresenta la proiezione della posizione T del Sole sulla sfera celeste) troviamo la proiezione di un circolo orario che ci dà l'ora di quell'istante.

In altre parole, ciascuna linea di declinazione  $\delta$  rappresenta una linea diurna sulla quale possiamo segnare per mezzo delle linee orarie una graduazione delle ore; su di essa scorre la "lancetta" costituita dal verticale del Sole, la cui posizione viene indicata dall'azimut Z; questa "lancetta" indica l'ora sulla graduazione delle ore.

Poiché la declinazione  $\delta$  della giornata va considerata nota, anche in questo caso la conoscenza dell'azimut istantaneo consente



di passare all'ora. Nel campo della gnomonica si è visto che il miglior modo per conoscere l'azimut del Sole è quello di piantare in terra una bacchetta verticale, e servirsi dell'orizzonte come quadro (fig. 321); in tal modo infatti l'ombra rettilinea della bacchetta, riferita al punto cardinale Sud, marca direttamente sull'orizzonte il valore dell'azimut  $Z$ . Ne deriva che il tipo di proiezione più conveniente è quello che si serve dell'orizzonte come quadro e che proietta la bacchetta verticale in un punto, centro dell'orologio.

In effetti nel passato sono state usate due proiezioni di questo tipo, entrambe con il quadro sull'orizzonte:

- la *proiezione stereografica*, con punto di proiezione su uno dei poli; con tale metodo si è ottenuto l'orologio azimutale detto "astrolabio orizzontale";

- la *proiezione ortografica*, che pone il punto di proiezione all'infinito sulla verticale dell'osservatore; con tale metodo, applicato con particolari accorgimenti, si è ottenuto l'orologio azimutale chiamato "analematico", e una sua variante detta "orologio di Lambert".

Prima di illustrare questi interessanti orologi occorre ancora ricordare che le ombre solari si manifestano dalla parte opposta del Sole; perciò il punto da prendere in considerazione nella proiezione come incrocio delle tre linee declinazione-azimut-ora non è il punto  $T$  della sfera celeste in cui si trova il Sole (fig. 329) ma il punto  $T'$  diametralmente opposto. Conseguenze immediate di ciò sono che:

- l'emisfero della sfera celeste da proiettare è quello *sotto l'orizzonte* anziché quello superiore che contiene lo zenit;
- la declinazione positiva deve essere assegnata ai cerchi di declinazione meridionali, e viceversa;
- gli angoli al polo  $P$  vanno misurati a partire dal meridiano inferiore  $P_N Q' P_S$  anziché da quello superiore  $P_N Q P_S$ ;
- gli azimut  $Z$  vanno presi (come già si era visto) a partire da Sud e con i segni Est e Ovest invertiti (così in figura l'azimut di  $T$  è da Nord verso Ovest, ma va misurato su  $T'$  da Sud verso Est).

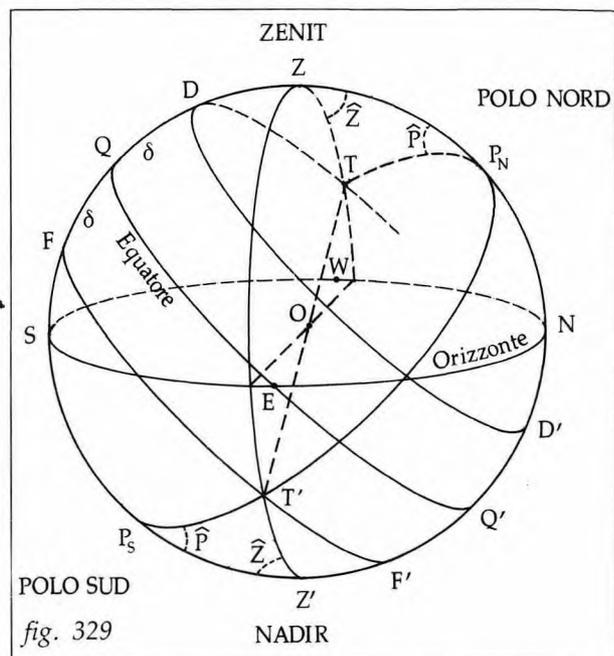


fig. 329

## CAP. XXXIII - L'OROLOGIO AZIMUTALE DETTO "ASTROLABIO ORIZZONTALE"

### 151) Note introduttive

L'"astrolabio orizzontale" è un orologio solare azimutale proiettivo, ottenuto proiettando stereograficamente sull'orizzonte l'emisfero inferiore della sfera celeste, con punto di proiezione sul Polo Nord.

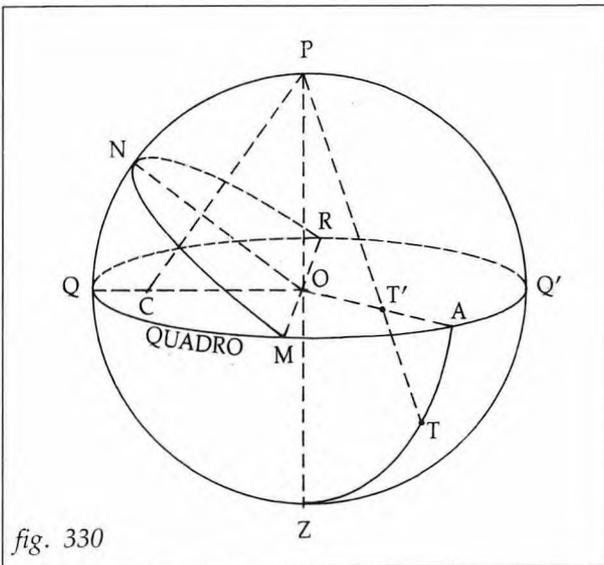
Il suo nome deriva dal fatto che la proiezione stereografica è stata quella normalmente impiegata nella costruzione degli astrolabi (217); l'aggettivo "orizzontale" serve a rammentare che il quadro di proiezione è l'orizzonte, proprio a differenza degli astrolabi veri e propri, che, generalmente, usavano come quadro il piano dell'equatore.

Il primo a descrivere questo modello fu l'inglese William Oughtred che nel 1636 pubblicò un saggio intitolato "The Description and Use of the double horizontall Dial"; uno dei quadranti di questo orologio doppio era appunto un astrolabio orizzontale (Vds. anche il successivo capitolo che tratta dell'orientamento degli orologi orizzontali). Successivamente l'astrolabio orizzontale fu ripreso e descritto dall'Ozanam (218) alla fine del '600, ma sempre in forma teorica.

Si tratta di uno strumento decisamente interessante, facile da costruire, e di ottimo rendimento; ciononostante, come in genere è stato destino degli strumenti azimutali, non mi risulta che in passato abbia avuto alcuna fortuna; in nessuna collezione o raccolta di orologi

solari mi è capitato di vederne un solo esemplare, tanto che vien fatto di pensare che esso sia stato solo una teorica esercitazione geometrica di qualche cultore di matematica.

Noi pensiamo invece che questo strumento meriti una descrizione completa e dettagliata, sia per il suo interesse intrinseco, sia perché, avvicinando l'orologio solare all'astrolabio, serve quasi da introduzione alla conoscenza degli astrolabi.



### 152) Cenni sulla proiezione stereografica

Questa operazione si effettua proiettando la superficie della sfera su un piano passante per il suo centro, dal punto che è uno dei poli del cerchio massimo giacente sul quadro.

(217) L'astrolabio è uno strumento più completo e sofisticato dell'orologio solare; esso non solo rappresenta tutta la sfera celeste, compresi gli astri, ma consente di seguire i movimenti dei corpi celesti e quindi di risolvere tutti i problemi relativi a questi movimenti.

(218) Ozanam, bibliografia n. 41 e 42.

Nella figura 330 il quadro è il piano che contiene il cerchio QMQ'R, il punto di proiezione è il polo P di QQ', pertanto il punto T si proietta in T', l'arco di cerchio ZA si proietta nel raggio OA.

Le proprietà della proiezione stereografica sono:

- l'angolo tra due linee sulla superficie della sfera è eguale all'angolo tra le loro proiezioni;
- la proiezione di un cerchio minore è un cerchio che ha per centro la proiezione del vertice del cono tangente alla sfera lungo il cerchio minore considerato;
- la proiezione di un cerchio massimo è un cerchio che ha per centro il punto in cui la perpendicolare condotta dal punto di proiezione al piano del cerchio massimo considerato incontra il quadro (così nella fig. 330 la proiezione del cerchio massimo MNR è un cerchio con centro nel punto C).

### 153) La proiezione stereografica della sfera celeste agli effetti dell'orologio azimutale

Assunto lo zenit Z come punto di proiezione, dobbiamo proiettare sul piano dell'orizzonte gli elementi dell'emisfero celeste invisibile che interessano l'orologio solare.

Omettendo per brevità le dimostrazioni, descriviamo una procedura geometrica per ricavare detti elementi.

#### Polo Sud ed equatore (fig. 331)

Chiamata  $\varphi$  la latitudine locale, dal punto Ovest si tracciano le due rette che formano con la linea Ovest-Est, verso Sud, gli angoli  $\frac{1}{2}(90^\circ - \varphi)$  e  $(90^\circ - \varphi)$ ; sulla linea Nord-Sud la prima individua il punto A, che rappresenta il Polo Sud, la seconda individua il punto C, centro del cerchio-equatore; quest'ultimo si disegna con raggio CE o CW.

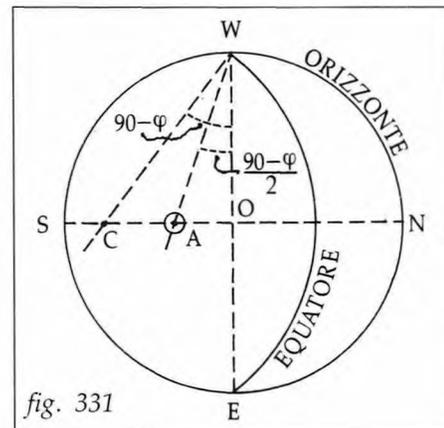


fig. 331

#### Cerchi di declinazione (fig. 332)

Dal punto Ovest si tracciano le due rette che formano con la linea Ovest-Est gli angoli  $90^\circ - \frac{1}{2}(\varphi + \delta)$  verso Sud e  $\frac{1}{2}(\varphi - \delta)$  verso Nord; all'incontro con la linea Nord-Sud esse definiscono il segmento HK, che è il diametro del cercato cerchio di declinazione  $\delta$ , e che consente quindi di tracciare il cerchio.

#### Circoli orari (fig. 333)

Per disegnare il cerchio orario di angolo orario P:

- da Ovest si conduce verso Nord la retta inclinata di  $\varphi$  rispetto alla linea W-E e dove questa incontra la linea N-S si trova il punto D;
- per D si conduce la perpendicolare dd' alla N-S (valida per tutti i cerchi orari);
- per la proiezione A del polo si conduce una retta

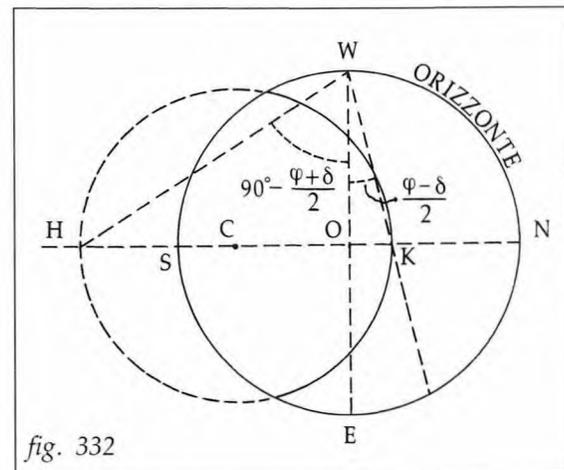


fig. 332

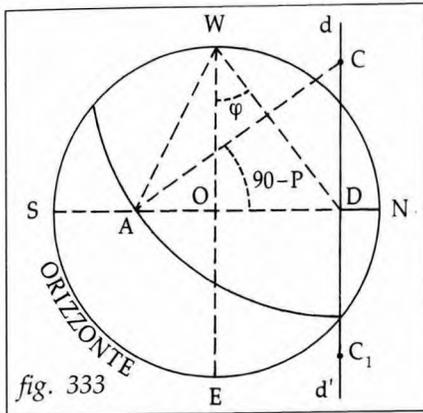


fig. 333

inclinata di  $90^\circ - P$  sulla AN, verso Est per le ore antimeridiane, verso Ovest per quelle pomeridiane; essa incontra la dd' nel punto C, che è il centro del circolo orario proiettato; questo si traccia con centro C e raggio CA.

Note: Il punto A divide il circolo orario in due archi; uno è il circolo orario dell'ora t, l'altro dell'ora  $t \pm 12^h$ .

Per numerare con le ore i circoli orari si tenga presente che la retta AN è l'oraria delle  $12^h$  e che sui quadri orizzontali le ore ruotano in senso orario.

### 154) Costruzione e uso dell'"astrolabio orizzontale"

Lo strumento si costruisce per via geometrica usando direttamente le regole che abbiamo indicato nella descrizione della proiezione stereografica; si ottengono in tal modo su un quadro circolare orizzontale il polo, il fascio dei cerchi di declinazione e il fascio dei circoli orari.

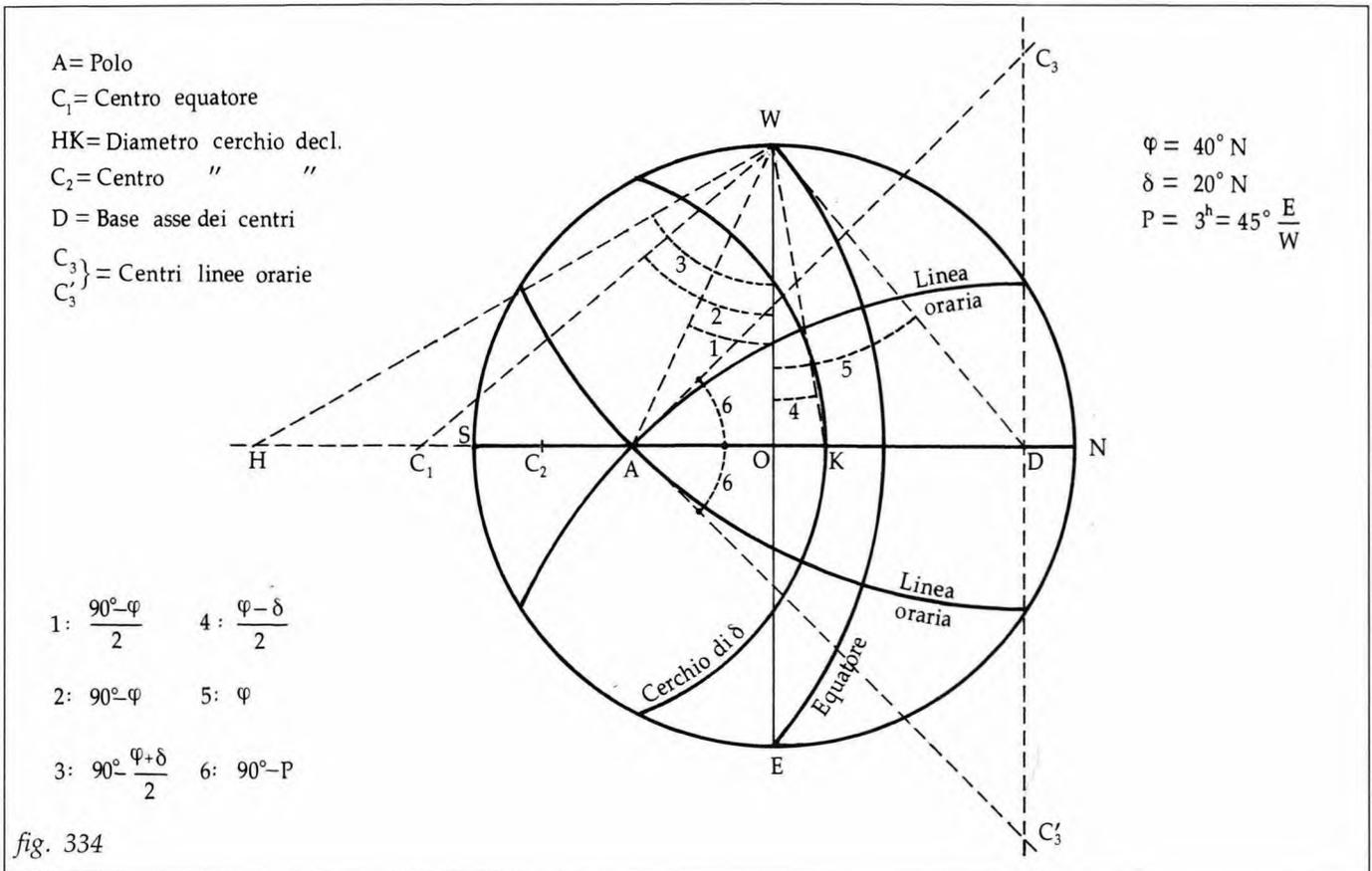


fig. 334

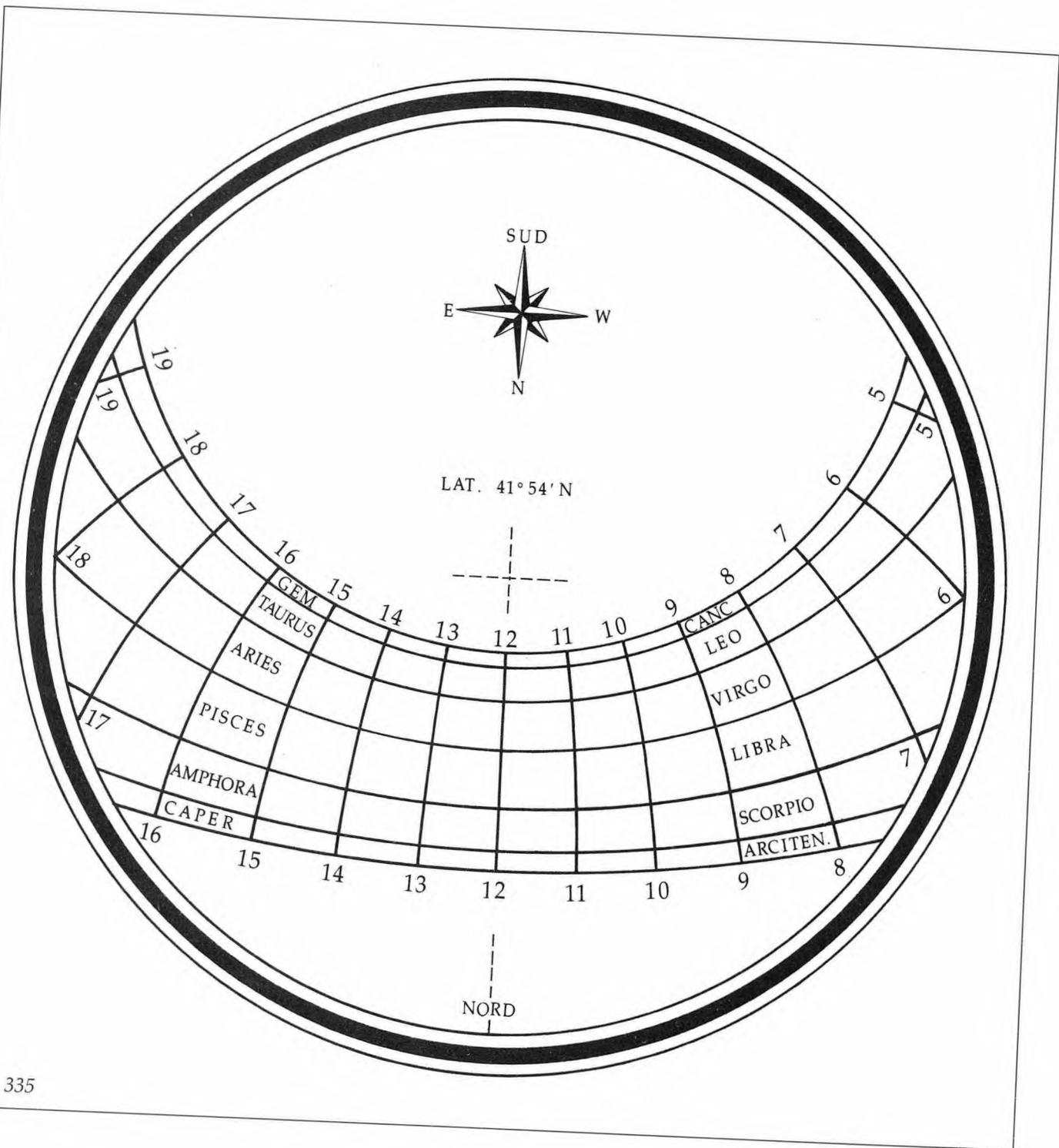
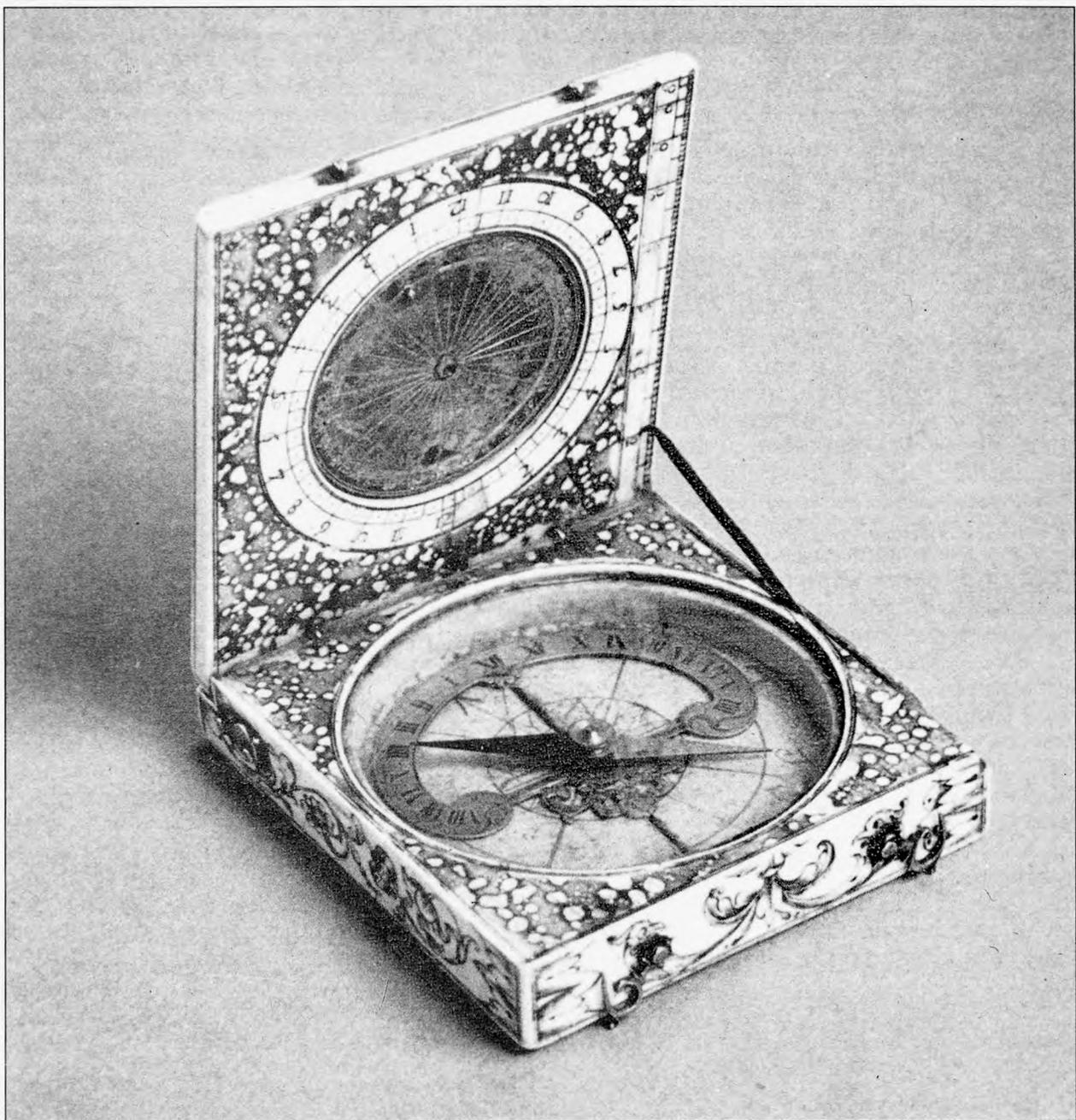


fig. 335

Nella figura 334 si indicano in forma schematica le operazioni geometriche costruttive; nella figura 335 è disegnato un esempio di astrolabio orizzontale completo, senza troppi ornamenti.

Per l'uso dello strumento bisogna anzitutto installare uno stilo verticale nel centro O; la sua lunghezza è arbitraria, ma deve consentire che la sua ombra raggiunga almeno tutta la fascia zodiacale anche nella più sfavorevole situazione, cioè al solstizio estivo. Quindi si dispone lo strumento ben orizzontale e lo si orienta in modo che la linea meridiana coincida con il meridiano locale (punto A verso il Sud); a tale scopo il sistema più semplice è quello di installare sul quadro una buona bussoletta (219). Sullo strumento così orientato l'ora si legge sul diagramma nel punto in cui l'ombra taglia il cerchio di declinazione della giornata.

(219) Nel successivo cap. XXXVI si descrivono altri sistemi per orientare gli orologi azimutali.



80

80, Orologio analemmatico portatile del tipo "di Dieppe" costruito in avorio e argento da Bloud. L'orientamento è realizzato con il sistema "magnetico": gli spigoli del coperchio forniscono l'ombra, mentre l'ago magnetico indica l'ora sull'ellisse oraria.

## CAP. XXXIV - L'OROLOGIO AZIMUTALE DETTO "ANALEMMATICO"

155) *Note introduttive*

L'orologio solare azimutale conosciuto col brutto nome di "analematico" a mio giudizio è probabilmente il più geniale degli strumenti escogitati per la misura del tempo a mezzo delle ombre, e pur non avendo avuto grande diffusione pratica, ha offerto certamente ampia palestra di ricerca e studio per i matematici dal '500 sino ai giorni nostri.

Il tracciato di questo quadrante si ottiene con una particolare proiezione ortografica della sfera celeste sull'orizzonte ed ha le caratteristiche di avere lo stilo mobile e il diagramma delle linee orarie concentrato in una curva di forma ellittica.

L'aggettivo "analematico" che dà il nome a questo orologio deriva dall'"analemma" degli astronomi greci e romani (Tolomeo, Vitruvio), nome che in quelle culture veniva dato appunto alla proiezione ortografica della sfera celeste.

Ancora una volta si tratta di un orologio la cui origine rimane sconosciuta. Gli autori più antichi che se ne occuparono furono il francese Vaulezard (1640) e l'inglese Foster (1654); però il famoso orologio di questo tipo che è tracciato sul sagrato della chiesa di Brou a Bourg-en-Bresse (Francia) è certamente precedente e probabilmente risale al periodo in cui la chiesa veniva costruita (1513-1532); purtroppo di questo esemplare non si ha alcuna testimonianza scritta e il suo autore resta sconosciuto. Poiché il francese Oronce Finé nel suo trattato del 1532 (220), opera approfondita e apparentemente completa, descrive tutta la gnomonica pratica di quei tempi ma non parla affatto dell'orologio analematico, dobbiamo concludere che questo quadrante è stato inventato da un ignoto nella prima metà del XVI secolo.

Ciò che resta sicuro è che il suo geniale e sconosciuto inventore ha perso un'ottima occasione per passare alla storia.

In tempi più recenti (1974) il noto meridianista francese Louis Janin ha minuziosamente ricostruito in un pregevole studio (221) tutta la storia dell'orologio analematico attraverso i secoli, descrivendo i vari procedimenti matematici che gli scienziati hanno usato per dare la dimostrazione matematica di questo quadrante, dal tempo di Vaulezard sino ai giorni nostri (222).

Numerosi meridianisti hanno inserito l'orologio analematico nei loro trattati (ma senza giustificarlo, come spesso facevano gli scrittori del passato). Citiamo tra i principali Ozanam, che lo descrive assai bene nelle sue "Récréations Mathématiques" alla fine del '600; Bion che nel 1723 ne insegna la costruzione nel suo testo su "Gli Strumenti di Matematica"; Bedos de Celles che gli ha dato la maggiore pubblicità nel suo famoso trattato di gnomonica del 1790 (223).

Il procedimento con cui questo strumento è stato dimostrato ha subito una certa evoluzione nel tempo. Lo schema di Vaulezard e Foster era piuttosto contorto; Lalande lo

(220) Bibliografia n. 26.

(221) Bibliografia n. 29.

(222) Per la cronaca, usando il citato studio di Janin elenchiamo in ordine cronologico i principali studiosi di gnomonica che si sono cimentati nella dimostrazione del quadrante analematico: Vaulezard (1640), Foster (1654), Lalande (1759), Wentzio (1767), Euler (1768), Delambre (1827), Chomard (1906), Drecker (1925), Stohler (1951), Terpstra (1959), Rohr (1965), Sagot (1970), Janin (1974).

ignorava e lo ricostruì ex-novo in un raro libretto (223) affermando che la procedura, ancora piuttosto complicata, era di sua invenzione; i successori trovarono varie strade, ovviamente sempre più razionali, ma spesso troppo "matematiche" per essere popolari e facilmente divulgabili. Qui, come fece Lalande, proviamo a costruire una nuova dimostrazione, derivandola ovviamente dall'esame della sfera celeste, con lo scopo di far vedere quanto questo strumento sia facile da capire e facilissimo da costruire.

### 156) Concetto generale dell'orologio analemmatico

Lo scopo geometrico finale che si prefigge questo tipo di orologio (e che certamente ha guidato la ricerca del suo inventore) è in sostanza quello di *raggruppare tutte le scale giornaliere dell'orologio azimutale in una sola linea*.

Si consideri (fig. 336) lo schema di un qualsiasi orologio azimutale, simile ad esempio a quello della figura 324 o 325, con le scale giornaliere  $D_1$ ,  $D_2$ ,  $D_3$ , ecc. sulle quali i punti orari come  $T_{11}$ ,  $T_{12}$ ,  $T_{13}$ , ecc. individuano le linee orarie  $11^h$ ,  $12^h$ ,  $13^h$ , ecc.

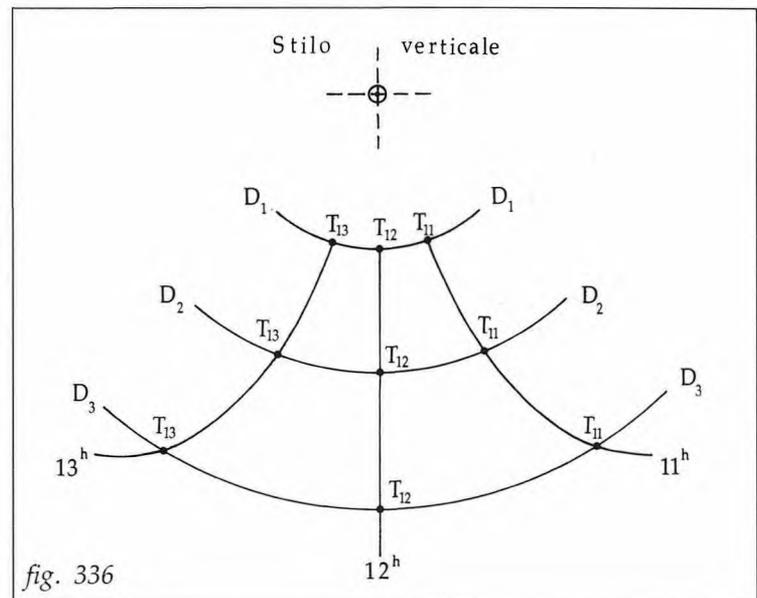
Se troviamo un assetto geometrico delle scale giornaliere tale da poterle sovrapporre sulla stessa linea e in modo tale che tutti i punti relativi alla stessa ora coincidano, avremo semplificato sostanzialmente il diagramma del quadrante; esso rimarrebbe costituito da una sola scala giornaliera, valida per tutto l'anno, mentre ciascuna linea oraria verrebbe a concentrarsi in un unico punto, come indicato nella figura 337.

Vedremo come l'orologio analemmatico ottiene appunto questo risultato, portando tutte le scale giornaliere a coincidere con la linea equinoziale.

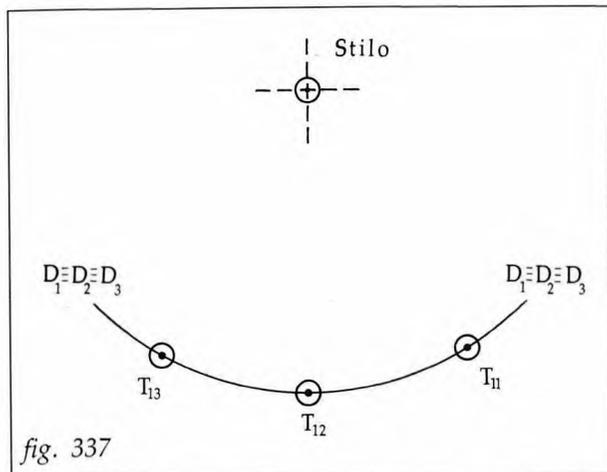
### 157) La proiezione ortografica della sfera celeste agli effetti dell'orologio azimutale

Riprendiamo la sfera celeste (fig. 338a), e, seguendo i principi della sua proiezione sul piano orizzontale per ottenere un orologio solare azimutale proiettivo, eseguiamo una proiezione ortografica dell'emisfero inferiore (sotto l'orizzonte) con punto di proiezione all'infinito, prendendo in considerazione, ovviamente:

- poli ed equatore;
- cerchi di declinazione (entro la fascia zodiacale);
- circoli orari (dal tramonto al sorgere);



(223) Bibliografia n. 42, 10, 6, 31.



senza approfondire, per ora, i dettagli dell'operazione osserviamo che i cerchi della sfera, sia massimi che minori, si proiettano sul quadro secondo ellissi, le cui dimensioni dipendono dall'inclinazione del cerchio rispetto all'orizzonte-quadro e dal suo raggio. Così i cerchi orari diventano ellissi che passano per i poli, con gli assi maggiori tutti eguali e passanti per il centro, mentre i cerchi di declinazione diventano ellissi in cui entrambi gli assi diminuiscono a mano a mano che i cerchi-origine si allontanano dall'equatore.

Otteniamo in tal modo un diagramma ore-declinazione che si presenta più o meno come nella figura 338b, e che con uno stilo

verticale al centro certamente può funzionare come orologio solare in modo del tutto identico all'astrolabio orizzontale che abbiamo appena visto. Anche in questo caso, dopo aver orientato lo strumento, nel punto dove l'ombra dello stilo taglia il cerchio di declinazione della giornata si legge l'ora sulla linea oraria che passa per quel punto; in altre parole, anche in questo caso le ellissi di declinazione proiettate sull'orizzonte servono da scale diurne sulle quali l'ombra dello stilo marca l'ora, trasformando l'azimut in ora come in qualsiasi orologio azimutale.

È facile vedere, però, che con questo orologio "ortografico" non abbiamo raggiunto il risultato che volevamo ottenere; infatti le ellissi che si formano sul piano dell'orizzonte come proiezione dei cerchi di declinazione (scale orarie diurne) sono di misure varie e più piccole dell'ellisse che proietta l'equatore; esse pertanto non sono sovrapponibili.

Mi piace immaginare che proprio a questo punto il nostro ignoto inventore abbia avuto il suo lampo di genio, facendo precedere alla proiezione ortografica una *preventiva proiezione centrografica della sfera celeste sul cilindro circolare retto tangente all'equatore* (punto di proiezione il centro  $O$ ).

Poiché sulla sfera celeste ciò che interessa sono le direzioni e non le distanze, questa preventiva proiezione centrografica (che non altera le direzioni dal centro) mantiene piena validità a tutti gli elementi della sfera stessa e alle loro relazioni. L'assetto degli elementi pertinenti alla misura del tempo si presenta sul "cilindro celeste" come nella figura 339a, dove:

- l'equatore rimane il cerchio  $QQ$ , mentre i poli vanno all'infinito in  $P'_N, P'_S$ ;
- i semipiani verticali (non indicati in figura) restano inalterati, così come le loro tracce sull'orizzonte;
- ciascun cerchio di declinazione  $DD$  di centro  $C$  si porta in  $D'D'$ , divenendo sul cilindro un cerchio eguale all'equatore, con centro  $C'$ ;
- ciascun cerchio orario  $TT$  si proietta sulla retta  $T'T'$ , generatrice del cilindro e quindi parallela all'asse  $P'_N P'_S$ ;
- gli angoli pertinenti (latitudine  $\varphi$ , declinazione  $\delta$ , azimut  $Z$ , angolo al polo  $P$ ) rimangono inalterati.

Se ora eseguiamo la *proiezione ortografica del cilindro sull'orizzonte*, otteniamo un tracciato come nella figura 339b, nella quale:

- i cerchi di declinazione (scale giornaliere) sono divenuti ellissi, tutte identiche all'ellisse equinoziale, con gli assi minori sulla stessa retta  $P'_N P'_S$ ;
- i cerchi orari sono divenuti rette parallele agli assi minori, come la  $T'T'$ ;
- i punti  $T'$  di egual ora, giacendo sullo stesso circolo orario, si allineano su una retta parallela agli assi minori.

A questo punto è evidente che il nostro problema geometrico è stato risolto; basta infatti slittare ciascuna "ellisse di declinazione" lungo l'asse minore sino a che il suo centro coincida con il centro  $O$  dell'equinoziale perché tutte le ellissi, che sono eguali, si sovrappongano sull'ellisse equinoziale e la scala giornaliera diventi unica per tutto l'anno, con una sola serie di "punti orari" su di essa.

Naturalmente, per mantenere inalterata la posizione dello stilo rispetto alle ellissi, quando spostiamo di  $s$  un'ellisse, dobbiamo spostare della stessa quantità  $s$  anche il punto su cui è piantato lo stilo; questo perciò diventa specifico per ciascuna ellisse e quindi per ciascuna data; in sostanza con questa soluzione lo stilo deve essere mobile lungo l'asse minore dell'ellisse, cioè lungo la

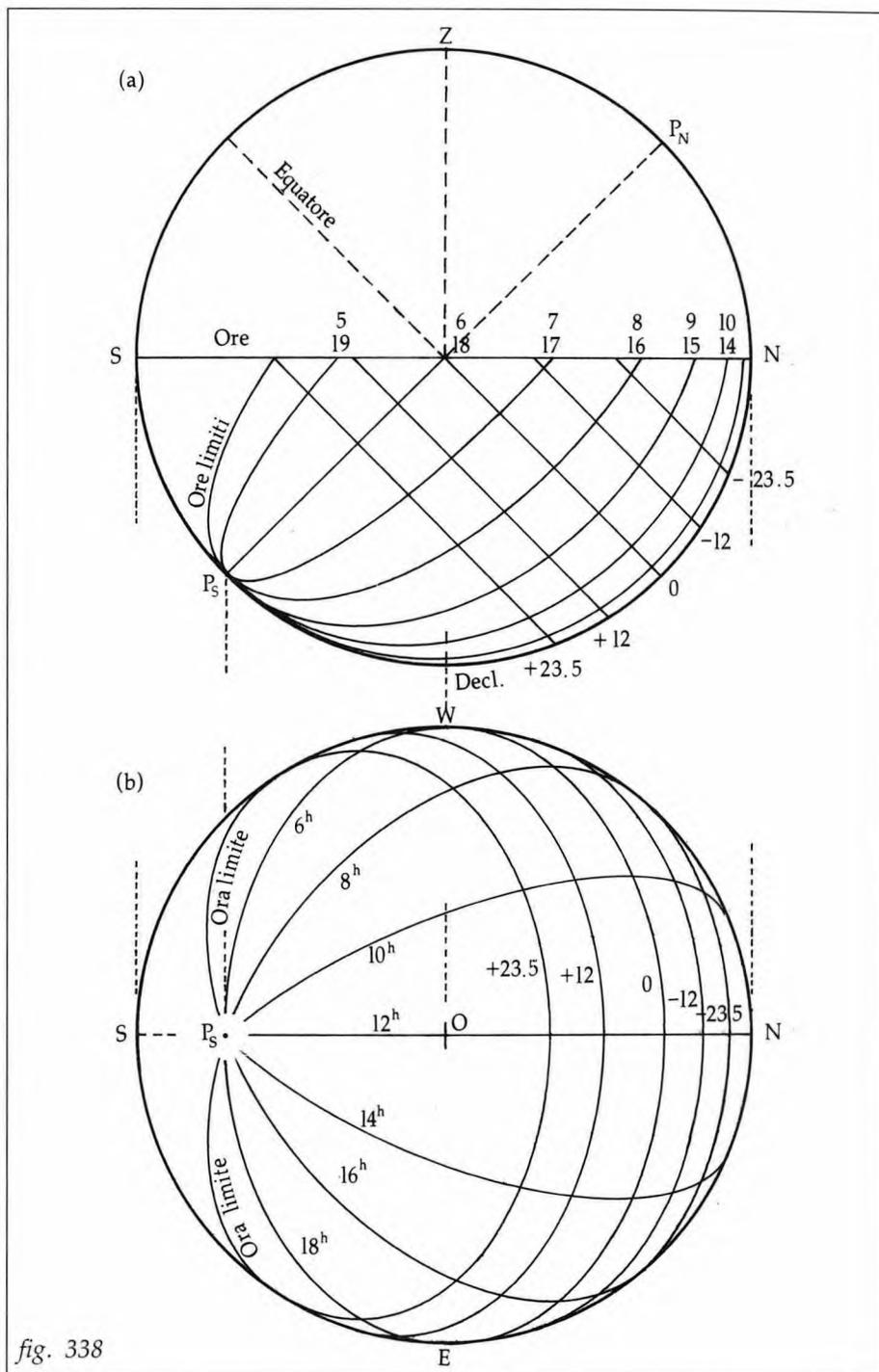
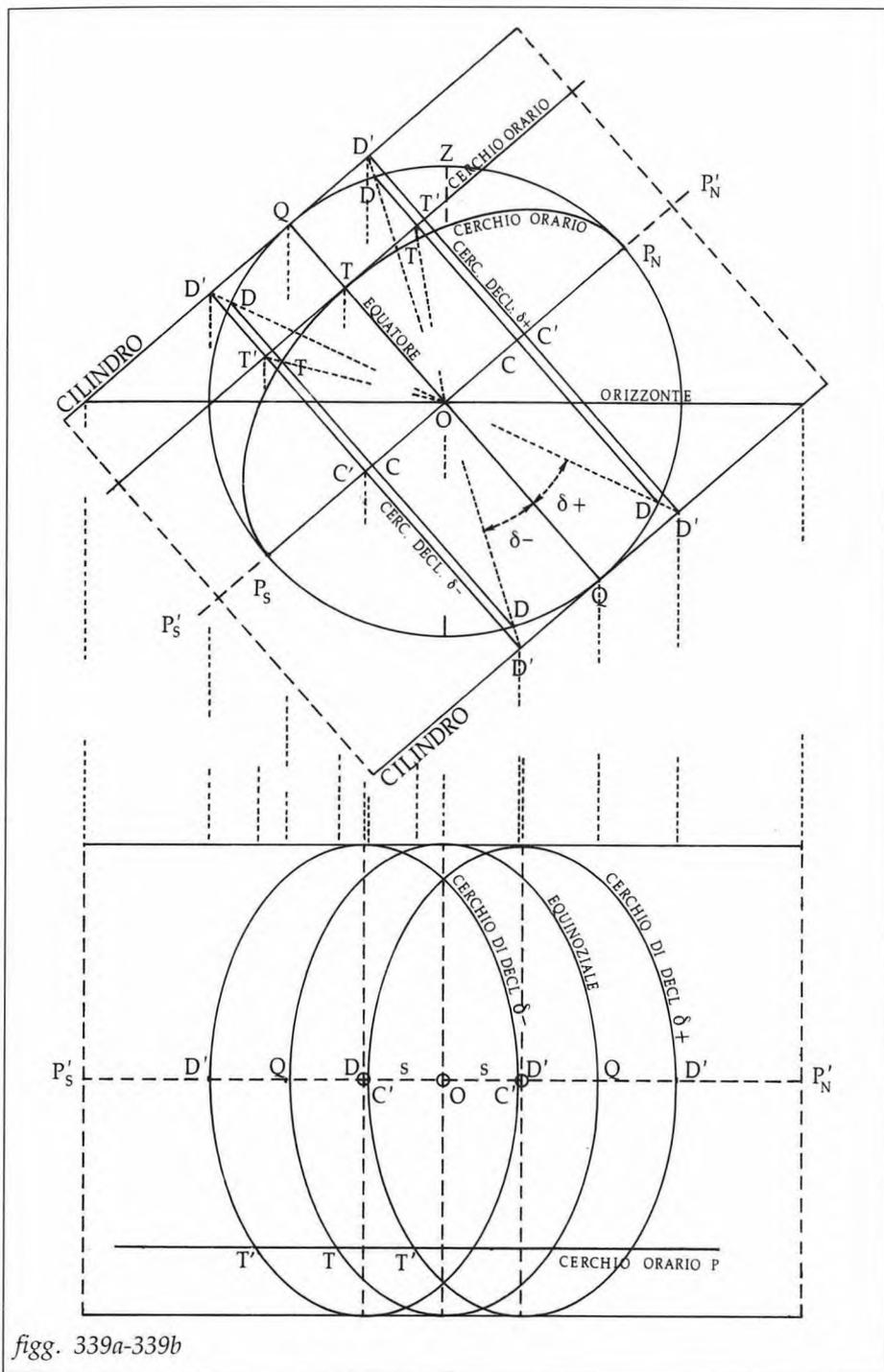


fig. 338



figg. 339a-339b

linea meridiana, in modo che per ciascuna data lo si possa spostare di tanto quanto si è slittata l'ellisse corrispondente per portarla a coincidere con l'ellisse equinoziale (224).

La figura 340 schematizza il risultato geometrico che abbiamo ottenuto.

In essa figurano la scala giornaliera unica a forma di ellisse, i punti orari distribuiti su di essa, e la scala delle date (o declinazioni) su cui bisogna spostare lo stilo al variare della declinazione  $\delta$  del Sole.

Il funzionamento dello strumento così congegnato è semplicissimo; all'ora  $P$ , disposta l'ellisse orizzontalmente con l'asse minore sul meridiano locale (ora  $12^h$  verso Nord), si regola la posizione dello stilo nel punto in cui gli compete per la data; l'ombra dello stilo si dispone lungo l'opposto dell'azimut del Sole e taglia l'ellisse nel punto in cui sono concentrati i "punti orari" relativi a quell'ora  $P$  e dove quindi si legge l'ora  $P$  (trasformata in ora  $t$  con la solita espressione  $t = 12^h \pm P$ ).

Da notare che il settore tratteggiato dell'ellisse nella figura 340 si riferisce alle ore notturne non utili, e quindi può essere eliminato.

(224) Nulla vieta che all'atto pratico, anziché spostare lo stilo, si sposti, in senso contrario e della stessa quantità, l'ellisse stessa; l'importante è che si realizzi la giusta distanza  $s$  tra la base dello stilo e il centro dell'ellisse.

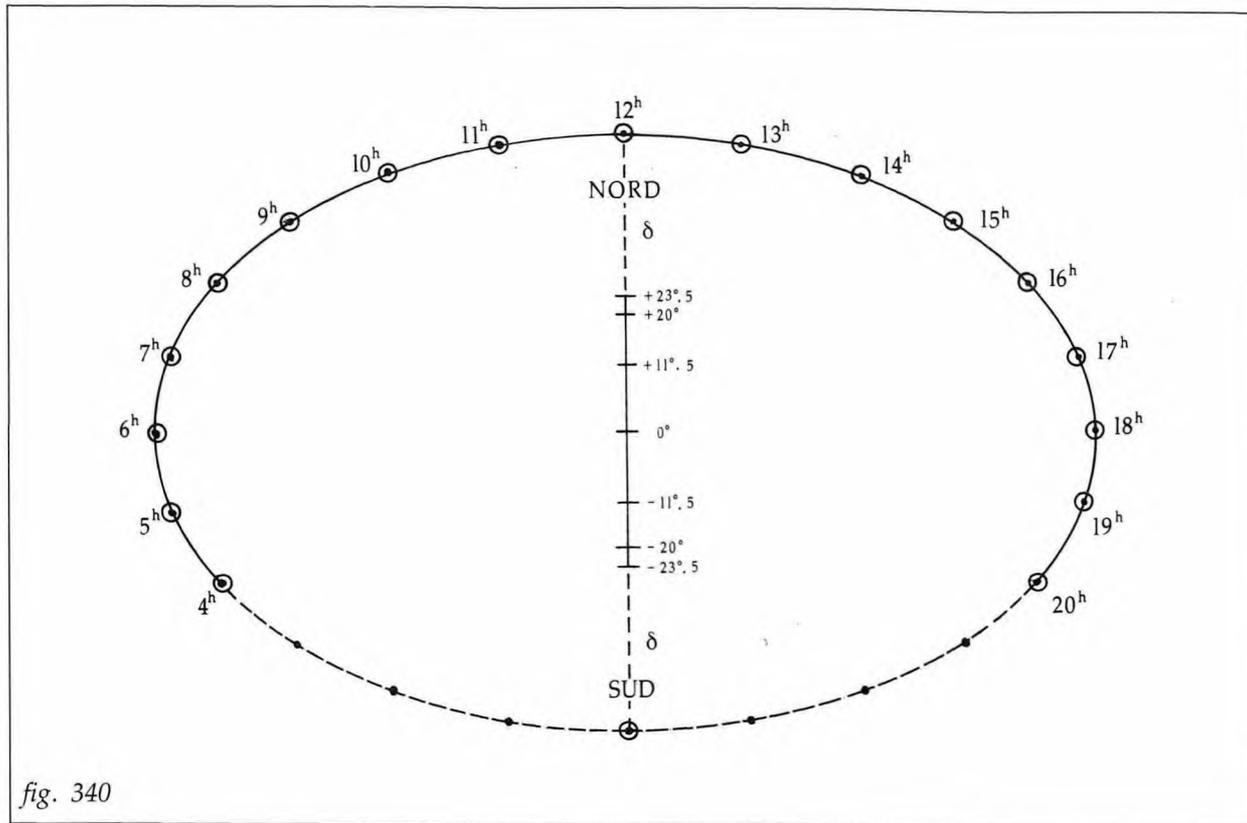


fig. 340

**158) Le formule per la costruzione dell'orologio analemmatico**

Risolto geometricamente il problema di concetto, ricerchiamo le formule che ci consentano di costruire l'orologio analemmatico in via analitica. Assumendo come dato la lunghezza  $a$  del semiasse maggiore dell'ellisse unica, dobbiamo individuare:

- il semiasse minore  $b$ ;
- il tracciato dell'ellisse;
- la posizione dei "punti orari" sull'ellisse;
- lo spostamento  $s$  dello stilo per ciascuna data;
- la lunghezza  $g$  dello stilo.

a) Semiasse minore  $b$  (fig. 341)

Se  $OQ = a$  è il raggio della sfera celeste, nella proiezione centrografica/ortografica dell'equatore  $QQ$  si ottiene l'ellisse che ha come semiasse maggiore  $OQ$ , eguale al raggio  $a$  della

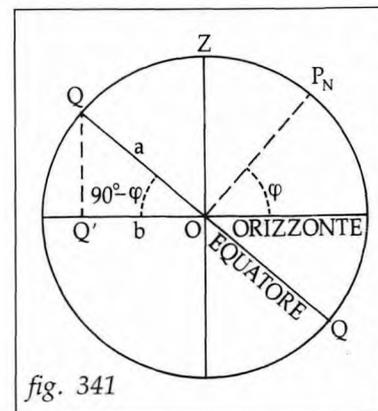


fig. 341

sfera, e come semiasse minore  $b$  il segmento  $OQ'$ . Dal triangolo  $OQQ'$  si ha la formula cercata:

$$b = a \operatorname{sen} \varphi$$

b) *Tracciato dell'ellisse e punti orari su di essa*

L'ellisse equinoziale su cui disporre le ore si potrebbe calcolare utilizzando la sua equazione:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1;$$

se però individuiamo prima una serie di "punti orari", il calcolo dell'ellisse diviene superfluo poiché la curva si può disegnare avviandola sui "punti orari" così trovati.

La ricerca dei punti orari  $T$  corrispondenti alle varie ore  $P$  si può fare calcolandone in alternativa (fig. 342):

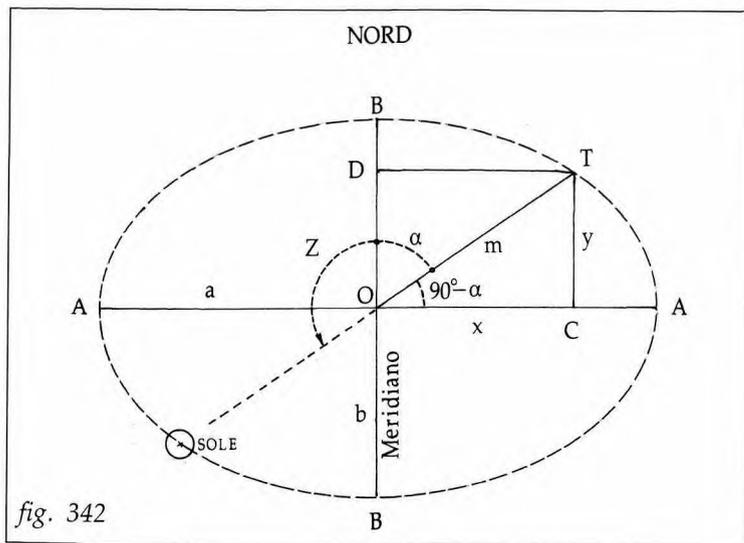


fig. 342

- le *coordinate polari* nel sistema che ha il centro nel centro  $O$  dell'ellisse e per asse il semiasse  $OB$  nella direzione Nord; esse sono perciò l'angolo  $\alpha = 180^\circ - Z$  e la distanza  $m$  da  $O$ ;
- le *coordinate cartesiane*  $x$  ed  $y$  nel sistema che ha il centro in  $O$  e per assi gli assi dell'ellisse.

Nel primo caso, per ottenere la formula dell'angolo  $\alpha$  torniamo sulla sfera celeste (fig. 343) dove, posto il Sole sull'equatore nel punto  $T$ , dal triangolo  $P_N Z T$  che ha il lato  $P_N T$  di  $90^\circ$  ricaviamo immediatamente:

$$\operatorname{tg} Z = \frac{-\operatorname{tg} P}{\operatorname{sen} \varphi}$$

e quindi, essendo  $Z = 180^\circ - \alpha$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\operatorname{tg} P}{\operatorname{sen} \varphi}$$

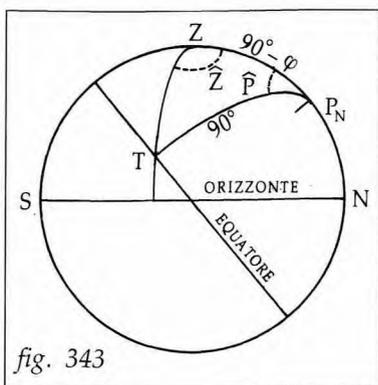


fig. 343

Per avere la distanza  $m$ , guardiamo la sfera celeste come viene indicata nella figura 344; l'equatore  $QQ'$  è proiettato ortograficamente nell'ellisse  $ABA'$ ; il punto  $T$  in cui è il Sole sull'equatore si proietta in  $T'$  e la distanza cercata  $m$  è il segmento  $OT'$ ; dal triangolo piano rettangolo  $OTT'$  in cui l'angolo  $\widehat{T'OT}$  è l'altezza  $h$  del Sole e  $OT$  è il raggio della sfera  $a$  (eguale al semiasse maggiore dell'ellisse) si ricava:  $m = a \cos h$ ;





e) *Riassunto delle formule*

In conclusione le formule per costruire l'orologio azimutale analemmatico, data la latitudine  $\varphi$  e il semiasse maggiore  $a$  dell'ellisse, sono:

– *Asse minore dell'ellisse:*

$$b = a \sin \varphi$$

– *Punti orari sull'ellisse, per le ore P:*

in coordinate cartesiane

$$\begin{cases} x = a \sin P \\ y = b \cos P \end{cases}$$

in coordinate polari

$$\begin{cases} \operatorname{tg} \alpha = \frac{\operatorname{tg} P}{\sin \varphi} \\ m = a \frac{\sin P}{\sin \alpha} \end{cases}$$

– *Spostamento dello stilo per la data:*

$$s = a \cos \varphi \operatorname{tg} \delta \quad (\text{ovvero } s = b \operatorname{cotg} \varphi \operatorname{tg} \delta)$$

(s positive verso Nord, s negative verso Sud)

– *Lunghezza dello stilo*

$$l = \text{circa } a$$

f) *Esempio di calcolo e disegno (fig. 346)*

Allo scopo di fissare le idee e per dimostrare quanto sia semplice il calcolo di un orologio analemmatico, ne riportiamo di seguito un esempio per la latitudine  $42^{\circ}.0N$ , con lunghezza del semiasse maggiore  $a = 75 \text{ mm}$ .

– *Semiasse minore ( $b = a \sin \varphi$ )*

$$b = 50.2$$

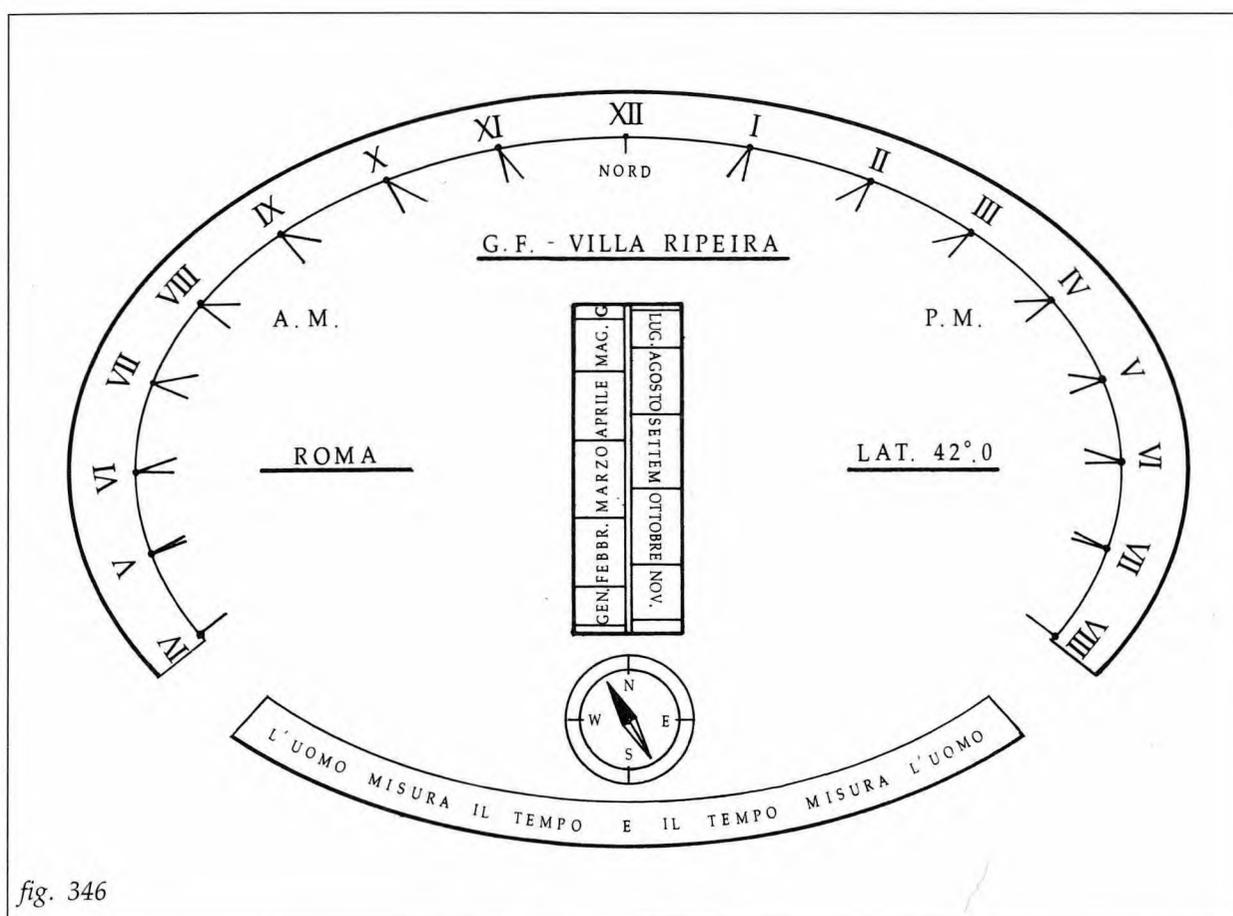
– *Punti orari, in coordinate cartesiane ( $x = a \sin P$  ;  $y = b \cos P$ )*

P	0 <sup>h</sup>	1 <sup>h</sup>	2 <sup>h</sup>	3 <sup>h</sup>	4 <sup>h</sup>	5 <sup>h</sup>	6 <sup>h</sup>
x	0	19.4	37.5	53.0	65.0	72.4	75.0
y	50.2	48.5	43.5	35.5	25.1	13.0	0

— Scala delle date ( $s = a \cos \varphi \operatorname{tg} \delta$ )

Data	$\delta$	s
1.1	$-23^{\circ}.1$	-23.8
1.2	$-17^{\circ}.3$	-17.4
1.3	$-7^{\circ}.7$	-7.5
1.4	$+4^{\circ}.4$	+4.3
1.5	$+14^{\circ}.9$	+14.8
1.6	$+22^{\circ}.0$	+22.5
Solst.	$+23^{\circ}.5$	+24.2

Data	$\delta$	s
1.7	$+23^{\circ}.1$	+23.8
1.8	$+18^{\circ}.1$	+18.2
1.9	$+8^{\circ}.4$	+8.2
1.10	$-3^{\circ}.0$	-2.9
1.11	$-14^{\circ}.3$	-14.2
1.12	$-21^{\circ}.7$	-22.2
Solst.	$-23^{\circ}.5$	-24.2



### 159) La costruzione per via geometrica

Metodi geometrici per disegnare l'orologio analematico sono stati ampiamente descritti e usati dai nostri predecessori vecchi e moderni, spesso seguendo il classico procedimento

indicato, tra gli altri, da Bion e da Bedos de Celles (227), ripreso tra i moderni anche da Rohr e da Cousins (228), inspiegabilmente complicato e farraginoso specialmente dove tratta del posizionamento dello stilo.

Nel riproporre la costruzione del quadrante analematico per via geometrica vogliamo soprattutto dimostrare quanto semplice e facile essa possa essere. Anche in questo caso consideriamo come dati la latitudine  $\varphi$  e il semiasse maggiore  $a$ .

a) *Il semiasse minore  $b$  e la distanza focale  $f$  (fig. 347)*

Se  $AA'$  è l'asse maggiore  $2a$  e  $O$  il centro, si conduca per  $O$  la semiretta inclinata di  $\varphi$  su  $OA$  e su di essa si stacchi il segmento  $OC$  eguale ad  $a$ . La perpendicolare da  $C$  ad  $AA'$  individua il segmento  $FC$  che è il semiasse minore  $b$  dell'ellisse; si ha infatti  $FC = a \sin \varphi$ . In conseguenza  $OF$  è la distanza focale  $f$  ( $f = a \cos \varphi$ ), e  $F$  uno dei fuochi dell'ellisse.

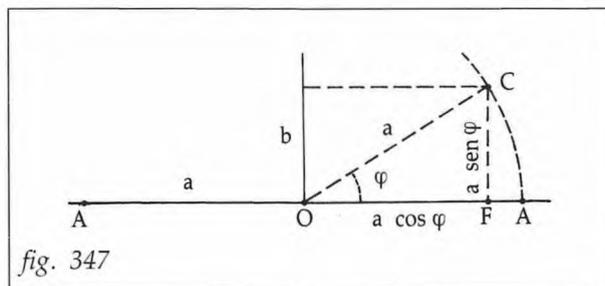


fig. 347

b) *L'ellisse e i punti orari*

L'ellisse di supporto dei punti orari può essere costruita con uno dei tanti sistemi che ci sono offerti dalla geometria delle coniche. Riteniamo che, tra i tanti, il metodo di gran lunga preferibile sia quello in cui si tracciano (fig. 348) due cerchi concentrici con centro in  $O$  e con i raggi eguali ai due semiasse  $a$  e  $b$ ; condotti poi una serie di raggi  $OA$ , ciascuno dei quali incontra i due cerchi nei punti come  $A$  (cerchio maggiore) e  $B$  (cerchio minore), si tracciano l'orizzontale per  $B$  e la verticale per  $A$ ; esse si incontrano nel punto  $E$  che è un punto dell'ellisse; la curva completa si ottiene avviandola su tutti i punti  $E$  che si vogliono così costruire. Il sostanziale vantaggio di questa costruzione sta nel fatto che il punto  $E$  dell'ellisse rappresenta il "punto orario" corrispondente all'angolo orario  $N\hat{O}A$ , pari all'angolo tra la meridiana  $ON$  e il raggio  $OA$  da cui deriva (229). A maggior chiarimento, se l'angolo  $N\hat{O}A$  è  $30^\circ$  (2 ore), il punto  $E$  che da quel raggio deriva rappresenta sull'ellisse il punto orario di  $P = 2^h$ , e cioè delle ore  $10^h$  o delle ore  $14^h$  ( $t = 12^h \pm P$ ).

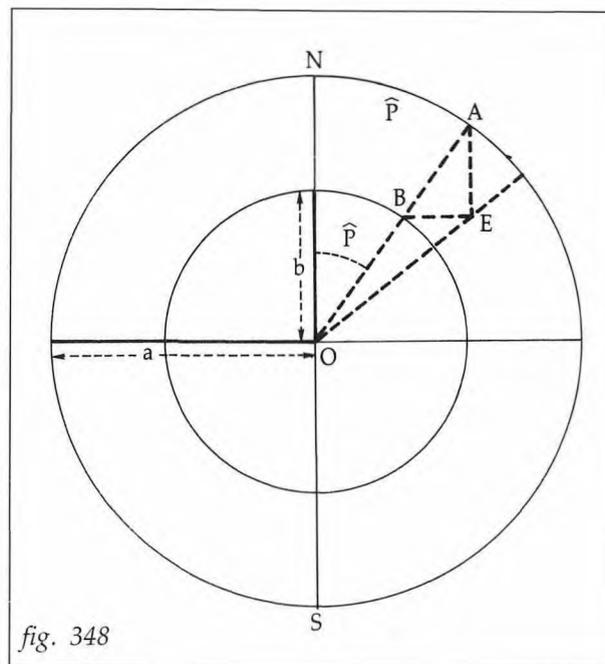


fig. 348

(227) Bion, 1723, bibliografia n. 10; Bedos de Celles, 1790, bibl. n. 6.

(228) Cousins, 1969, bibl. n. 14; Rohr, 1965, bibl. n. 44.

(229) La dimostrazione viene omessa per brevità. Essa si effettua applicando la regola dei seni ai triangoli OBE e OAE.

In sostanza con questo sistema la costruzione geometrica dell'ellisse e dei *punti orari* si fa simultaneamente, tracciando i raggi divisori intervallati di  $15^\circ$  in  $15^\circ$  a partire dalla direzione Nord della linea meridiana (o intervallati di tanto quanto è il passo che si vuol dare ai punti orari).

La figura 349 indica il processo completo, con la numerazione da dare ai punti orari dopo aver trasformato gli angoli al polo P in ore t.

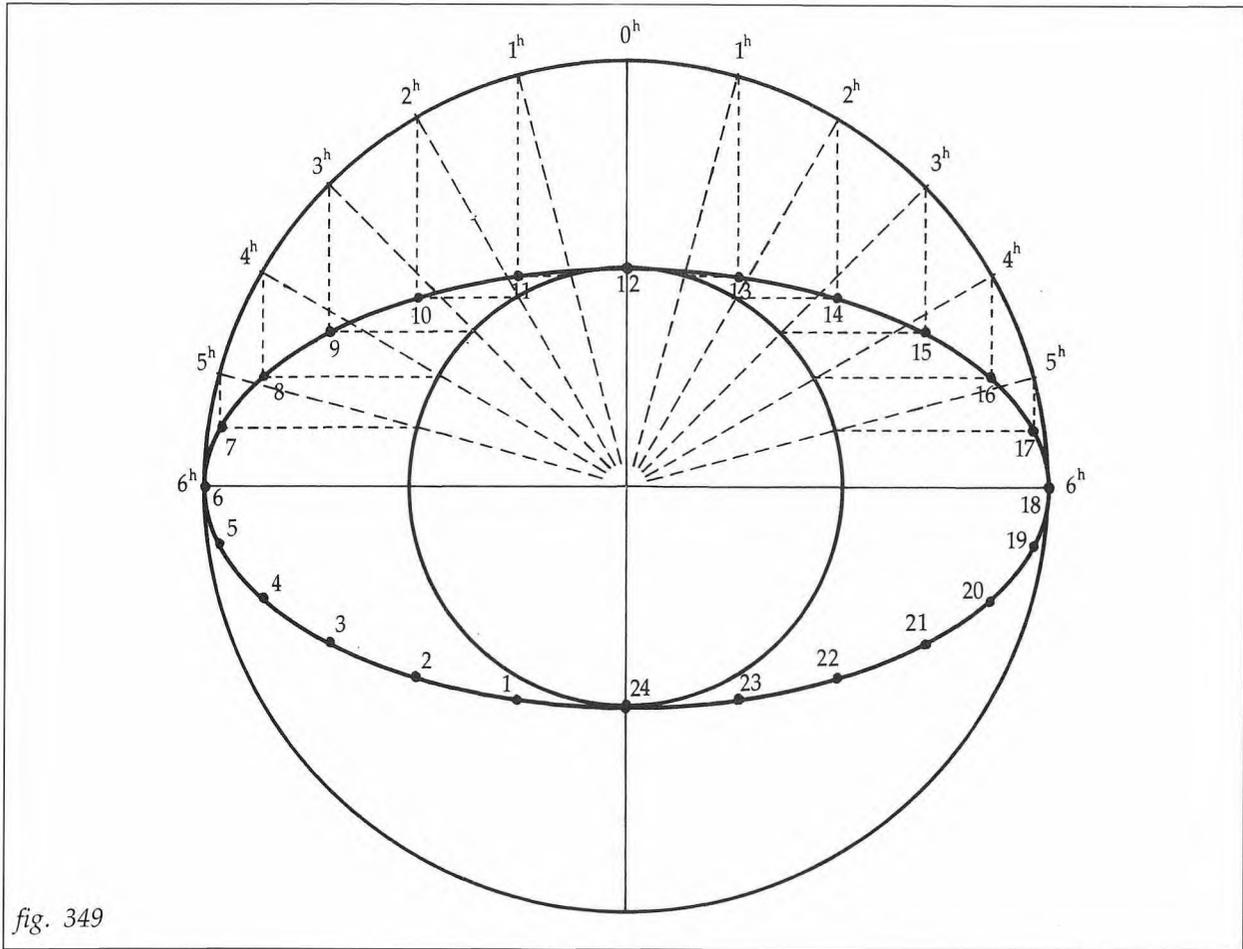


fig. 349

c) La scala delle date (o degli spostamenti dello stilo)

Dal fuoco F (fig. 350) (230) si conducano semirette inclinate sull'asse maggiore AO di angoli pari alle declinazioni  $\delta$  che si vogliono far figurare ( $\delta$  positive verso il Nord); esse incontrano l'asse minore OB in punti D nei quali si marciano le stesse  $\delta$ ; tali punti formano

(230) Il punto F si può trovare intercettando AO con centro B e raggio a, ovvero conducendo da B la retta inclinata su BO dell'angolo  $90^\circ - \varphi$ .

così una scala delle declinazioni, che si può trasformare poi in scala dello zodiaco o in scala dei mesi, come desiderato.

La prova della costruzione si ha esaminando il triangolo FOD; si ha:

$$OD = FO \operatorname{tg} \delta;$$

poiché F è un fuoco dell'ellisse, è anche:

$$FO = a \cos \varphi;$$

quindi:

$$OD = a \cos \varphi \operatorname{tg} \delta,$$

che è appunto, come si era visto, l'espressione dello spostamento  $s$  dello stilo per la data in cui la declinazione del Sole è  $\delta$ .

### 160) L'orientamento

Si è visto che anche l'orologio analemmatico, come tutti gli azimutali, deve essere livellato e orientato disponendo il piano del quadrante ben orizzontale e l'asse minore dell'ellisse sulla linea meridiana (ore 12<sup>h</sup> al Nord).

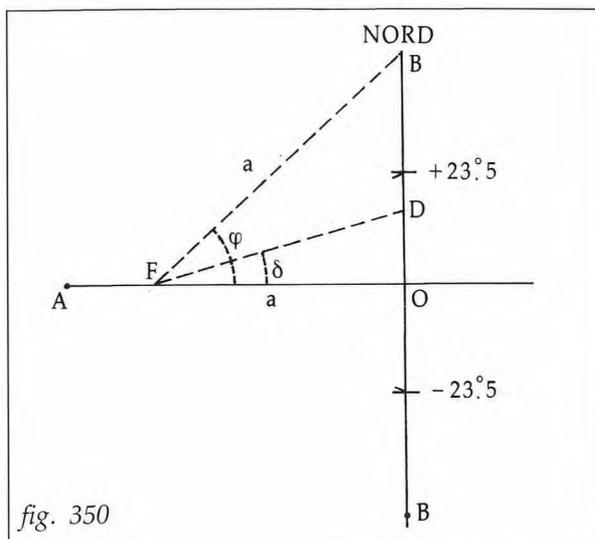
Mentre nei quadranti fissi il corretto orientamento deve essere ottenuto in sede di installazione, nelle versioni portatili esso deve realizzarsi di volta in volta al momento della misura.

Quanto all'orizzontalità, generalmente non vi è nulla che aiuti a trovarla, salvo... il buon occhio dell'operatore; talvolta i costruttori hanno installato sul quadrante un piccolo pendolino, le cui dimensioni però lo rendevano più atto a far bella figura che a ottenere l'orizzontalità.

Per l'orientamento in direzione, l'unico sistema diretto, e quindi generalmente usato, è quello di incorporare nello strumento una bussola o un ago magnetico, che indichi il Nord.

### 161) Note conclusive

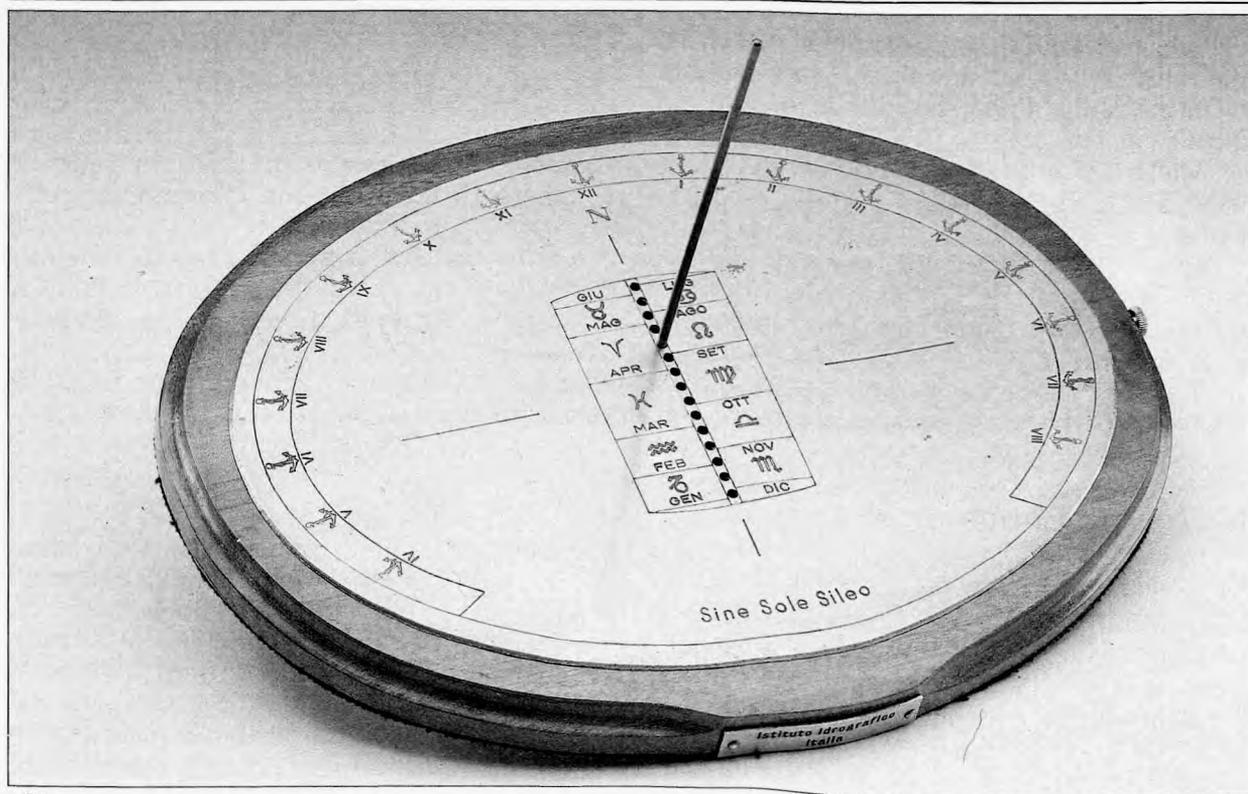
Tra gli strumenti del passato costruiti con i principi dell'orologio analemmatico vogliamo anzitutto segnalare di nuovo il più noto di tutti, situato nel sagrato della famosa chiesa di Brou, a Bourg-en-Bresse (Francia), città natale di Lalande. Si tratta di un orologio fisso, da giardino, realizzato probabilmente all'epoca di costruzione della chiesa (intorno al 1513) e ripristinato appunto dal Lalande nel 1757; i suoi assi sono di circa 11 e 8 metri; l'ellisse è completa poiché, probabilmente per motivi ornamentali, riporta anche le inutili ore notturne. Caratteristica singolare è che manca lo stilo; esso viene rimpiazzato dal visitatore che si pone nel giusto punto della scala delle date e, funzionando da stilo, fornisce l'ombra per indicare l'ora (però, secondo me, nella stagione estiva l'altezza dei visitatori è troppo piccola per le dimensioni dell'ellisse, e l'ombra dello stilo deve essere allungata a occhio sino a tagliare l'ellisse).



Un orologio fisso analogo è segnalato nei Longwood Gardens (Pennsylvania, U.S.A.) e altri ancora in un parco di Digione (Francia), a Montpellier, ad Avignone, a Basilea; recentemente un orologio analemmatico con asse maggiore di metri 3.20 è stata installato dall'autore nel parco del Circolo di Marina a Roma.

Tra i portatili, ben meritevoli di segnalazione sono quelli, già citati, di Charles Bloud, costruiti mirabilmente con materiali preziosi (avorio, tartaruga, argento) nel periodo intorno al 1670; essi hanno la caratteristica di avere mobile l'ellisse anziché lo stilo; essa viene spostata nella giusta posizione per la data per mezzo di un eccentrico comandato dalla rotazione di un cerchio calendariale. Da notare ancora che questi "analemmatici" di Charles Bloud (detti anche "di Dieppe", dalla località dove operava il costruttore) sono del tipo "magnetico" (Vds. par. 166).

Nella conclusione dobbiamo ripetere quanto accennato all'inizio. L'orologio azimutale analemmatico è uno strumento particolarmente ingegnoso, facile da costruire e semplice da usare. La sua limitata popolarità e la sua scarsa diffusione sono largamente immeritate; ci farebbe molto piacere se numerosi parchi e giardini lo adottassero, nella versione fissa, come attrazione e ornamento, magari con aiuole di fiori al posto delle ore e dell'ellisse, e anche usando il visitatore curioso al posto dello stilo, come suggerito da Lalande.



81

81, Orologio analemmatico mobile in legno e ottone. Lo stilo può essere conservato all'interno della basetta per facilitare la portabilità.



82,  
 Frontespizio di  
 un vecchio libro che  
 descrive la  
 grande  
 meridiana  
 installata da  
 Gian Domenico  
 Cassini nella  
 chiesa di San  
 Petronio a  
 Bologna. In  
 alto, il ritratto  
 del famoso  
 scienziato; in  
 basso, la  
 sezione del  
 tempio col  
 raggio solare  
 che penetra  
 all'interno.

## CAP. XXXV - L'OROLOGIO AZIMUTALE DETTO "DI LAMBERT"

### 162) Costruzione e uso

Una intelligente variante dell'orologio analemmatico, con caratteristiche veramente singolari, è quella chiamata "orologio di Lambert".

Sembra che il primo autore a escogitare questo tipo di orologio azimutale sia stato quell'inglese Foster che abbiamo trovato anche agli albori dell'"analemmatico" (1654). Poi questo quadrante rimase nel buio sino a quando fu re-inventato dal matematico francese Lambert, che ormai gli ha dato il nome in via definitiva. Noi non abbiamo rintracciato nemmeno un esemplare pratico di questo strumento; quindi azzardiamo l'ipotesi che l'orologio di Lambert sia rimasto al livello di una teorica esercitazione matematica, sviluppata da appassionati ma teorici meridianisti.

Come nel caso dell'analemmatico, si tratta di uno strumento su quadro orizzontale, con tutte le linee diurne (cerchi di declinazione) concentrate in una sola linea, sulla quale sono disposte le ore, e con uno stilo mobile che va spostato lungo la linea meridiana in funzione della data.

Le sue caratteristiche costruttive, decisamente sorprendenti, differiscono da quelle dell'analemmatico perché:

- la linea diurna unica, cioè il diagramma completo del quadrante, è un cerchio (anziché un'ellisse);
- le ore sul cerchio sono *uniformemente distanziate* di 15° per ogni ora (anziché allargarsi verso la meridiana);
- lo stilo, che è mobile lungo la meridiana e origina al centro nei giorni equinoziali, anziché essere verticale è *inclinato* verso Nord di un angolo costante.

Se  $\varphi$  e  $\delta$  sono la latitudine del luogo e la declinazione del Sole, chiamando  $r$  il raggio del cerchio delle ore, i dati relativi all'assetto dello stilo sono:

- inclinazione dello stilo sul quadro:

$$\varepsilon = \frac{90^\circ + \varphi}{2} \text{ verso Nord} ;$$

- spostamento dello stilo dal centro:

$$s = r \cotg \varepsilon \operatorname{tg} \delta ;$$

pertanto questo orologio si presenta come nella figura 351, dove si nota subito che il suo aspetto è estremamente elementare, con la conseguenza che la sua costruzione, con le indicazioni sinora fornite, è talmente semplice da non richiedere ulteriori chiarimenti.

La zona tratteggiata è quella relativa alle ore notturne e può essere trascurata.

La scala per lo spostamento dello stilo può essere graduata secondo la declinazione  $\delta$ , o lo zodiaco, o il calendario, utilizzando le reciproche relazioni riportate nell'appendice A.

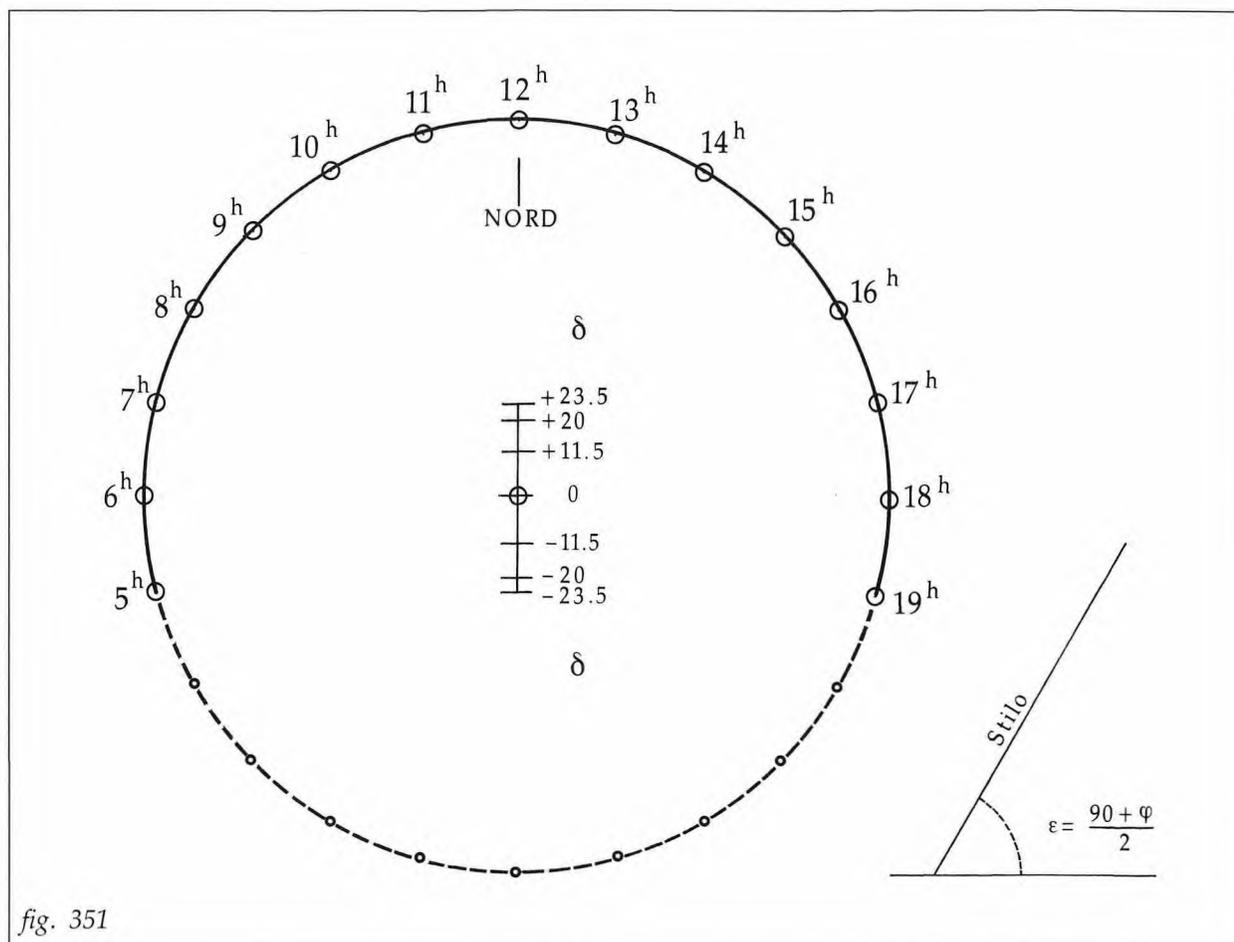


fig. 351

All'atto pratico nulla vieta che lo stilo sia tenuto fisso e sia invece reso mobile il quadro, da spostare lungo la linea meridiana in base alla formuletta degli spostamenti che abbiamo indicato; in tal caso naturalmente le direzioni degli spostamenti debbono essere invertite, verso Sud per le declinazioni positive e verso Nord per quelle negative.

La lunghezza dello stilo deve essere tale che la sua ombra possa raggiungere il cerchio delle ore anche nella peggiore situazione, che si verifica al solstizio estivo; alle nostre latitudini temperate la lunghezza deve essere pari al raggio  $r$  o poco più.

Per l'uso corretto l'orologio di Lambert, come tutti gli strumenti orizzontali, oltre che livellato deve essere orientato con la linea Nord-Sud sul meridiano locale. Se si tratta di una versione portatile, il metodo più semplice e istintivo è sempre quello di incorporare nel quadro una buona bussola. Se invece si tratta di un esemplare fisso al suolo (come l'orologio analematico, questa variante si presta assai bene per essere installata sul terreno di parchi e giardini) l'orientamento deve essere ottenuto in sede di installazione.

Con il quadro livellato e orientato, si dispone lo stilo mobile nella posizione richiesta dalla data, e l'ora si legge dove l'ombra dello stilo taglia il cerchio delle ore.

Una facile costruzione geometrica di questo strumento si può ricavare immediatamente dalla formuletta appena indicata; tracciato con raggio  $r$  il cerchio delle ore (fig. 352), con i

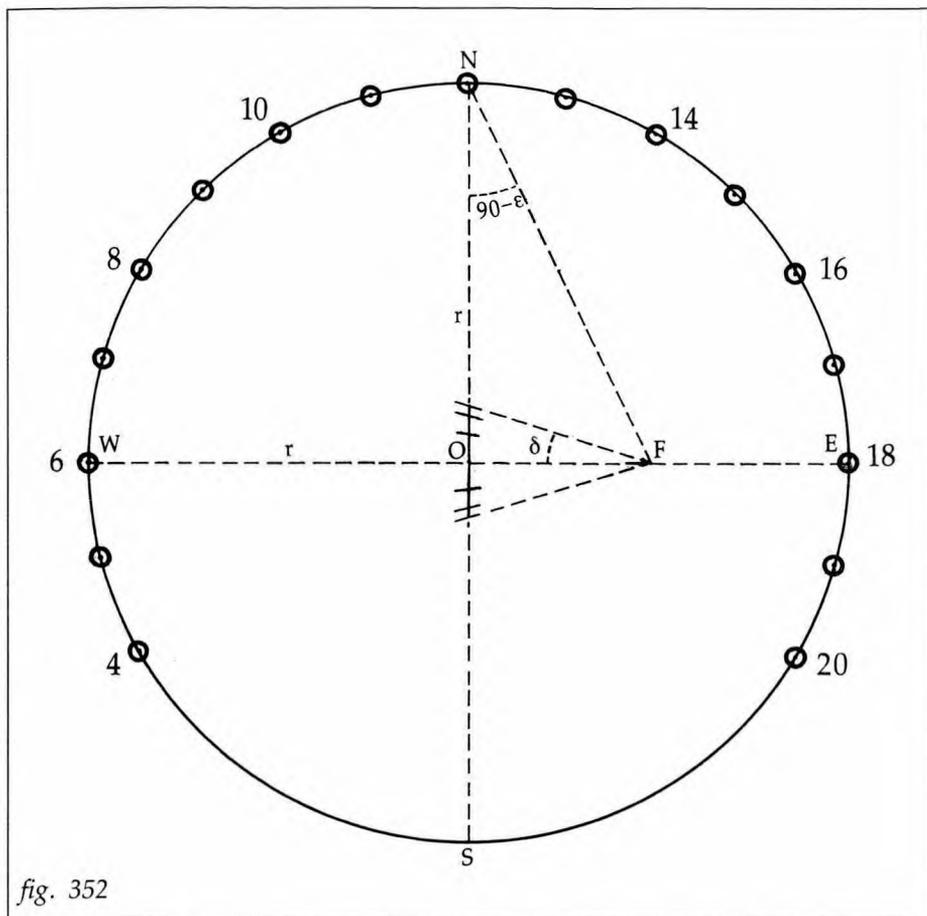


fig. 352

punti orari distanziati di  $15^\circ$  per ogni ora, dal punto N (ora 12) si traccia la retta inclinata su NS di  $(90^\circ - \epsilon)$ , ovvero, il che è lo stesso, di  $1/2 (90^\circ - \varphi)$ .

Per il punto F, così ottenuto sulla E-W, si conducono le rette inclinate su FO quanto le varie declinazioni  $\delta$  che si vogliono segnare, e in tal modo si ottiene sulla meridiana NS la scala delle  $\delta$ , sulla quale si deve muovere lo stilo in funzione della data. È facile verificare che la scala così ottenuta risponde alla formuletta:

$$s = r \cotg \epsilon \operatorname{tg} \delta.$$

### 163) Dimostrazione

La dimostrazione completa della correttezza matematica dell'orologio di Lambert è piuttosto complessa, quindi per brevità limitiamo l'esame al caso di declinazione  $0^\circ$ , cioè alla situazione di Sole sull'equatore e stilo che sorge al centro del cerchio orario con spostamento  $s$  nullo.

Torniamo ancora una volta sulla sfera celeste (fig. 353) con l'equatore  $QQ'$  e l'orizzonte  $NS$ . Se poniamo lo stilo verticale sull'orizzonte in  $OZ$ , quando il Sole è in  $T$  l'ora è  $\hat{P}$  e l'azimut  $\hat{Z}$  viene indicato sull'orizzonte dal verticale  $ZTT'$  che ruota intorno allo stilo  $OZ$  segnando con l'ombra il punto  $T'$  (231).

L'arco  $ET$  è pari a  $(90^\circ - P)$ , e, come tutto l'equatore, è diviso in ore in modo uniforme, col passo di  $1^h$  ogni  $15^\circ$ . Invece l'arco  $ET'$ , indicato dall'ombra sull'orizzonte, essendo diverso da  $ET$ , segna l'ora sul cerchio orizzonte con suddivisioni diverse da quella  $15^\circ = 1^h$  e variabili nelle varie zone dell'orizzonte. L'orologio di Lambert si prefigge lo scopo di avere, su un quadrante analogo a quello analemmatico, il «passo» delle ore uniforme al ritmo di  $15^\circ$  per ora;

(231) Questa volta, per semplicità, ragioniamo dalla parte del Sole anziché dalla parte opposta dove si forma realmente l'ombra; i risultati non cambiano, se poi si tiene conto della semplificazione.

in altri termini si vuole che anche sul quadro circolare orizzontale NES il semicircolo ZT' impennato sullo stilo (cioè l'ombra) segni l'ora in modo uniforme con suddivisioni di 15° per ora. Prendiamo allora sull'orizzonte (fig. 353) l'arco EB che sia eguale all'arco ET e conduciamo il cerchio massimo che passa per i due punti B e T; esso incontra il meridiano in Z', e se noi disponiamo lo stilo inclinato in OZ', anziché verticale in OZ, abbiamo ottenuto il nostro scopo; infatti con tale assetto dello stilo, quando il Sole è in T e il cerchio orario marca sull'equatore l'arco ET eguale a (90° - P), col passo di 15° per ora, il semicerchio Z'TB porta l'ombra dello stilo sul punto B dell'orizzonte, essendo BE eguale anch'esso a (90° - P).

Il punto Z' che abbiamo ottenuto congiungendo B e T è il polo del cerchio massimo VV' che dimezza l'angolo BÊT; essendo BÊT = 90° - φ, l'inclinazione del cerchio VV' sull'orizzonte è 1/2 (90° - φ), quindi l'inclinazione ε del suo asse sull'orizzonte è 90° - 1/2 (90° - φ) e in definitiva

$$\varepsilon = \frac{90^\circ + \varphi}{2} ;$$

La formuletta dell'inclinazione dell'asse nell'orologio di Lambert resta così dimostrata.

La formula che fornisce lo spostamento s dello stilo in funzione della declinazione del Sole (della data) si potrebbe ricavare sviluppando una situazione analoga a quella che abbiamo appena considerato, ma con il Sole fuori dell'equatore; operando tre successive opportune proiezioni per trasferire sul piano dell'orizzonte l'orologio con lo stilo inclinato, attraverso una procedura che omettiamo per brevità, si ottiene l'espressione già indicata dello spostamento dello stilo:

$$s = r \operatorname{tg} \delta \operatorname{cotg} \varepsilon \quad (232).$$

(232) Nell'orologio analematico, come si è visto, la scala degli spostamenti dello stilo si ottiene anche con l'espressione  $s = b \operatorname{tg} \delta \operatorname{cotg} \varphi$ ; il confronto di questa espressione con quella degli spostamenti dello stilo nell'orologio di Lambert conferma e accentua l'analogia concettuale dei due strumenti.

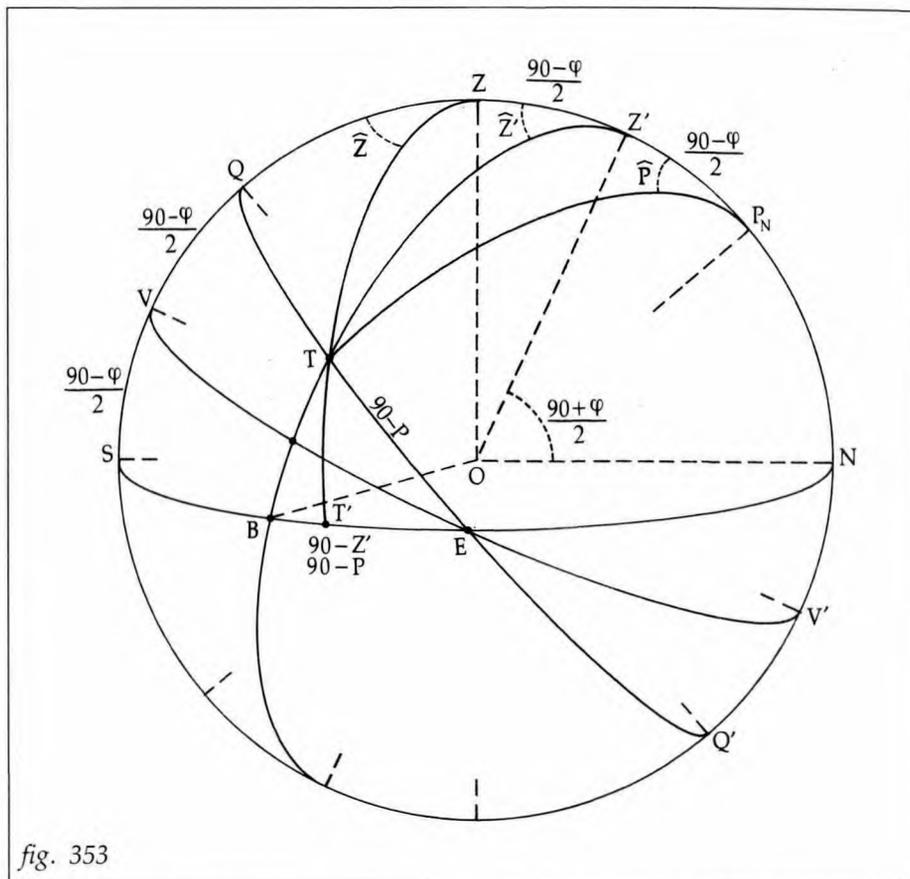


fig. 353

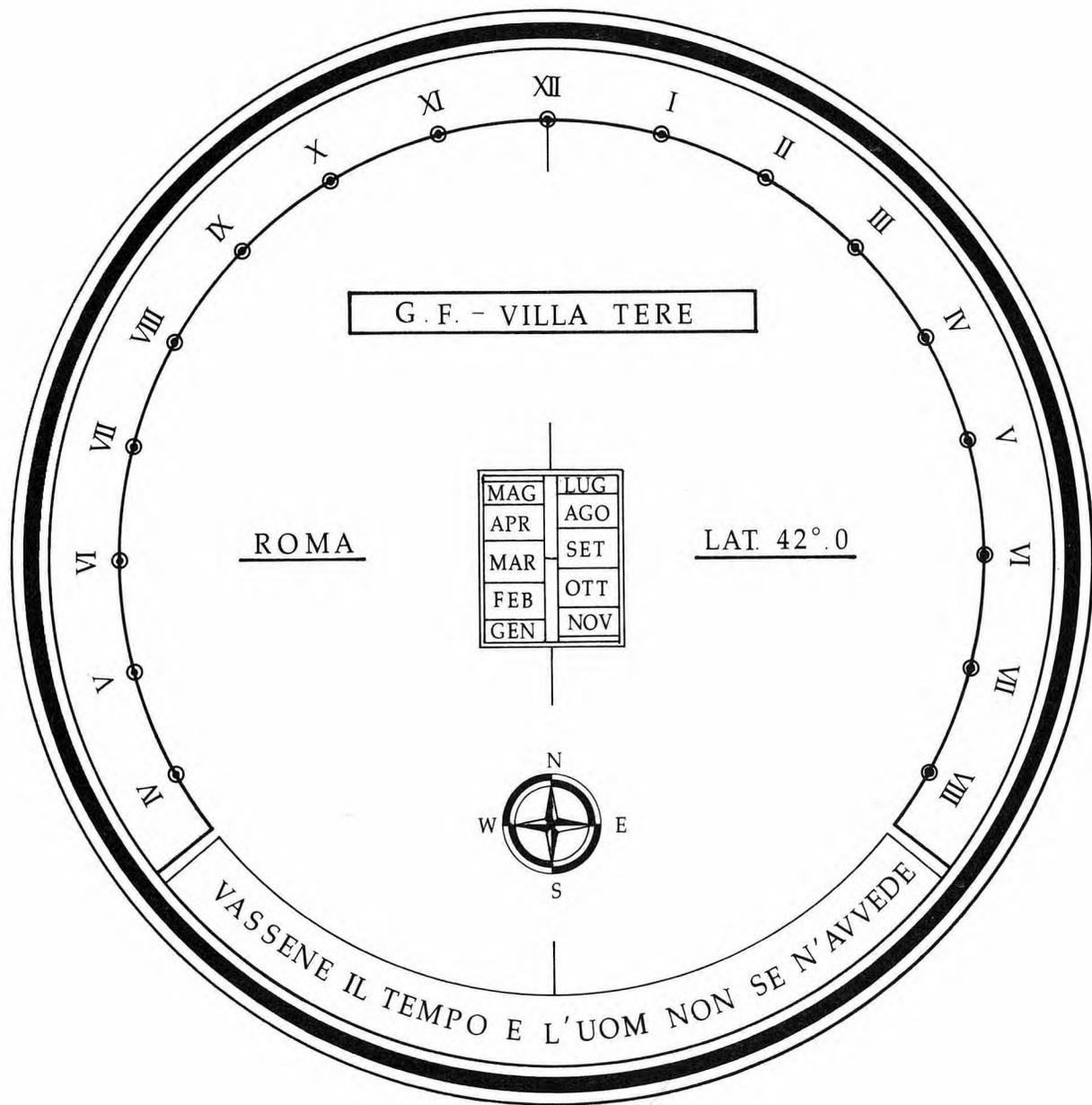


fig. 354

### 164) Esempio

Vogliamo costruire un orologio azimutale di Lambert con i seguenti dati:

$$\varphi = 42^{\circ}.0 \text{ (Roma)}$$

$$r = 65 \text{ mm}$$

Ore limiti (sorgere e tramonto per  $\delta = +23^{\circ}.5$ )

$\alpha$	sorgere	tramonto
7 <sup>h</sup> .5	4 <sup>h</sup> .5	19 <sup>h</sup> .5

Inclinazione stilo

$$\varepsilon = \frac{90^{\circ} + \varphi}{2} = 66^{\circ}$$

Scala dei giorni ( $s = r \operatorname{tg} \delta \operatorname{cotg} \varepsilon$ )

DATA	DECLINAZIONE	SPOSTAMENTO STILO (mm)
1 GEN	-23°00'.7	-12.3
1 FEB	-17°08'.7	- 8.9
1 MAR	- 7°33'.5	- 3.8
1 APR	+ 4°34'.0	+ 2.3
1 MAG	+15°05'.7	+ 7.8
1 GIU	+22°03'.7	+11.7
Solstizio	+23°26'.4	+12.5
1 LUG	+23°06'.3	+12.3
1 AGO	+18°00'.2	+ 9.4
1 SET	+ 8°15'.6	+ 4.2
1 OTT	- 3°12'.6	- 1.6
1 NOV	-14°27'.0	- 7.5
1 DIC	-21°48'.8	-11.6
Solstizio	-23°26'.4	-12.5

DISEGNO: figura 354

## CAP. XXXVI - METODI ALTERNATIVI PER L'ORIENTAMENTO DEGLI OROLOGI ORIZZONTALI

### 165) Generalità

Si è visto che gli orologi orizzontali portatili di tutti i generi al momento dell'uso debbono essere orientati in modo che la linea  $0^h - 12^h$  coincida con il meridiano locale; si è anche visto che il sistema più immediato per ottenere il corretto orientamento è quello di incorporare nello strumento una buona bussoletta.

Nell'uso di questo sistema occorre comunque tenere presente che l'ago della bussola, anche in assenza di perturbazioni magnetiche locali, non indica il Nord geografico, ma il cosiddetto Nord magnetico, cioè non materializza il meridiano locale ma una direzione inclinata, rispetto al meridiano, di un angolo, generalmente non molto grande, chiamato "declinazione magnetica". Questa deviazione dell'ago va naturalmente considerata quando si orienta l'orologio solare. Talvolta se ne è tenuto conto incassando la bussoletta in modo tale da risultare deviata appunto della declinazione magnetica; tale procedura comporta però delle approssimazioni poiché la declinazione magnetica è diversa da luogo a luogo e varia lentamente nel tempo.

L'esigenza dell'orientamento degli orologi orizzontali ha peraltro fatto nascere, nel periodo in cui tutti gli scienziati si occupavano anche di gnomonica, una varietà di altri sistemi per ottenere il corretto orientamento del quadrante; tra questi riteniamo che due siano interessanti e meritevoli di menzione:

- l'inversione dello stilo, che ha prodotto la variante dell'orologio azimutale detta "magnetica";
- l'accoppiamento di due orologi di tipo diverso, che ha prodotto gli "orologi doppi".

### 166) L'orologio azimutale "magnetico"

Si è visto che negli strumenti azimutali in genere l'azimut del Sole viene materializzato utilizzando due linee:

- la linea meridiana del quadrante, che punta al Nord;
- l'ombra dello stilo, che punta all'opposto del verticale del Sole.

Il criterio di orientamento che stiamo esaminando inverte i compiti delle due linee e fa puntare:

- la linea meridiana al Sole (o al suo opposto);
- l'ombra dello stilo al Nord.

Per ottenere questo risultato si dispone il diagramma del quadro, *senza stilo*, su un rettangolo che abbia i lati AB e CD (fig. 355) paralleli alla linea meridiana NS; si impernia al centro O del diagramma (dove dovrebbe sorgere lo stilo verticale) un ago magnetico di adeguata lunghezza e si assegna all'ago la funzione dell'ombra dello stilo.

Per leggere l'ora si ruota lo strumento sino a che le ombre dei lati AB e CD cadano su loro stessi; ciò succede quando la linea meridiana NS è orientata al Sole, e, poiché l'ago magnetico punta al Nord, l'angolo  $\widehat{M\hat{O}S}$  è l'azimut istantaneo del Sole; in tal modo sul tracciato delle linee orarie si legge l'ora in corrispondenza dell'ago magnetico (così come negli orologi normali la si legge in corrispondenza dell'ombra dello stilo).

Il tracciato delle linee orarie è eguale a quello dell'orologio normale, ma con l'importante differenza che la successione delle ore deve essere rovesciata; così, ad esempio, poiché nel punto N' c'è l'ora 12<sup>h</sup>, nel punto M' dovrà esserci l'ora 10<sup>h</sup> (rotazione delle ore antioraria nonostante che l'orologio sia orizzontale). L'operazione di orientamento del quadrante si può agevolare disponendo dei pioletti verticali, produttori d'ombra, nei punti B e D o con altri sistemi analoghi; per esempio si può disporre un pioletto verticale in un qualsiasi punto G all'inizio di una linea GF parallela alla meridiana. Negli strumenti situati entro un contenitore "a libretto" (dittici) è il coperchio stesso che, sollevato, forma con i suoi lati verticali le ombre necessarie per l'orientamento.

L'inserimento automatico della correzione per la declinazione magnetica in questo tipo di orologi si può ottenere inclinando rispetto alla meridiana i lati AB e CD del quadro (o anche ruotando il disegno del diagramma orario) di un angolo pari alla correzione che si vuole inserire; peraltro va ricordato che la declinazione magnetica varia lentamente sia con la località che con il tempo.

Questo metodo di orientamento (o, in sostanza, la trasformazione di un orologio azimutale normale in azimutale magnetico) può essere usato benissimo con tutti gli azimutali generici, come quelli delle figure 324 e 325, e con tutti gli orologi proiettivi a stilo verticale, come l'astrolabio orizzontale (fig. 335) e l'analematico (fig. 346); sono ad esempio del tipo "magnetico" i bellissimi dittici analematici di Dieppe, costruiti da Charles Bloud, di cui si è già accennato; un esemplare magnetico di orologio azimutale del tipo della figura 325 si trova esposto a Parigi al Conservatoire des Arts et Métiers (in esso però il distanziamento delle linee diurne è fatto "a data uniforme").

Si noti invece che il sistema di orientamento magnetico non può essere usato con l'orologio di Lambert, perché in esso l'ombra dello stilo, che è inclinato, non materializza l'azimut.

### 167) Accoppiamento di strumenti di tipo diverso

Un altro astuto sistema per ottenere il corretto orientamento in direzione degli orologi orizzontali, evitando l'uso della imprecisa bussola, consiste nell'accoppiare sullo stesso quadrante due orologi solari di tipo diverso, con le due linee meridiane nella stessa direzione.

Poiché le ombre che indicano la stessa ora su due quadranti di tipo diverso generalmente non sono parallele, basterà ruotare lo strumento doppio nel piano orizzontale sino a che i due quadranti segnino la stessa ora; in tale situazione lo strumento è correttamente orientato e l'ora segnata da entrambi gli orologi è quella esatta.

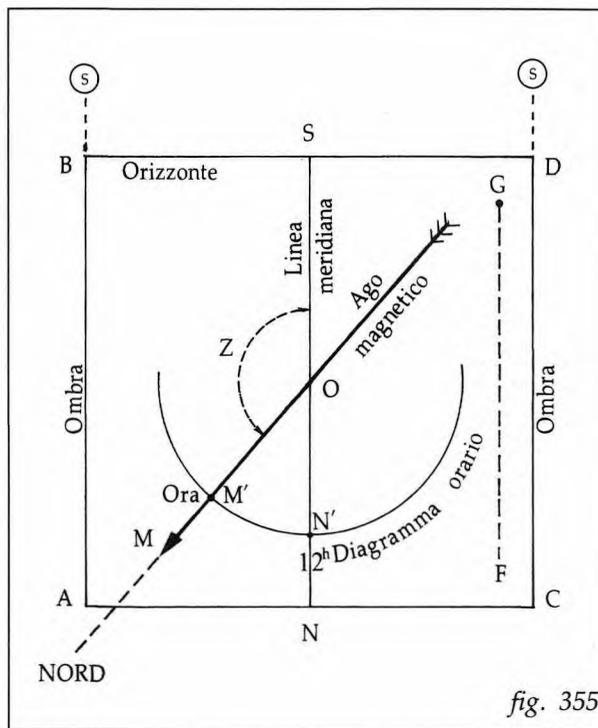
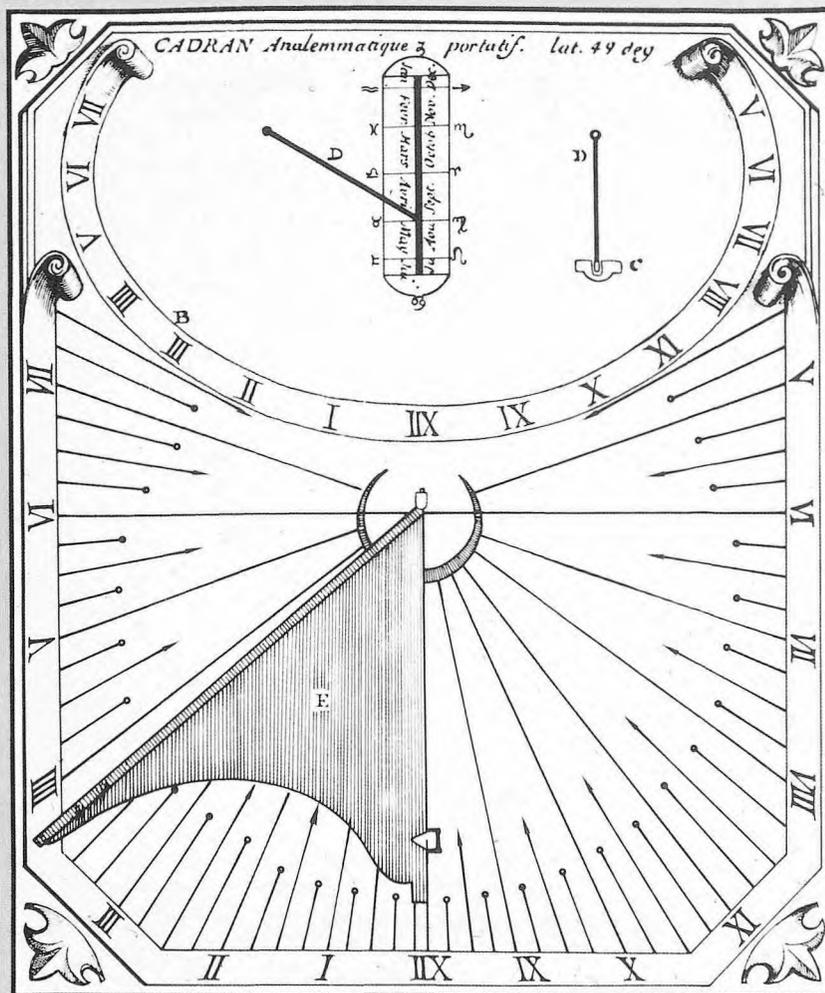


fig. 355



83, Famosa stampa di Bedos de Celles (1760) nella quale si mostra l'accoppiamento sullo stesso quadro di due orologi solari di tipo diverso, un analematico a stilo mobile in alto e un comune orizzontale in basso. Con questa sistemazione si ottiene la capacità di auto-orientamento dello strumento (par. 167).

Si noti però che le semirette che indicano l'ora sui due quadranti tendono talvolta al parallelismo, in particolare nella zona delle ore 12<sup>h</sup>, in prossimità del sorgere/tramonto o comunque quando il Sole è poco alto sull'orizzonte e le ombre sono piuttosto lunghe (il fenomeno si accentua quindi nelle stagioni invernali); in quelle circostanze e in quelle ore l'orientamento del quadrante con questo sistema diviene di difficile e imprecisa esecuzione.

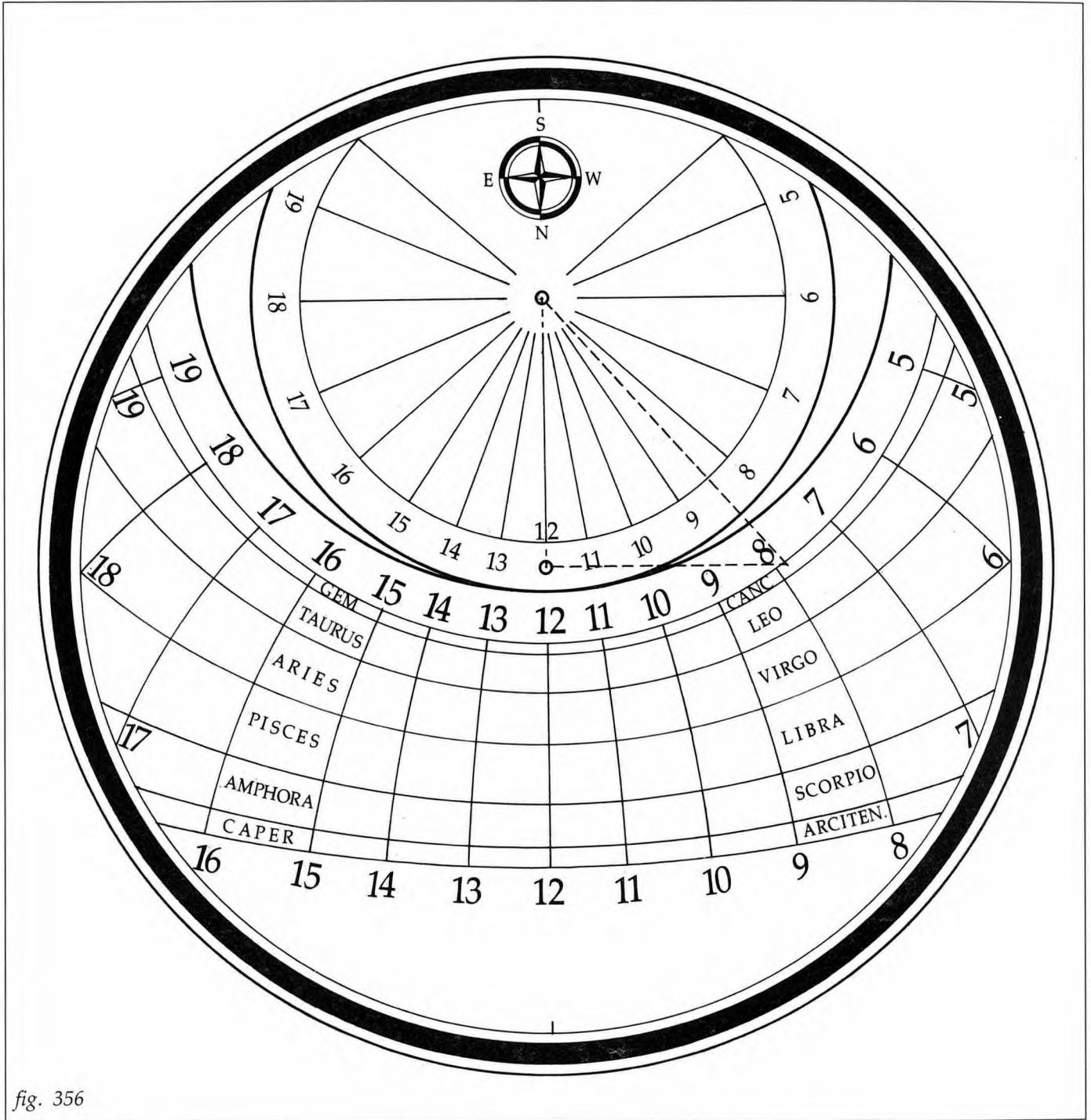


fig. 356

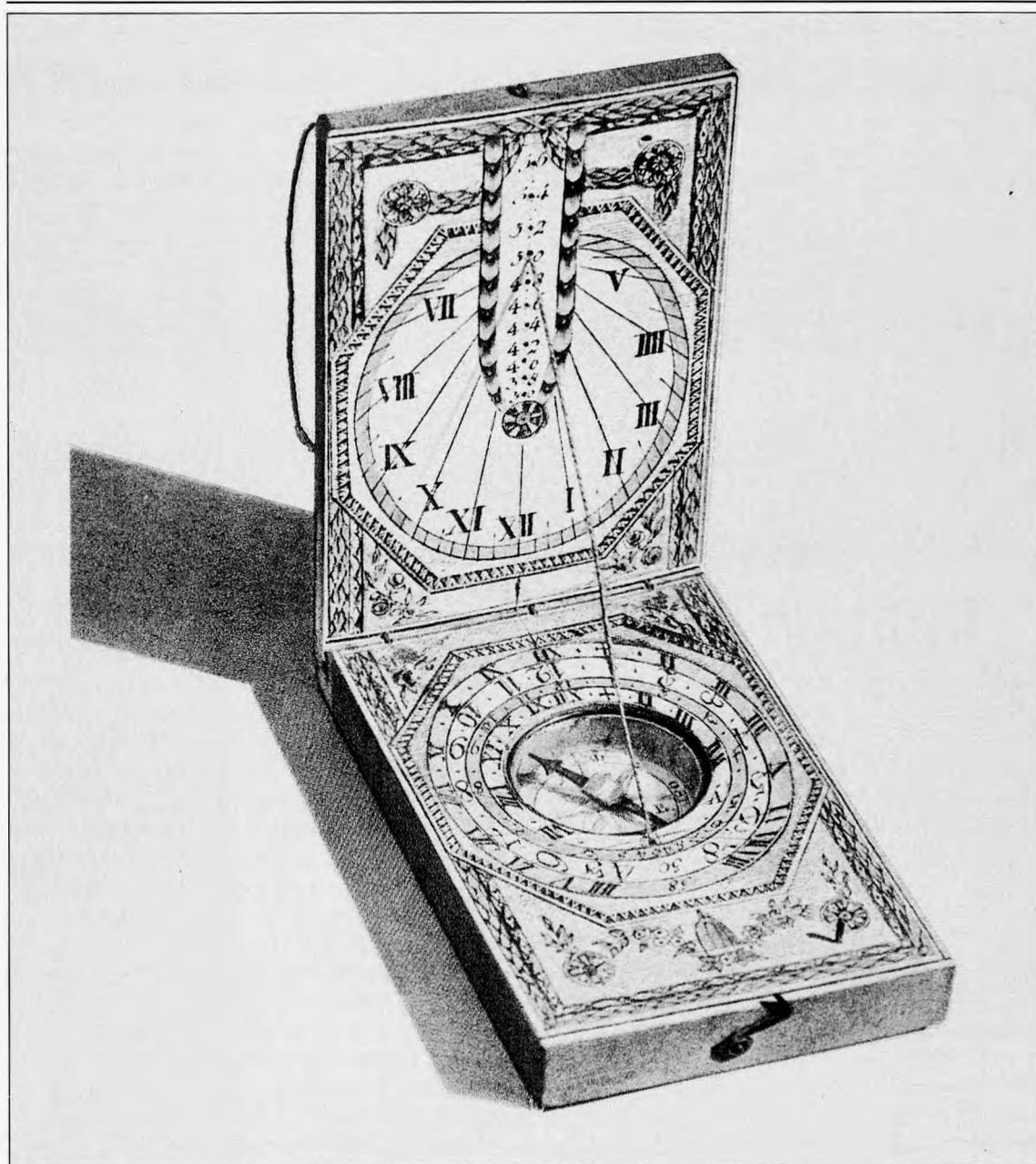
Una soluzione di questo genere è stata divulgata e resa piuttosto nota da Bedos de Celles (233), accoppiando un orologio analemmatico con un comune orologio orizzontale direzionale. Un esemplare di questo stesso tipo di orologio doppio è esposto a Liegi nel Musée de la Vie Wallonne; altri se ne trovano in vari musei e collezioni.

La figura 356 riproduce un altro esempio di riunione sullo stesso quadrante di due orologi diversi per consentire l'orientamento dei quadranti senza bussola col metodo delle coppie. In questo caso sono stati accoppiati un "astrolabio orizzontale" (lo stesso illustrato nella fig. 335) e il solito comune orologio "orizzontale direzionale"; a tratteggio è stato indicato, ribaltato sul quadro, il triangolo stilare comune ai due orologi, del quale lo stilo inclinato serve per l'orologio direzionale superiore mentre l'ortostilo serve per l'astrolabio orizzontale inferiore. Uno strumento con questo tipo di accoppiamento fu descritto per la prima volta nel 1636 da William Oughtred, che lo denominava "Orologio Solare Doppio".

Un altro "accoppiamento" per l'auto-orientamento, decisamente originale, fu escogitato nel 1704 dal matematico francese Parent, che disegnò su uno stesso quadro verticale un normale orologio polare (orientale o occidentale) e un orologio analemmatico verticale, rendendo inoltre lo strumento "universale", cioè impiegabile a tutte le latitudini. Questo quadrante rimase del tutto ignorato e non risulta che abbia avuto realizzazioni pratiche. Recentemente, nel 1971, Louis Janin ha ripreso il vecchio studio di Parent e ne ha fatto una interessante rielaborazione moderna. Peraltro, trattandosi di uno strumento piuttosto complesso, rinviamo chi ne fosse interessato alle pubblicazioni originali di Janin (234).

(233) Bedos de Celles, bibliografia n. 6.

(234) Bibliografia n. 29 e n. 30.



84

*84, Dittico di Norimberga del XVIII secolo in legno e carta stampata; è un esemplare della produzione massiva di modesta qualità derivata dalla scuola di David Beringer; la latitudine è variabile tra 36° e 56°.*



Libro Quarto  
Orologi celesti notturni

## CAP. XXXVII - NOTE INTRODUTTIVE

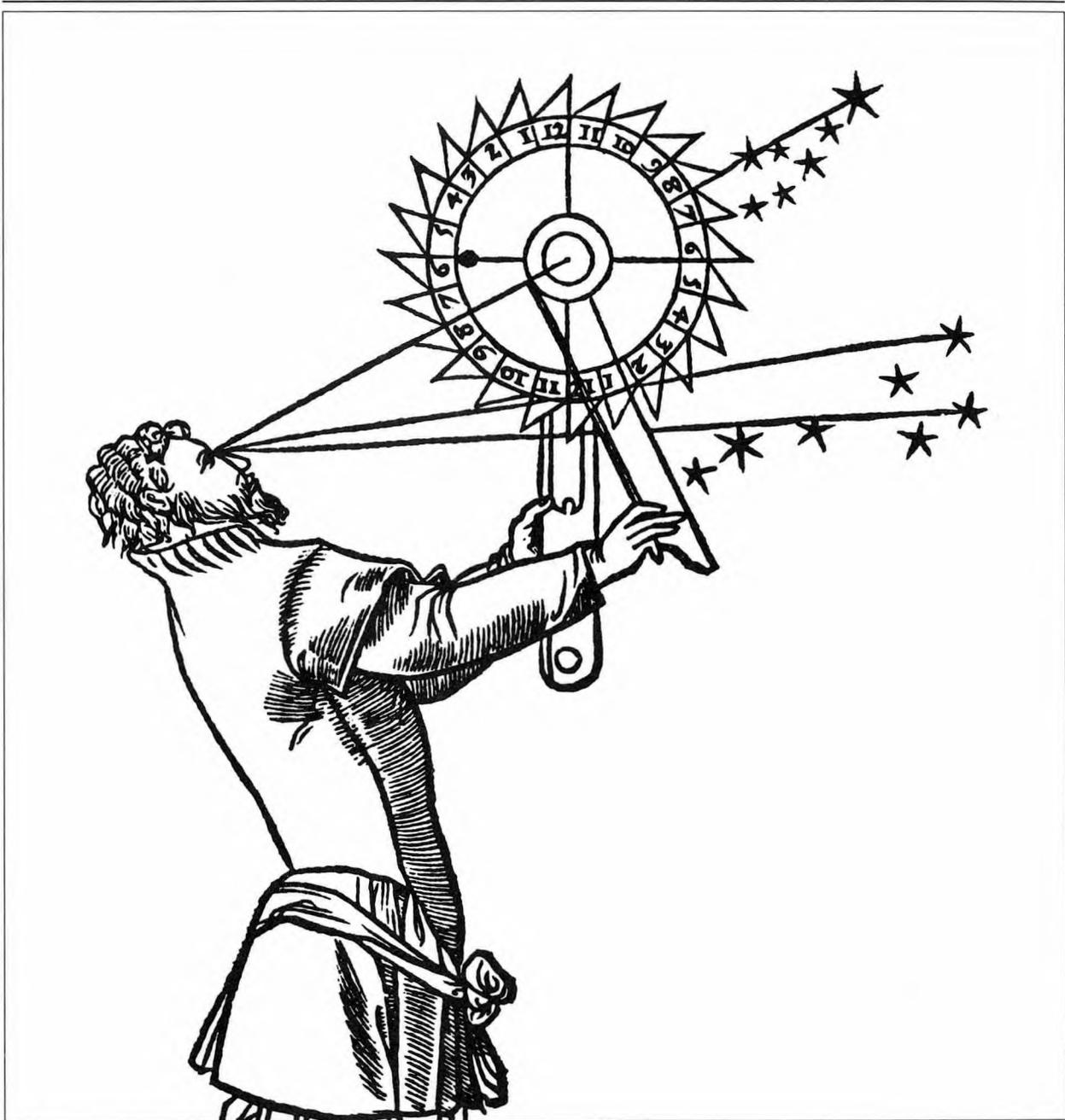
### 168) *Generalità*

Gli orologi solari hanno ovviamente delle limitazioni d'impiego, poiché richiedono la presenza del Sole e quindi, tra l'altro, sistematicamente non operano nelle ore notturne. Come logica conseguenza i meridianisti del passato, per continuare a misurare l'ora anche di notte, si rivolsero agli astri notturni, Luna e stelle, escogitando procedure e strumenti che potessero fornire la misura del tempo anche dopo il tramonto del Sole.

Nacquero così nei secoli d'oro della gnomonica, in particolare a partire dagli inizi del XVI secolo, strumenti "notturni", che, sebbene non abbiano avuto la diffusione dei colleghi "solari", pur sempre sono entrati nella storia della cronometria e meritano quindi almeno un rapido cenno (235).

Tratteremo dapprima degli "orologi notturni siderei", strumenti che misurano l'ora per mezzo delle stelle fisse, e in seguito degli "orologi lunari", che per lo stesso scopo si servono invece della Luna.

(235) Gli orologi notturni scomparvero poi nel XVIII secolo, quando l'orologio meccanico raggiunse una precisione tale che, pur richiedendo il rifasamento saltuario con l'orologio solare, rese inutile e superflua la misura d'ora notturna.



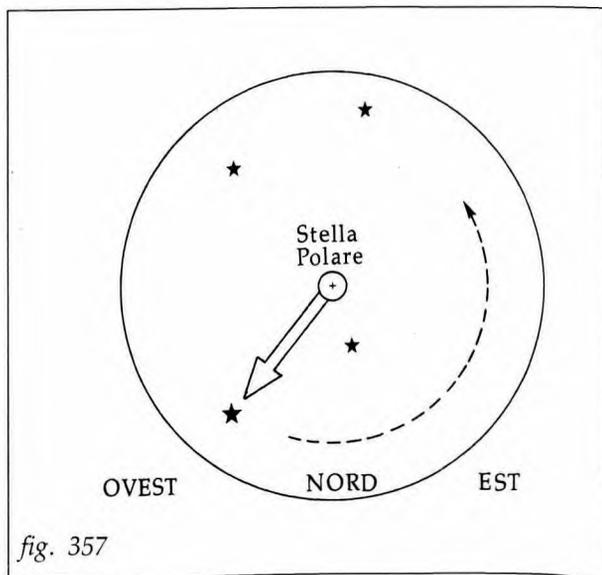
85

85, Uso del "notturnale" su Orsa Maggiore, secondo una stampa del XVI secolo.

## CAP. XXXVIII - OROLOGI NOTTURNI STELLARI

### 169) Generalità

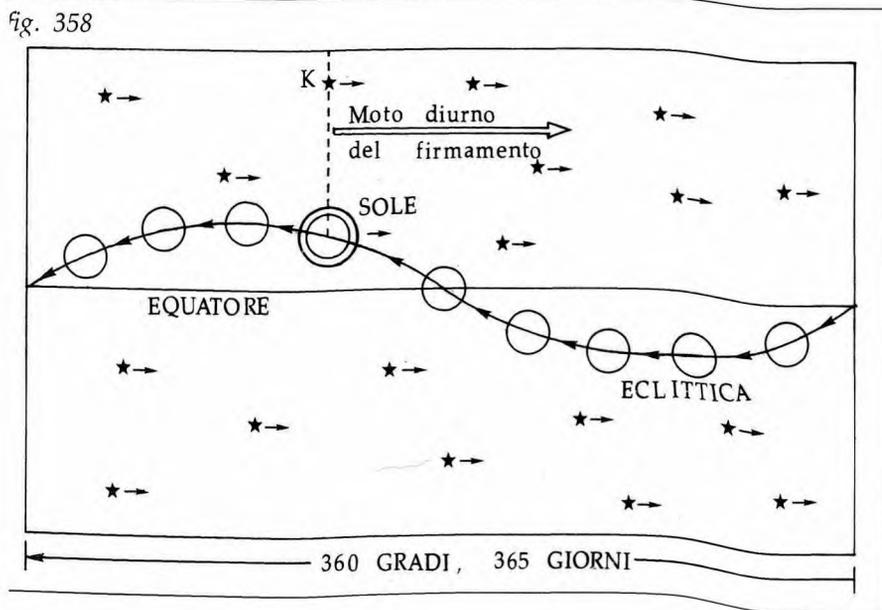
L'orologio sidereo è uno strumento che per misurare l'ora di notte si serve delle stelle fisse del firmamento. Era chiamato "Horologium nocturnum" o "noctilabium" nei testi latini, "nocturnal" in inglese e "nocturlabe" in francese; in italiano oltre che "orologio notturno" possiamo chiamarlo "notturnale" o "notturnalbio".



Poiché le stelle non danno ombre, la posizione dell'astro nel firmamento, da cui si ricava l'ora, si localizza traguardandolo direttamente in cielo, anziché raccogliendone l'ombra su un quadro come si fa con il Sole.

Come tutti gli astri anche le stelle, per effetto del moto diurno della Terra, ruotano intorno all'asse polare e sulla volta celeste si vedono descrivere dei cerchi con centro nel punto che rappresenta il Polo Nord, e che nella nostra epoca praticamente coincide con la Stella Polare ( $\alpha$  Ursae Minoris) (236). Perciò, se prendiamo in considerazione una di quelle stelle che nel corso dell'anno restano visibili per tutta la notte, possiamo immaginare nel cielo una lancetta d'orologio che, centrata sulla Stella Polare, ruoti insieme con la nostra stella completando il giro della volta celeste in 24 ore circa (fig. 357). Il problema che rimane è quello di stabilire come deve essere disegnato nella volta celeste il quadrante su cui gira la lancetta.

Qui occorre menzionare subito una peculiarità del moto delle stelle; va infatti notato che il Sole, astro mobile, "slitta" nel



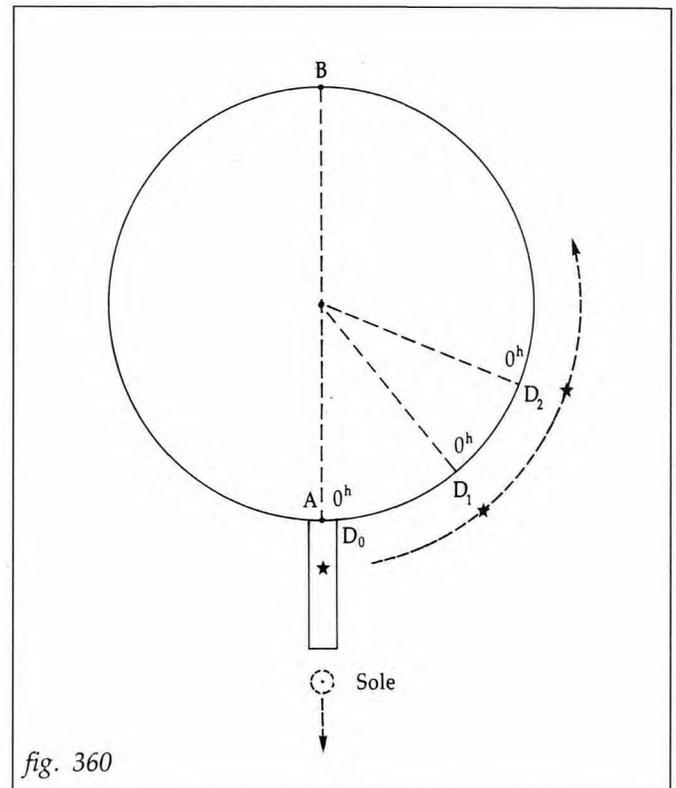
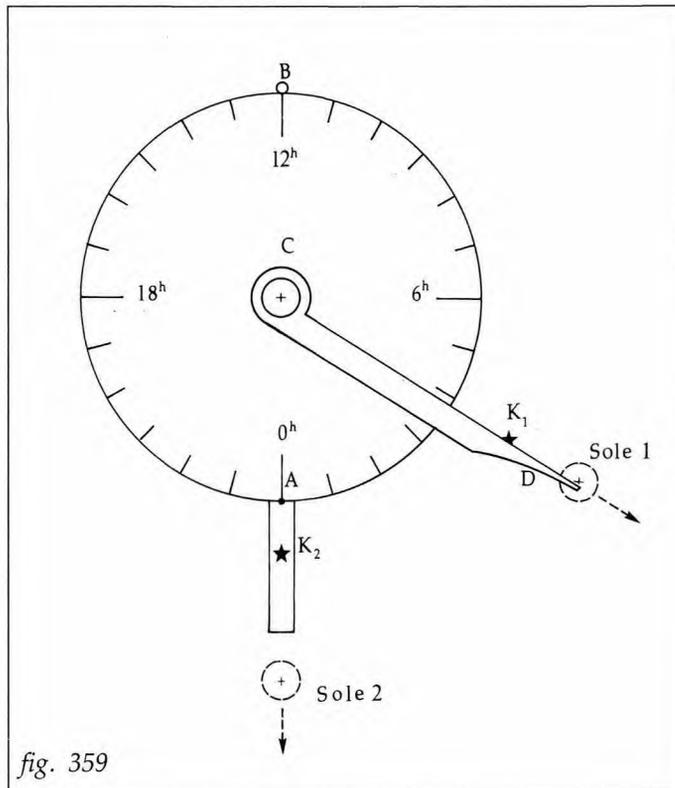
(236) Nella situazione del 1988 la Stella Polare dista dal Polo Nord circa 47' in diminuzione; raggiungerà un minimo di 28' nell'anno 2100.

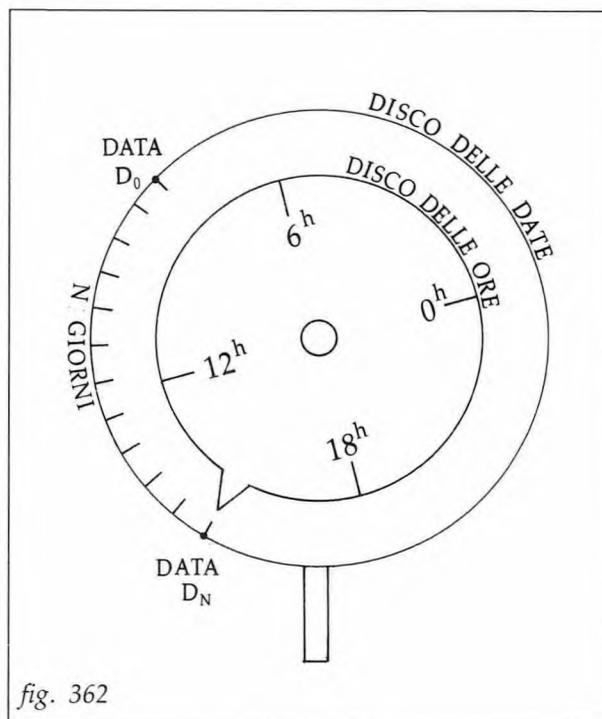
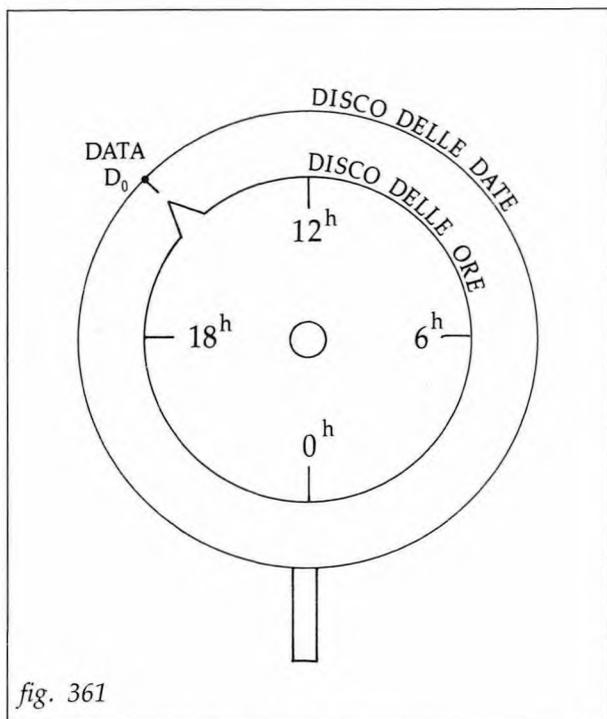
firmamento delle stelle fisse, compiendo sull'eclittica un giro completo della volta celeste in un anno (fig. 358); ciò vuol dire che sulla sfera celeste il Sole, pur partecipando al generale moto diurno del firmamento, si sposta tra le stelle di  $360/365$  gradi al giorno, restando "indietro" rispetto alle stelle di quasi 1 grado al giorno (pari a  $3^m56^s$ ); si può anche dire che in apparenza le stelle vanno avanti rispetto al Sole di  $3^m56^s$  al giorno.

### 170) Concetto basilico del notturnale

Se una stella, visibile per tutta la notte, si trovasse in permanenza sullo stesso circolo orario del Sole anche quando questi scende sotto l'orizzonte (come la stella K della fig. 358) il problema del nostro quadrante celeste sarebbe assai semplice; basterebbe immaginarlo disegnato in cielo intorno al Polo Nord, numerato in senso antiorario (senso di apparente rotazione diurna degli astri) con lo 0 sul meridiano inferiore, cioè verticalmente in basso; la stella-lancetta, accompagnando il Sole sul suo stesso circolo orario marcherebbe su questo immaginario quadrante l'ora solare.

Per agevolare la lettura di questa ora si potrebbe anche costruire un cerchio materiale (fig. 359), con la graduazione delle 24 ore che inizia in A, un manico sullo stesso punto A (o un punto di sospensione in B), un forellino C al centro per puntarlo sulla Stella Polare, e un'asta CD imperniata in C; se teniamo o sospendiamo il disco in modo che il diametro BA sia verticale con lo 0 in basso e che nel foro centrale si veda la Polare, e si sposta l'asticella a lambire la nostra ipotetica stella  $K_1$ , essa materializza il circolo orario del Sole e quindi segna





sul quadrante l'ora solare. In particolare quando la stella transita al meridiano inferiore (punto A) anche il Sole vi si trova e il traguardo, portato sulla stella, marca l'ora solare 0.

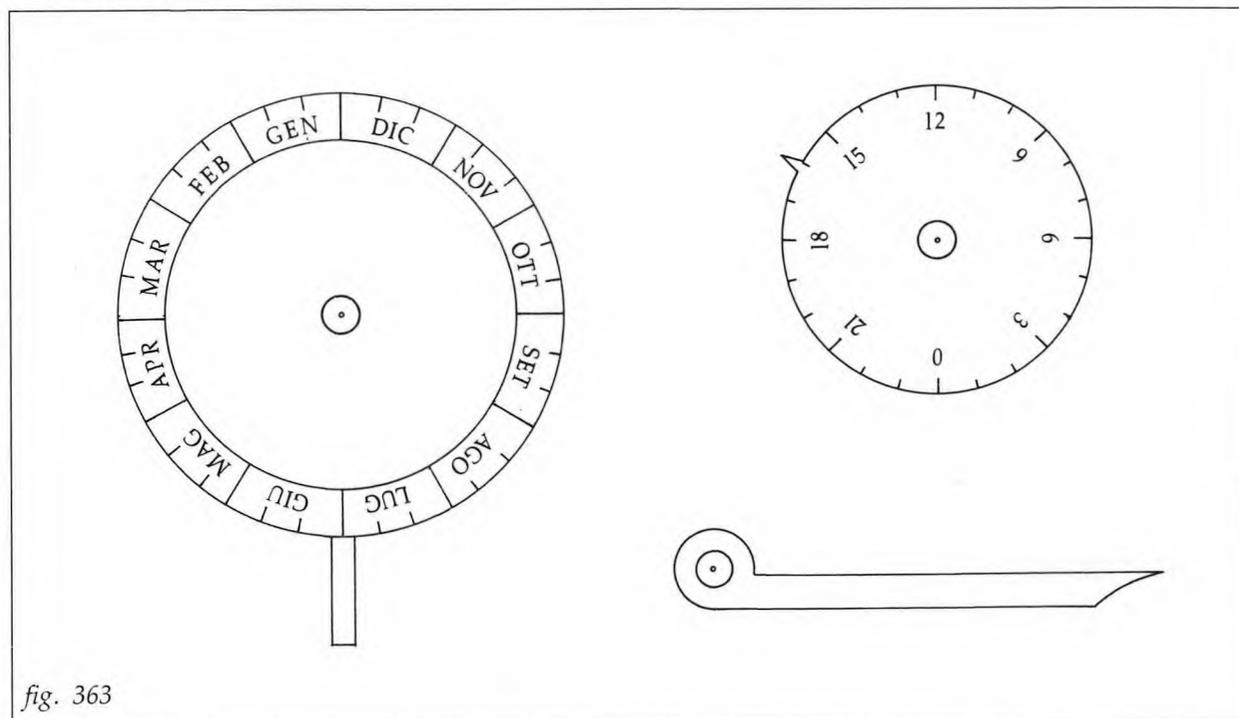
Tuttociò però è ipotetico perché si è visto che il Sole slitta fra le stelle, quindi lo strumento così delineato serve solo in quell'unico giorno  $D_0$  dell'anno in cui Sole e stella si trovano sullo stesso cerchio orario. Nei giorni successivi (fig. 360) all'ora  $0^h$  (Sole sempre al meridiano inferiore in A) la stella sarà slittata in  $D_1$ ,  $D_2$ , ecc.; il traguardo che punta la stella dovrà in questi istanti segnare ancora  $0^h$  perché il Sole è al meridiano inferiore; quindi la graduazione del nostro quadrante dovrà essere resa mobile e il suo 0 dovrà accompagnare la Stella mentre essa, giorno per giorno, slitta allontanandosi dal Sole. In altri termini dovremo porre intorno allo strumento una graduazione di date che giri di  $360^\circ$  nei 365 giorni dell'anno e che ci dica dove deve trovarsi lo "zero delle ore" nello specifico giorno in cui eseguiamo la misura. L'origine di questa scala delle date può essere messa in un punto qualsiasi purché sul disco delle ore (che ora è mobile e può ruotare intorno al centro) vi sia un apposito segnalino che consenta di posizionarlo correttamente per la data; per quanto si è detto, quando il segnalino indica la data  $D_0$  in cui la stella prescelta si trova sullo stesso cerchio orario del Sole (le due ascensioni rette sono eguali) (fig. 361) il disco delle ore deve avere lo 0 sul raggio verticale inferiore dello strumento; in questa situazione infatti Sole e stella hanno lo stesso angolo orario, e quando il Sole è al meridiano inferiore, tralasciando la stella si trova l'ora 0 sul disco delle ore.

Nei giorni successivi il segnalino dovrà essere regolato sulla data del giorno, come indicato nella figura 362, in modo che il disco delle ore accompagni la stella nel suo slittamento rispetto al Sole.

Con questo concetto basilico il nostro notturnale viene ad essere composto di tre pezzi (fig. 363):

- un disco di sostegno con il manico (o un punto di sospensione in alto), con una scala di date che faccia il giro completo in 365 giorni; la disposizione della scala è arbitraria;
- un disco concentrico, sovrapposto e più piccolo, con la scala delle 24 ore, ruotante intorno al centro per poter regolare il disco sulla data; a tale scopo un segnalino deve trovarsi in posizione tale da portare lo 0 delle ore in basso quando il segnalino marca la data in cui Sole e stella prescelta hanno la stessa ascensione retta;
- una barretta o alidada o traguardo, anch'essa ruotante intorno al centro, per traguardare la stella e per indicare l'ora sul disco orario.

Per usare uno strumento così congegnato (fig. 364), dopo aver regolato il segnalino sulla data del giorno, bisognerà tenerlo col suo piano perpendicolare all'asse terrestre, guardare la Stella Polare attraverso il foro praticato al centro dei dischi, portare il traguardo rotante sulla stella prescelta e per la quale lo strumento è costruito; il traguardo indicherà l'ora solare sul disco delle ore.



Osserviamo qui che uno strumento costruito con questi principi, essendo indipendente dalla latitudine, è universale.

Osserviamo ancora che la data della corrispondenza Sole-stella (differenza 0 di ascensione retta) si sposta lentamente nei secoli, soprattutto per effetto della variazione di ascensione retta della stella; perciò gli strumenti costruiti secoli addietro possono presentare oggi qualche discrepanza nella misura dell'ora. Inoltre gli strumenti costruiti prima della

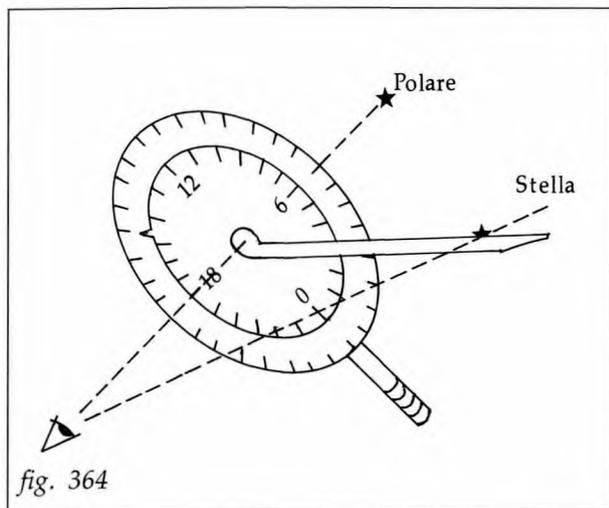


fig. 364

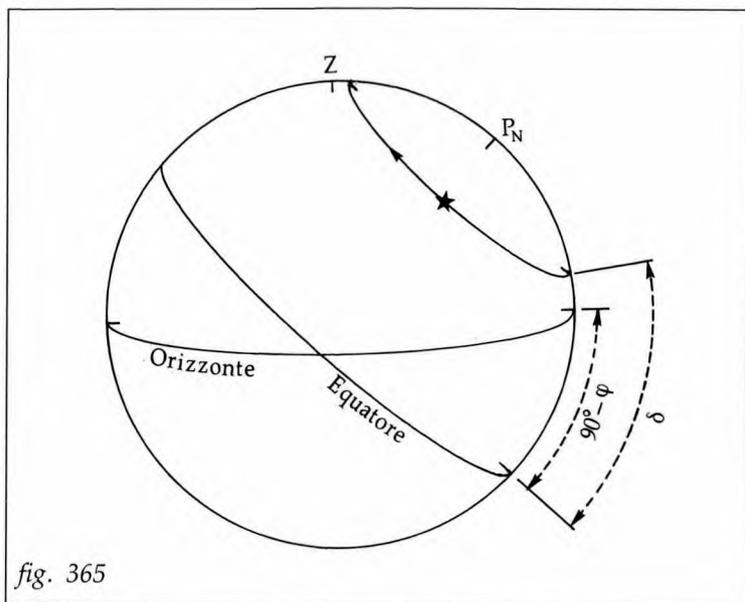


fig. 365

riforma gregoriana del calendario (238) presentano un salto di 10 giorni rispetto alla situazione attuale (239).

### 171) Le stelle da scegliere

Prima di esaminare le varie versioni del notturnale che sono state realizzate sulla base dei principi ora esposti, vediamo quale o quali stelle vanno scelte per essere inserite in questo tipo di strumenti. Se, com'è ovvio, vogliamo che il nostro orologio sia valido per tutto l'anno, dobbiamo rivolgerci alle stelle che non vanno mai sotto l'orizzonte, cioè quelle stelle che non sorgono e non tramontano e che vengono chiamate "circumpolari".

Dalla figura 365 si vede che sono circumpolari le stelle che hanno declinazione  $\delta$  maggiore della colatitudine ( $90^\circ - \varphi$ ); ad esempio a Roma sono circumpolari le stelle che hanno declinazione maggiore di  $48^\circ$ N.

L'esame degli almanacchi stellari mostra che alle nostre fasce di latitudine, cioè nelle zone in cui si è particolarmente sviluppata la gnomonica, le principali stelle circumpolari sono tre: Kochab, Dubhe, Schedir; in particolare (fig. 366):

a) *Kochab* è la seconda stella dell'Orsa Minore ( $\beta$  Ursae Minoris) dopo la Stella Polare che è l' $\alpha$ ; era detta anche la "spalla" o anche la "chiara" dell'Orsa Minore; si trova in declinazione  $74^\circ$  Nord.

b) *Dubhe*, in declinazione  $62^\circ$  Nord, è la più luminosa dell'Orsa Maggiore ( $\alpha$  Ursae Majoris); ha il vantaggio che con la sua vicina Merak forma una linea il cui prolungamento passa per la Polare; quindi la coppia Dubhe-

Merak materializza proprio la "lancetta" dell'orologio siderale che ruota intorno alla Polare.

c) *Schedir*, in declinazione  $56^\circ$ N, è l' $\alpha$  della costellazione della Cassiopea, che, a forma di W, ruota sulla volta celeste in posizione opposta a quella dell'Orsa Maggiore.

Sono appunto queste le tre stelle (soprattutto le prime due) che vennero utilizzate dai

(238) Meglio si dovrebbe dire "prima che il costruttore accettasse la riforma gregoriana".

(239) Il 15 Ottobre di oggi corrisponde al 5 Ottobre di allora.

“meridianisti notturni” del passato nella costruzione dei notturnabi. Per esse le date di regolazione, cioè le date in cui si vengono a trovare sullo stesso cerchio orario del Sole, sono oggi:

Kochab : 7 Novembre  
 Dubhe : 7 Settembre  
 Schedir : 31 Marzo (240).

### 172) Varianti del notturnale e loro costruzione

#### a) Versione standard

Una prima versione del notturnale (forse la più usata nel passato e che perciò chiamiamo standard) consisteva in uno strumento atto ad essere impiegato con una sola stella, che poteva essere Kochab o Dubhe. La scala delle date sul disco fisso di appoggio veniva disposta in modo che sul raggio inferiore in corrispondenza del manico vi fosse la data  $D_0$  in cui Sole e stella avevano la stessa ascensione retta; ad esempio gli strumenti costruiti dal fiorentino Della Volpaia nel 1568 (pre-riforma gregoriana) per essere impiegati con la  $\beta$  Ursae Minoris portavano sul raggio inferiore la data del 18 Ottobre (241).

Con questa disposizione delle date, sul disco delle ore non occorre alcun “segnalino” per la regolazione della data; ovvero, per dire meglio, il segnalino è rappresentato dalla graduazione  $0^h$  del disco orario; la regolazione dello strumento consiste perciò nel portare lo  $0^h$  della scala oraria sulla data del giorno.

(240) Per le tre stelle si è assunta l’ascensione retta media dei quattro anni 1979/1982, rispettivamente  $222^{\circ}42'$ ,  $165^{\circ}38'$ ,  $9^{\circ}51'$ . Anche le date risultano dalla media degli stessi quattro anni. Le alterazioni dell’ascensione retta, agli effetti dei notturnali, sono trascurabili per lunghissimi periodi; per darne un’idea si segnala che negli ultimi 10 anni le variazioni di ascensione retta per queste tre stelle sono state rispettivamente  $0'.6$ ,  $9'.0$ ,  $8'.0$ .

(241) La differenza rispetto all’odierno 7 Novembre prima indicato deriva dal salto gregoriano di 10 giorni e dalla variazione dell’ascensione retta della stella nei secoli trascorsi.

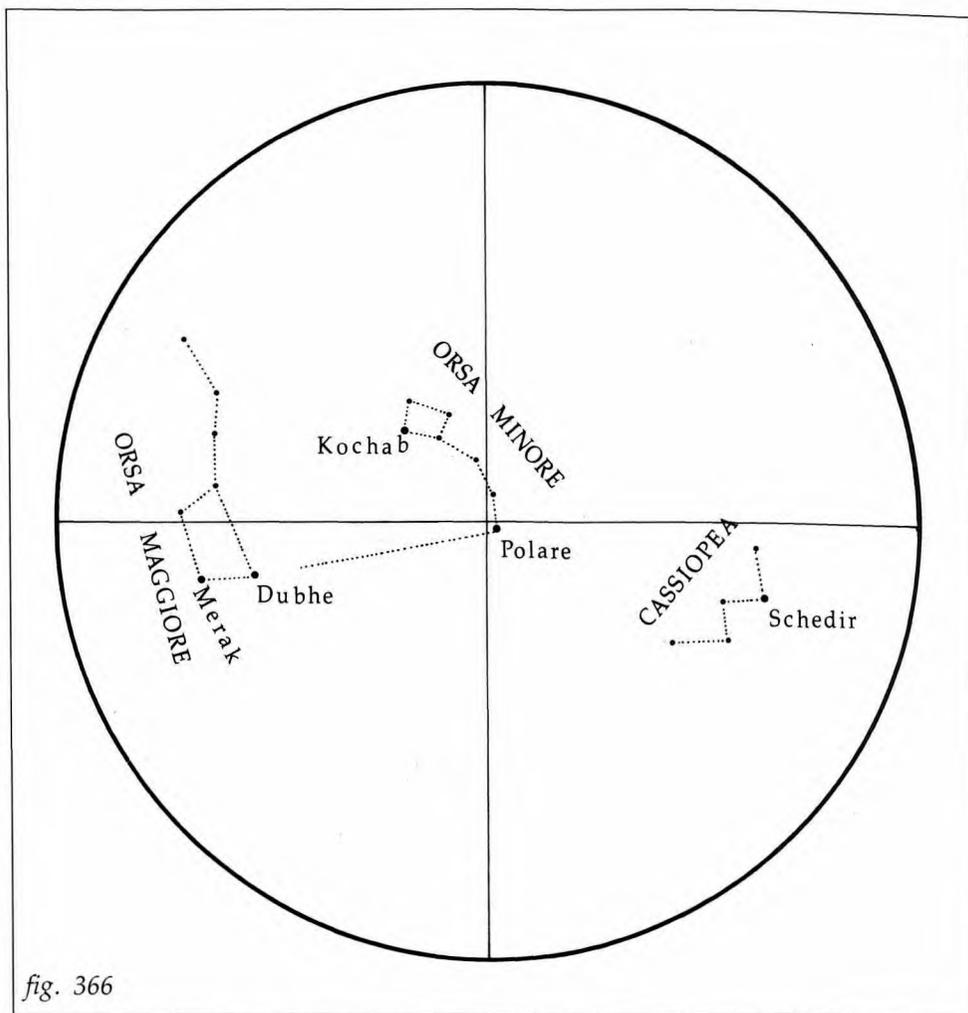


fig. 366

Gli scrittori del passato consideravano anche l'eventualità di usare questa versione del notturnale con una seconda stella, rendendo mobile il manico rispetto al disco delle date; in tal modo si poteva portare in corrispondenza del manico la data di coincidenza col Sole dell'una o dell'altra delle due stelle prescelte.

La scala delle date era spesso completata con una scala zodiacale (più precisa e costante di quella calendariale), che divideva i  $360^\circ$  del disco nei  $360^\circ$  dello zodiaco, raggruppati di  $30^\circ$  in  $30^\circ$  nei 12 segni zodiacali.

Quanto al materiale, gli artigiani meridianisti del tempo si servivano prevalentemente dell'ottone; i dilettanti moderni possono tranquillamente provare con il cartone o la plastica; il diametro dei dischi si aggirava sull'ordine dei 6-15 cm. Nel disco orario la graduazione delle ore era quasi sempre seghettata, con una tacca per ogni ora; questo "trucco" veniva usato per poter "leggere" le ore al buio, col tocco delle dita, contando le tacche dall'origine della scala, che aveva una tacca particolare.

Da notare ancora che sul disco orario nella scala delle ore si possono omettere quelle relative al periodo diurno, diciamo dalle  $8^h$  alle  $16^h$ .

Dopo la regolazione per la data del giorno, l'uso dello strumento è elementare e lo si vede nella figura 364.

#### *b) Variante standard semplificata*

Una versione più semplice di quella standard viene segnalata dall'Orontio Fineo nel suo trattato del 1532 (242), ma in verità non mi è capitato di vedere esemplari di questo tipo.

Nella versione standard la ricerca dell'ora viene fatta portando lo 0 delle ore sulla data D del giorno (fig. 367a) e misurando quindi con l'alidada l'arco fra il raggio OD e il raggio OS letto in ore; cioè si inizia a leggere l'ora in corrispondenza della data D e si finisce di leggerla in corrispondenza della stella S.

Se invece si rende l'alidada solidale con il disco delle ore in corrispondenza delle ore  $0^h$ , e nel giorno D traggiamo la stella S (fig. 367b) l'ora sarà letta sul disco delle ore in corrispondenza della data D, cioè la misura dell'ora si fa leggendo a rovescio dalla stella S alla data D.

In questa variante quindi:

- lo strumento è costituito da due pezzi solamente, poiché l'alidada diventa una sporgenza del disco orario;
- la numerazione delle ore ruota a rovescio, in senso orario anziché antiorario.

Possiamo anche aggiungere che con questa soluzione alla semplicità costruttiva si contrappone una minore facilità di lettura dell'ora.

Anche in questo caso un manico mobile può consentire di usare lo strumento con più di una stella.

#### *c) Terza variante*

Una terza versione del notturnale consente di usare lo stesso strumento con tutte le stelle circumpolari che si desidera, senza ricorrere agli spostamenti del manico.

(242) Fineo, bibliografia n. 26.

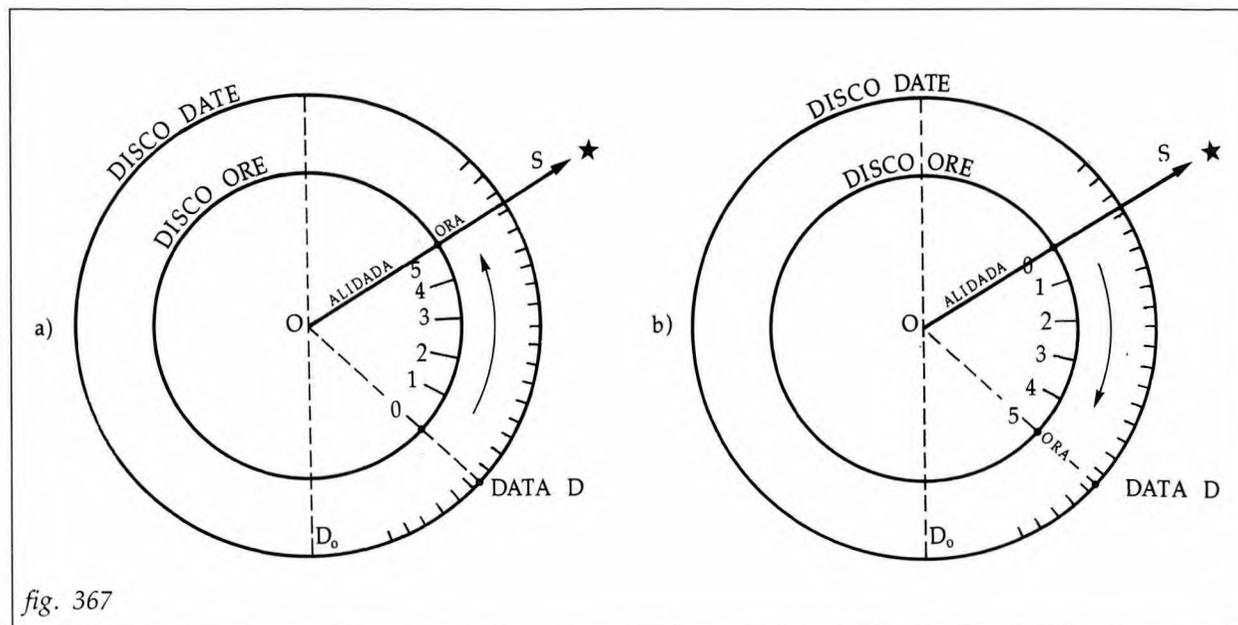


fig. 367

In linea concettuale si tratta di disporre la scala delle date in un modo qualsiasi, arbitrario, e quindi di applicare integralmente il criterio dei "segnalini" sul disco orario, di cui abbiamo parlato in precedenza.

In pratica per ogni stella che si desidera inserire nello strumento si dispone sul disco orario un segnalino o una sporgenza in posizione tale che quando esso segna la specifica data  $D_0$  in cui quella stella si trova sullo stesso cerchio orario del Sole (differenza 0 di ascensione retta), lo zero del disco orario venga a trovarsi esattamente sul raggio inferiore dello strumento.

Chiariamo questo criterio con un esempio. Si voglia costruire un notturnale usabile con le tre stelle già menzionate Kochab, Dubhe, Schedir, le cui date di coincidenza col Sole sono rispettivamente 7/11, 7/9, 31/3.

Disponiamo dapprima sul cerchio-base la scala delle date in un modo qualsiasi, per esempio col 1 Gennaio sul raggio inferiore, come nella figura 368a.

Le tre date in questione cadono rispettivamente nei giorni  $311^\circ$ ,  $250^\circ$ , e  $90^\circ$  dell'anno; quindi a partire dal punto A (1 Gennaio) sul calendario circolare, seguendo le date in senso antiorario, i tre archi corrispondenti AB, AC, AD sono in gradi:

$$\text{per Kochab: } AB = \frac{360}{365} \times 311 = 307^\circ$$

$$\text{per Dubhe: } AC = \frac{360}{365} \times 250 = 247^\circ$$

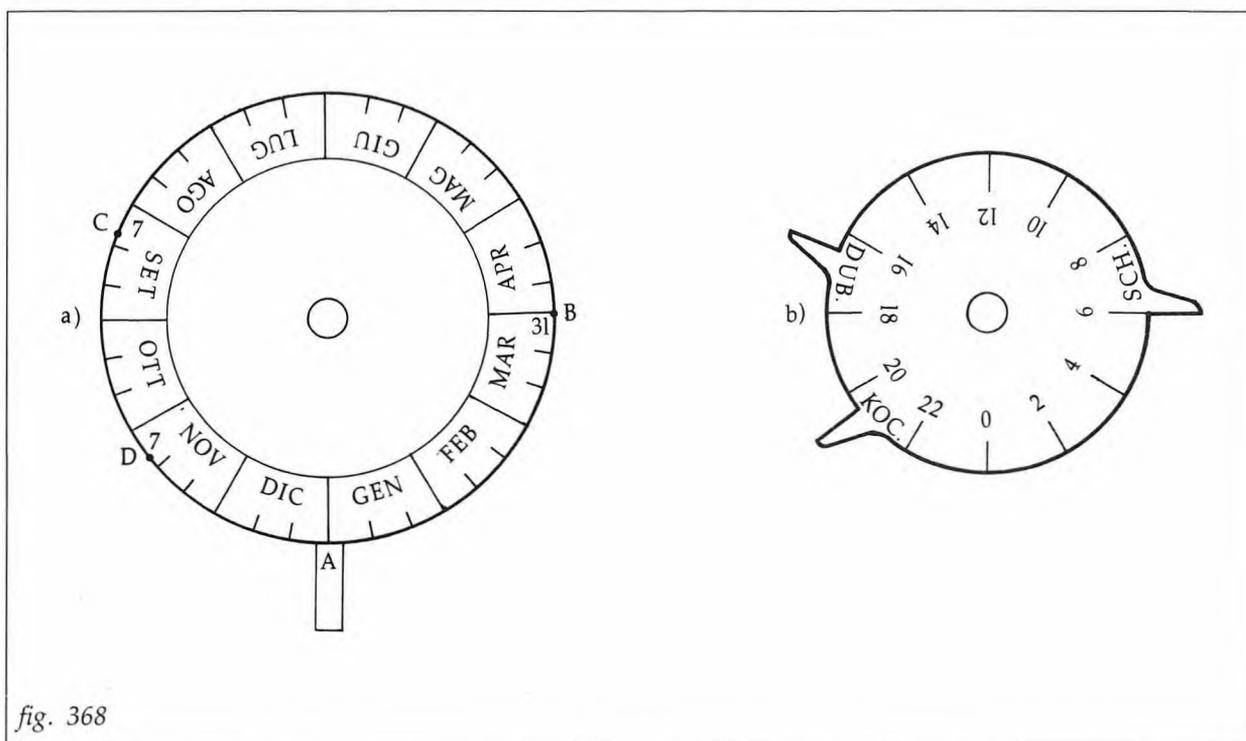
$$\text{per Schedir: } AD = \frac{360}{365} \times 90 = 89^\circ$$

che, trasformati in ore, divengono:

per Kochab  $20^{\text{h}}.45$  ( $20^{\text{h}}27^{\text{m}}$ )  
per Dubhe  $16^{\text{h}}.44$  ( $16^{\text{h}}26^{\text{m}}$ )  
per Schedir  $5^{\text{h}}.92$  ( $5^{\text{h}}55^{\text{m}}$ )

Prendiamo ora il disco delle ore, con la sua scala da  $0^{\text{h}}$  a  $24^{\text{h}}$ , (fig. 368b) e su di esso in corrispondenza dei tre valori di ora che abbiamo trovato, fissiamo un segnalino col nome della stella corrispondente.

Quando sovrapponiamo i due dischi, e portiamo il segnalino di una delle stelle sulla data in cui essa coincide con il Sole, il valore  $0^{\text{h}}$  delle ore cade sul raggio inferiore dello strumento (punto A); perciò portando il segnalino sulla data effettiva della giornata lo strumento riproduce la situazione astronomica del momento, e, riguardando con l'alidada la stella prescelta, essa segna anche l'ora solare sul disco orario.



Il cambio della stella che si vuole usare è immediato; basta prima della misura portare sulla data della giornata il segnalino della specifica stella da impiegare.

Per concludere osserviamo che la precisione con cui si può ottenere l'ora con strumenti di questo tipo è sempre piuttosto modesta, oltre che per le loro dimensioni, necessariamente piccole, anche perché la doppia collimazione notturna Stella Polare / stella utilizzata e l'orientamento del quadrante sull'equatore al momento della misura possono essere fatti in modo del tutto approssimativo. D'altra parte bisogna ricordare che all'epoca dei notturnali la conoscenza dell'ora non era richiesta con la precisione odierna.

### 173) *Il notturnale per le ore italiche*

L'uso diffuso delle ore italiche nella pratica della cronometria nei secoli scorsi indusse alcuni costruttori (tra cui il già citato fiorentino Girolamo Della Volpaia) a realizzare notturnali che fornissero direttamente l'ora italica anziché l'ora civile (243).

Senza entrare nei dettagli di questa versione, diremo che in sostanza questo tipo di strumento, oltre che misurare l'ora, effettuava direttamente la conversione da ora civile in ora italica mediante l'applicazione della formuletta indicata quando si trattò delle ore italiche:

$$\text{ora italica } I = \text{ora civile } C + \text{arco seminotturno } \gamma.$$

Per ottenere questo risultato, ai due dischi del notturnale già descritti veniva sovrapposto un terzo disco, concentrico e ovviamente più piccolo, che possiamo chiamare "delle ore italiche"; su di esso si trovava, in forma di notizia, l'indicazione del valore dell'arco seminotturno  $\gamma$  in funzione della data, con il passo piuttosto ampio di 15 giorni; sulla periferia del disco vi era una scala di "ore italiche". Slittando questo terzo disco (ore italiche I) rispetto al secondo disco (ore civili C) di tanto quanto era l'arco seminotturno  $\gamma$  (letto sul terzo disco), si faceva automaticamente la somma  $C + \gamma$ , per cui quando si traguardava la stella, l'alidada indicava sul terzo disco direttamente l'ora italica.

Naturalmente in questo tipo di strumento la "seghettatura" della scala oraria per facilitare la lettura notturna si trovava sul terzo disco finale.

(243) Un bell'esemplare di questo tipo si trova nel Museo di Storia della Scienza a Firenze.

## CAP. XXXIX - OROLOGI LUNARI

### 174) Generalità

Nelle notti chiare, quando la "fase" della Luna non è troppo lontana dalla Luna Piena, (diciamo entro 5-7 giorni dalla Luna Piena) anche il nostro satellite può dare ombre come il Sole e quindi può servire per ricavare l'ora utilizzando la sua posizione in cielo.

Poiché l'ora che serve è quella solare e non quella lunare, anche in questo caso occorre riferire la posizione della Luna a quella del Sole, e quindi occorre conoscere, sia pur sommariamente i moti della Luna. Oltre alle limitazioni temporali dovute alla fase, qui troviamo subito qualche altra difficoltà, poiché i moti della Luna sono i più complessi tra quelli celesti, e mal si prestano a dare l'indicazione del trascorrere del tempo, che richiede "marcatempi" regolari e moti uniformi. Bisogna riconoscere che la determinazione dell'ora per mezzo della Luna porta a risultati decisamente grossolani; opinione diffusa è sempre stata che la misura del tempo per mezzo della Luna si poteva fare all'incirca con l'approssimazione dell'ora!

### 175) I moti, le fasi e l'età della Luna

La Luna si sposta sulla sfera celeste su un'orbita inclinata di circa  $5^\circ$  rispetto all'eclittica; agli effetti della misura del tempo possiamo trascurare questi  $5^\circ$  e considerare che anche la Luna, come il Sole, si sposti sull'eclittica. In tale percorso la Luna "slitta", ritardando rispetto alle stelle, in modo assai più veloce del Sole, e cioè al ritmo di circa mezzo grado all'ora. Rispetto al Sole (ciò che a noi interessa) la Luna slitta ritardando mediamente di circa 48.8

minuti al giorno; pertanto dopo aver compiuto l'intero giro dell'eclittica si riporta nuovamente sul Sole in un periodo che mediamente è di 29.5 giorni e che viene chiamato "lunazione".

La lunazione, e quindi il diverso angolo di illuminazione della Luna da parte del Sole, così come viene visto dalla Terra, determina l'aspetto della Luna e la successione delle ben note "fasi lunari" Luna Nuova, Primo Quarto, Luna Piena, Ultimo Quarto, che si ripetono ogni 29.5 giorni (fig. 369).

Agli effetti degli orologi lunari, ciò che interessa è la distanza angolare della Luna dal Sole, cioè l'"età" della Luna, intendendo con questo termine il numero

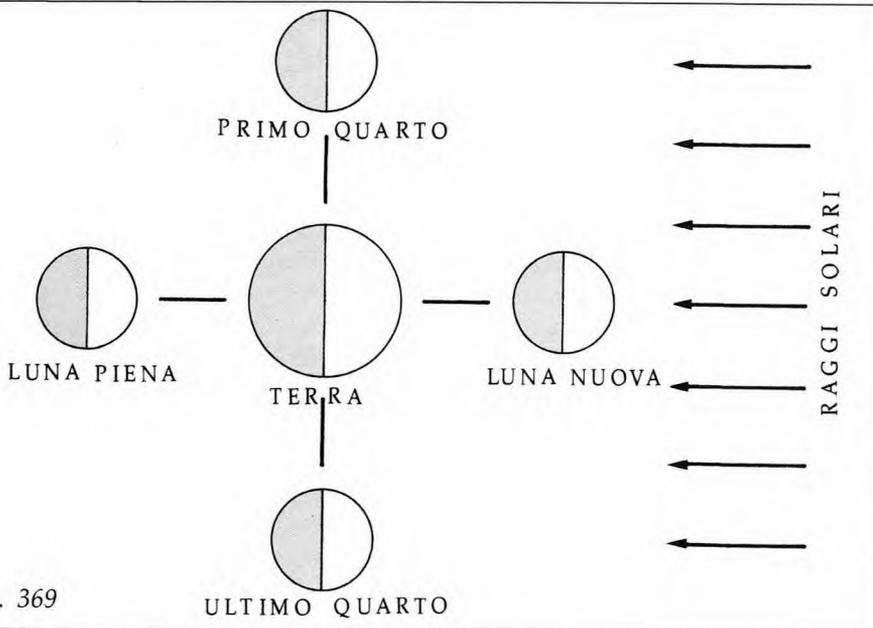


fig. 369

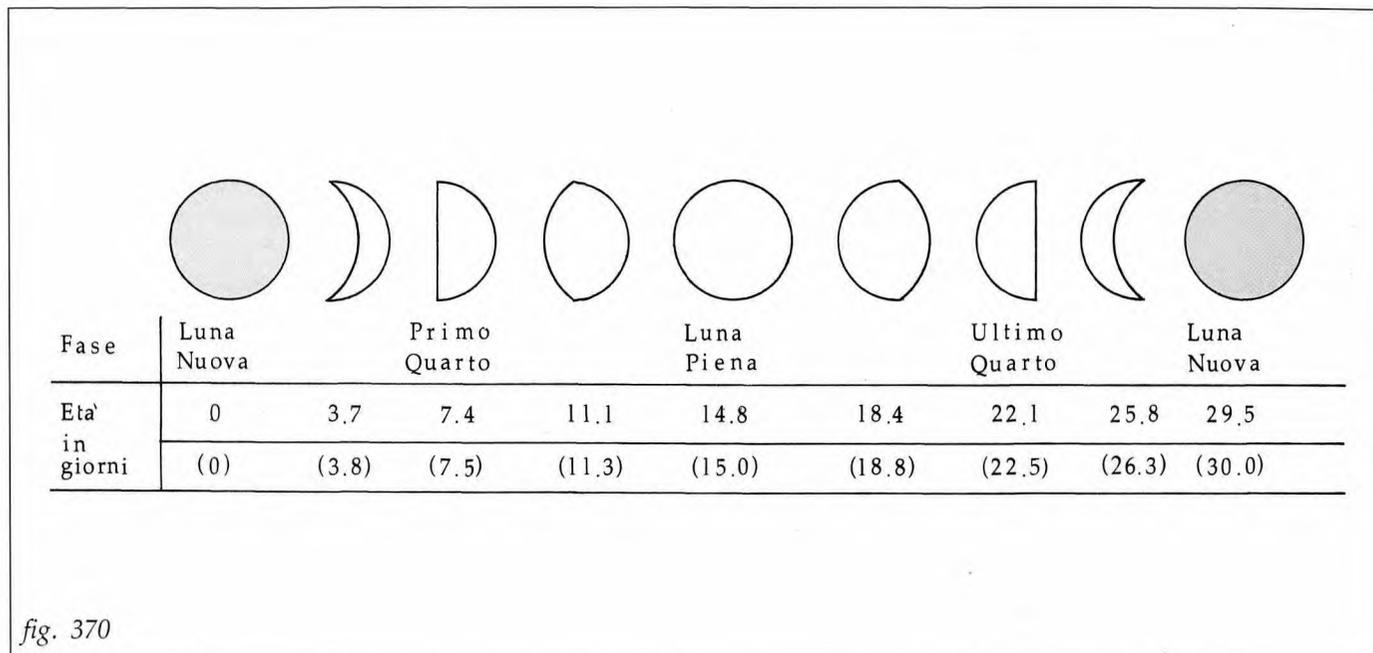


fig. 370

di giorni che sono trascorsi dall'ultima Luna Nuova; per quanto si è detto, l'età della Luna varia da 0 a 29.5 giorni, ma spesso i meridianisti, considerato che la Luna presenta tali irregolarità di movimenti da non consentire eccessiva precisione, hanno arrotondato la lunazione a 30 giorni, assegnando quindi all'età della Luna una variabilità tra 0 e 30 giorni. Questo arrotondamento equivale a considerare che lo slittamento giornaliero della Luna rispetto al Sole sia di 48 minuti anziché di 48.8.

La conoscenza dell'età della Luna è presupposto basilare per passare dall'ora indicata dall'ombra lunare all'ora solare; infatti in un dato istante l'"ora lunare" è in ritardo rispetto a quella solare di tante volte 48 minuti quanti sono i giorni trascorsi dalla Luna Nuova, cioè i giorni dell'età lunare. La nozione esatta dell'età lunare si può avere solo consultando gli almanacchi astronomici di qualsiasi tipo (inclusi i calendari e le agende che spesso riportano questo tipo di indicazioni); in mancanza di questi documenti, un'idea approssimata dell'età della Luna si può dedurre empiricamente osservando l'aspetto della sua parte illuminata, cioè osservando la fase, come indica la figura 370.

Nota che sia l'età della Luna in giorni, moltiplicandola per  $48^m$  si ottiene il ritardo dell'ora lunare rispetto a quella solare. Ad esempio una Luna con età di 12 giorni (Luna che si sta avvicinando alla Luna Piena) ritarda sul Sole di  $12 \times 48^m = 9^h 36^m$ , diciamo tra  $9^h$  e  $10^h$ ; perciò se l'ora lunare fosse  $12^h$  (Luna al meridiano) l'ora solare sarebbe fra le  $21^h$  e le  $22^h$ .

### 176) Passaggio dall'ora lunare a quella solare per mezzo di tabelle

La pratica più diffusa per usare la Luna nella misura dell'ora è sempre stata quella di esporre alla luce lunare un comune orologio solare; letta su di esso l'ora marcata dall'ombra lunare, si ricava da una apposita tabella, in funzione dell'età della Luna, la correzione per

passare all'ora solare. La forma della tabella può essere la più varia, a seconda della fantasia di chi la produce; la più semplice è la seguente (244):

Età Luna	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Anticipo Sole	0 <sup>h</sup> 48	1 <sup>h</sup> 36	2 <sup>h</sup> 24	3 <sup>h</sup> 12	4 <sup>h</sup> 00	4 <sup>h</sup> 48	5 <sup>h</sup> 36	6 <sup>h</sup> 24	7 <sup>h</sup> 12	8 <sup>h</sup> 00
Età Luna	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Anticipo Sole	8 <sup>h</sup> 48	9 <sup>h</sup> 36	10 <sup>h</sup> 24	11 <sup>h</sup> 12	12 <sup>h</sup> 00	12 <sup>h</sup> 48	13 <sup>h</sup> 36	14 <sup>h</sup> 24	15 <sup>h</sup> 12	16 <sup>h</sup> 00
Età Luna	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30/0
Anticipo Sole	16 <sup>h</sup> 48	17 <sup>h</sup> 36	18 <sup>h</sup> 24	19 <sup>h</sup> 12	20 <sup>h</sup> 00	20 <sup>h</sup> 48	21 <sup>h</sup> 36	22 <sup>h</sup> 24	23 <sup>h</sup> 12	24 <sup>h</sup> 00

In altra ovvia versione si considera che il Sole "anticipa" la Luna fra la Luna Nuova e la Piena (primi 15 giorni di età), mentre ritarda e quindi "segue" la Luna fra la Luna Piena e la Nuova (seconda quindicina di età); la seconda parte della tabella correttiva diviene in questo caso:

Età Luna					15	16	17	18	19	20
Ritardo Sole					12 <sup>h</sup> 00	11 <sup>h</sup> 12	10 <sup>h</sup> 24	9 <sup>h</sup> 36	8 <sup>h</sup> 48	8 <sup>h</sup> 00
Età Luna	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30/0
Ritardo Sole	7 <sup>h</sup> 12	6 <sup>h</sup> 24	5 <sup>h</sup> 36	4 <sup>h</sup> 48	4 <sup>h</sup> 00	3 <sup>h</sup> 12	2 <sup>h</sup> 24	1 <sup>h</sup> 36	0 <sup>h</sup> 48	0 <sup>h</sup> 00

Per coloro che considerano le 24 ore del giorno divise in 12 ore A.M. e 12 ore P.M. (anglosassoni e molti meridianisti del passato) la tabella può assumere questa forma:

Età Luna	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Anticipo Sole	0 <sup>h</sup> 48	1 <sup>h</sup> 36	2 <sup>h</sup> 24	3 <sup>h</sup> 12	4 <sup>h</sup> 00	4 <sup>h</sup> 48	5 <sup>h</sup> 36	6 <sup>h</sup> 24	7 <sup>h</sup> 12	8 <sup>h</sup> 00	8 <sup>h</sup> 48	9 <sup>h</sup> 36	10 <sup>h</sup> 24	11 <sup>h</sup> 12	12 <sup>h</sup> 00
Età Luna	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

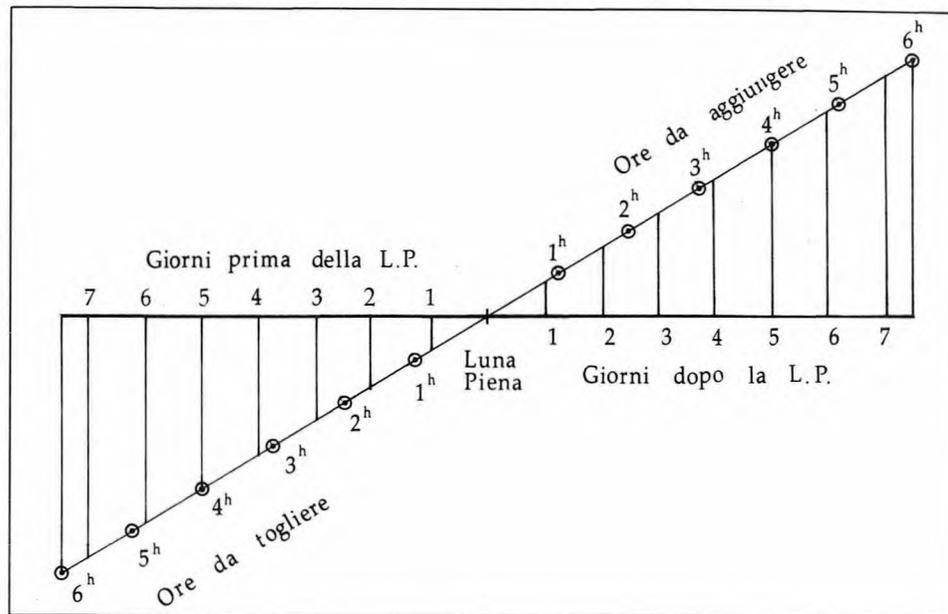
Una soluzione di questo genere si trova sull'orologio solare dell'inglese Queen's College, che gli scrittori anglosassoni definiscono "famoso" proprio per la presenza di questa "tabella lunare".

(244) Quando il Sole è "in anticipo" la correzione va aggiunta all'ora lunare, quando è "in ritardo", la correzione va sottratta.

Una versione diagrammatica della tabella correttiva viene indicata da Rohr (245) come segue:

Anche questo diagramma considera il giorno diviso in 12 ore A.M. e 12 ore P.M.; inoltre trascura giustamente i periodi troppo distanti dalla Luna Piena.

Gli orologi riflessi del padre Maignan già menzionati in altre parti di questo libro risolvono il problema con un regolo circolare in cui un disco fisso esterno porta le ore e un disco interno girevole porta i giorni della lunazione (da 0 a 29.5). Non si tratta, come si potrebbe pensare a prima vista, di un "orologio lunare", ma di un semplice regolo circolare per sommare all'ora lunare (letta altrove) la correzione che deriva dall'età della Luna.



### 177) Orologi lunari

Il sistema *indiretto* delle tabelle correttive è stato in passato il modo più comune per ricavare l'ora notturna dalle ombre lunari, anche perché l'incompleta capacità della Luna a dare ombre utilizzabili non incoraggiava i meridianisti del passato a dedicarsi a fondo a questo settore secondario della gnomonica. Ciononostante qualche studioso ha voluto escogitare strumenti "lunari" veri e propri, che dessero *direttamente* l'ora solare quando esposti alla luce della Luna; si tratta di strumenti di scarsa importanza, dei quali diamo solo un cenno sommario per completezza d'informazione.

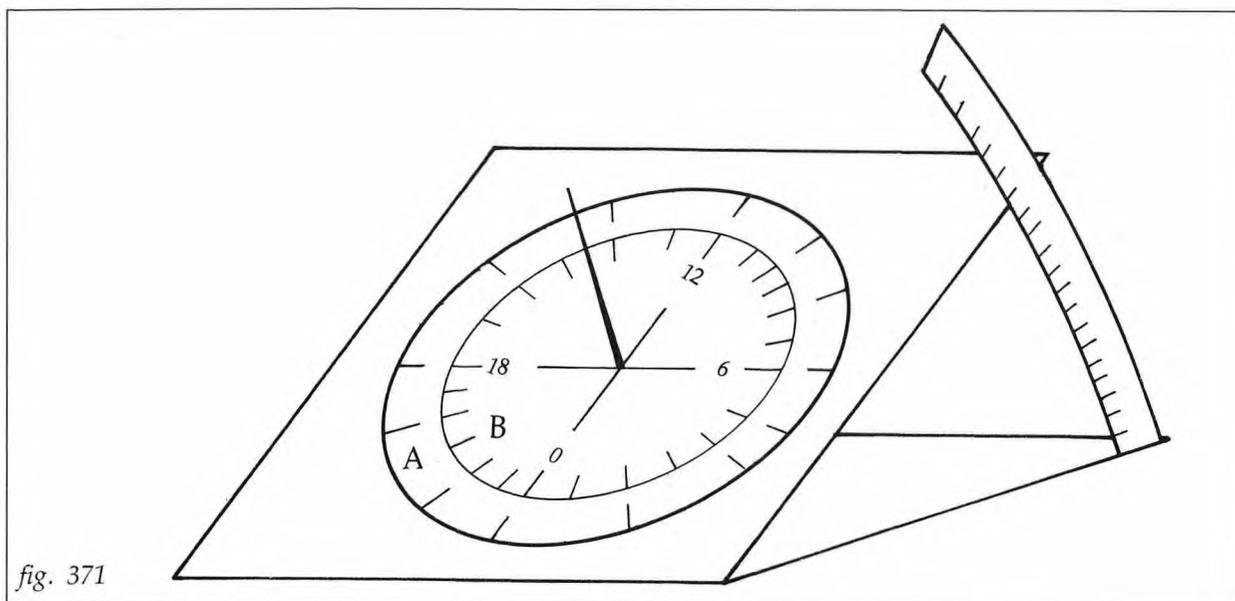
Il più semplice di questi strumenti, segnalato dal Fineo nel suo trattato (246), si basa sostanzialmente su un quadrante di tipo equinoziale (fig. 371), su cui figurano due cerchi concentrici. Il cerchio esterno A è fisso ed è diviso in 29.5 parti, corrispondenti ai giorni della lunazione; il cerchio interno B, che ruota intorno al centro, porta una graduazione in ore; girando il disco delle ore sino a portare l'origine della graduazione sul giorno della lunazione, l'ombra lunare dello stilo C segna sul disco orario direttamente l'ora solare. Naturalmente come tutti gli orologi equinoziali, anche questo deve avere un quadrante con stilo su entrambe le facce del quadro, da usare quando la declinazione della Luna è rispettivamente positiva (faccia esterna) e negativa (faccia interna).

Il Bion (247) insegna a costruire un analogo orologio lunare servendosi di un comune orologio orizzontale, sul quale, come nel precedente strumento del Fineo, il disco delle ore

(245) Rohr, bibliografia n. 41.

(246) Orontio Fineo, bibliografia n. 26.

(247) Bion, bibliografia n. 10.



solari ruota sopra il disco dei giorni lunari. Questo strumento suggerito dal Bion non poteva essere un capolavoro di precisione nemmeno in teoria, poiché il distanziamento delle ore solari (che nello strumento equinoziale è uniforme) qui risulta variabile, come in tutti gli orologi orizzontali; ciò porta ovviamente ad errori quando il disco orario viene ruotato e portato con la retta oraria  $0^h$ - $12^h$  fuori dal meridiano. Lo stesso autore, senza dirlo, doveva conoscere bene il difetto, tanto che al suo quadrante aggiungeva una tabellina del tipo di quelle indicate in precedenza, per passare all'ora solare correggendo aritmeticamente l'ora lunare.

Il più "simpatico" e intelligente orologio lunare mi sembra invece quello descritto dall'Ozanam nelle sue opere di gnomonica (248); per semplicità lo esaminiamo disposto su un quadro orizzontale, ma gli stessi principi possono essere applicati su quadri comunque orientati; tra i "lunari" questo è l'unico che possa essere generalizzato in tal maniera.

Si abbia (fig. 372) un comune orologio orizzontale con il suo stilo inclinato sorgente in O, che presenti le linee orarie dalle  $6^h$  alle  $18^h$ . Tracciamo su di esso due rette parallele AB e CD perpendicolari alla meridiana, arbitrariamente distanziate in modo opportuno, cui attribuiamo il compito di rappresentare l'inizio e la fine della lunazione, assegnando ad esse il momento della Luna Nuova (ritardo nullo della Luna sul Sole).

Dividiamo poi, con altre rette perpendicolari alla meridiana, in 24 parti lo spazio tra le due rette AB e CD e, partendo dal basso, assegnamo a ciascuna retta divisoria il momento della lunazione in cui la Luna ritarda sul Sole di  $1^h$ ,  $2^h$ ,  $3^h$ , ecc. sino alla retta delle  $24^h$  di ritardo, che coincide con quella della Luna Nuova CD; la retta mediana EF rappresenta quindi il momento della Luna Piena (ritardo di  $12^h$ ).

Quando la Luna è piena, alle ore  $0^h$ - $24^h$  il Sole è al meridiano inferiore mentre la Luna è al meridiano superiore con  $12^h$  di ritardo, e manda l'ombra dello stilo sulla linea OL; quindi il

(248) Ozanam, bibliografia n. 41 e n. 42.



punto L, dove si incrociano la retta EF della Luna Piena e l'ombra dello stilo alle ore  $0^h-24^h$ , è un punto della linea oraria lunare  $0^h-24^h$ . Quando la Luna avrà ritardato di un'altra ora (ritardo di  $13^h$  rappresentato dalla retta GH), all'ora solare  $0^h-24^h$  l'ombra lunare giace sulla retta oraria  $11^h$ , quindi anche il punto M appartiene alla linea oraria lunare  $0^h-24^h$ , e così pure il punto N, corrispondente al ritardo di  $14^h$ , e ancora tutti gli altri punti che così si possono costruire all'aumentare del ritardo della Luna. Analogamente possiamo individuare i punti P, Q, ecc. corrispondenti nei giorni precedenti la Luna Piena ai ritardi di  $11^h$ ,  $10^h$ , ecc. Avviando una curva su tutti i punti come Q, P, L, M, N, ecc. ottenuti agli incroci delle rette dei ritardi lunari con le linee orarie del quadro, si ottiene una linea che possiamo chiamare la "linea oraria lunare delle  $0^h-24^h$ "; infatti quando l'ombra lunare dello stilo la toccherà nel punto in cui essa è tagliata dalla retta del ritardo lunare del momento, sono le ore  $0^h-24^h$ .

In modo analogo, partendo dai punti da  $R_1$  a  $R_6$  si possono disegnare le linee orarie  $23^h$ ,  $22^h$ ,  $21^h$ ,  $20^h$ ,  $19^h$ ,  $18^h$ , e partendo dai punti da  $S_1$  a  $S_6$  le linee orarie  $1^h$ ,  $2^h$ ,  $3^h$ ,  $4^h$ ,  $5^h$ ,  $6^h$ , così come indicato nella figura 372. A maggior chiarimento si sottolinea che le ore segnate su queste linee orarie sono "ore solari indicate dall'ombra lunare dello stilo".

L'estensione del diagramma alle ore che seguono le  $6^h$  e che precedono le  $18^h$  è superflua poiché si otterrebbero linee orarie "diurne", del tutto inutili in uno strumento lunare e cioè notturno.

Per ridurre le dimensioni del quadro così ottenuto basta notare che la metà inferiore, costituita dal rettangolo AEFB, può benissimo essere sovrapposta al rettangolo superiore ECDF, ricostruendo il diagramma  $18^h-24^h$  a partire dalla oraria  $6^h$ , che così assume il doppio valore di  $6^h$  e  $18^h$  (249-250).

Naturalmente in questo caso la retta inferiore EF rappresenta sia il momento della Luna Piena del diagramma originario sia il momento della Luna Nuova del diagramma sovrapposto, e analogamente la retta superiore CD rappresenta la Luna Nuova originaria e la Luna Piena sovrapposta. La figura 373 indica il risultato che si ottiene.

All'atto pratico il distanziamento delle rette orizzontali di ora in ora, come fatto sinora, non ha un preciso significato, poiché la Luna ritarda di  $48^m$  (e non  $60^m$ ) per ogni giorno di età; quindi a questo punto conviene cancellare le rette orizzontali distanziate di un'ora che sono servite per la costruzione (salvo le due rette limiti della Luna Nuova e Piena) sostituendole con le rette orizzontali che dividano l'intervallo tra i limiti EF e CD in 15 parti, pari al numero di giorni che intercorrono tra la Luna Nuova e Luna Piena e viceversa; queste rette dovranno perciò essere numerate da 0 a 15 giorni e poi di nuovo da 15 a 30 giorni, numeri che indicano l'età della Luna nei due periodi sovrapposti.

Il risultato finale è indicato nella figura 374; in quest'ultimo schema le rette orarie dell'orologio orizzontale originario possono essere omesse perché inutili (a meno che non si voglia usare lo strumento anche come orologio solare, oltre che come lunare).

Si noterà che le graduazioni dell'età lunare tra 0 e 7 e tra 23 e 30 sono state omesse; esse sono inutili perché in quelle situazioni la fase lunare è più prossima alla Luna Nuova che alla Luna Piena, e perciò non ci si può attendere di avere ombre lunari utilizzabili sull'orologio.

Quanto all'aspetto geometrico di questo strumento, si deve tenere presente che esso dipende direttamente da elementi arbitrari come il porporzionamento delle distanze fra le

(249) Se le ore pomeridiane si numerano  $1^h$ ,  $2^h$ ,  $3^h$ , ecc. come spesso si faceva in passato, la numerazione delle ore diviene continua da  $6^h$  a  $12^h/0^h$  e da  $12^h/0^h$  a  $6^h$ .

(250) Si potrebbe anche sovrapporre il rettangolo superiore a quello inferiore, ma lo stilo resterebbe troppo lontano.

rette orizzontali dei ritardi, e come la posizione delle due rette limiti; inoltre, come nella maggioranza degli orologi solari, l'aspetto è influenzato dal "taglio" che si dà al quadro; pertanto lo strumento può assumere aspetti finali anche notevolmente variati.

Su un quadro di questo genere, come nell'orologio orizzontale da cui deriva, lo stilo è una bacchetta piantata in O, giacente nel piano perpendicolare al quadro passante per la meridiana solare, inclinata sul quadro della latitudine  $\varphi$ , di lunghezza indefinita ma sufficiente perché l'ombra lunare possa raggiungere tutti i punti del diagramma (occorre tener presente che la declinazione della Luna può arrivare a circa  $\pm 28^\circ$ ). Nella figura 374 lo stilo è ribaltato di  $90^\circ$  sul quadro.

Per l'uso di questo orologio si deve orientare il quadro in modo che la meridiana solare coincida con il meridiano locale; se l'orologio non è fisso occorre dotarlo di una bussola di orientamento. L'ora si legge sul diagramma nel punto in cui l'ombra lunare dello stilo tocca la retta corrispondente all'età della Luna.

Un diverso modo di interpretare gli stessi criteri generali di questo orologio lunare è presentato nella figura 375, che mostra un quadrante originale disegnato dall'autore.

In questo caso, per evitare le difficoltà di intersezione che si verificano tra le linee orarie

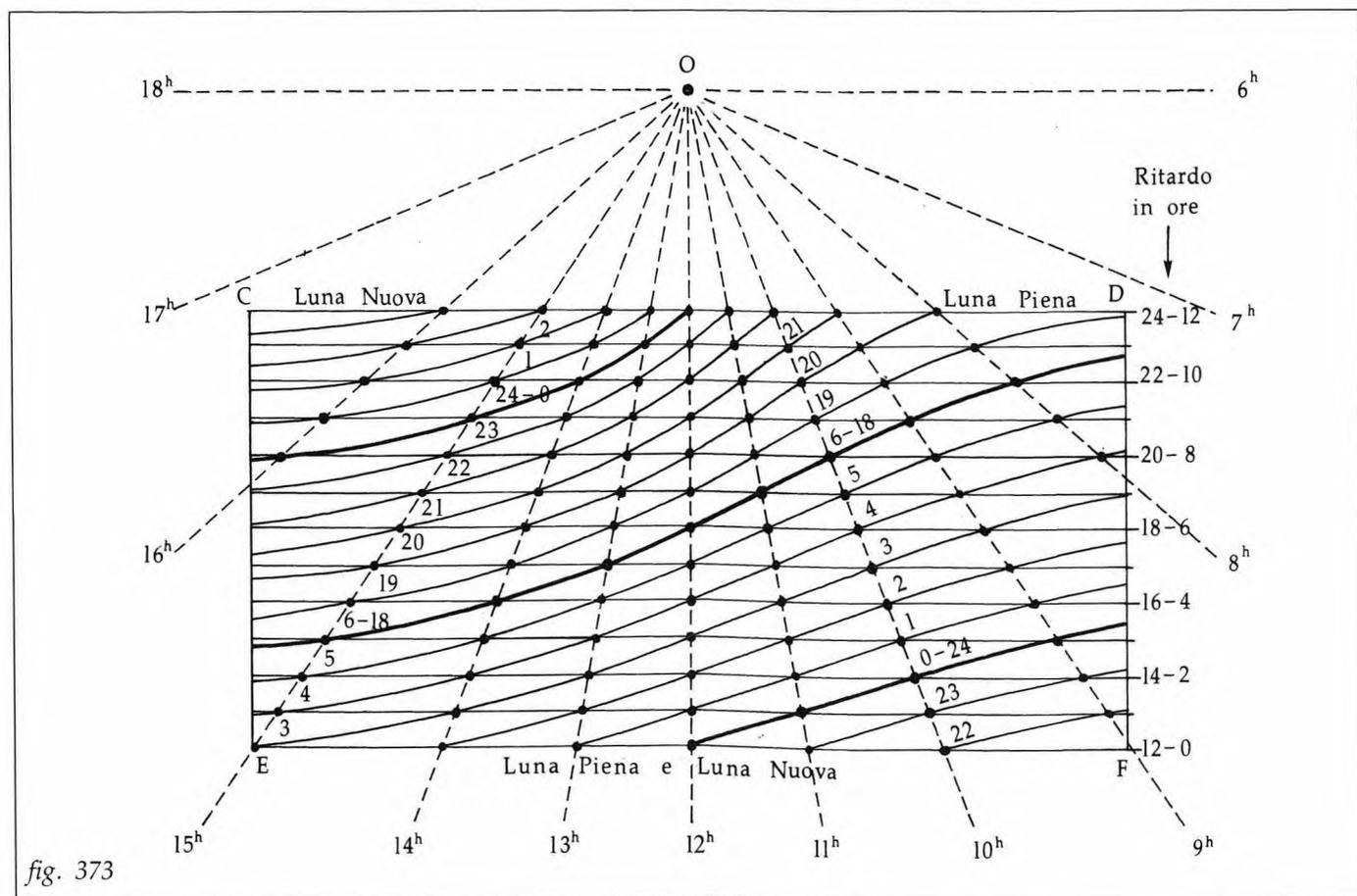


fig. 373

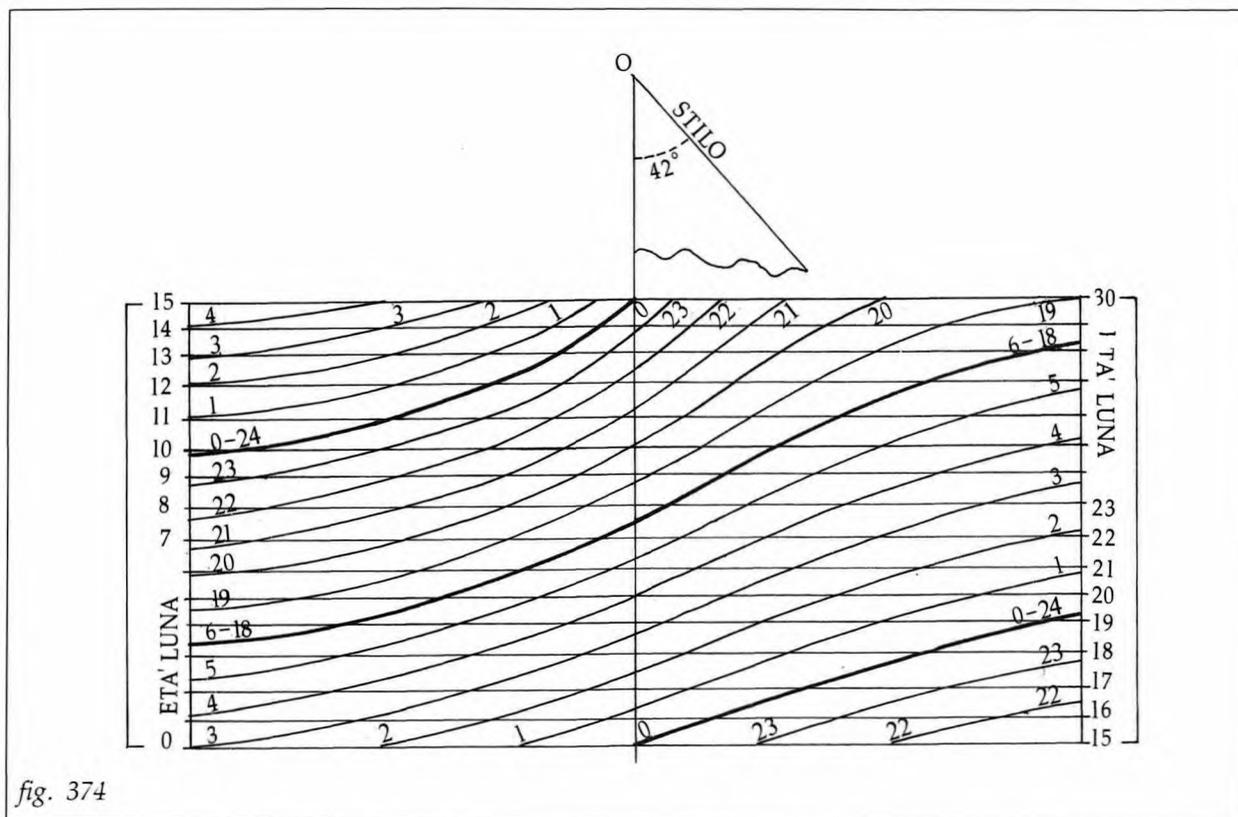


fig. 374

del quadrante solare originario e le rette orizzontali delle età lunari, queste ultime sono state rese circolari con centro nel punto in cui origina lo stilo. Per ottenere questo schema bisogna però ripartire dal disegno della figura 372, senza procedere alla sovrapposizione dei rettangoli che porta alla figura 373. Lo stilo (non indicato nella figura) ha origine al centro dei cerchi, è orientato sul raggio mediano ed è elevato sul quadro quanto la latitudine.

L'impiego di questa variante non presenta differenze rispetto a quella precedente; orientato lo strumento con lo stilo verso il Nord, l'ombra lunare si manifesta come un raggio comune a tutti i cerchi; dove essa incontra il cerchio corrispondente all'età della Luna (letta sulle scale superiori) si legge l'ora sul fascio delle spirali che rappresentano le ore solari civili.

Il periodo di lunazione per l'impiego dello strumento è stato limitato ai 14 giorni a cavallo della Luna Piena, tra Primo Quarto e Ultimo Quarto.

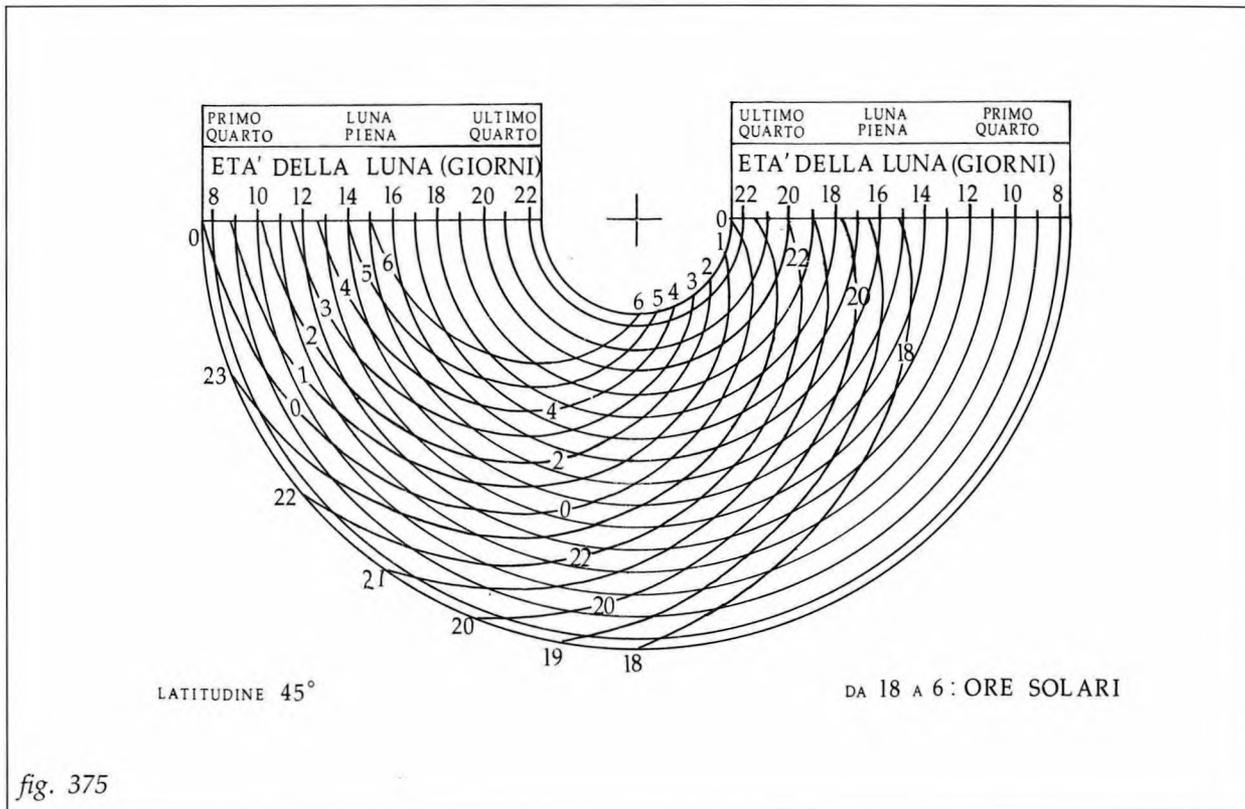


fig. 375

## BIBLIOGRAFIA ESSENZIALE

- 1) ABETTI A. - Teoria e pratica della costruzione di un orologio solare - Vienna 1876.
- 2) AGAMENNONE G. - Modo pratico per tracciare una meridiana - Da "Rivista di Astronomia e Scienze Affini" - Anno V, Agosto 1911 - Torino.
- 3) ANDREINI A. L. - Il problema generale degli orologi solari piani risoluto trigonometricamente - Da "Periodico di Matematica" - Vol XXII Fasc. I, 1906.
- 4) ANDREINI A. L. - Intorno alla teoria e costruzione degli orologi solari secondo il sistema orario babilonese, italico e giudaico - Da "Rivista di Fisica, Matematica e Scienze naturali" - Anno VII, Maggio 1906 - Pavia.
- 5) ATKINSON R. d'E. - Comments to "Sundials for Navigators" by M. Bini - Da "Journal of the Institute of Navigation" - Vol. 15 n. 4, October 1962 - London.
- 6) BEDOS DE CELLES D.F. - La gnomonique pratique - Paris 1790 (nuova edizione; la prima è datata 1760).
- 7) BERTON R. - Les cadrans solaires du Val d'Aoste - Genova 1972.
- 8) BINI M. - Sundials for Navigators - Da "Journal of the Institute of Navigation" - Vol. 15 n. 4, October 1962 - London.
- 9) BINI M. - Astronomia Nautica - Livorno 1980.
- 10) BION N. - Traité de la Construction et des Principaux Usages des Instrumens de Mathématique, libro ottavo "Constructions des cadrans au Soleil" - La Haye 1723.
- 11) CICCONE G. - Trattato di Geodesia e Topografia - Cap. XXXI - Calendari e Orologi Solari - Milano 1938.
- 12) CLAVIUS C. - Gnomonices - Roma 1580.
- 13) CLAVIUS C. - Fabrica et usus instrumenti ad horologiorum descriptionem peropportuni - Roma 1586.
- 14) COUSINS F.W. - Sundials - London 1972 (1<sup>a</sup> ed. 1969).
- 15) DE LA HIRE P. - Gnomonique - Paris 1698 (1<sup>a</sup> ed. 1682).
- 16) DOLAN W.W. - A choice of sundials - Blattesboro, U.S.A., 1975.
- 17) D'ONOFRIO C. - Gli obelischi di Roma - Roma 1967.
- 18) DRECKER J. - Gnomone und Sonnenuhren - Aix-la-Chapelle 1909.
- 19) DRECKER J. - Die Theorie der Sonnenuhren - Berlino 1924.
- 20) ENCICLOPEDIA MONDADORI DELLE SCIENZE - Strumenti scientifici antichi del Museo di Storia della Scienza di Firenze - 1968.
- 21) ENCICLOPEDIA ITALIANA ed. 1938 - Voci "Gnomonica" e "Meridiana".
- 22) ENCYCLOPAEDIA BRITANNICA ed. 1973 - Voce "Dial and Dialling".
- 23) ENCYCLOPAEDIA BRITANNICA ed. 11<sup>a</sup> - (Vds. Godfrey H.)
- 24) FANTONI G. - L'orologio solare azimutale analemmatico - Da "Rivista Marittima", Maggio 1983 - Roma. Orologi notturni lunari - Da "Rivista Marittima", Giugno 1987 - Roma.
- 25) FERRARI DA PASSANO C. e altri - La meridiana solare del Duomo di Milano - Milano 1977.
- 26) FINÉ Oronce (o Fineo Orontio o Fineus Orontius) - Aritmetica, Geometria, Cosmografia, et gli Oriuoli et gli Specchi; parte IV "De gli oriuoli et quadranti a Sole" - Venezia 1587 (Traduzione; originale 1532).
- 27) FULLER A.W. - Universal rectilinear dials - Da "Mathematical Gazette", Vol. XLI n. 335, February 1957 - London.
- 28) GODFREY H. - Voce "Dial and Dialling" su Encyclopaedia Britannica, edizione 11<sup>a</sup> - Cambridge 1910.
- 29) JANIN L. - Le cadran solaire analemmatique. Histoire et developpements. - Besançon (France) - Ed. CETEHOR - 1974.
- 30) JANIN L. - Un cadran solaire oublié - Da rivista "ORION" Dicembre 1975 - Svizzera.

- 31) LALANDE M. - Un cadran analemmatique, azimuthal, horizontal, elliptique - Da "Memoires de l'Academie Royale de Sciences" Vol. 1757 pag. 483 - Parigi 1757.
- 32) LUCHINI D. - Trattamenti matematici - Roma 1730.
- 33) MAYALL R.N. e MAYALL M.W. - Sundials - Boston 1973 (1<sup>a</sup> ed. 1938).
- 34) MICHEL H. - Les cadrans solaires de Max Elskamp - Liège 1966.
- 35) MICHEL H. - Catalogue des Cadrans Solaires du Musée de la Vie Wallonne - Liège 1974 (1<sup>a</sup> ed. 1953).
- 36) MICHEL H. - Traité de l'astrolabe - Paris 1976 (1<sup>a</sup> ed. 1947).
- 37) MICHEL H. e GUYE S. - Mesures du temps et de l'espace - Fribourg 1970.
- 38) MODENA E.C. - Orologi solari - Da "Rivista Marittima", Settembre 1925 - Roma.
- 39) MOLLET J. - Gnomonique graphique - Paris 1853 (1<sup>a</sup> ed. 1815).
- 40) NEPPI L. - Palazzo Spada - Cap. 4<sup>o</sup> "La Meridiana" (revisione di Ronca L.) Roma 1975.
- 41) OZANAM J. - Cours de Mathématiques - Amsterdam 1699.
- 42) OZANAM J. - Récréations mathématiques et physiques - Paris 1698.
- 43) PRICE D.J. - The little ship of Venice; a middle english instrument tract - Da "Journal of the History of Medicine", Vol. XV October 1960 - Lunenburg, Vermont, U.S.A.
- 44) ROHR R.R.J. - Sundials - Toronto 1970 (Traduzione da originale "Les Cadrans Solaires", Paris 1965) - Les Cadrans Solaires - Strasbourg 1986.
- 45) RONCA L. - Orologi solari in chiave moderna - Da "Rivista Marittima", Gennaio 1975 - Roma.
- 46) RONCA L. - Gnomonica sulla sfera e analemma di Vitruvio - Da "Atti della Accademia Nazionale dei Lincei", Quaderno 224 - Roma 1976.
- 47) SCANAVACCA B. - Novissima inventione per disegnare Horologi solari 1688.
- 48) SCHIAPPARELLI G.V. - L'astronomia nell'Antico Testamento - Milano 1903.
- 49) STEBBINS F. - A medieval portable sundial - Da "Journal of the Royal Astronomical Society of Canada", April 1961.
- 50) TALIANI G. - Orologi riflessi - Macerata 1648.
- 51) VITRUVIUS Pollio M. - De architectura, Libro IX Cap. VIII - 1<sup>o</sup> sec. a.C.
- 52) WAUGH A. - Sundials - New York 1973.
- 53) XIMENES L. - Del vecchio e nuovo gnomone fiorentino - Firenze 1757.
- 54) ZINNER E. - Astronomische Instruments - Munich 1956.
- 55) ZINNER E. - Alte sonnenuhren an Europaischen Gebauden - Wiesbaden 1964.
- 56) Effemeridi nautiche dell'Istituto Idrografico della Marina Militare - Genova.
- 57) Tavole a soluzione diretta per il calcolo delle rette d'altezze, dell'Istituto Idrografico della Marina Militare - Genova.



# Appendici

APPENDICE A - TAVOLE ASTRONOMICHE  
APPENDICE B - FORMULARIO DI TRIGONOMETRIA  
APPENDICE C - SIMBOLI

# APPENDICE A

## TAVOLE ASTRONOMICHE

### TAVOLA I

**DECLINAZIONE DEL SOLE, ALLE ORE  $T_m = 12^h$**   
*(Valori medi, ottenuti mediando quelli dei 4 anni 1979-'80-'81-'82;  
max. scarto dai valori reali: 9')*

Giorno	Gennaio	Febbraio	Marzo	Aprile	Maggio	Giugno	Giorno
1	-23°00'.7	-17°08'.8	-7°33'.5	+ 4°34'.0	+15°05'.7	+22°03'.7	1
2	-22 55 .8	-16 51 .7	-7 10 .6	+ 4 57 .1	+15 23 .7	+22 11 .6	2
3	-22 50 .3	-16 34 .2	-6 47 .7	+ 5 20 .1	+15 41 .5	+22 19 .2	3
4	-22 44 .3	-16 16 .5	-6 24 .7	+ 5 43 .0	+15 59 .0	+22 26 .3	4
5	-22 37 .8	-15 58 .4	-6 01 .5	+ 6 05 .8	+16 16 .2	+22 33 .1	5
6	-22 30 .9	-15 40 .1	-5 38 .3	+ 6 28 .6	+16 33 .2	+22 39 .4	6
7	-22 23 .6	-15 21 .6	-5 15 .0	+ 6 51 .2	+16 49 .9	+22 45 .4	7
8	-22 15 .7	-15 02 .7	-4 51 .6	+ 7 13 .7	+17 06 .3	+22 51 .0	8
9	-22 07 .5	-14 43 .6	-4 28 .2	+ 7 36 .0	+17 22 .4	+22 56 .2	9
10	-21 58 .9	-14 24 .3	-4 04 .7	+ 7 58 .3	+17 38 .2	+23 00 .9	10
11	-21 49 .8	-14 04 .7	-3 41 .1	+ 8 20 .4	+17 53 .7	+23 05 .3	11
12	-21 40 .3	-13°44'.9	-3 17 .6	+ 8 42 .3	+18 09 .0	+23 09 .3	12
13	-21 30 .3	-13 24 .9	-2 54 .0	+ 9 04 .1	+18 23 .9	+23 12 .8	13
14	-21 20 .0	-13 04 .6	-2 30 .3	+ 9 25 .8	+18 38 .5	+23 16 .0	14
15	-21 09 .2	-12 44 .1	-2 06 .6	+ 9 47 .3	+18 52 .8	+23 18 .7	15
16	-20 58 .0	-12 23 .5	-1 42 .9	+10 08 .7	+19 06 .8	+23 21 .0	16
17	-20 46 .5	-12 02 .6	-1 19 .1	+10 29 .8	+19 20 .4	+23 22 .9	17
18	-20 34 .5	-11 41 .5	-0 55 .5	+10 50 .8	+19 33 .8	+23 24 .4	18
19	-20 22 .1	-11 20 .3	-0 31 .8	+11 11 .7	+19 46 .8	+23 25 .5	19
20	-20 09 .4	-10 58 .9	-0 08 .0	+11 32 .3	+19 59 .5	+23 26 .1	20
21	-19 56 .3	-10 37 .3	+0 15 .7	+11 52 .8	+20 11 .8	+23 26 .4	21
22	-19 42 .8	-10 15 .5	+0 39 .4	+12 13 .0	+20 23 .7	+23 26 .2	22
23	-19 28 .9	- 9 53 .6	+1 03 .0	+12 33 .1	+20 35 .4	+23 25 .6	23
24	-19 14 .8	- 9 31 .5	+1 26 .7	+12 53 .0	+20 46 .6	+23 24 .7	24
25	-19 00 .2	- 9 09 .3	+1 50 .2	+13 12 .6	+20 57 .6	+23 23 .3	25
26	-18 45 .3	- 8 47 .0	+2 13 .8	+13 32 .1	+21 08 .1	+23 21 .5	26
27	-18 30 .0	- 8 24 .5	+2 37 .3	+13 51 .2	+21 18 .3	+23 19 .3	27
28	-18 14 .4	- 8 01 .9	+3 00 .8	+14 10 .2	+21 28 .1	+23 16 .6	28
29	-17 58 .5	(-7 47 .8)	+3 24 .3	+14 29 .0	+21 37 .6	+23 13 .6	29
30	-17 42 .3		+3 47 .6	+14 47 .5	+21 46 .7	+23 10 .1	30
31	-17 25 .7		+4 10 .8		+21 55 .4		31

SEGUE TAVOLA I

DECLINAZIONE DEL SOLE, ALLE ORE  $T_m = 12^h$   
 (Valori medi, ottenuti mediando quelli dei 4 anni 1979-'80-'81-'82;  
 max. scarto dai valori reali: 9')

Giorno	Luglio	Agosto	Settembre	Ottobre	Novembre	Dicembre	Giorno
1	+23°06'.3	+18°00'.2	+8°15'.6	- 3°12'.6	-14°27'.0	-21°48'.8	1
2	+23 02 .0	+17 44 .9	+7 53 .7	- 3 35 .8	-14 46 .1	-21 57 .9	2
3	+22 57 .4	+17 29 .4	+7 31 .8	- 3 59 .1	-15 04 .9	-22 06 .5	3
4	+22 52 .3	+17 13 .6	+7 09 .7	- 4 22 .2	-15 23 .5	-22 14 .8	4
5	+22 46 .9	+16 57 .9	+6 47 .5	- 4 45 .4	-15 41 .9	-22 22 .6	5
6	+22 40 .9	+16 41 .1	+6 25 .2	- 5 08 .5	-16 00 .0	-22 30 .0	6
7	+22 34 .8	+16 24 .4	+6 02 .8	- 5 31 .4	-16 17 .8	-22 36 .9	7
8	+22 28 .1	+16 07 .5	+5 40 .3	- 5 54 .3	-16 35 .4	-22 43 .4	8
9	+22 21 .1	+15 50 .3	+5 17 .7	- 6 17 .2	-16 52 .6	-22 49 .4	9
10	+22 13 .7	+15 32 .9	+4 55 .0	- 6 40 .0	-17 09 .6	-22 55 .1	10
11	+22 05 .9	+15 15 .2	+4 32 .2	- 7 02 .6	-17 26 .3	-23 00 .2	11
12	+21 57 .7	+14 57 .2	+4 09 .3	- 7 25 .2	-17 42 .7	-23 04 .9	12
13	+21 49 .2	+14 39 .1	+3 46 .4	- 7 47 .7	-17 58 .8	-23 09 .1	13
14	+21 40 .3	+14 20 .7	+3 23 .4	- 8 10 .1	-18 14 .6	-23 12 .9	14
15	+21 31 .0	+14 02 .1	+3 00 .3	- 8 32 .3	-18 30 .0	-23 16 .2	15
16	+21 21 .3	+13 43 .2	+2 37 .2	- 8 54 .4	-18 45 .2	-23 19 .1	16
17	+21 11 .3	+13 24 .1	+2 14 .0	- 9 16 .5	-18 59 .9	-23 21 .5	17
18	+21 00 .9	+13 04 .9	+1 50 .8	- 9 38 .4	-19 14 .9	-23 23 .4	18
19	+20 50 .2	+12 45 .4	+1 27 .6	-10 00 .1	-19 28 .5	-23 24 .9	19
20	+20 39 .1	+12 25 .7	+1 04 .3	-10 21 .7	-19 42 .3	-23 25 .8	20
21	+20 27 .6	+12 05 .8	+0 40 .9	-10 43 .1	-19 55 .7	-23 26 .3	21
22	+20 15 .9	+11 45 .7	+0 17 .6	-11 04 .4	-20 08 .7	-23 26 .4	22
23	+20 03 .8	+11 25 .5	-0 05 .8	-11 25 .5	-20 21 .4	-23 25 .9	23
24	+19 51 .3	+11 05 .0	-0 29 .2	-11 46 .5	-20 33 .7	-23 25 .0	24
25	+19 38 .5	+10 44 .4	-0 52 .5	-12 07 .2	-20 45 .6	-23 23 .7	25
26	+19 25 .4	+10 23 .6	-1 15 .9	-12 27 .8	-20 57 .1	-23 21 .8	26
27	+19 12 .0	+10 02 .6	-1 39 .3	-12 48 .2	-21 08 .3	-23 19 .5	27
28	+18 58 .2	+ 9 41 .5	-2 02 .7	-13 08 .4	-21 19 .0	-23 16 .7	28
29	+18 44 .2	+ 9 20 .3	-2 26 .0	-13 28 .4	-21 29 .3	-23 13 .4	29
30	+18 29 .8	+ 8 58 .9	-2 49 .3	-13 48 .1	-21 39 .2	-23 09 .8	30
31	+18 15 .2	+ 8 37 .3		-14 07 .7		-23 05 .6	31

**TAVOLA II**

**EQUAZIONE DEL TEMPO  $\varepsilon_m$  ALLE ORE  $T_m = 0^h$**   
*(Valori medi, ottenuti mediando quelli dei 4 anni 1979-'80-'81-'82;*  
*max scarto dai valori reali: 12<sup>s</sup>)*  
*— minuti e secondi —*

Giorno	Gennaio	Febbraio	Marzo	Aprile	Maggio	Giugno	Giorno
1	+ 3 13	+13 31	+12 30	+4 05	-2 51	-2 21	1
2	3 41	13 39	12 19	3 47	2 59	2 12	2
3	4 09	13 47	12 07	3 29	3 06	2 02	3
4	+ 4 37	+13 53	+11 54	+3 12	-3 12	-1 52	4
5	5 05	13 59	11 41	2 54	3 18	1 42	5
6	5 32	14 04	11 27	2 37	3 23	1 31	6
7	+ 5 58	+14 08	+11 13	+2 19	-3 27	-1 21	7
8	6 24	14 11	10 59	2 02	3 31	1 09	8
9	6 49	14 14	10 44	1 46	3 34	0 58	9
10	+ 7 14	+14 16	+10 29	+1 29	-3 37	-0 47	10
11	7 39	14 16	10 13	1 13	3 40	0 35	11
12	8 03	14 16	9 57	0 57	3 42	0 22	12
13	+ 8 26	+14 16	+ 9 41	+0 42	-3 43	-0 10	13
14	8 48	14 15	9 25	0 26	3 43	+0 02	14
15	9 10	14 13	9 08	+0 11	3 43	0 15	15
16	+ 9 31	+14 10	+ 8 51	-0 03	-3 43	+0 28	16
17	9 52	14 06	8 34	0 17	3 42	0 41	17
18	10 12	14 02	8 17	0 31	3 40	0 54	18
19	+10 31	+13 57	+ 8 00	-0 45	-3 38	+1 07	19
20	10 50	13 52	7 42	0 58	3 35	1 20	20
21	11 07	13 45	7 24	1 11	3 31	1 33	21
22	+11 24	+13 38	+ 7 06	-1 23	-3 28	+1 46	22
23	11 41	13 31	6 48	1 34	3 23	1 59	23
24	11 56	13 23	6 30	1 46	3 18	2 11	24
25	+12 11	+13 14	+ 6 12	-1 57	-3 13	+2 24	25
26	12 25	13 05	5 53	2 07	3 07	2 37	26
27	12 38	12 55	5 35	2 17	3 00	2 50	27
28	+12 50	+12 44	+ 5 17	-2 26	-2 53	+3 02	28
29	13 01	(12 38)	4 59	2 35	2 46	3 15	29
30	13 12		4 41	2 43	2 38	3 27	30
31	13 22		4 23		2 30		31

SEGUE TAVOLA II

EQUAZIONE DEL TEMPO  $\varepsilon_m$  ALLE ORE  $T_m = 0^h$   
 (Valori medi, ottenuti mediando quelli dei 4 anni 1979-'80-'81-'82;  
 max scarto dai valori reali: 12<sup>s</sup>)  
 — minuti e secondi —

Giorno	Luglio	Agosto	Settembre	Ottobre	Novembre	Dicembre	Giorno
1	+3 38	+6 18	+0 10	-10 08	-16 22	-11 10	1
2	3 50	6 14	-0 09	10 27	16 24	10 48	2
3	4 01	6 10	0 28	10 46	16 24	10 25	3
4	+4 12	+6 05	-0 47	-11 05	-16 24	-10 01	4
5	4 23	6 00	1 07	11 23	16 23	9 36	5
6	4 33	5 54	1 27	11 41	16 22	9 12	6
7	+4 43	+5 47	-1 47	-11 59	-16 20	- 8 47	7
8	4 53	5 40	2 08	12 16	16 16	8 21	8
9	5 02	5 32	2 28	12 33	16 12	7 54	9
10	+5 11	+5 23	-2 49	-12 49	-16 07	- 7 28	10
11	5 20	5 14	3 10	13 05	16 01	7 00	11
12	5 28	5 05	3 31	13 21	15 54	6 33	12
13	+5 35	+4 55	-3 52	-13 36	-15 47	- 6 05	13
14	5 42	4 44	4 14	13 50	15 38	5 36	14
15	5 49	4 33	4 35	14 04	15 29	5 08	15
16	+5 55	+4 21	-4 57	-14 17	-15 18	- 4 39	16
17	6 01	4 09	5 18	14 30	15 07	4 10	17
18	6 06	3 56	5 39	14 42	14 56	3 40	18
19	+6 10	+3 43	-6 00	-14 53	-14 43	- 3 11	19
20	6 14	3 29	6 22	15 04	14 29	2 41	20
21	6 18	3 15	6 43	15 15	14 15	2 11	21
22	+6 21	+3 00	-7 04	-15 24	-14 00	- 1 41	22
23	6 23	2 45	7 25	15 33	13 44	1 11	23
24	6 25	2 29	7 46	15 42	13 28	0 41	24
25	+6 27	+2 13	-8 07	-15 49	-13 10	- 0 12	25
26	6 27	1 57	8 28	15 56	12 52	+ 0 18	26
27	6 27	1 40	8 48	16 02	12 33	0 48	27
28	+6 27	+1 23	-9 08	-16 08	-12 13	+ 1 17	28
29	6 25	1 05	9 28	16 12	11 53	1 47	29
30	6 23	0 47	9 48	16 16	11 32	2 16	30
31	6 21	0 29		16 20		2 45	31

**TAVOLA III**  
**CORRISPONDENZA DELLE DIVISIONI ZODIACALI**  
**CON LE DECLINAZIONI E CON LE DATE**

DIVISIONI ZODIACALI		DATA E ORA (MEDIA)		DECLINAZ. DEL SOLE	DATA E ORA (MEDIA)		DIVISIONI ZODIACALI	
SEGNI	GRADI	T <sub>m</sub>		δ	T <sub>m</sub>		GRADI	SEGNI
GEMELLI	30°	21/6	15 <sup>h</sup>	+23°26'.4	21/6	15 <sup>h</sup>	0°	CANCRO
	20°	11/6	3 <sup>h</sup>	+23°03'.8	2/7	2 <sup>h</sup>	10°	
	10°	31/5	17 <sup>h</sup>	+21°57'.0	12/7	14 <sup>h</sup>	20°	
	0°-30°	21/5	7 <sup>h</sup>	+20°09'.1	23/7	1 <sup>h</sup>	0°-30°	
TORO	20°	10/5	22 <sup>h</sup>	+17°44'.5	2/8	13 <sup>h</sup>	10°	LEONE
	10°	30/4	14 <sup>h</sup>	+14°48'.9	12/8	23 <sup>h</sup>	20°	
ARIETE	0°-30°	20/4	7 <sup>h</sup>	+11°28'.3	23/8	9 <sup>h</sup>	0°-30°	VERGINE
	20°	10/4	2 <sup>h</sup>	+ 7°49'.2	2/9	17 <sup>h</sup>	10°	
	10°	30/3	22 <sup>h</sup>	+ 3°57'.7	13/9	0 <sup>h</sup>	20°	
PESCI	0°-30°	20/3	20 <sup>h</sup>	0°	23/9	6 <sup>h</sup>	0°-30°	BILANCIA
	20°	10/3	19 <sup>h</sup>	- 3°57'.7	3/10	11 <sup>h</sup>	10°	
	10°	28/2	23 <sup>h</sup>	- 7°49'.2	13/10	14 <sup>h</sup>	20°	
ACQUARIO	0°-30°	19/2	3 <sup>h</sup>	-11°28'.3	23/10	15 <sup>h</sup>	0°-30°	SCORPIONE
	20°	9/2	5 <sup>h</sup>	-14°48'.9	2/11	16 <sup>h</sup>	10°	
	10°	30/1	9 <sup>h</sup>	-17°44'.5	12/11	15 <sup>h</sup>	20°	
CAPRICORNO	0°-30°	20/1	13 <sup>h</sup>	-20°09'.1	22/11	13 <sup>h</sup>	0°-30°	SAGITTARIO
	20°	10/1	17 <sup>h</sup>	-21°57'.0	2/12	10 <sup>h</sup>	10°	
	10°	31/12	21 <sup>h</sup>	-23°03'.8	12/12	6 <sup>h</sup>	20°	
	0°	22/12	2 <sup>h</sup>	-23°26'.4	22/12	2 <sup>h</sup>	30°	

Nota: le "date e ore" sono state ricavate mediando i valori relativi ai quattro anni 1979-'80-'81-'82; lo scarto massimo non supera le 9<sup>h</sup>.3.

**TAVOLA IV**  
**CORRISPONDENZA DELLA DECLINAZIONE**  
**CON LA POSIZIONE ZODIACALE E CON LA DATA**

DECLINAZ. DEL SOLE $\delta$	LONGITUD. CELESTE $\lambda$	POSIZIONE ZODIACALE (SEGNO E GRADI)	DATA-ORA (media su 4 anni) $T_m$
0°	0°	{ PESCI 30°.0 ARIETE 0°.0 }	20 Marzo 20 <sup>h</sup>
+ 5°	12°.7	ARIETE 12°.7	2 Aprile 15 <sup>h</sup>
+10°	25°.9	ARIETE 25°.9	16 Aprile 02 <sup>h</sup>
+15°	40°.6	TORO 10°.6	1 Maggio 04 <sup>h</sup>
+20°	59°.3	TORO 29°.3	20 Maggio 13 <sup>h</sup>
+23°26'.4	90°	{ GEMELLI 30°.0 CANCRO 0°.0 }	21 Giugno 15 <sup>h</sup>
+20°	120°.7	LEONE 0°.7	23 Luglio 19 <sup>h</sup>
+15°	139°.4	LEONE 19°.4	12 Agosto 08 <sup>h</sup>
+10°	154°.1	VERGINE 4°.1	27 Agosto 15 <sup>h</sup>
+ 5°	167°.3	VERGINE 17°.3	10 Settembre 07 <sup>h</sup>
0°	180°.0	{ VERGINE 30°.0 BILANCIA 0°.0 }	23 Settembre 06 <sup>h</sup>
- 5°	192°.7	BILANCIA 12°.7	6 Ottobre 03 <sup>h</sup>
-10°	205°.9	BILANCIA 25°.9	19 Ottobre 12 <sup>h</sup>
-15°	220°.6	SCORPIONE 10°.6	3 Novembre 06 <sup>h</sup>
-20°	239°.3	SCORPIONE 29°.3	21 Novembre 20 <sup>h</sup>
-23°26'.4	270°.0	{ SAGITTARIO 30°.0 CAPRICORNO 0°.0 }	22 Dicembre 02 <sup>h</sup>
-20°	300°.7	ACQUARIO 0°.7	21 Gennaio 05 <sup>h</sup>
-15°	319°.4	ACQUARIO 19°.4	8 Febbraio 15 <sup>h</sup>
-10°	334°.1	PESCI 4°.1	23 Febbraio 05 <sup>h</sup>
- 5°	347°.3	PESCI 17°.3	8 Marzo 03 <sup>h</sup>
0°	0°	{ PESCI 30°.0 ARIETE 0°.0 }	20 Marzo 20 <sup>h</sup>

Note: — *Calcolo della  $\lambda$* :  $\text{sen } \lambda = \frac{\text{sen } \delta}{\text{sen } \delta_M}$ , dove  $\delta_M = 23^\circ 26'.4$

— *Calcolo della data*: è stata fatta la media dei valori relativi ai quattro anni 1979-'80-'81-'82. Lo scarto massimo non supera le 9.3 ore.

**TAVOLA V**  
**CORRISPONDENZA MEDIA DELLE DATE CON LE DECLINAZIONI,**  
**CON LE POSIZIONI ZODIACALI E CON LE DATE**  
**CHE HANNO LA STESSA  $\delta$**

DATA ( $T_m=12^h$ )	DECLINAZIONE MEDIA	DIVISIONE ZODIACALE Segno e Gradi	DATA CORRISPONDENTE
21 Giugno (Solstizio)	+23°26'.4	CANCRO 0°.0	21 Giugno (Solstizio)
1 Luglio	+23°06'.3	CANCRO 9°.4	11 Giugno
10 Luglio	+22°13'.7	CANCRO 18°.0	2 Giugno
20 Luglio	+20°39'.1	CANCRO 27°.5	23 Maggio
1 Agosto	+18°00'.2	LEONE 9°.0	11 Maggio
10 Agosto	+15°32'.9	LEONE 17°.6	2 Maggio
20 Agosto	+12°25'.7	LEONE 27°.2	23 Aprile
1 Settembre	+ 8°15'.6	VERGINE 8°.8	11 Aprile
10 Settembre	+ 4°55'.0	VERGINE 17°.6	2 Aprile
20 Settembre	+ 1°04'.3	VERGINE 27°.3	23 Marzo
23 Settembre (Equinozio)	0°	BILANCIA 0°.0	20 Marzo (Equinozio)
1 Ottobre	- 3°12'.6	BILANCIA 8°.1	12 Marzo
10 Ottobre	- 6°40'.0	BILANCIA 17°.5	3 Marzo
20 Ottobre	-10°21'.7	BILANCIA 26°.9	22 Febbraio
1 Novembre	-14°27'.0	SCORPIONE 8°.9	10 Febbraio
10 Novembre	-17°09'.6	SCORPIONE 17°.9	1 Febbraio
20 Novembre	-19°42'.3	SCORPIONE 28°.0	22 Gennaio
1 Dicembre	-21°48'.8	SAGITTARIO 9°.1	11 Gennaio
10 Dicembre	-22°55'.1	SAGITTARIO 18°.2	2 Gennaio
20 Dicembre	-23°25'.8	SAGITTARIO 28°.4	23 Dicembre
22 Dicembre (Solstizio)	-23°26'.4	CAPRICORNO 0°.0	22 Dicembre (Solstizio)

SEGUE TAVOLA V

**CORRISPONDENZA MEDIA DELLE DATE CON LE DECLINAZIONI,  
CON LE POSIZIONI ZODIACALI E CON LE DATE  
CHE HANNO LA STESSA  $\delta$**

DATA ( $T_m = 12^h$ )	DECLINAZIONE MEDIA	DIVISIONE ZODIACALE Segno e Gradi		DATA CORRISPONDENTE
21 Giugno (Solstizio)	+23°26'.4	CANCRO	0°.0	21 Giugno (Solstizio)
20 Giugno	+23°26'.1	GEMELLI	28°.9	22 Giugno
10 Giugno	+23°00'.9	GEMELLI	19°.4	2 Luglio
1 Giugno	+22°03'.7	GEMELLI	10°.8	11 Luglio
20 Maggio	+19°59'.5	TORO	29°.3	23 Luglio
10 Maggio	+17°38'.2	TORO	19°.6	2 Agosto
1 Maggio	+15°05'.7	TORO	10°.9	12 Agosto
20 Aprile	+11°32'.3	TORO	00°.2	23 Agosto
10 Aprile	+ 7°58'.3	ARIETE	20°.4	2 Settembre
1 Aprile	+ 4°34'.0	ARIETE	11°.6	11 Settembre
23 Marzo (Equinozio)	0°	ARIETE	0°	23 Settembre (Equinozio)
20 Marzo	- 0°08'.0	PESCI	29°.7	23 Settembre
10 Marzo	- 4°04'.7	PESCI	19°.7	3 Ottobre
1 Marzo	- 7°33'.5	PESCI	10°.7	12 Ottobre
20 Febbraio	-10°58'.9	PESCI	1°.4	22 Ottobre
10 Febbraio	-14°24'.3	ACQUARIO	21°.3	1 Novembre
1 Febbraio	-17°08'.8	ACQUARIO	12°.2	10 Novembre
20 Gennaio	-20°09'.4	CAPRICORNO	30°.0	22 Novembre
10 Gennaio	-21°58'.9	CAPRICORNO	19°.8	2 Dicembre
1 Gennaio	-23°00'.4	CAPRICORNO	10°.7	11 Dicembre
22 Dicembre (Solstizio)	-23°26'.4	CAPRICORNO	0°.0	22 Dicembre (Solstizio)

Nota: le declinazioni sono state ottenute mediando i valori relativi ai quattro anni 1979-'80-'81-'82. Lo scarto massimo non supera i 9' di  $\delta$ .

## APPENDICE B

### FORMULARIO ESSENZIALE DI TRIGONOMETRIA

#### TAVOLA VI - GONIOMETRIA

$$\begin{aligned} 1) \quad \text{sen } (-\alpha) &= -\text{sen } \alpha \\ \cos(-\alpha) &= \cos \alpha \\ \text{tg } (-\alpha) &= -\text{tg } \alpha \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad \text{sen } (\alpha \pm 90^\circ) &= \pm \cos \alpha \\ \cos(\alpha \pm 90^\circ) &= \mp \text{sen } \alpha \\ \text{tg } (\alpha \pm 90^\circ) &= -1/\text{tg } \alpha \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \quad \text{sen } (\alpha \pm 180^\circ) &= -\text{sen } \alpha \\ \cos(\alpha \pm 180^\circ) &= -\cos \alpha \\ \text{tg } (\alpha \pm 180^\circ) &= \text{tg } \alpha \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4) \quad \text{sen } \alpha &= \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{\text{tg } \alpha}{\sqrt{1 + \text{tg}^2 \alpha}} \\ \cos \alpha &= \sqrt{1 - \text{sen}^2 \alpha} = \frac{1}{\sqrt{1 + \text{tg}^2 \alpha}} \\ \text{tg } \alpha &= \frac{\text{sen } \alpha}{\sqrt{1 - \text{sen}^2 \alpha}} = \frac{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}{\cos \alpha} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5) \quad \text{sen } 2\alpha &= 2 \text{sen } \alpha \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= 1 - 2 \text{sen}^2 \alpha \\ \text{tg } 2\alpha &= \frac{2 \text{tg } \alpha}{1 - \text{tg}^2 \alpha} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6) \quad \text{tg } \alpha &= \frac{\text{sen } \alpha}{\cos \alpha} \\ \text{sen}^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \end{aligned}$$

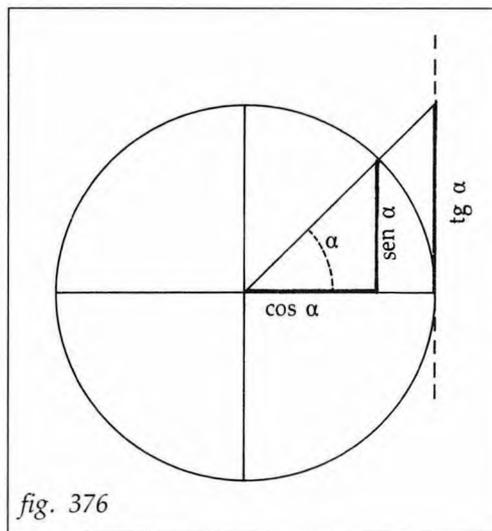


fig. 376

## TAVOLA VII - TRIGONOMETRIA PIANA

### 1) Formule di base

— Formule dei seni

$$\frac{\text{sen } \alpha}{a} = \frac{\text{sen } \beta}{b} = \frac{\text{sen } \gamma}{c}$$

— Formule del coseno (o di Carnot)

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta$$

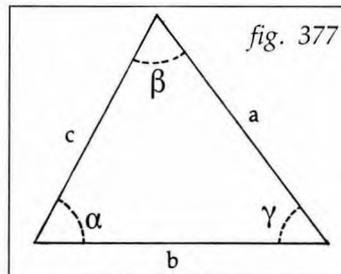
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

### 2) Triangolo piano rettangolo ( $\alpha = 90^\circ$ )

Dati	Soluzioni		
$\beta, a$	$\gamma = 90^\circ - \beta$	$b = a \text{ sen } \beta$	$c = a \text{ cos } \beta$
$\beta, b$	$\gamma = 90^\circ - \beta$	$c = b/\text{tg } \beta$	$a = b/\text{sen } \beta$
$\beta, c$	$\gamma = 90^\circ - \beta$	$b = c \text{ tg } \beta$	$a = c/\text{cos } \beta$
$b, a$	$\text{sen } \beta = b/a$	$\gamma = 90^\circ - \beta$	$c = \sqrt{a^2 - b^2} = a \text{ cos } \beta$
$b, c$	$\text{tg } \beta = b/c$	$\gamma = 90^\circ - \beta$	$a = \sqrt{b^2 + c^2} = c/\text{cos } \beta$

### 3) Triangolo piano qualunque

Dati	Soluzioni		
$\alpha, \beta, a$	$\gamma = 280^\circ - (\alpha + \beta)$	$b = a \frac{\text{sen } \beta}{\text{sen } \alpha}$	$c = a \frac{\text{sen } \gamma}{\text{sen } \alpha}$
$\alpha, \beta, c$	$\gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta)$	$b = c \frac{\text{sen } \beta}{\text{sen } \gamma}$	$a = c \frac{\text{sen } \alpha}{\text{sen } \gamma}$
$a, c, \alpha$	$\text{sen } \gamma = \frac{c}{a} \text{sen } \alpha$	$\beta = 180^\circ - (\alpha + \gamma)$	$b = a \frac{\text{sen } \beta}{\text{sen } \alpha}$
$b, c, \alpha$	$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$	$\text{sen } \beta = \frac{b}{a} \text{sen } \alpha$	$\text{sen } \gamma = \frac{c}{a} \text{sen } \alpha$
$a, b, c$	$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$	$\text{sen } \beta = \frac{b}{a} \text{sen } \alpha$	$\text{sen } \gamma = \frac{c}{a} \text{sen } \alpha$



## TAVOLA VIII - TRIGONOMETRIA SFERICA

### 1) Formule di base

— Formule dei seni

$$\frac{\text{sen } a}{\text{sen } \alpha} = \frac{\text{sen } b}{\text{sen } \beta} = \frac{\text{sen } c}{\text{sen } \gamma} \quad (1)$$

— Formule del coseno (o di Eulero)

$$\left. \begin{aligned} \cos a &= \cos b \cos c + \text{sen } b \text{sen } c \cos \alpha \\ \cos b &= \cos a \cos c + \text{sen } a \text{sen } c \cos \beta \\ \cos c &= \cos a \cos b + \text{sen } a \text{sen } b \cos \gamma \end{aligned} \right\} (2)$$

— Formule di Vieta

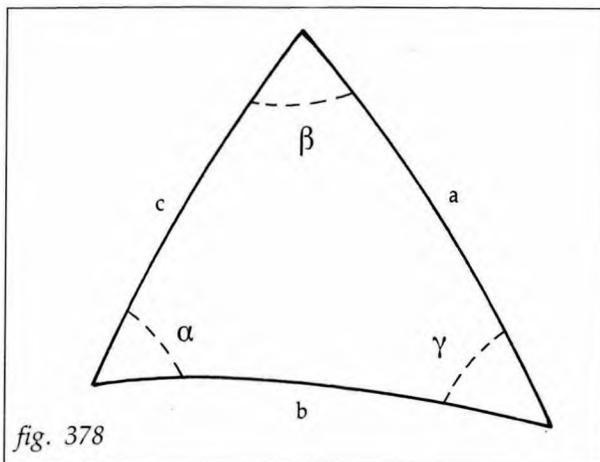
$$\left. \begin{aligned} \cos \alpha &= -\cos \beta \cos \gamma + \text{sen } \beta \text{sen } \gamma \cos a \\ \cos \beta &= -\cos \alpha \cos \gamma + \text{sen } \alpha \text{sen } \gamma \cos b \\ \cos \gamma &= -\cos \alpha \cos \beta + \text{sen } \alpha \text{sen } \beta \cos c \end{aligned} \right\} (3)$$

### 2) Triangolo sferico rettangolo ( $\alpha=90^\circ$ )

$$\begin{aligned} \cos a &= \cos b \cos c = \text{ctg } \beta \text{ctg } \gamma \\ \text{sen } b &= \text{sen } a \text{sen } \beta = \text{tg } c \text{ctg } \gamma \\ \text{sen } c &= \text{sen } a \text{sen } \gamma = \text{tg } b \text{ctg } \beta \\ \cos \beta &= \cos b \text{sen } \gamma = \text{tg } c \text{ctg } a \\ \cos \gamma &= \cos c \text{sen } \beta = \text{tg } b \text{ctg } a \end{aligned}$$

### 3) Triangolo sferico qualunque

- Quando sono noti 3 lati o 2 lati e l'angolo incluso, si applicano le formule (2).
- Quando sono noti 3 angoli o 2 angoli e il lato incluso, si applicano le formule (3).
- Quando sono noti 2 lati e un angolo opposto o due angoli e un lato opposto, si applica dapprima la formula (1), quindi una coppia di formule tratte una dalle formule (2) e una dalle formule (3).



# APPENDICE C

## SIMBOLI

più frequentemente usati con significato costante

<b>a</b>	– parametro delle coniche – semiasse maggiore dell'ellisse	<b>A</b>	– polo del quadro
<b>b</b>	– parametro delle coniche – semiasse minore dell'ellisse	<b>A.M.</b>	– antimeridiano
<b>c</b>	– distanza centro orologio da centro conica	<b>B</b>	– lunghezza dell'ombra
<b>c<sub>f</sub></b>	– correzione-fuso	<b>B<sub>s</sub></b>	– lunghezza ombra sustilare
<b>d</b>	– declinazione gnomonica – distanza – declinazione magnetica	<b>B<sub>e</sub></b>	– lunghezza ombra sustilare equinoziale
<b>e</b>	– distanza dell'equinoziale dal centro orologio	<b>C</b>	– centro della conica
<b>f</b>	– distanza – distanza focale	<b>D</b>	– base per intercetti – diametro
<b>g</b>	– lunghezza ortostilo	<b>E</b>	– Est – entrata in quadro – traccia linea equinoziale
<b>h</b>	– altezza (astronomica) – distanza orizzonte dalla base dello stilo	<b>F</b>	– fuoco delle coniche
<b>h<sub>M</sub></b>	– altezza massima	<b>G</b>	– punto gnomonico
<b>k</b>	– scarto orologio meccanico – elemento ausiliario	<b>G'</b>	– proiezione del punto gnomonico
<b>i</b>	– inclinazione del quadro	<b>H</b>	– altezza (geometrica)
<b>l</b>	– lunghezza dello stilo – parametro costruttivo (orol. cappuccino)	<b>H<sub>g</sub></b>	– durata ora giudaica o temporaria
<b>m</b>	– meridiana – lunghezza sottostilo – parametro costruttivo (orol. d'altezza) – coordinata polare (orol. analemmatico)	<b>K</b>	– elemento ausiliario
<b>n</b>	– elemento del triangolo stilare – parametro costruttivo (orol. d'altezza)	<b>I</b>	– intercetto
<b>o</b>	– retta orizzontale	<b>L</b>	– lunghezza
<b>p</b>	– parametro della parabola	<b>M</b>	– elemento ausiliario (calcolo d'azimut)
		<b>N</b>	– Nord
		<b>O</b>	– centro dell'orologio – centro della sfera celeste
		<b>P</b>	– polo – angolo al polo (ora)
		<b>P<sub>N</sub>, P<sub>S</sub></b>	– Polo Nord e Polo Sud
		<b>P<sub>o</sub></b>	– angolo al polo della sustilare
		<b>P<sub>or</sub></b>	– angolo al polo dell'oraria orizzontale
		<b>P.M.</b>	– pomeridiano

<b>q</b>	
<b>r</b>	— raggio
<b>s</b>	— linea sustilare
	— spostamento stilo per la data (orol. analemmatico)
<b>t</b>	— ora, semiretta oraria
<b>t<sub>S</sub>, t<sub>T</sub></b>	— ora sorgere e ora tramonto
<b>t<sub>E</sub>, t<sub>U</sub></b>	— ora entrata e ora uscita nel quadro
<b>t<sub>m</sub>, t<sub>v</sub></b>	— ora media, ora vera
<b>t<sub>f</sub></b>	— ora del fuso
<b>t<sub>or</sub></b>	— ora dell'oraria orizzontale
<b>t<sub>σ</sub></b>	— ora della sustilare
<b>t<sub>i</sub>, t<sub>b</sub>, t<sub>c</sub></b>	— ora italica, babilonese, civile
<b>t<sub>g</sub></b>	— ora giudaica o temporaria
<b>u</b>	
<b>v</b>	— verticale del quadro
<b>x</b>	— ascissa, incognita
<b>y</b>	— ordinata, incognita
<b>w</b>	
<b>z</b>	— elemento del triangolo stilare

<b>Q</b>	
<b>R</b>	— raggio
<b>S</b>	— Sud
	— sorgere
	— Sole
<b>T</b>	— tramonto
<b>U</b>	— uscita dal quadro
<b>V</b>	— vertice della conica
<b>X</b>	
<b>Y</b>	
<b>W</b>	— Ovest
<b>Z</b>	— zenit
	— azimut, angolo azimutale

<b>α</b>	— ascensione retta
	— arco semidiurno (sull'orizzonte)
	— coordinata polare (orolog. analemmatico)
<b>α'</b>	— arco semidiurno (sul quadro)
<b>β</b>	— angolo ausiliario per lungh. d'ombra
<b>γ</b>	— arco seminotturno
<b>δ</b>	— declinazione astronomica
<b>δ<sub>or</sub></b>	— declinazione per asintoto orizzontale
<b>ε</b>	— elevazione stilo sul quadro
<b>ε<sub>m</sub></b>	— equazione del tempo
<b>η</b>	— angolo tra asintoto e sustilare
<b>λ</b>	— longitudine (geografica e celeste)
<b>μ</b>	— angolo tra la meridiana e la verticale
<b>π</b>	— rapporto tra circonferenza e diametro
	— superficie generica
<b>σ</b>	— angolo sustilare
<b>φ</b>	— latitudine geografica
<b>ω</b>	— angolo tra sustilare e linea oraria

<b>Δ</b>	— differenza
----------	--------------

## INDICE DELLE FOTOGRAFIE

- 1 Orologio verticale, in Val d'Aosta
- 2 Sfera armillare
- 3 Orologio verticale con orientamento a Nord-Ovest
- 4 Orologio orizzontale da giardino
- 5 Orologio verticale, in Val d'Aosta
- 6 Orologio orizzontale su colonnina
- 7 Orologio verticale completo, con iperboli diurne
- 8 Orologio verticale, con orientamento quasi polare
- 9 Pianta dell'orologio di Augusto in Campo Marzio, a Roma
- 10 Scavo dell'orologio di Augusto in Campo Marzio, a Roma
- 11 Lemniscata del tempo medio su un orologio verticale al santuario di La Verna
- 12 Orologio verticale completo, con nodo sullo stilo
- 13 Progetto di Bedos de Celles per un orologio sulla chiesa di St. Denis
- 14 Orologio verticale murale per le ore italiane e civili
- 15 Orologio verticale murale con ornamenti pittorici
- 16 Orologio verticale a Courmayeur
- 17 Frontespizio del trattato scientifico "Protomathesis" di Orontio Fineo
- 18 Orologio su vetrata per quattro sistemi orari (Zurigo)
- 19 Osservatorio astronomico di Jai-Singh, a Jaipur (India)
- 20 Orologio verticale con orientamento prossimo a Est
- 21 Orologio verticale con orientamento prossimo a Ovest
- 22 Orologio orizzontale in ardesia con tabella lunare
- 23 Orologio orizzontale per la latitudine di Ginevra
- 24 Quadrante di orologio orizzontale
- 25 Modello di orologio equatoriale ad arco
- 26 Orologio solare gigante nell'osservatorio di Jaipur
- 27 Cerchio equatoriale e stilo dell'orologio di Jaipur
- 28 Orologio verticale con orientamento quasi polare (Greenwich)
- 29 Resti dell'orologio solare nell'osservatorio astronomico di Delhi (India)
- 30 Stampa di Bedos de Celles con istruzioni per la ricerca del meridiano
- 31 Orologio del tipo "Butterfield", portatile universale
- 32 Orologio equatoriale portatile universale
- 33 Orologio orizzontale portatile universale
- 34 Orologio verticale completo, con nodo sullo stilo
- 35 Orologio dittico universale, della scuola Beringer
- 36 Orologio dittico universale
- 37 Obelisco egiziano, stilo per l'orologio di Augusto in Campo Marzio, a Roma
- 38 La grande meridiana di precisione nel duomo di Milano
- 39 Lapide per la meridiana di S.M. degli Angeli, a Roma
- 40 Orbite della Stella Polare, nella meridiana di S.M. degli Angeli, a Roma
- 41 La meridiana di S.M. degli Angeli, a Roma, in una stampa d'epoca
- 42 Foro gnomonico per la meridiana di S.M. degli Angeli, a Roma
- 43 Anello astronomico
- 44 Meridiana verticale in un parco di Bari
- 45 Anello astronomico
- 46 Stampa con un orologio solare su una volta a botte
- 47 Stampa con la sezione della chiesa di S.M. del Fiore, a Firenze
- 48 Orologio verticale conventuale per le ore civili e italiane (Trento)
- 49 Orologio solare conventuale per tre sistemi orari (Trento)
- 50 Orologi solari temporari sulla Torre dei Venti, ad Atene
- 51 Progetto di S. Munster per un orologio con ore di quattro sistemi orari
- 52 Orologio verticale murale con sole linee orarie (Val d'Aosta)
- 53 Orologi verticali nella via dei Tre Orologi, a Roma
- 54 Orologio verticale sull'edificio dell'ambasciata d'Italia, ad Ankara
- 55 "Emiciclo" di epoca romana rinvenuto a Volubilis
- 56 Modello del "cono di Dionysodoro" di epoca romana
- 57 Sciatere per il tracciamento degli orologi solari
- 58 Quadrante civile dell'orologio monumentale del Quirinale, a Roma
- 59 Orologio d'altezza del tipo "clinometro"
- 60 Variante di orologio "cappuccino"
- 61 Orologio d'altezza del tipo "cappuccino"
- 62 La costruzione del "cappuccino" in una stampa dell'Ozanam
- 63 Orologio d'altezza del tipo "cappuccino"
- 64 Orologio d'altezza del tipo "regiomontanus"
- 65 Orologio d'altezza del tipo "regiomontanus"
- 66-67 Orologio d'altezza del tipo "navicella veneziana"
- 68 Orologio d'altezza del tipo "a bandiera"
- 69 L'orologio del pastore, in una stampa di G. Gallucci
- 70 Sviluppo del quadrante del "pastore" in una stampa di Bedos de Celles
- 71 La costruzione dell'orologio del pastore, in una stampa di O. Finé
- 72 La costruzione dell'orologio del pastore, in una stampa di Bedos de Celles
- 73 Tre orologi del pastore
- 74 Orologio del pastore con drago
- 75 Orologio del pastore per le ore italiane
- 76 L'astronomo Niklaus Kratzer, in un quadro di H. Holbein
- 77 Particolare del quadro "Gli Ambasciatori"
- 78 "Gli Ambasciatori", quadro di H. Holbein
- 79 Orologio azimutale analematico mobile
- 80 Orologio azimutale di Bloud con orientamento "magnetico"
- 81 Orologio azimutale analematico portatile
- 82 G. D. Cassini e la sua meridiana in S. Petronio, a Bologna
- 83 Stampa di Bedos de Celles con orologio doppio auto-orientante
- 84 Orologio dittico universale della scuola Beringer
- 85 L'uso del notturnale, in una stampa del XVI secolo
- 86 Orologio equatoriale da giardino (Vitznau)
- 87 Orologio orizzontale completo in ottone e legno
- 88 Orologio verticale con lemniscata del tempo medio
- 89 Orologio poliedrico di S. Bonsignori
- 90 Orologio cubico con linee orarie e diurne

- 91 Orologio verticale conventuale per tre sistemi orari (Trento)
- 92 Orologio verticale, a Clavière
- 93 Orologio su vetrata del municipio di Ulm
- 94 Scultura solare con due orologi verticali polari
- 95 Orologio verticale con nodo sullo stilo (La Maddalena)
- 96 Orologi poliedrici con un orologio del pastore
- 97-98 Orologio dittico universale
- 99 Orologio verticale di precisione con foro stilare (Monsummano Terme)
- 100 Orologio equatoriale portatile universale
- 101 Orologio equatoriale portatile universale
- 102 Orologio equatoriale portatile universale
- 103 Orologio armillare in un parco di Zurigo
- 104 Orologio con cannoncino per il segnale orario del mezzogiorno
- 105 Orologio portatile universale del tipo "Butterfield"
- 106 Orologio equatoriale monumentale di H. Moore
- 107 Segno zodiacale sulla meridiana di S.M. degli Angeli, a Roma
- 108 Segno zodiacale sulla meridiana di S.M. degli Angeli, a Roma
- 109 Linea meridiana in S.M. degli Angeli, a Roma
- 110 Orologio cubico universale della scuola di Beringer
- 111 Orologio poliedrico di S. Bonsignori per ore italiane
- 112 Quadrante italico sull'orologio cubico del Quirinale, a Roma
- 113 Orologio monumentale cubico nel giardino del Quirinale, a Roma
- 114 Orologio cavo di origine turca per le ore italiane
- 115 "Emiciclo" romano rinvenuto a Pompei
- 116 Orologio per le ore canoniche su Ponte Vecchio, a Firenze
- 117 La Torre dei Venti, ad Atene
- 118 Orologio del pastore con astuccio di paglia
- 119 Orologio del pastore con doppio stilo
- 120 Orologio azimutale analematico da giardino
- 121 Orologio azimutale analematico da giardino
- 122 Notturnale di G. della Volpaia per ore italiane
- 123 Orologio azimutale analematico di C. Bloud
- 124 Notturnale del XVI secolo
- 125 Orologio murale con tabella lunare (Cambridge)
- 126 Orologio azimutale analematico fisso inclinato (Osservatorio di Greenwich)

## FONTI ICONOGRAFICHE

Archivio fotografico dell'autore.

Azzarita F. - U.A.I. Sezione quadranti solari, Bari. Foto 44.

Bedos de Celles - La gnomonique pratique, Paris.

Berton R. - Les Cadrans Solaires du Val d'Aoste; disegni di Sylvie Assereto - Ed. SAGEP, Genova. Foto 1, 5, 52.

Buchner E. - Die Sonnenuhr des Augustus - Ed. von Zabern, Mainz am Rhein. Foto 9.

Centro Internazionale di Storia dello Spazio e del Tempo, Brugine (Padova). Foto 35, 36, 65, 80.

Coarelli F. - Roma Sepolta - Ed. Armando Curcio, Roma. Foto 37.

Cousins F.W. - Sundials - Ed. John Baker, London. Foto 6, 24, 74, 77.

Enciclopedia Universale Rizzoli Larousse - Ed. Rizzoli, Milano. Foto 19, 29, 76.

Ferrari da Passano C. e altri - La Meridiana Solare del duomo di Milano - Ed. Fabbrica del duomo di Milano. Foto 38.

Fineo O. - De gli Oriuoli e Quadranti a Sole, Venezia.

Le Lionnais F. - Le Temps - Ed. Delpire, Paris. Foto 32.

Michel H. - Catalogue des Cadrans Solaires - Ed. Musée de la Vie Wallonne, Liège.

Michel H. - Les Cadrans Solaires de Max Elskamp - Ed. Musée de la Vie Wallonne, Liège. Foto 22, 73, 100, 110, 124, 125.

Michel H. - Mesures du Temps et de l'Espace - Ed. Office du Livre, Fribourg. Foto 57, 84, 119.

Museo Poldi Pezzoli, Milano. Foto 66.

Musées Royaux d'Art et d'Histoire, Bruxelles. Foto 31, 33, 45.

Museo di Storia della Scienza, Firenze. Foto 96, 111, 123.

Museo Storico Navale, Venezia. Foto 101.

Orologi, rivista mensile - Ed. Technimedia, Roma

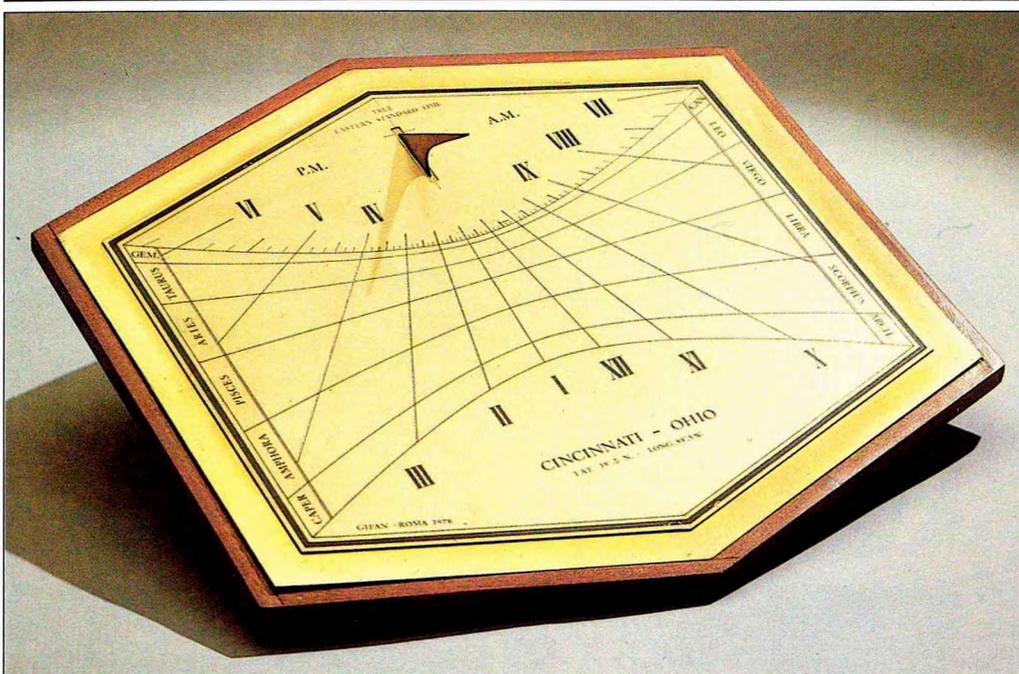
Ozanam J. - Récréations Mathématiques, Paris.

Rohr R.R.J. - Les Cadrans Solaires - Ed. Oberlin, Strasbourg. Foto 4, 26, 43, 50, 68, 75, 93, 102, 103, 104, 126.

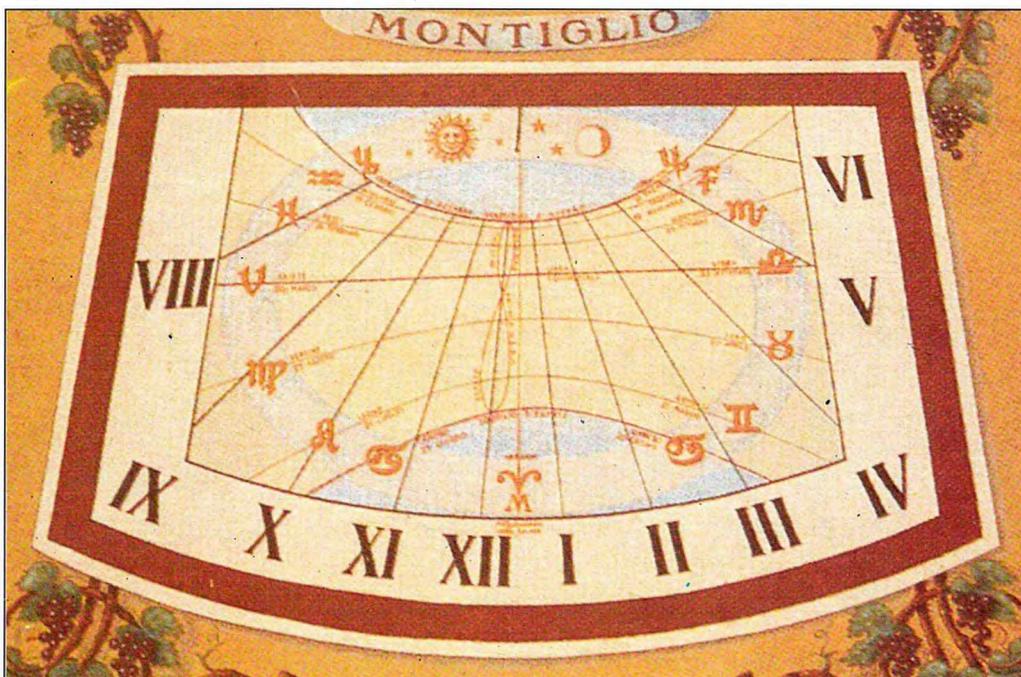


86

*86, Orologio solare equatoriale a Vitznau, Svizzera, sul lago di Lucerna alla base del Rigi.*



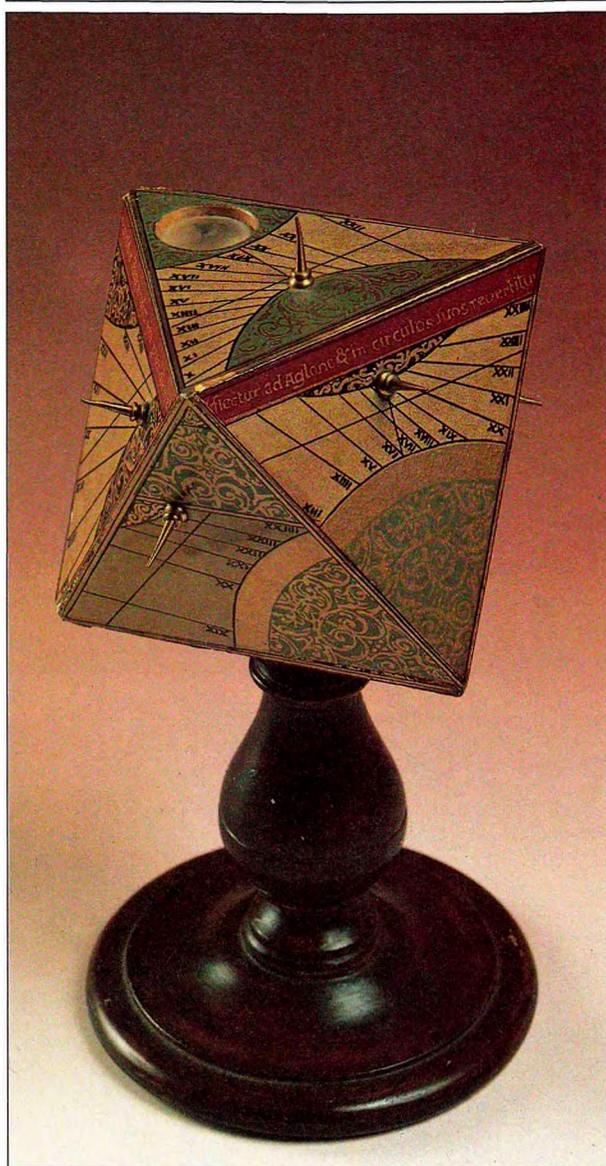
87



88

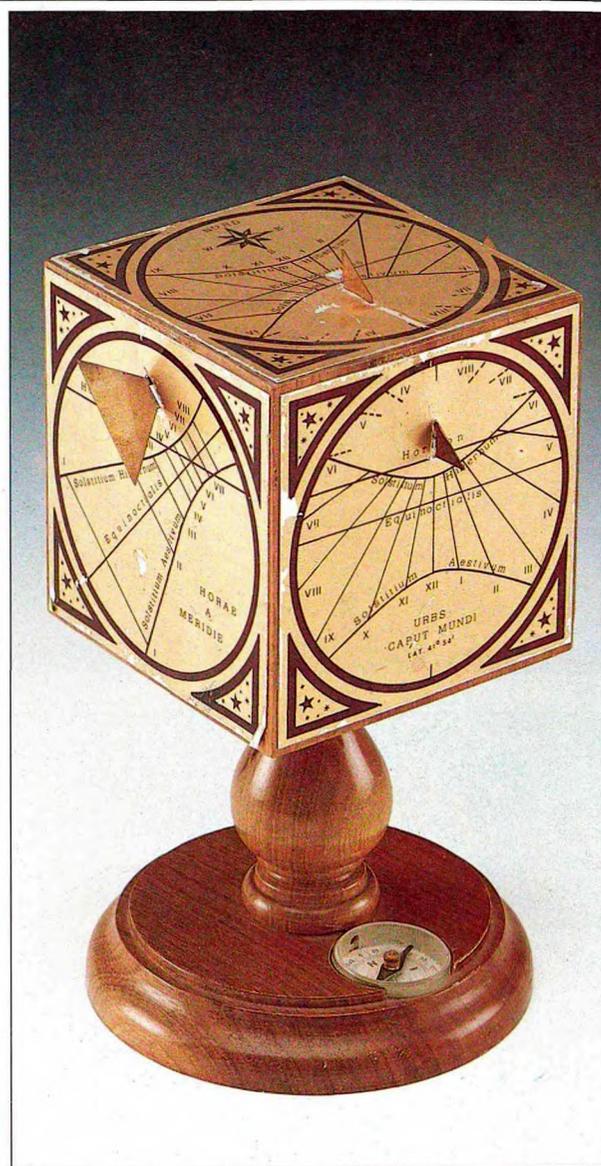
87, Orologio solare orizzontale completo, con linee orarie e iperboli zodiacali; costruito dall'autore in ottone e legno duro per una località in latitudine  $39^{\circ}.0$ . La correzione-fuso (par. 50) è inserita nel diagramma orario.

88, Insolita scorniciatura di un orologio verticale completo a Montiglio (Asti).



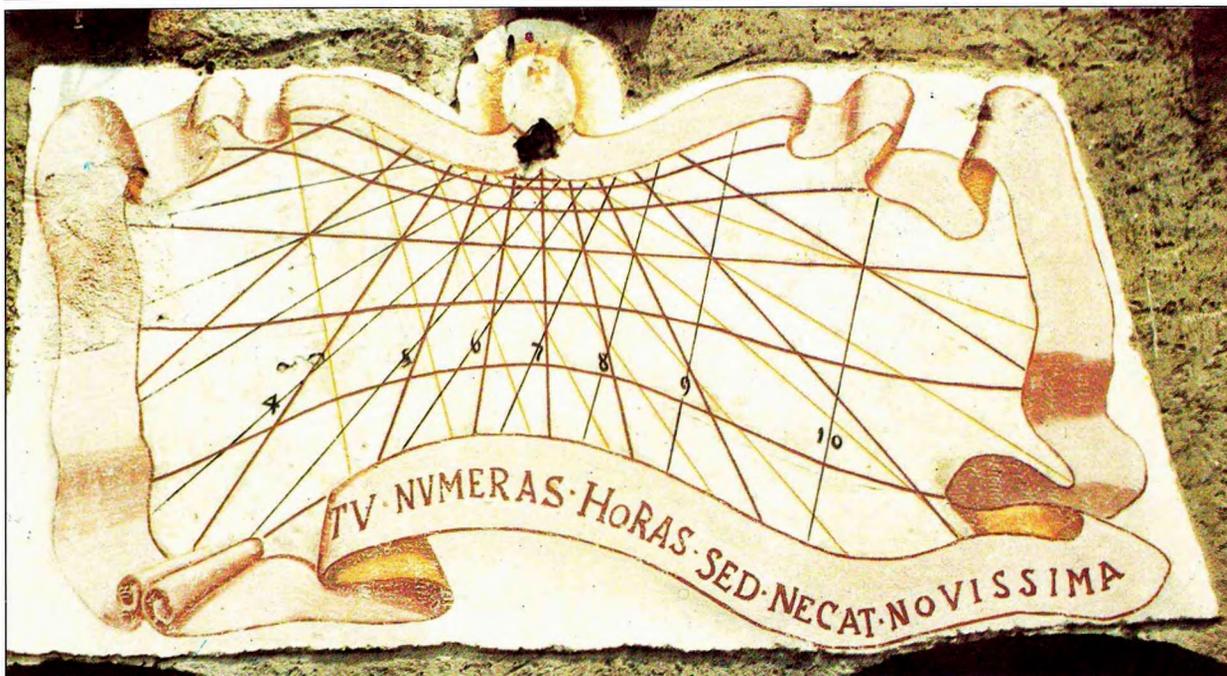
89

89, Le facce dei poliedri hanno spesso ricevuto orologi solari su quadri inclinati; questo esaedro, riproduzione su modello di Stefano Bonsignori (XVI secolo), presenta un quadro orizzontale e quattro inclinati; gli stili sono del tipo "gnomone" (par. 75), le linee orarie sono "italiche" (par. 83).

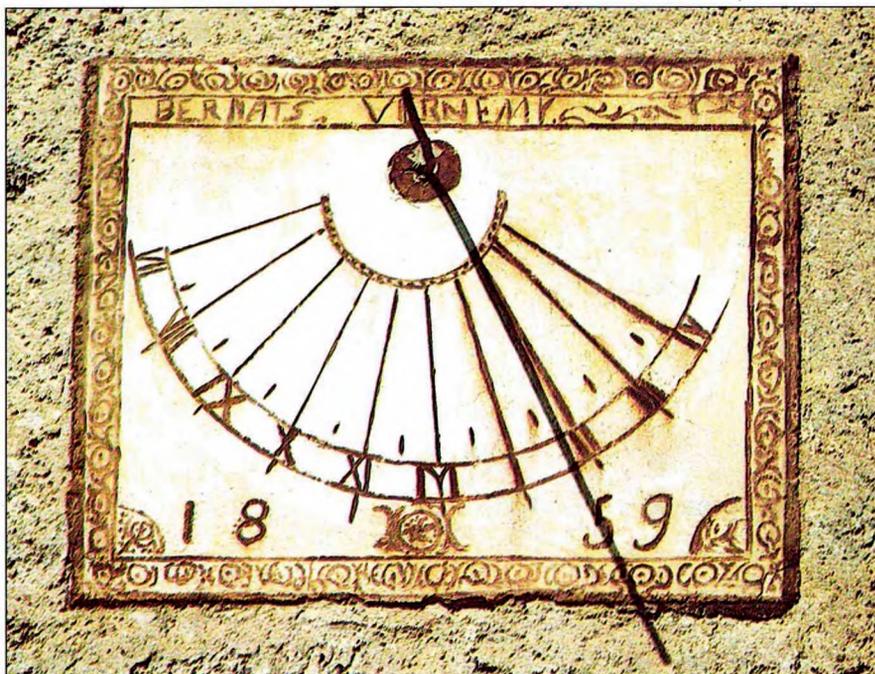


90

90, Modello di orologio cubico, piuttosto diffuso in passato, con cinque quadranti che portano linee orarie e iperboli solstiziali. Ancor più diffusi furono i cubi senza iperboli, che potevano portare stili molto più lunghi. In ogni ora del giorno tre dei quadranti sono simultaneamente illuminati; una bussola incorporata serve per l'orientamento.



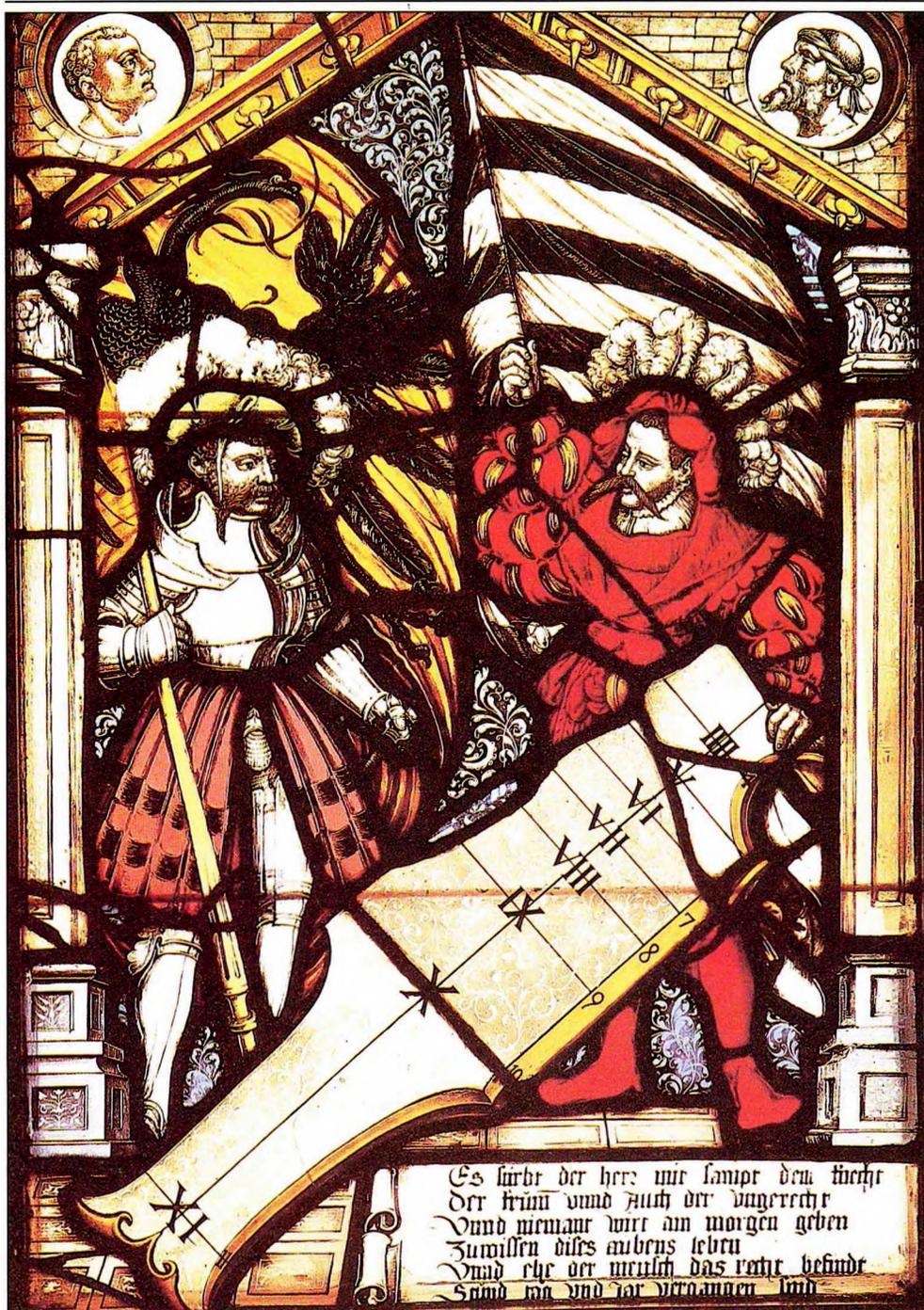
91



92

91, Un orologio murale del convento francescano di Trento, nel quale si sovrappongono linee orarie civili, italiane e babilonesi. La geometria del diagramma appare sensibilmente alterata da infelici restauri.

92, Orologio verticale con le sole linee orarie su una vecchia casa di Clavière (Piemonte).



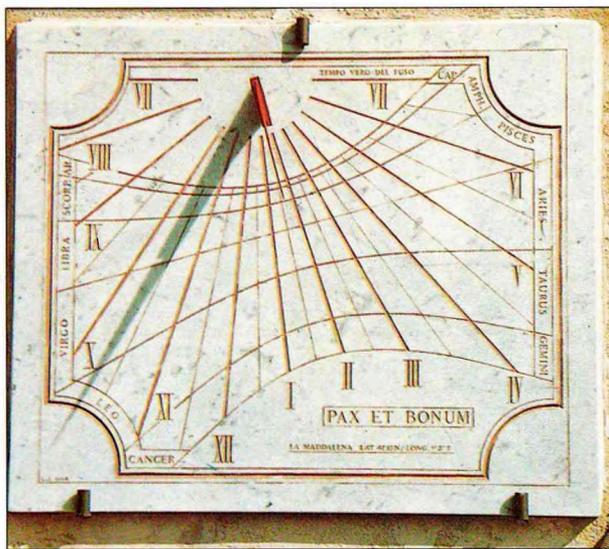
93, Eccezionale orologio solare su vetrata inserito in una finestra della grande sala delle riunioni del municipio di Ulm (Germania). Orientato esattamente a Est, il quadrante ha le linee orarie tutte parallele tra loro. Costruito nel 1560 dal pittore su vetro Hans Harderbeck, passa per essere "il più antico, il più grande, il più bello" degli orologi solari in trasparenza.



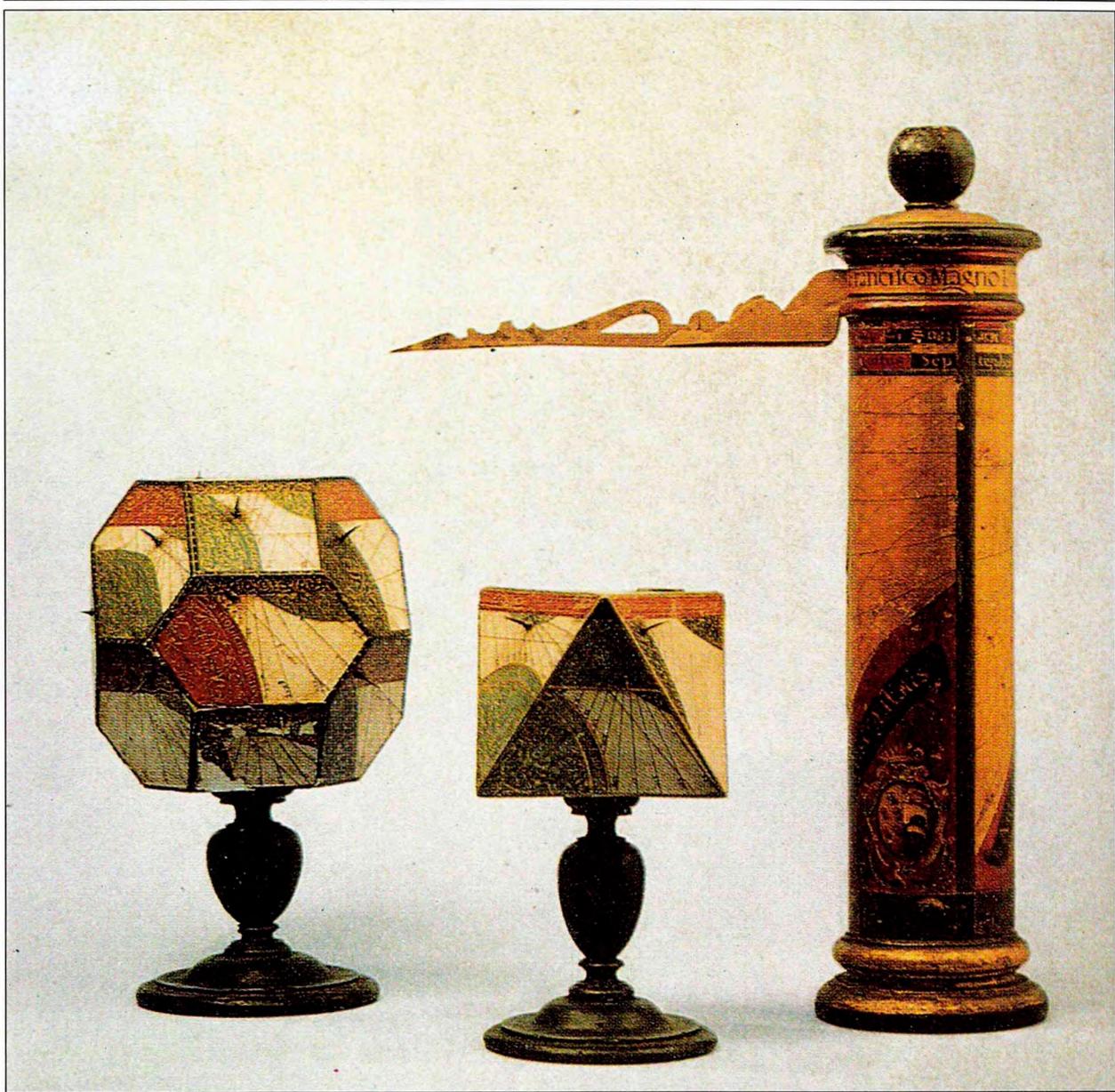
94

94, Modello di orologio polare doppio, leggibile da entrambi i lati e quindi valido per tutta la giornata; l'ombra dello stilo è rimpiazzata dalla luce che passa attraverso due aperture triangolari nella parte alta dell'impianto (realizzazione dell'autore).

95, Tipico orologio verticale completo, con correzione-fuso inserita nel diagramma orario, costruito dall'autore a La Maddalena (Sardegna). Lo stilo, allungato per una buona lettura delle ore, porta circa a metà un "nodo" intagliato che indica le date sulle iperboli diurne (par. 77); nella foto l'immagine del nodo si trova sulla linea equinoziale, perciò la data è 22 Settembre o 21 Marzo.



95



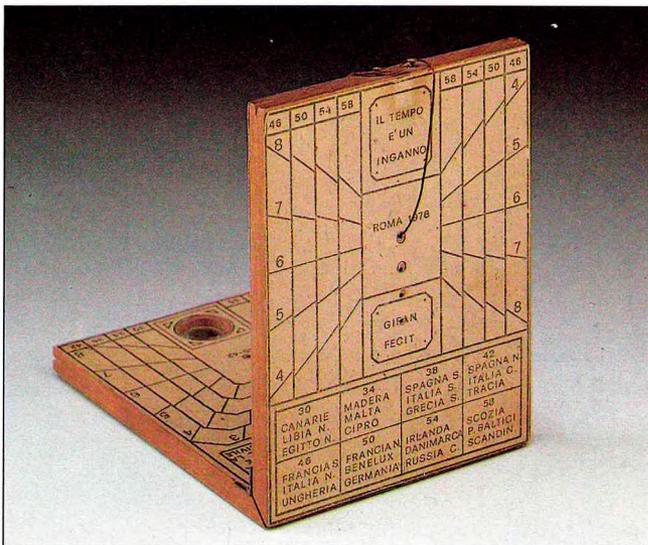
96

96, Poliedri di Stefano Bonsignori con vari quadranti su superfici inclinate. Accanto, un orologio del pastore (par. 142) (Museo di Storia della Scienza di Firenze).



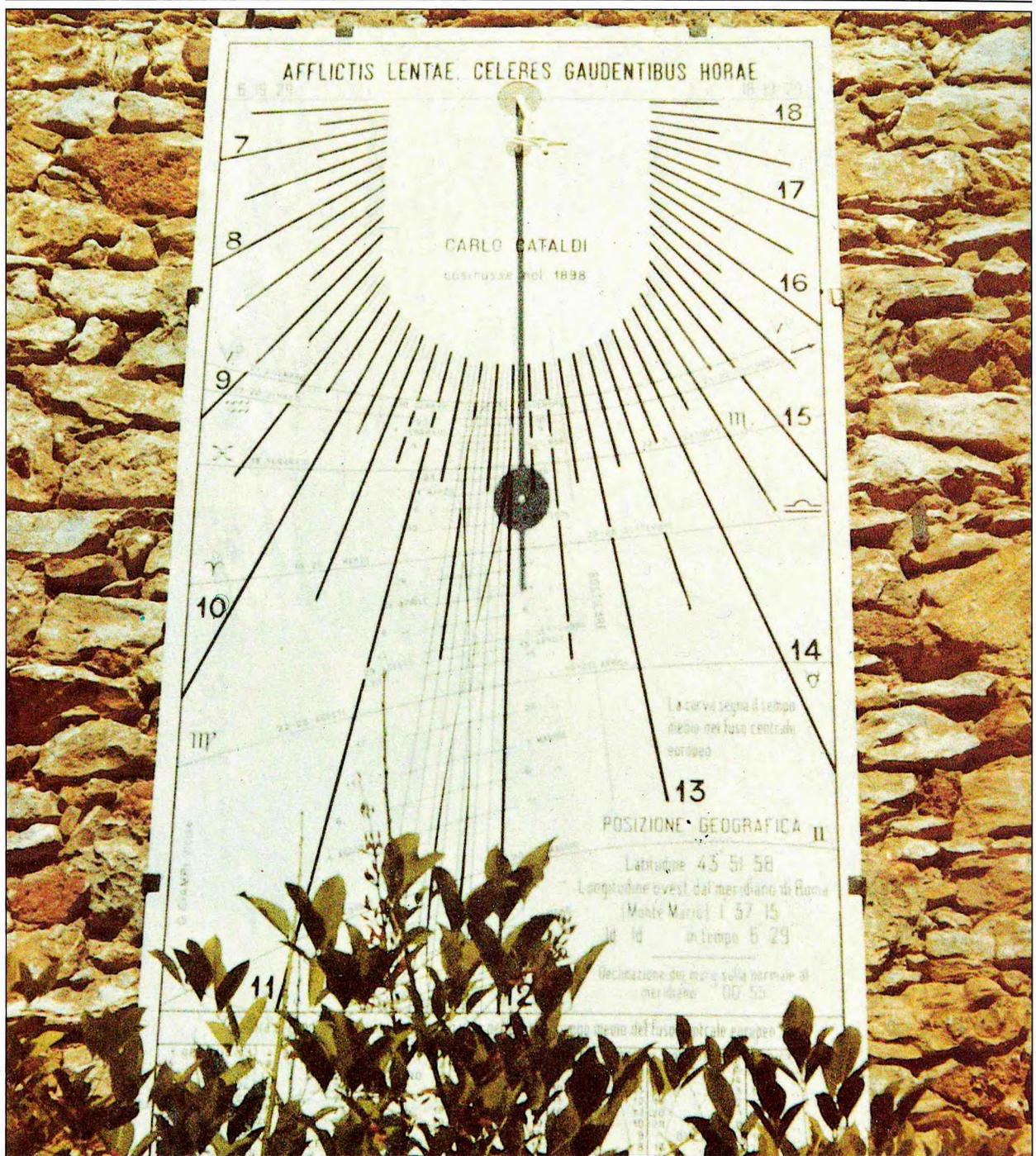
97

97 e 98, Gli orologi chiamati "dittici" sono costituiti da due quadri incernierati, uno orizzontale e uno verticale diretto; un filo teso serve da stilo per entrambi (par. 78). Poiché la declinazione positiva del Sole porta l'astro anche sul retro dello strumento, un quadro verticale posteriore può completare il dittico per le ore estive prossime al sorgere e al tramonto.



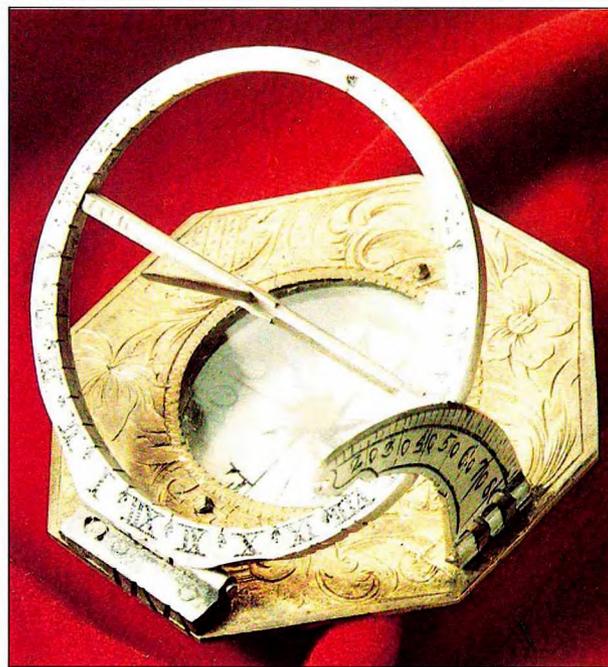
98

99, Orologio verticale di grande precisione costruito nel 1898 da Carlo Cataldi all'entrata della Grotta Giusti di Monsummano Terme (Pistoia). Lo stilo polare reca all'estremità una piastrina con foro per accrescere la precisione di lettura del mezzogiorno sulla "curva a otto"; questa curva inserisce contemporaneamente l'equazione del tempo e la correzione-fuso.





100



101



102

100, Orologio equinoziale in argento del 1720 del tipo detto "di Augsburg". Concettualmente è eguale a quelli delle foto 101 e 102.

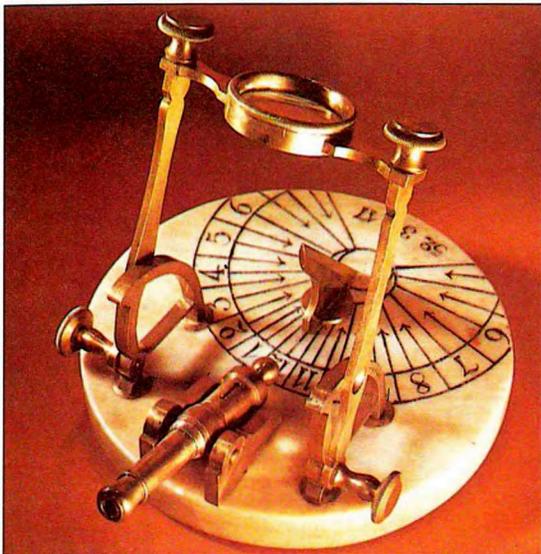
101, Orologio equinoziale universale del XVIII secolo, firmato da Andreas Vogler di Augsburg (Germania). L'universalità dei quadranti equinoziali è sempre ottenuta regolando su una scala di latitudini l'inclinazione del cerchio orario sulla basetta. Questo esemplare è conservato al Museo Navale di Venezia.

102, Orologio equinoziale pieghevole da viaggio; anche questo esemplare è reso "universale" consentendo di regolare in base alla latitudine l'inclinazione sull'orizzonte del cerchio orario. Bussola e pendolino servono per ottenere il giusto orientamento e l'orizzontalità della base. Sul coperchio sono elencate alcune città con le rispettive latitudini.



103

103, Moderno orologio "armillare" in un parco di Zurigo. Gli strumenti di questo tipo rappresentano direttamente la sfera celeste, e da essi derivano con immediatezza i diffusissimi orologi solari equatoriali.

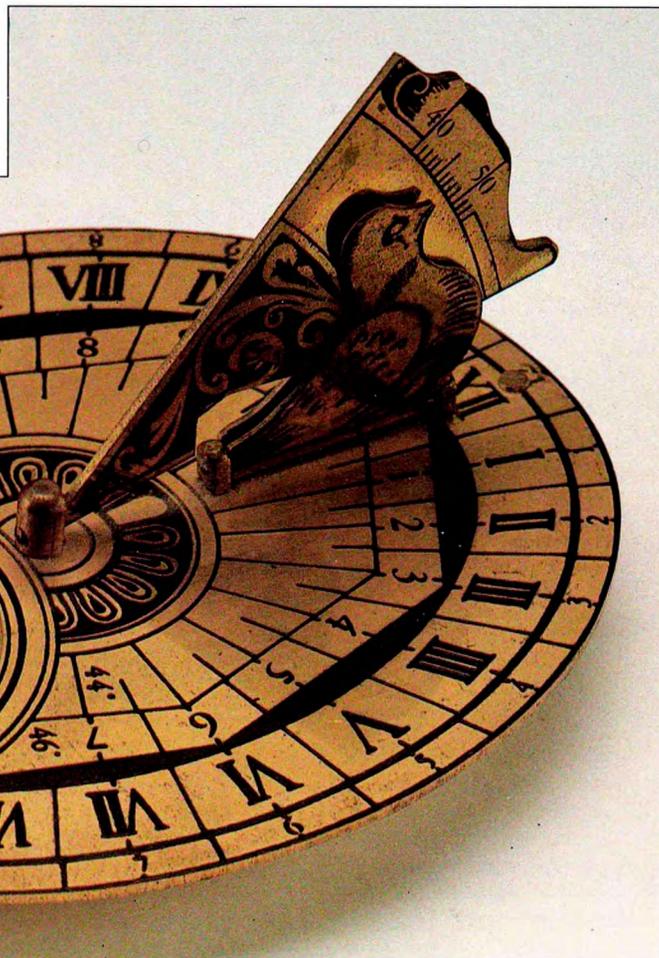


104, Orologio orizzontale con segnale orario acustico (XIX secolo); a mezzogiorno i raggi del Sole, concentrati dalla lente, accendono un po' di polvere pirica e lo sparo del cannone dà il segnale orario.

105, Riproduzione moderna di un portatile del tipo "Butterfield".

106, Dal 1980 di fronte all'Adler Planetarium di Chicago (USA) questo monumento disegnato da Henry Moore con orologio equatoriale "ad arco" celebra e ricorda la conquista dello spazio da parte dell'uomo. È la replica di un identico orologio monumentale eretto dallo stesso Henry Moore a Londra nel 1967 di fronte alla sede del quotidiano "The Times".

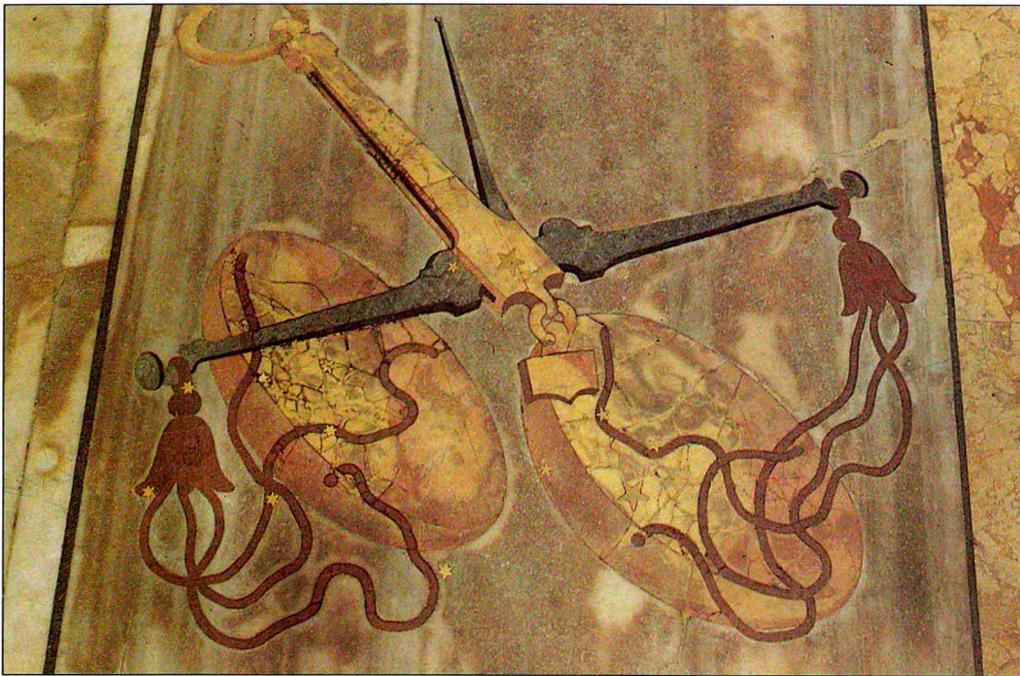
104



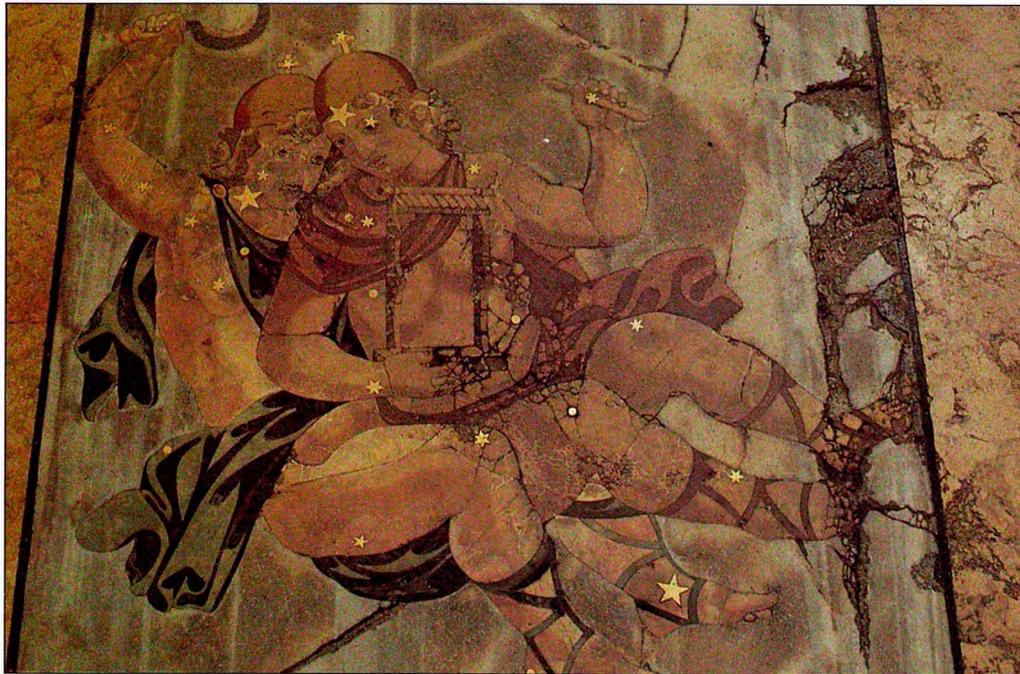
105



106



107



108

107 e 108, I segni zodiacali della Bilancia e dei Gemelli tra quelli disposti lungo la grande meridiana di Francesco Bianchini in Santa Maria degli Angeli a Roma. Le figure, intarsiate in quadrati di marmo di un metro di lato, sono opera di Francesco Tedeschi e sono completati con stelline di ottone che disegnano le costellazioni corrispondenti.



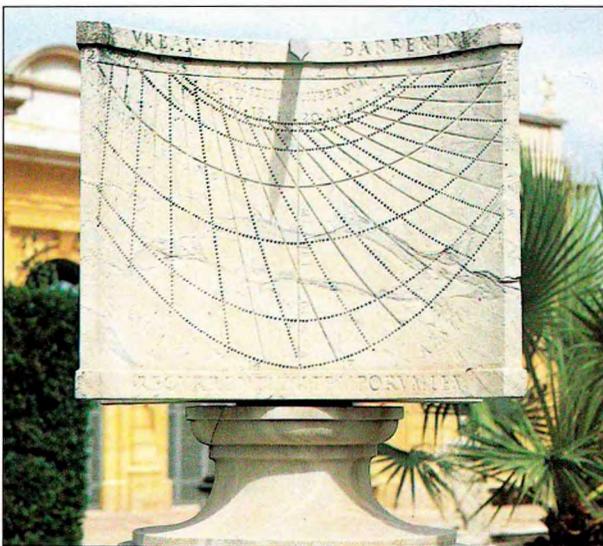
109, *La bella meridiana in Santa Maria degli Angeli a Roma, costruita da Francesco Bianchini nel 1702 su commissione del papa Clemente XI, con i suoi 44 metri di lunghezza attraversa in diagonale tutto il pavimento michelangiolesco della basilica. L'impianto, più che un misuratore del tempo, era un vero e proprio osservatorio astronomico.*



110



111

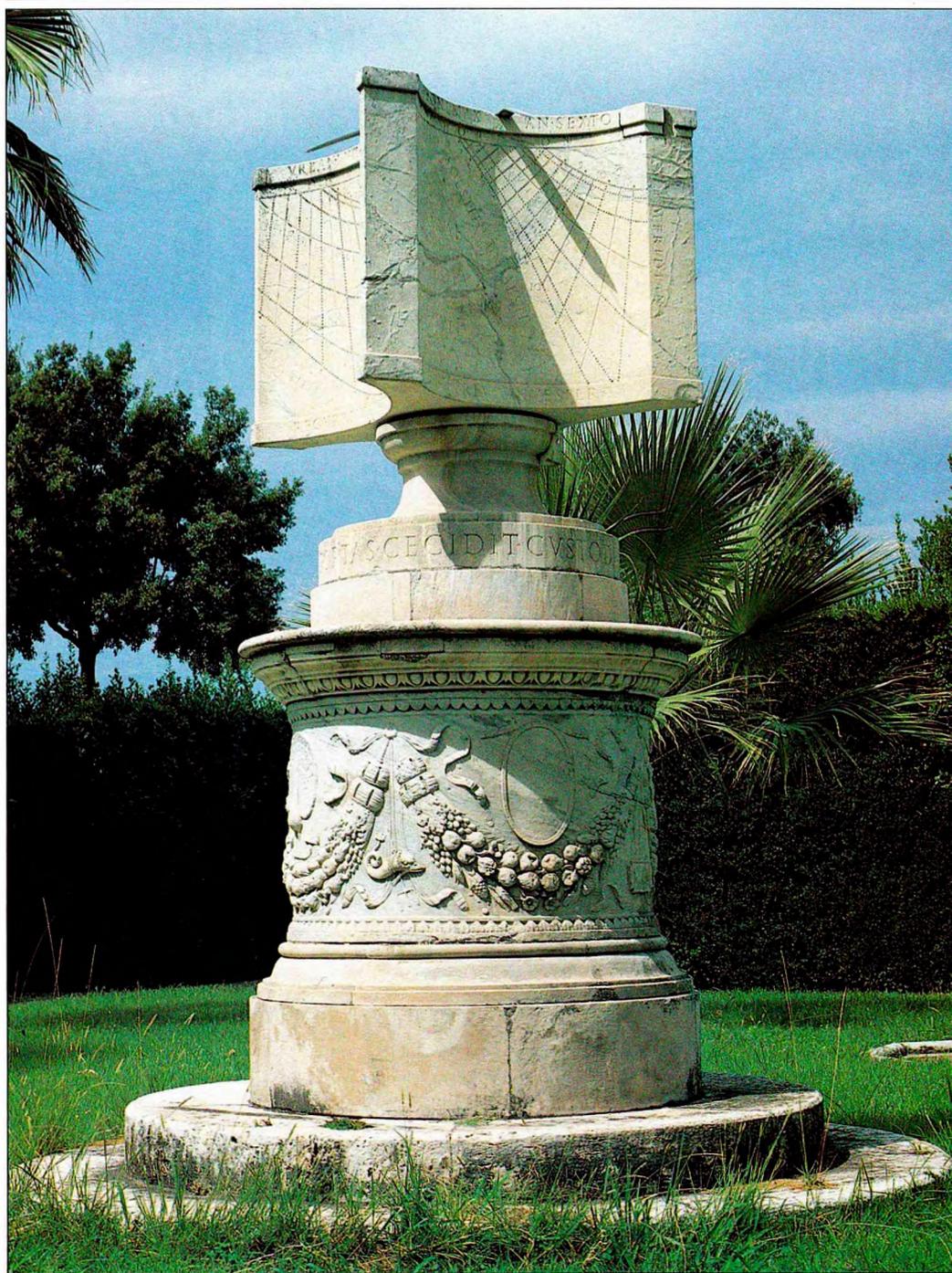


112

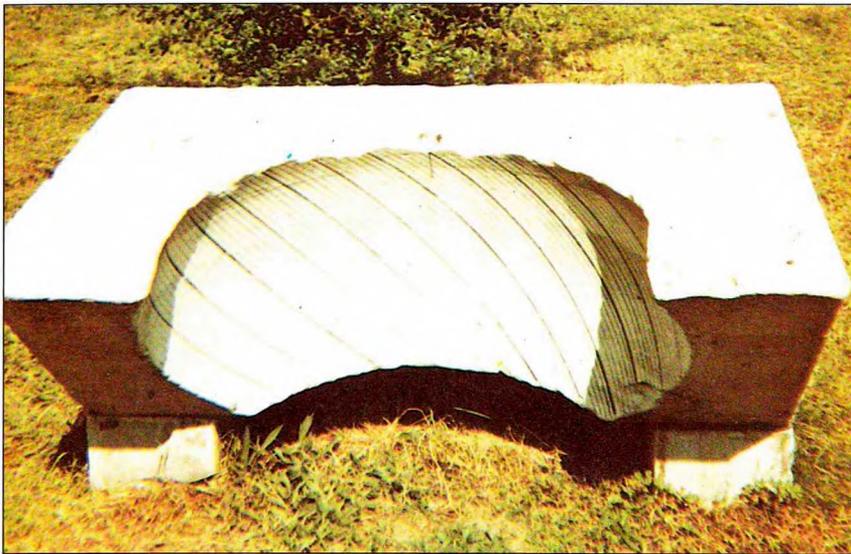
110, Orologio mobile cubico del 1736 con cinque quadranti, in legno e carta stampata, probabilmente opera di David Beringer di Augsburg (Germania). Questo cubo è reso universale con uno snodo nel piede che consente di inclinare i quadranti nella direzione Nord-Sud; un pendolino sul quadro Est segna su un'apposita graduazione la latitudine di funzionamento.

111, Gli stili degli orologi poliedrici erano normalmente del tipo "gnomone", cioè bacchette perpendicolari al quadro, e le indicazioni erano fornite dal solo punto estremo degli stili. In questo bell'esemplare del fiorentino Stefano Bonsignori le ore sono "italiche", secondo l'usanza in vigore a Firenze a quell'epoca.

112, Quadrante meridionale dell'orologio cubico monumentale situato nel giardino del Quirinale a Roma. Le ore sono italiane, lo stilo segna l'ora con la sola estremo della sua ombra. Le curve diurne sono le sette zodiacali, con l'estate in basso; la loro forma inconsueta deriva dalla concavità del quadro.

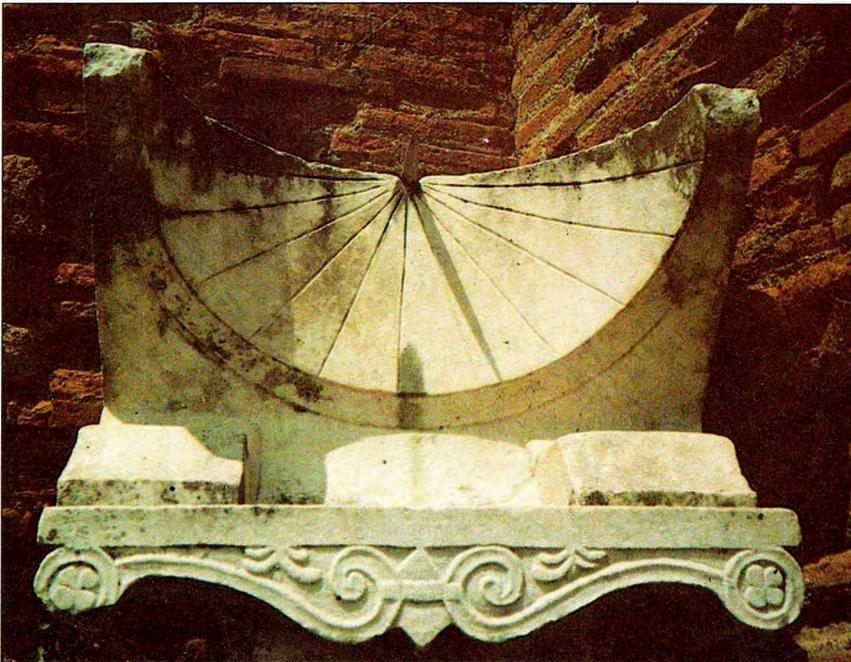


113, Bellissimo orologio cubico monumentale costruito nel 1628 da Theodosius Rubeus nel giardino del Quirinale a Roma, su commissione del papa Urbano VIII Barberini. Quattro quadranti concavi segnano a coppie le ore civili e quelle italiane.



114

114, Eccezionale orologio cavo con linee orarie italiche rinvenuto recentemente a Istanbul. Il reperto è posato sul terreno in modo incorretto; è evidente che quando lo strumento era in funzione la sua giacitura doveva essere diversa da quella attuale.



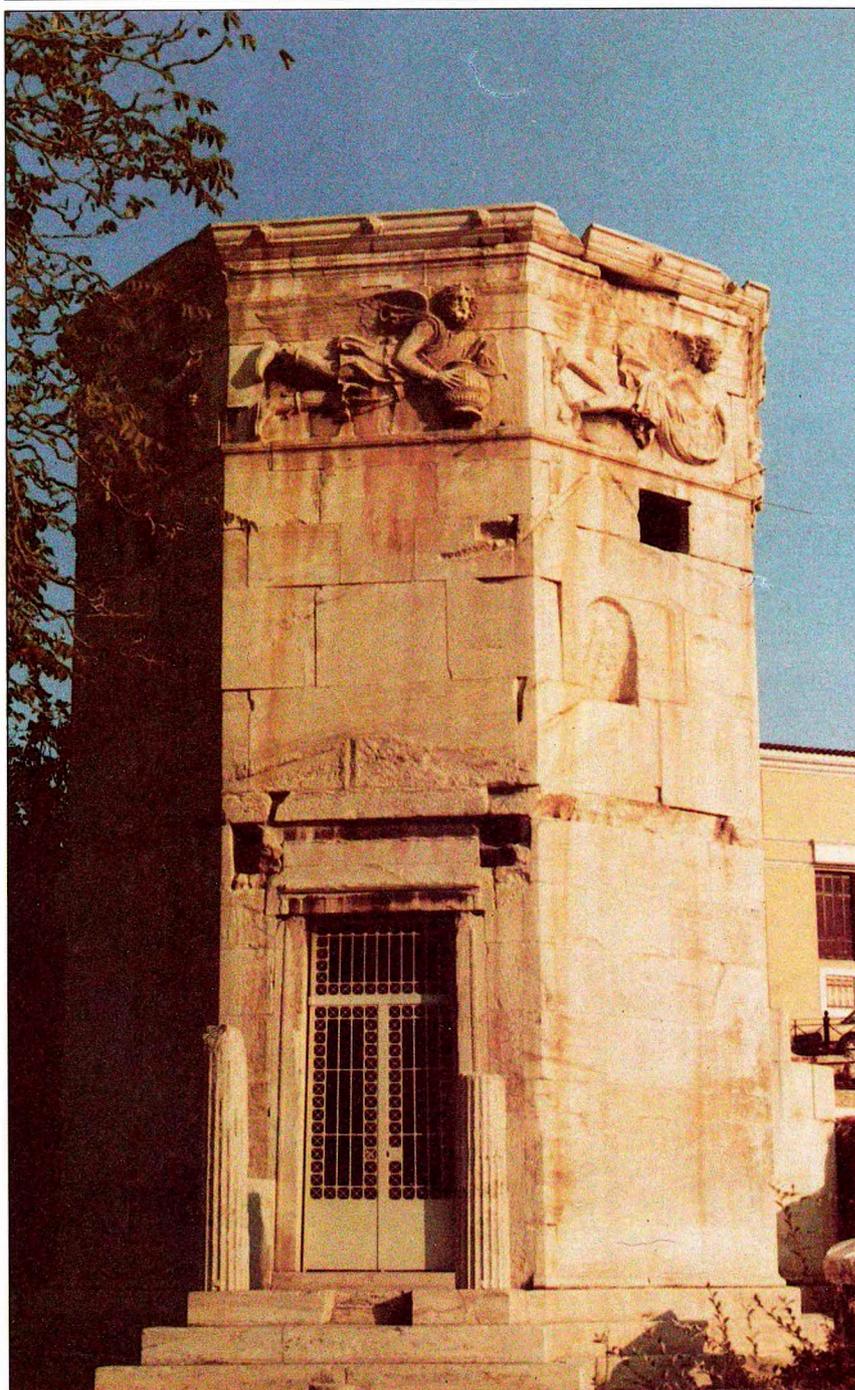
115

115, Orologio cavo di marmo del tipo "hemicyclium", con le sole dodici linee orarie temporarie, proveniente dagli scavi di Pompei.

116, Orologio solare equinoziale su un fabbricato al centro del Ponte Vecchio a Firenze. Le ore indicate sono quelle particolari ore temporarie chiamate "canoniche" nella liturgia cattolica. Secondo una sbiadita targa murata nelle vicinanze, l'orologio cadde per alluvione nel 1330 e fu ripristinato nel 1345; Vasari attribuisce l'impresa a Taddeo Gaddi.



116



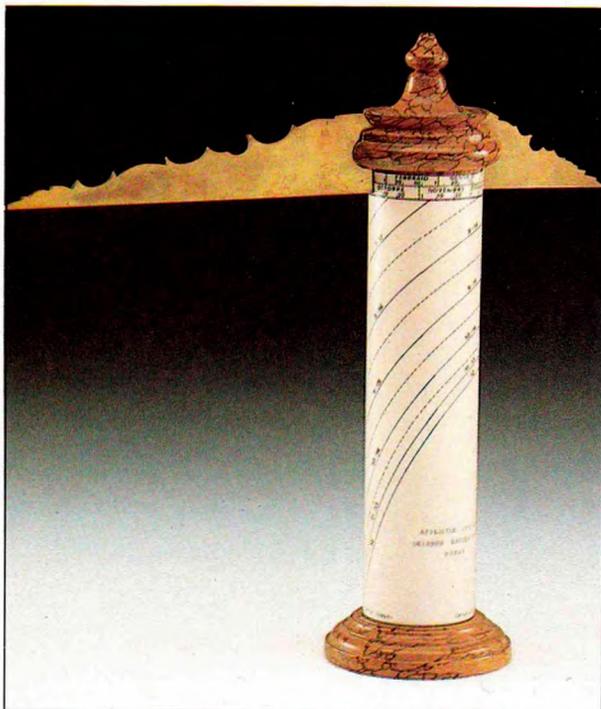
117, La famosa Torre dei Venti, ai piedi dell'Acropoli di Atene, fu costruita da Andronico Cirreste intorno al 100 a.C. È una costruzione ottagonale con le facciate orientate in direzione degli otto venti principali, ciascuno simboleggiato da una figura in bassorilievo sulla facciata corrispondente. Per questa sua opera Andronico Cirreste viene considerato l'inventore della "rosa dei venti", tuttora in uso tra i marinai. Nei primissimi secoli dell'era volgare sotto ogni figura allegorica dei venti fu tracciato un orologio solare per le ore temporarie; oggi gli otto quadranti sono piuttosto sbiaditi e nella foto non si possono notare.



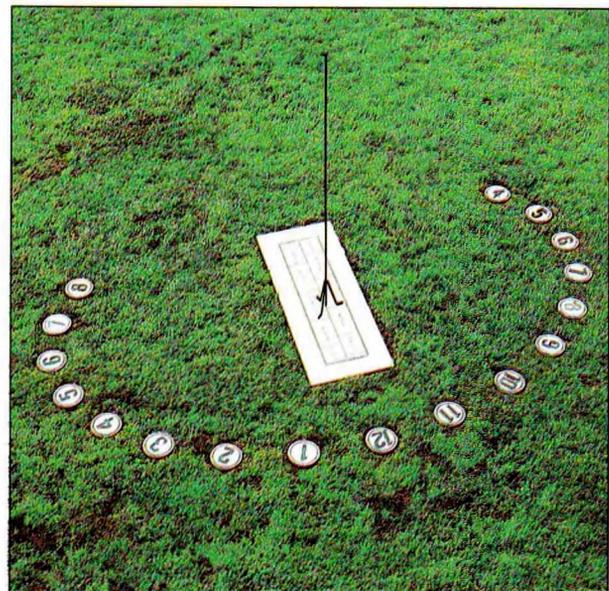
118, Interessante esemplare di "pastore" del XVIII secolo, in legno e carta dipinta; il calendario è insolitamente disposto alla base del cilindro. L'astuccio che lo correda è di paglia intrecciata.

119, "Orologio del pastore" con due stili e due diagrammi orari a scala diversa, costruito dall'autore in legno, ottone e carta stampata.

118



120, Orologio azimutale ellittico (analemmatico) con le ore e il calendario incisi su pietra di travertino. L'asse maggiore misura metri 3.20.



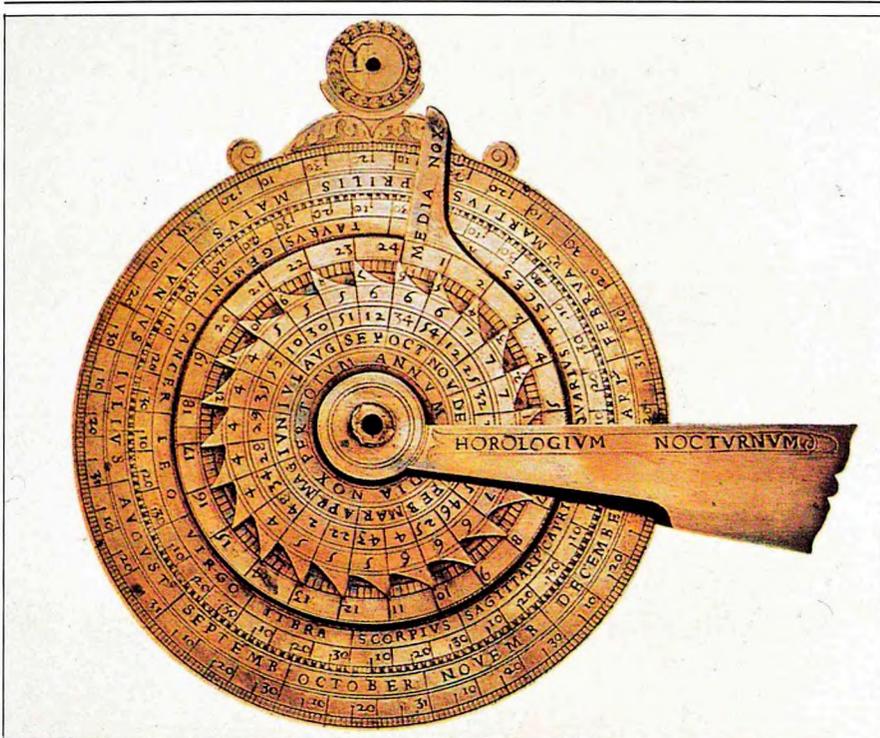
119

120



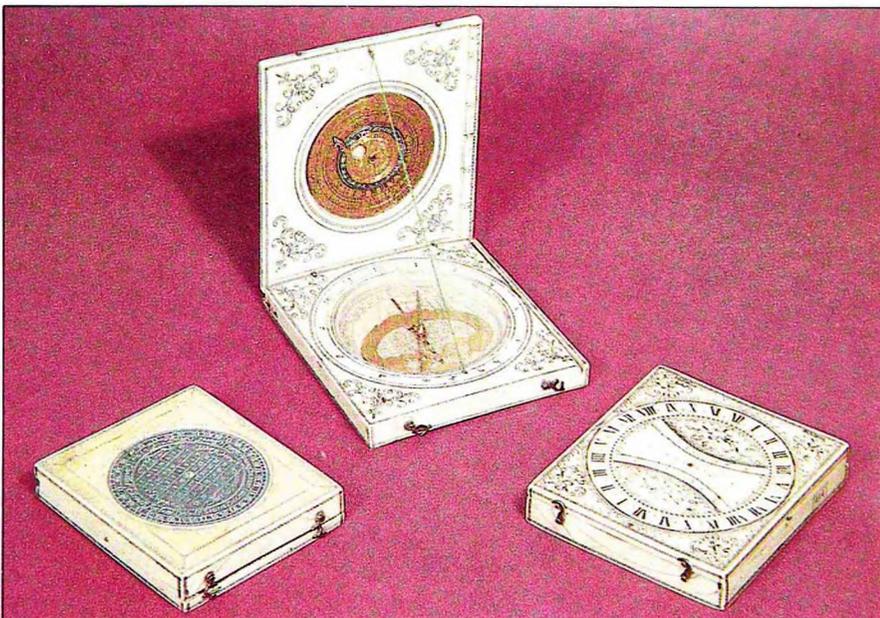
121

*121, Orologio analemmatico fisso, da giardino, installato dall'autore nel parco del Circolo di Marina a Roma.*



122, Notturale fiorentino del 1568, firmato da Girolamo della Volpaia; è costruito per essere impiegato con la stella Kochab ( $\beta$  Ursae Minoris) e fornisce ore italiane. Sul retro vi sono quadranti sussidiari, tra cui un clinometro solare per le ore italiane. È conservato al Museo di Storia della Scienza a Firenze.

122



123, Orologio analemmatico portatile del tipo detto "di Dieppe", costruito in avorio nel 1666 da Charles Bloud. L'orientamento dello strumento è realizzato col metodo "magnetico". Un comune dittico con lo stilo filare è stato sovrapposto all'analemmatico.

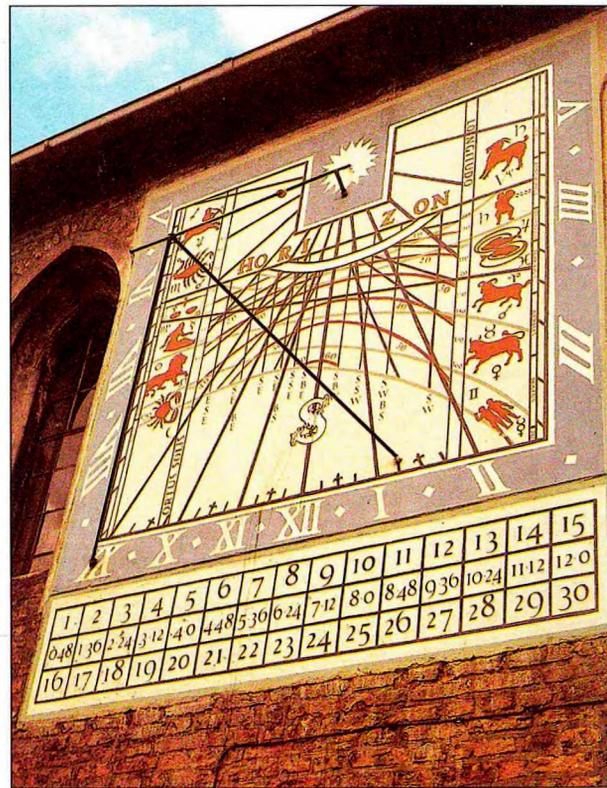
123



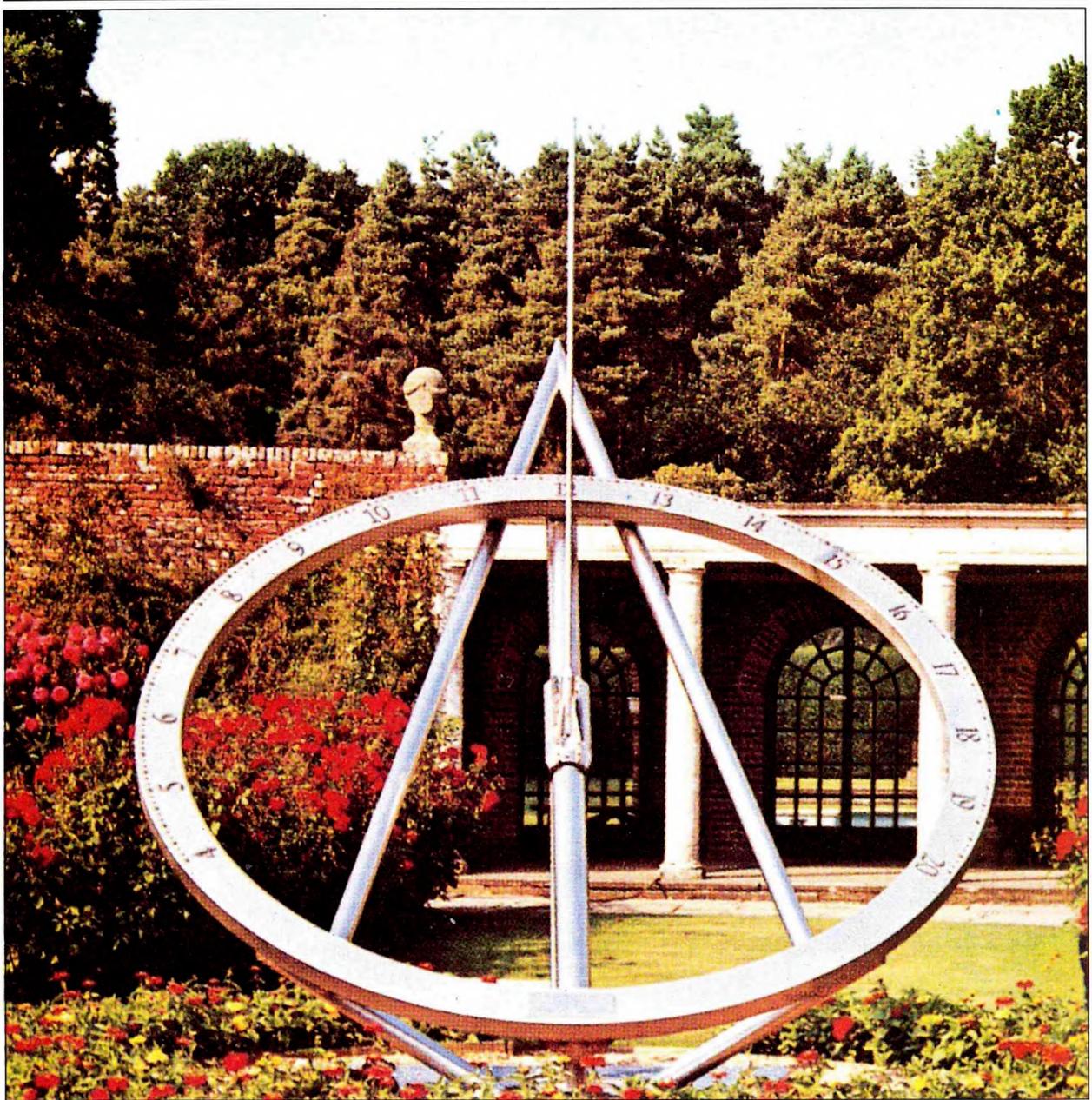
124

124, Notturnale del 1584 in ottone dorato, conservato al Musée de la Vie Wallonne di Liegi.

125, Orologio solare murale del Queens' College di Cambridge (Gran Bretagna), che troppo spesso viene detto "famoso" solo perché mostra anche una semplice tabellina per passare dall'ora lunare a quella solare.



125



126

*Nel 1975, in occasione del suo trecentesimo anniversario, l'Osservatorio Astronomico di Greenwich fece erigere questo singolare e pregevolissimo orologio solare analemmatico. Il quadrante è circolare, inclinato, equiangolo (ore egualmente distanziate); lo stilo è verticale, mobile con la data. Il cerchio orario può ruotare su se stesso per l'inserimento dell'equazione del tempo.*

## GIROLAMO FANTONI

L'Ammiraglio Girolamo Fantoni, nato a Reggio Calabria nel 1920) frequentò l'Accademia Navale e fu nominato Ufficiale nel 1940. Partecipò alla II guerra mondiale su sommergibili atlantici; fu ferito e decorato di Medaglia d'Argento e quattro Croci di Guerra al V.M. sul campo. Successivamente proseguì la carriera militare raggiungendo il grado di Ammiraglio di Squadra.



Tra i suoi incarichi ricordiamo quelli di Ufficiale di Rotta del «Vespucci» e di Insegnante di Navigazione all'Accademia Navale di Livorno.

È stato Comandante dell'Incrociatore «Duilio», Comandante della I Divisione Navale, Sottocapo di Stato Maggiore della Marina, Comandante in Capo della Squadra Navale e Comandante NATO del Mediterraneo Centrale, Rappresentante dell'Italia nel Comitato Militare della NATO, e infine Presidente del Consiglio Superiore delle Forze Armate.

Lasciato il servizio attivo nel 1983, attualmente è Vice Presidente dell'Unione Nazionale Ufficiali in Congedo, e Vice Presidente dell'Istituto Italiano di Navigazione.

È sposato, ha due figli.

Si occupa per passatempo di gnomonica e di fatti colombiani.

È deceduto nel giugno 2007.

\*\*\*

Quest'opera, la più vasta mai scritta sugli orologi solari (meridiane), è stata digitalizzata in memoria ed onore dell'Autore; siamo convinti di non ledere i diritti patrimoniali degli eredi perché l'opera, molto impegnativa e costosa dal punto di vista tipografico, è impensabile che venga ristampata, mentre è altrettanto impensabile che essa rimanga confinata in poche biblioteche.

\*\*\*

Il testo originario ha margini molto ampi che hanno dovuto essere ridotti; le dimensioni del testo sono state conservate ed ora la pagina è in formato 21,6 x 25 cm che ben si presta ad essere stampata in formato A4.

